

Dioptro plano, prisma e lâmina de faces paralelas

Aulas 33 e 34 / Pg. 568 / Tetra 2

- SL 02 - Teoria
- SL 10 - Exercícios
- SL 21 - Experimentos, demonstrações e exemplos

Apresentação, orientação e tarefa: **fisicasp.com.br**

Professor Caio

Imagens formadas em dioptros planos



Imagens formadas em dioptros planos

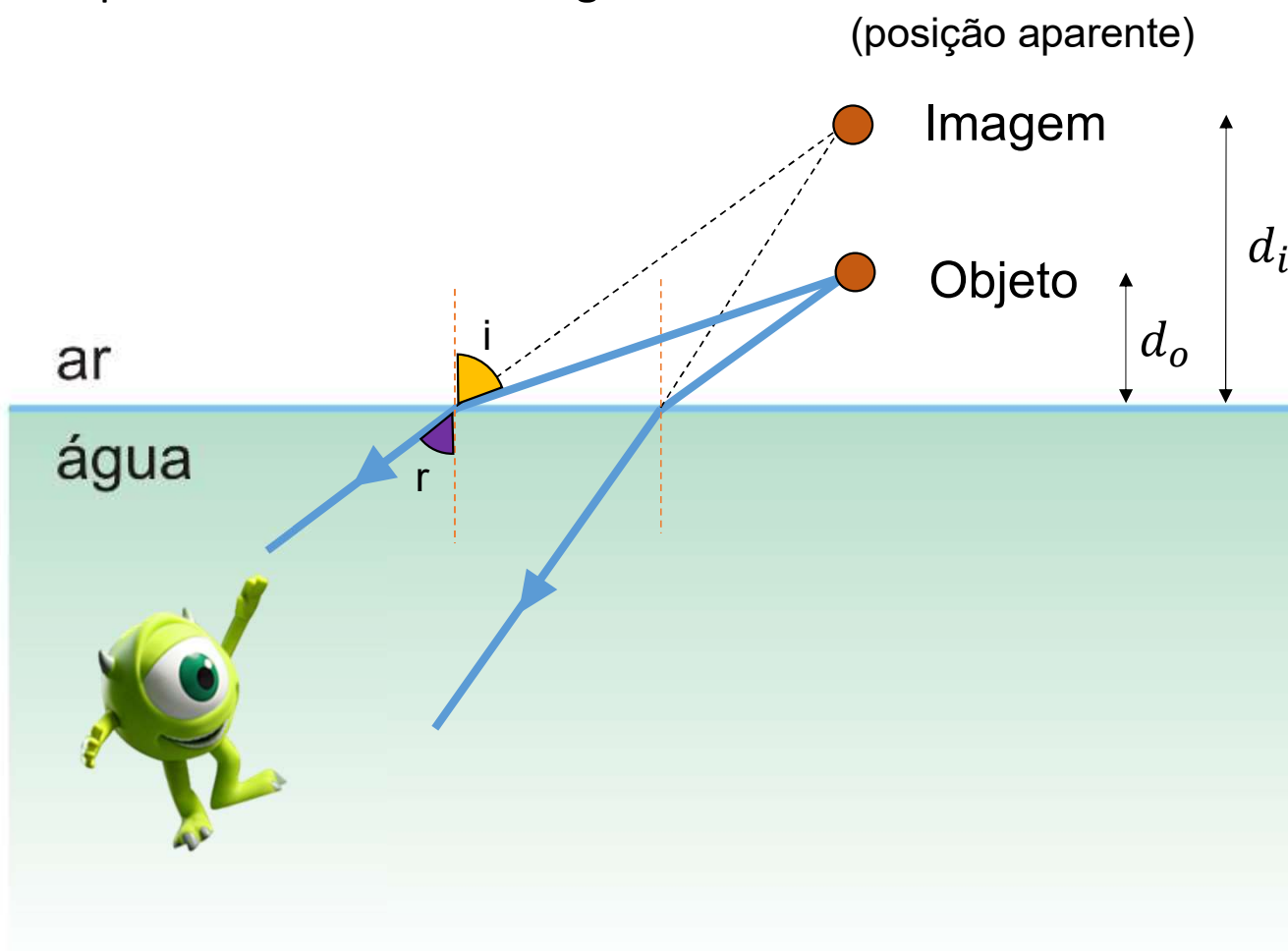
Caso I: Luz refrata para o meio mais refringente.

Para pequenos ângulos de observação
($\theta < 10^\circ$)

- i e r pequenos

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

provém $\ominus$
passa $\oplus$



Imagens formadas em dioptros planos

Caso II: luz refrata para o meio menos refringente.

Para pequenos ângulos de observação
($\theta < 10^\circ$)

