AULAS 29 E 30

Orientações

Uma das maneiras de iniciar o estudo analítico dos espelhos é retomar uma das construções da aula anterior e identificar as medidas relevantes na construção da imagem: tamanhos e distâncias. Apresentar o referencial de Gauss e a convenção de sinais para essas medidas.

Em seguida, lembrando das condições de nitidez de Gauss, mostrar que, com base em critérios de aproximação razoáveis, podem ser estabelecidas relações de semelhança de triângulos que levarão a equações envolvendo essas variáveis. A dedução detalhada dessas equações encontra-se no livro-texto, e você pode indicá-la como leitura de aprofundamento. Não julgamos que haja um ganho substancial na dedução dessas equações em sala. Por fim, apresentar as equações de Gauss para o tratamento analítico. É interessante reforçar que essas duas equações são suficientes para a resolução de qualquer problema dessa natureza, mas que podemos utilizar também a equação de aumento linear, que facilita bastante em alguns casos: $A = \dfrac{f}{f - p}$.

Sugerimos encerrar essa explanação teórica comentando o significado do aumento linear transversal, tanto com relação ao seu módulo quanto ao seu sinal. Mostrar que esse conceito também pode ser aplicado aos espelhos planos. Essa discussão favorece o entendimento da formação de imagens em espelhos esféricos e facilitará a compreensão da abordagem semelhante para lentes.

Com relação aos exercícios, você pode optar por aplicá-los a cada etapa, por exemplo, apresentar a primeira equação e fazer os exercícios correspondentes e assim por diante, ou fazê-los todos após a explanação teórica.

RESOLUÇÕES

Exercícios de sala

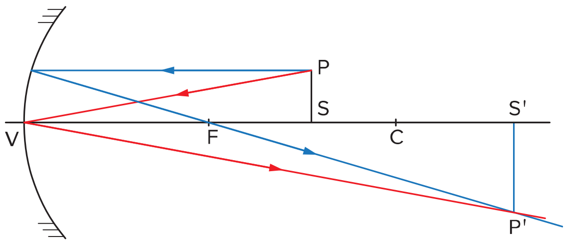
1. A

Da equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} \Rightarrow f = 15 \text{ cm}$$

2.

a) Usando os raios auxiliares que incidem paralelamente ao eixo principal (azul) e no vértice (vermelho), temos:



b) Para descobrir o comprimento da imagem da placa, devemos descobrir qual a abscissa da imagem de PS e de QR e fazer a diferença entre os valores. Sendo assim, devemos substituir os valores na equação de Gauss. Como o espelho é côncavo e o raio de curvatura é 160 cm, temos:

$$f = \frac{R}{2} = \frac{160}{2} \Rightarrow f = 80 \text{ cm}$$

Pela figura, percebe-se que QR está sobre o centro de curvatura. Sendo assim:

$$p_S = R - 40 \Rightarrow p_S = 120 \text{ cm}$$

Substituindo na equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_S} + \frac{1}{p'_S} \Rightarrow \frac{1}{80} = \frac{1}{120} + \frac{1}{p'_S} \Rightarrow p'_S = 240 \text{ cm}$$

Fazendo o mesmo para a parte QR:

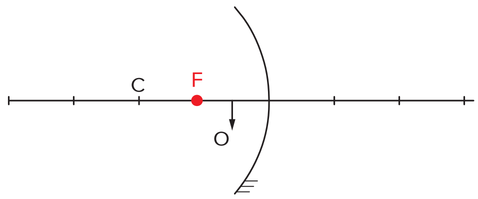
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_R} + \frac{1}{p'_R} \Rightarrow \frac{1}{80} = \frac{1}{160} + \frac{1}{p'_R} \Rightarrow p'_R = 160 \text{ cm}$$

A distância entre S' e R' é:

$$|p'_S - p'_R| = |240 - 160| \Rightarrow |p'_S - p'_R| = 80 \text{ cm}$$

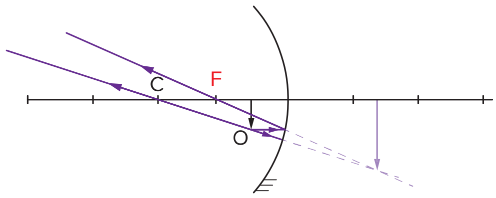
3.

a) O foco fica no ponto médio entre o centro de curvatura e o vértice do espelho:



b) Para obter a imagem, utilizaremos dois raios notáveis:

1. Incidem paralelamente ao eixo principal e são refletidos na direção do foco.
2. Incidem na direção do centro de curvatura e são refletidos na mesma direção.