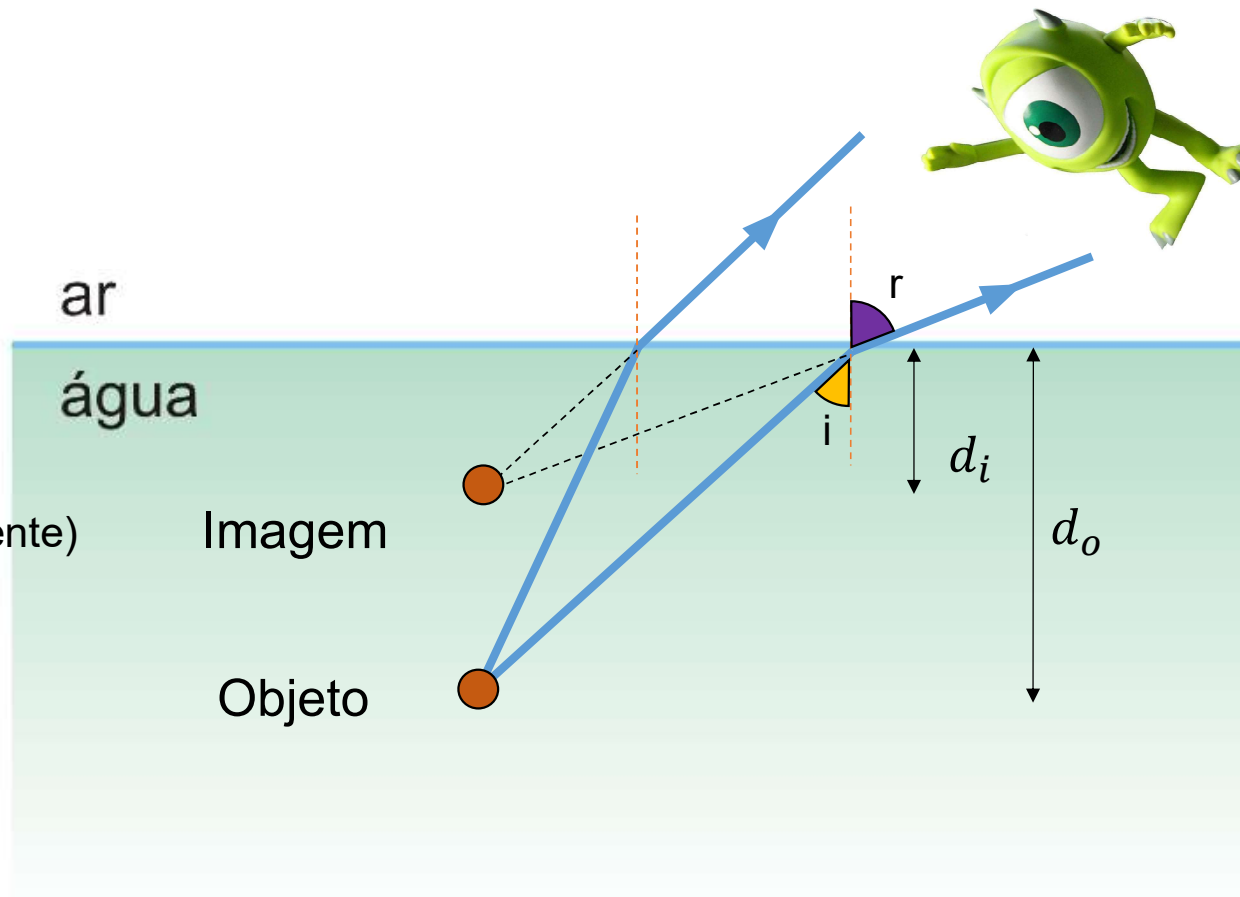
- i e r pequenos

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

passa (-)

provém (+)

(posição aparente)



Imagens formadas em dioptros planos

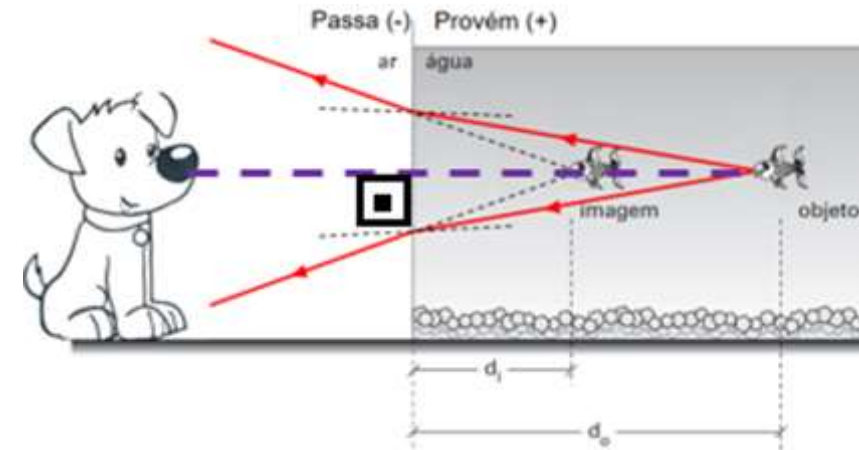
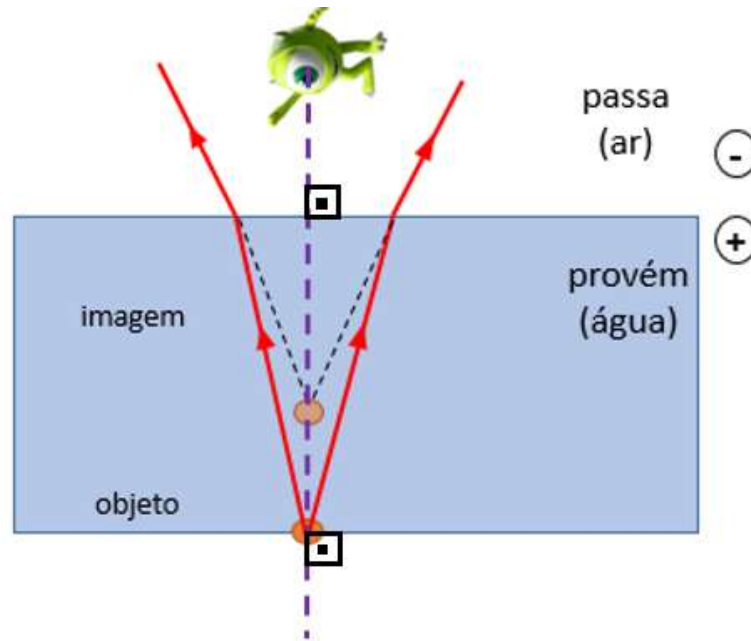
Para pequenos ângulos
de observação

$$(\theta < 10^\circ)$$

- i e r pequenos

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

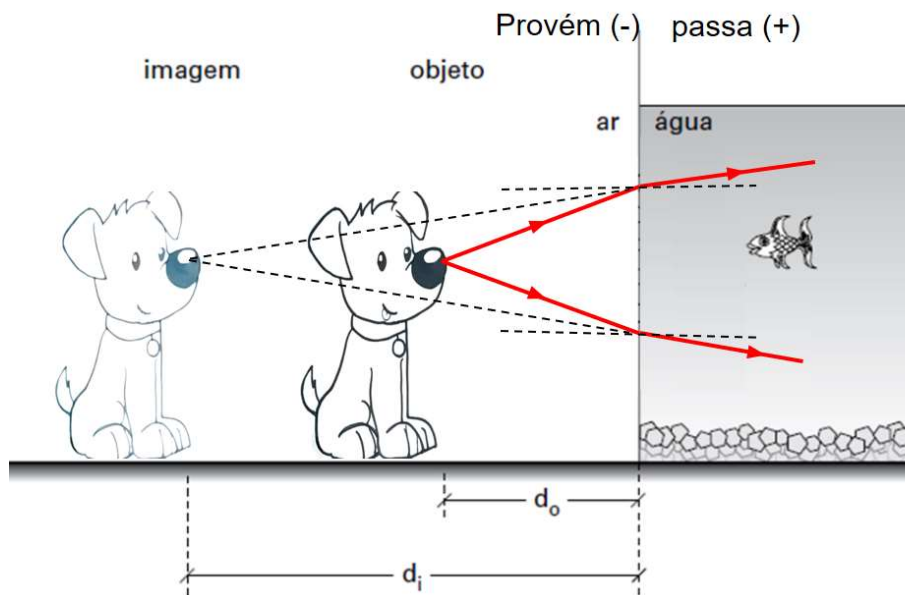
- O enunciado informa que os ângulos são pequenos
- Linha de visão perpendicular ao dioptro: pequenos ângulos



Exemplos

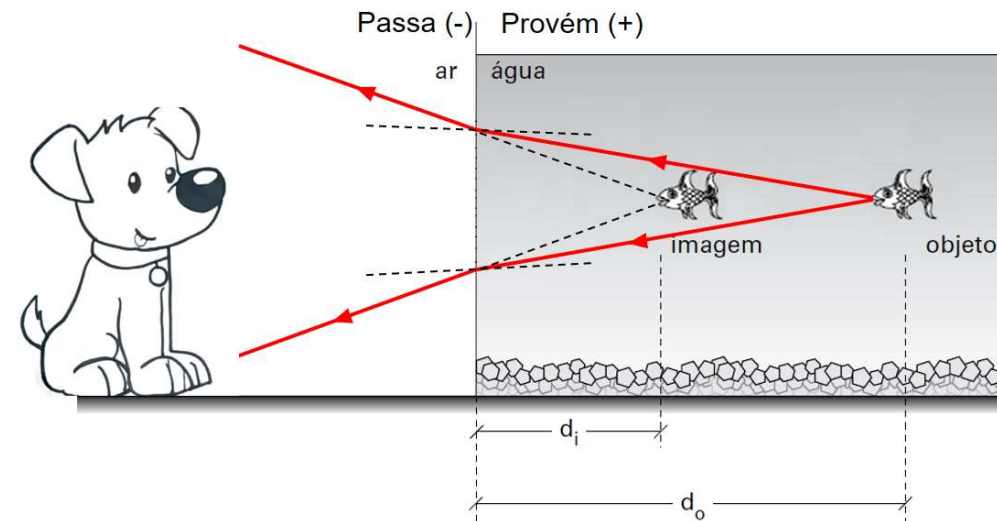
Caso I: luz refrata para o meio mais refringente.

Como o peixe enxerga o cão

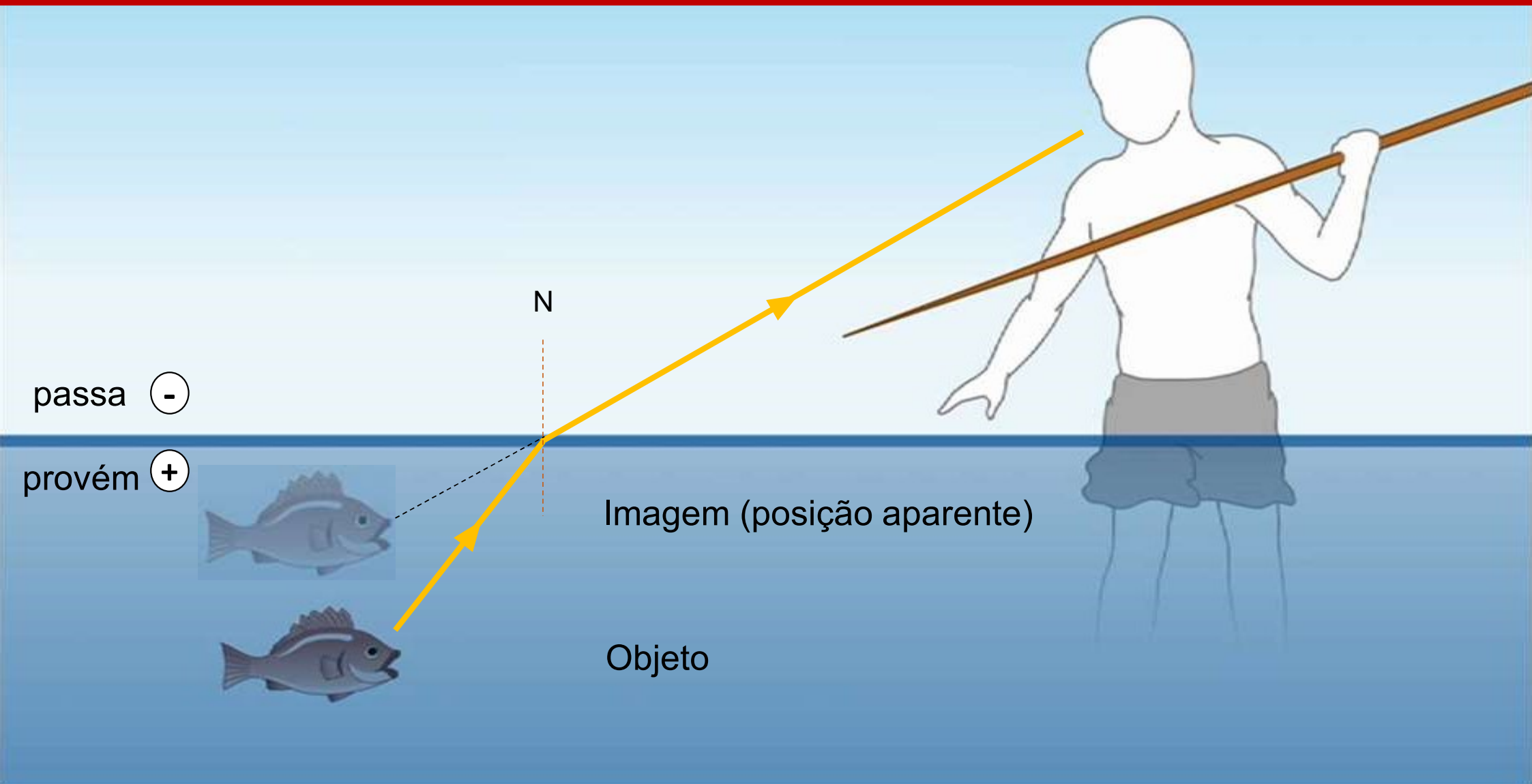


Caso II: luz refrata para o meio menos refringente.