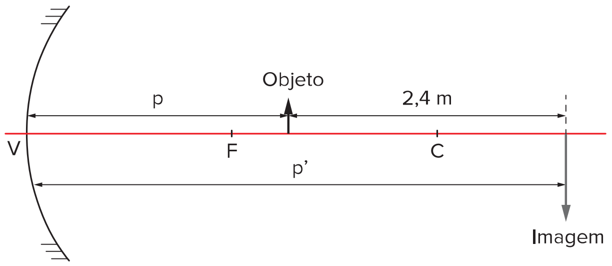
c) Substituindo os valores na equação do aumento linear, temos:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{f}{f-p} \Rightarrow \frac{y'}{2} = \frac{5}{5-3} \Rightarrow y' = 5 \text{ cm}$$

4. C

Como a imagem é projetada, concluímos que é real. O único espelho que forma esse tipo de imagem é o **côncavo**. Como a imagem é real, necessariamente ela é invertida. Sendo assim, o aumento é negativo: $A = -4$.

Deve-se tomar cuidado, pois a distância dada é entre o objeto e a tela:



Sendo assim:

$p' = p + 2,4$

Substituindo os valores na equação do aumento linear, temos:

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -4 = -\frac{p+2,4}{p}$$

$-3p = -2,4 \Rightarrow p = 0,8 \text{ m}$

$p' = 0,8 + 2,4 \Rightarrow p' = 3,2 \text{ m}$

Da equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{0,8} + \frac{1}{3,2} \Rightarrow f = 0,64 \text{ m}$$

Para um espelho gaussiano, ainda temos:

$R = 2 \cdot f = 2 \cdot 0,64 \Rightarrow f = 1,28 \text{ m} = 128 \text{ cm}$

5. D

Sendo um espelho gaussiano, a distância focal é a metade do raio de curvatura:

$$f = \frac{R}{2} = \frac{40}{2} \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

A posição da imagem para o instante t = 0 é:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 30 \text{ cm}$$

Para que a imagem se aproxime 5 cm do espelho, a abscissa final da imagem deve ser 25 cm:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{25} \Rightarrow p = 100 \text{ cm}$$

O deslocamento do objeto foi:

$$d = 100 - 60 \Rightarrow d = 40 \text{ cm}$$

Como o movimento era uniforme, temos que:

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{40}{5} \Rightarrow \Delta t = 8 \text{ s}$$

6. D

Para a imagem ser menor, ela deve ser real e invertida.

Como o aumento linear transversal é $A_1 = -\frac{1}{2}$, temos:

$$A_1 = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow p_1 = 3f$$

Para a imagem ter o dobro do tamanho do objeto, ela pode ser real ou virtual e o aumento linear transversal $A_2 = \pm 2$. Considerando $p_2 = p_1 - 15$, obtemos:

$$A_2 = \frac{f}{f - p_2} \Rightarrow \pm 2 = \frac{f}{f - (p_1 - 15)} \Rightarrow \pm \frac{f}{f - 3f + 15}$$

$$\pm 2 = \frac{f}{15 - 2f}$$

A primeira solução é:

$$2 = \frac{f}{15 - 2f} \Rightarrow 30 - 4f = f \Rightarrow f = 6 \text{ cm}$$

Essa opção não consta entre as alternativas.

A segunda solução é:

$$-2 = \frac{f}{15 - 2f} \Rightarrow -30 + 4f = f \Rightarrow f = 10 \text{ cm}$$