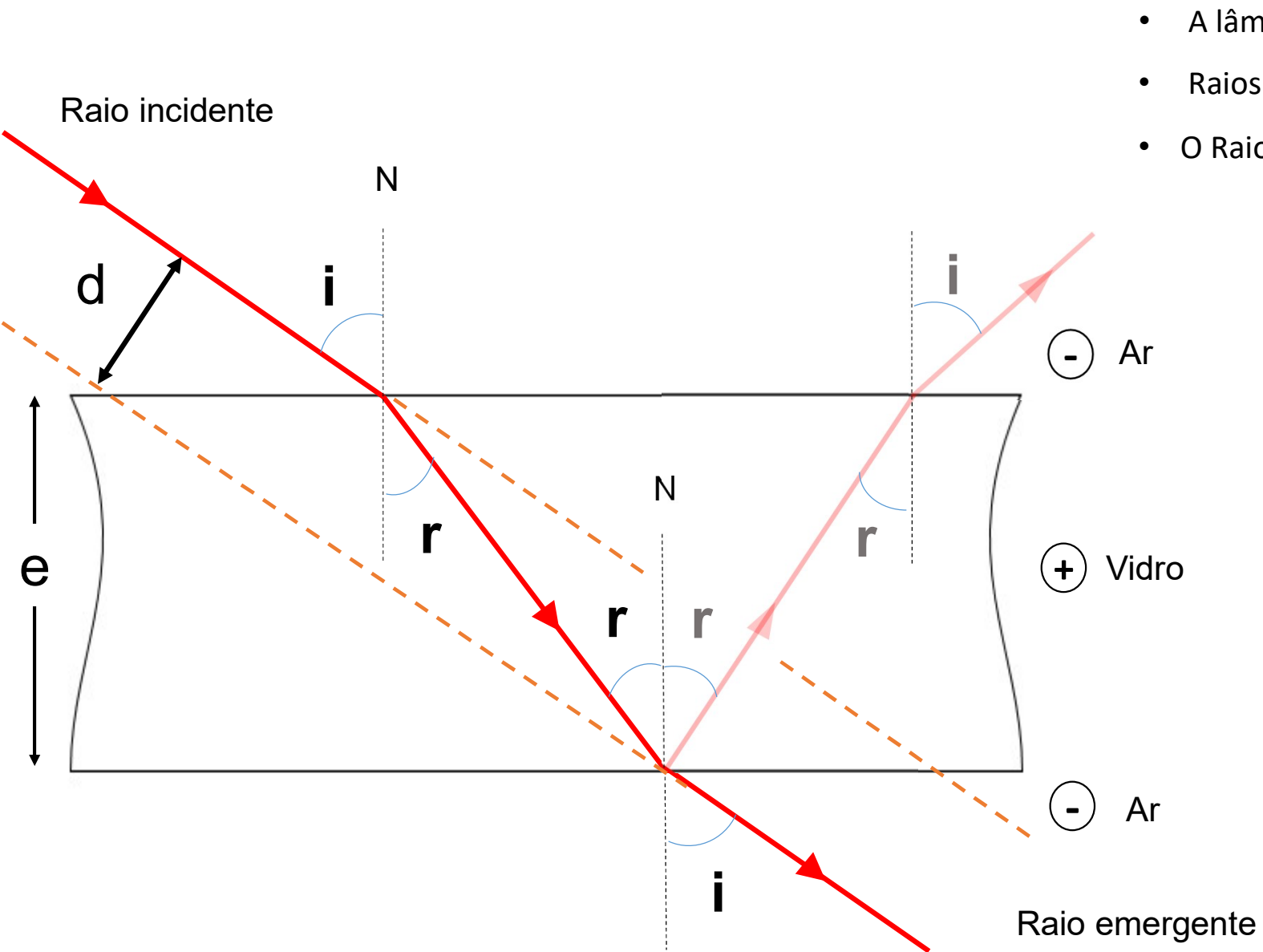
Como o cão enxerga o peixe



Exemplos



Lâmina de faces paralelas



$$d = \frac{\text{sen}(i-r) \cdot e}{\cos r}$$

Prisma óptico

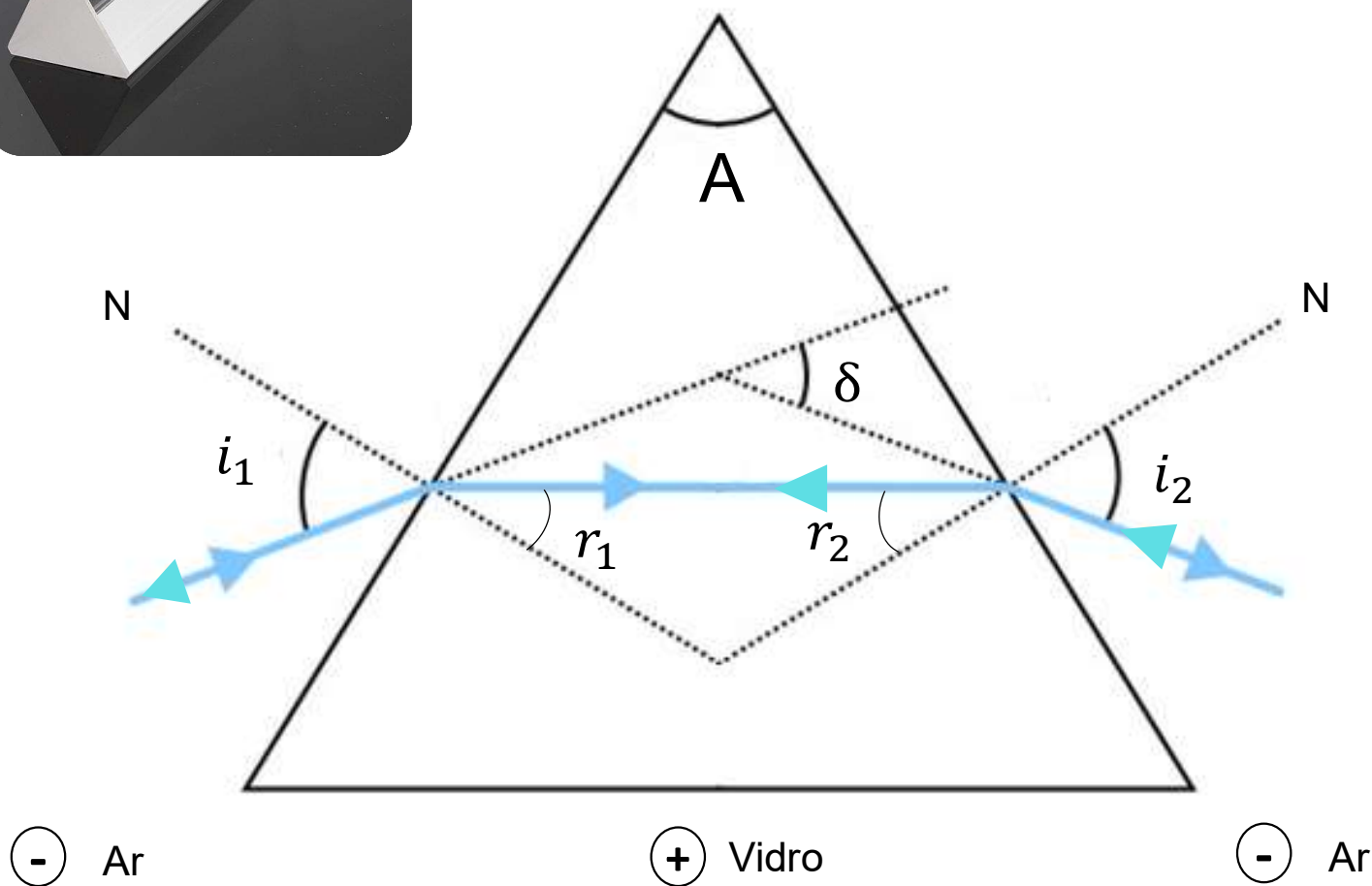


- A: ângulo de abertura ou ângulo de refração.
- δ : ângulo de desvio.

$$\delta = i_1 + i_2 - A$$

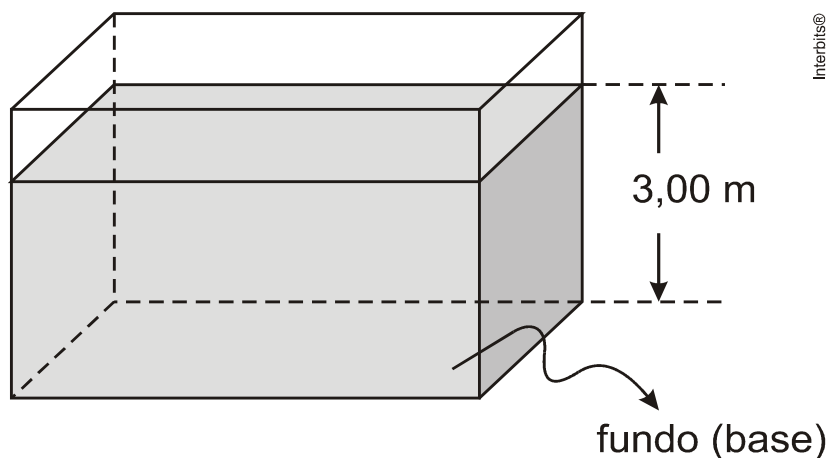
Se o desvio for mínimo ($\delta_{\text{mín}}$)

$$i_1 = i_2$$



Exercícios

1. (Mackenzie 2014) Certa piscina contém água, de índice de refração absoluto igual a $4/3$ e sua base se encontra 3m abaixo da superfície livre.



Neste caso o enunciado informou que os ângulos são pequenos, logo você pode usar

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

Quando uma pessoa, na beira da piscina, olha perpendicularmente para seu fundo (base), terá a impressão de vê-lo

Dado: Índice de refração absoluto do ar $n = 1$. Considere pequenos ângulos de incidência e refração.

- a) 2,25m mais próximo, em relação à profundidade real.
- b) 1,33m mais próximo, em relação à profundidade real.
- c) 0,75m mais próximo, em relação à profundidade real.
- d) 1,33m mais distante, em relação à profundidade real.
- e) 0,75m mais distante, em relação à profundidade real.

1. (Mackenzie 2014) Certa piscina contém água, de índice de refração absoluto igual a $\frac{4}{3}$ e sua base se encontra 3m abaixo da superfície livre.

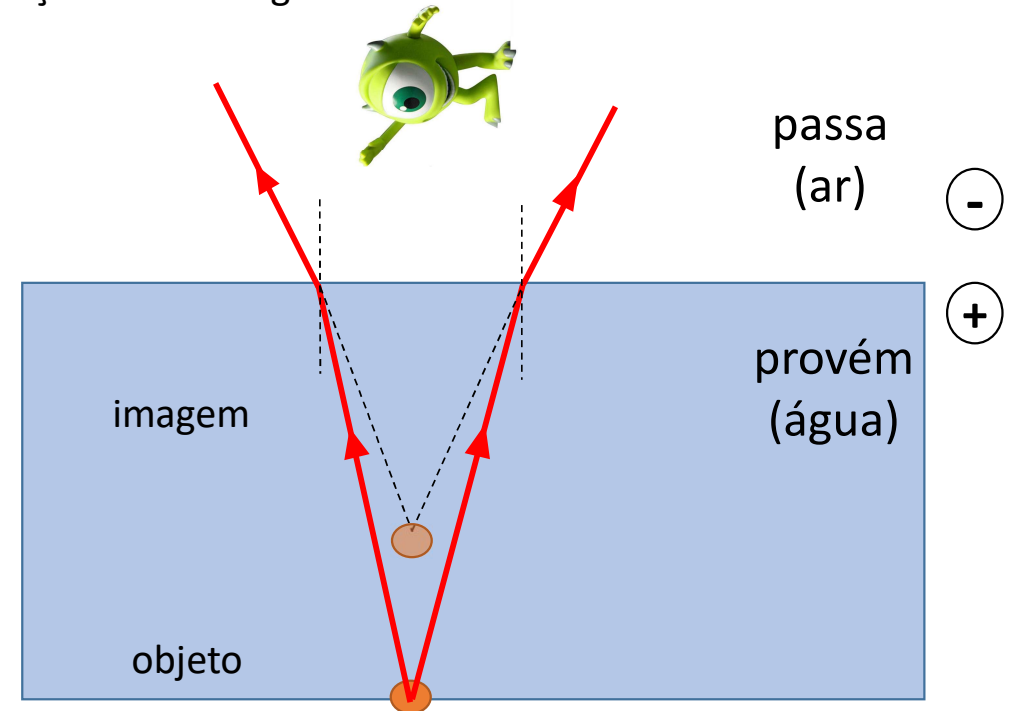
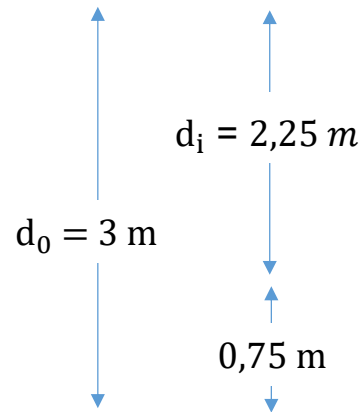
$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

$$\frac{d_i}{3} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$d_i = \frac{9}{4}$$

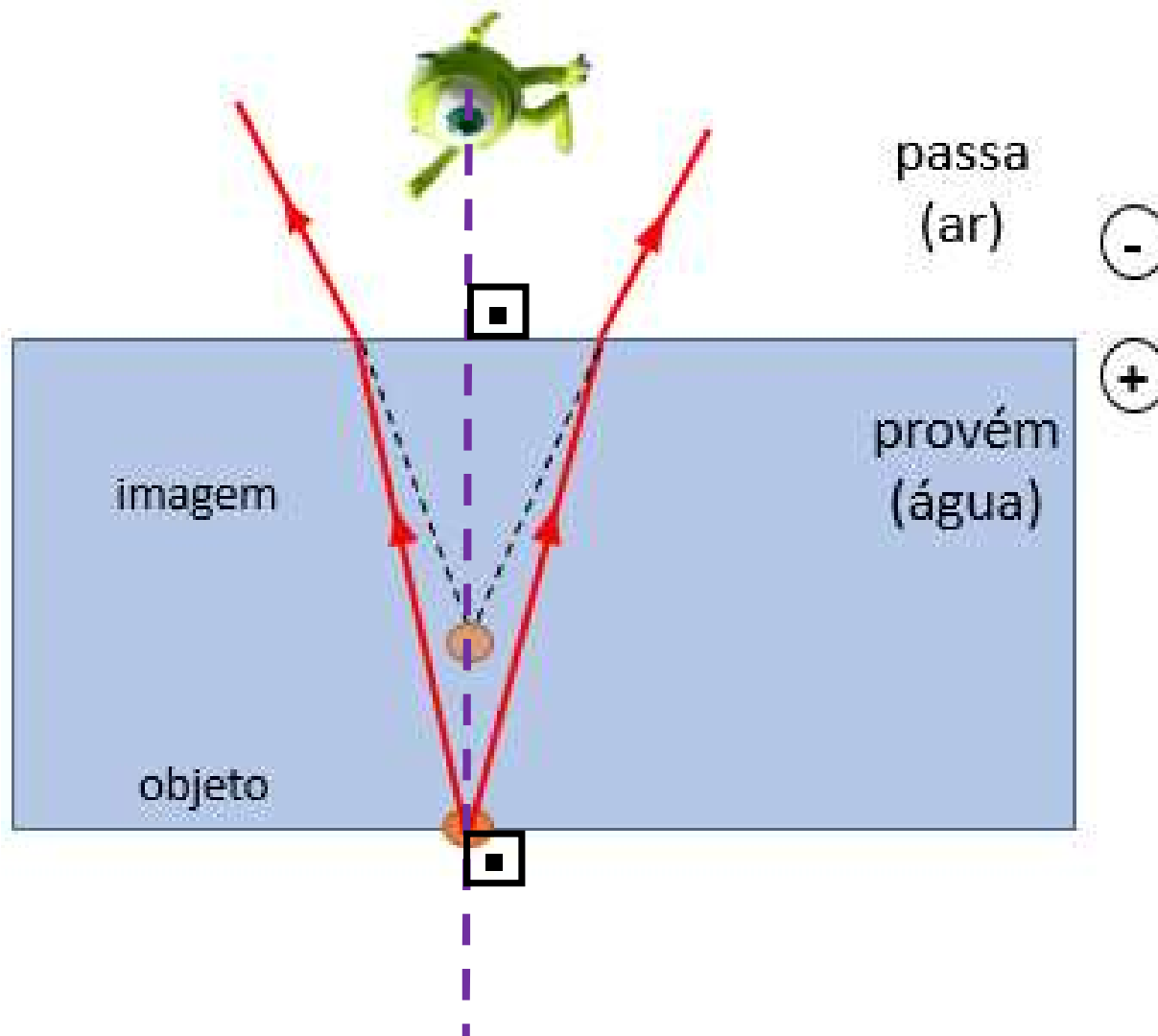
$$\frac{d_i}{3} = \frac{3}{4}$$

$$d_i = 2,25 \text{ m}$$



Quando uma pessoa, na beira da piscina, olha perpendicularmente para seu fundo (base), terá a impressão de vê-lo. Dado: Índice de refração absoluto do ar $n = 1$. Considere pequenos ângulos de incidência e refração.

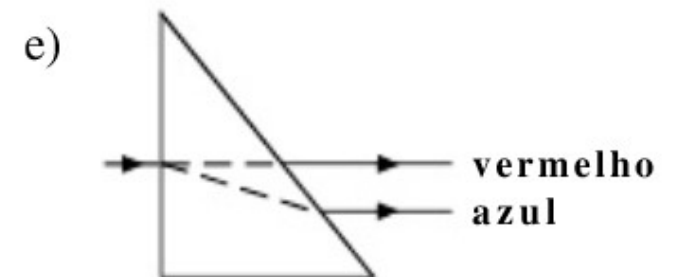
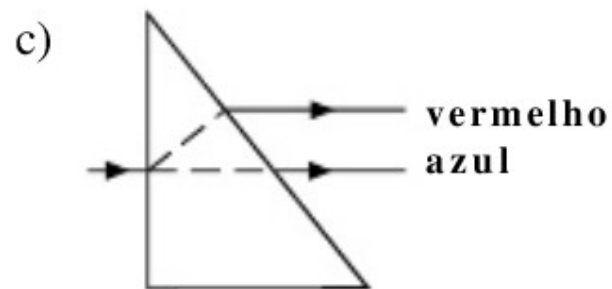
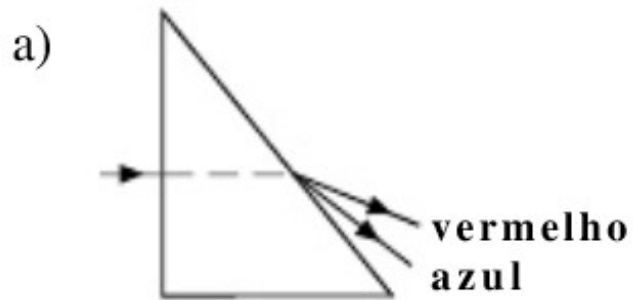
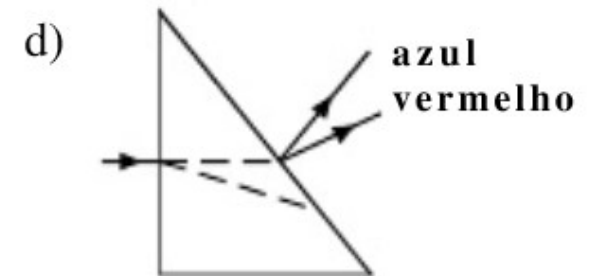
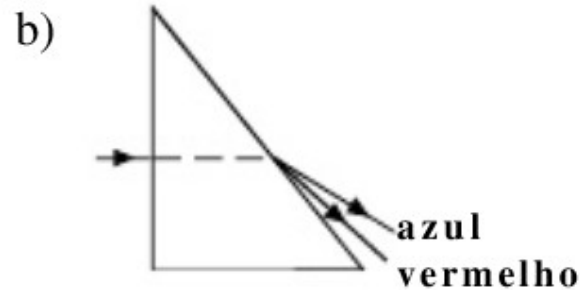
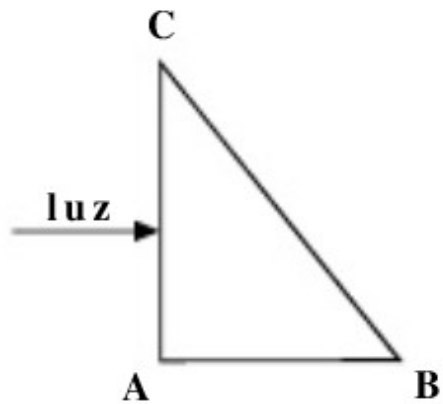
- a) 2,25m mais próximo, em relação à profundidade real.
- b) 1,33m mais próximo, em relação à profundidade real.
- c) 0,75m mais próximo, em relação à profundidade real. 
- d) 1,33m mais distante, em relação à profundidade real.
- e) 0,75m mais distante, em relação à profundidade real.



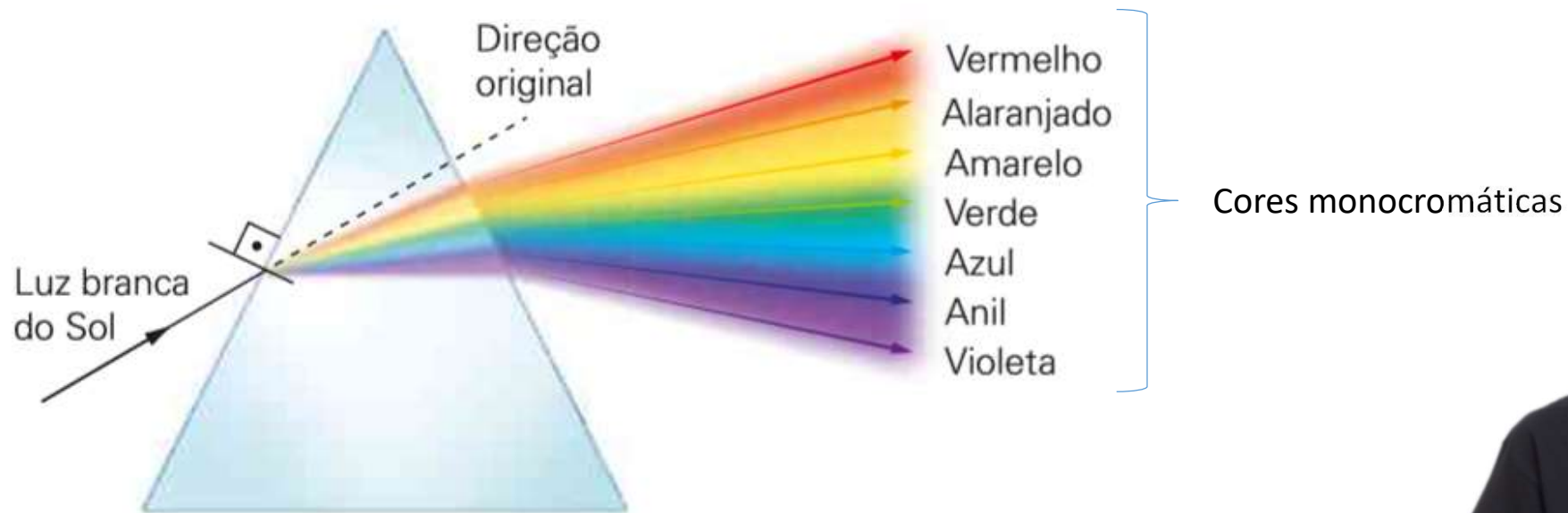
Linha de visão perpendicular
ao dióptro: pequenos ângulos

Quando uma pessoa, na beira da piscina, **olha perpendicularmente para seu fundo (base)**, terá a impressão de vê-lo.
Dado: Índice de refração absoluto do ar $n = 1$. **Considere pequenos ângulos de incidência e refração.**

2. (FUVEST) Um feixe de luz, composto pelas cores azul e vermelho, incide perpendicularmente sobre a face AC de um prisma imerso no ar. Os índices de refração do prisma são $n_v = 1,26$ e $n_a = 1,53$ para o vermelho e azul, respectivamente. O prisma separa a luz emergente da face BC em dois feixes, um vermelho e outro azul. Qual a figura que melhor representa esse fenômeno ?



Dispersão da luz branca



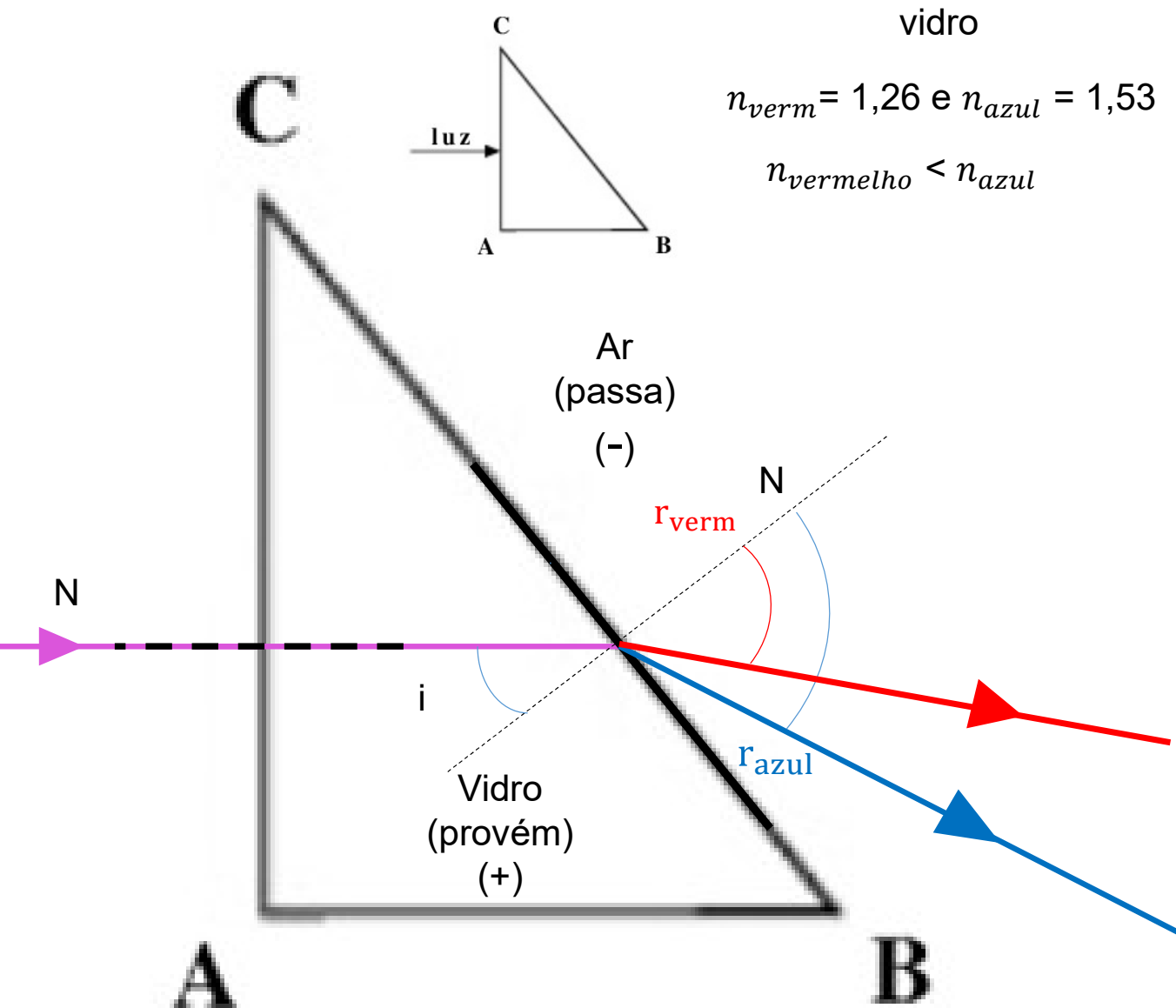
Cor mais veloz: vermelha

Cor menos veloz: violeta

Menor desvio: vermelho

Maior desvio: violeta





vidro

$$n_{\text{verm}} = 1,26 \text{ e } n_{\text{azul}} = 1,53$$

$$n_{\text{vermelho}} < n_{\text{azul}}$$

ar

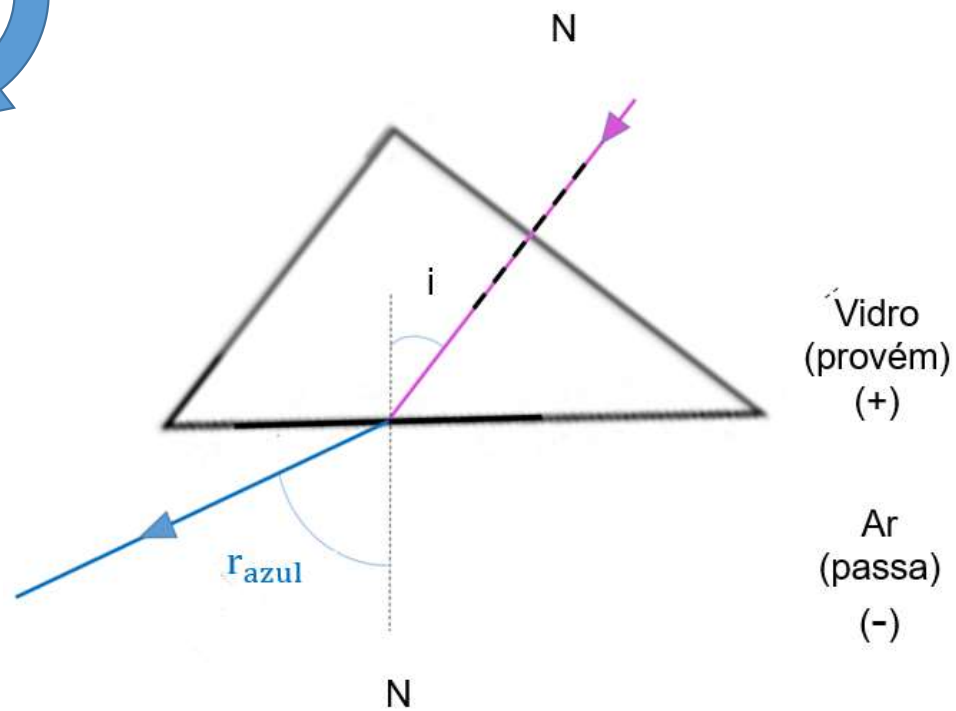
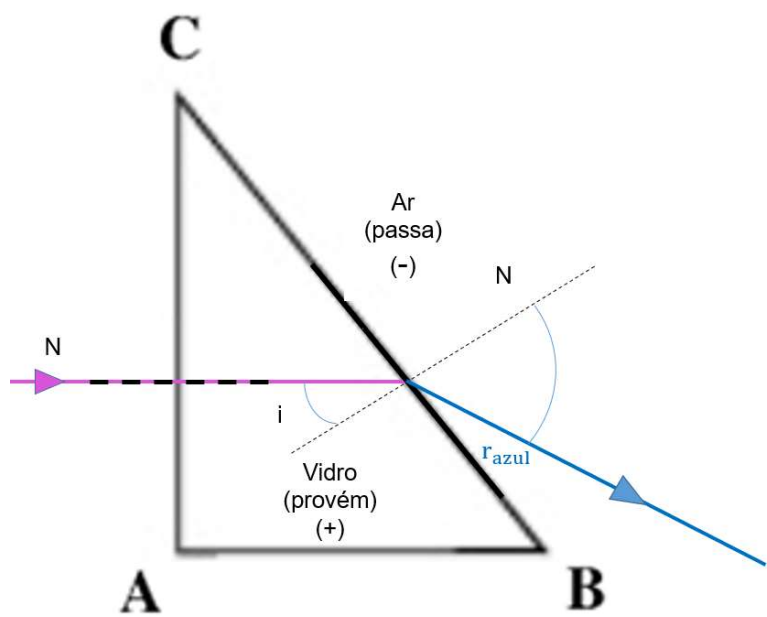
$$n_{\text{ver}} = 1 \text{ e } n_{\text{azul}} = 1$$

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

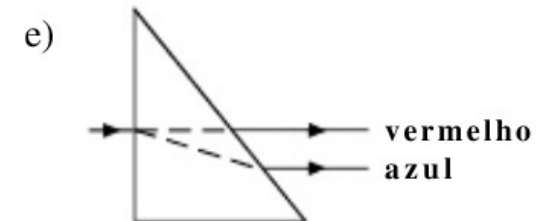
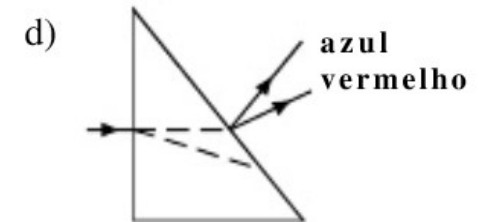
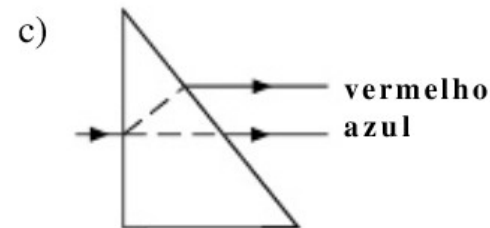
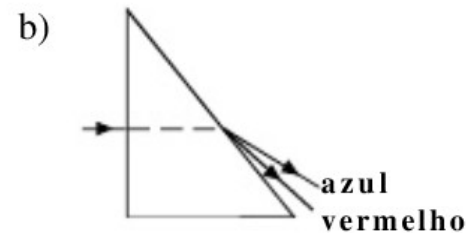
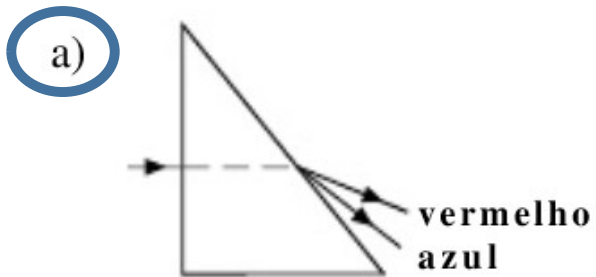
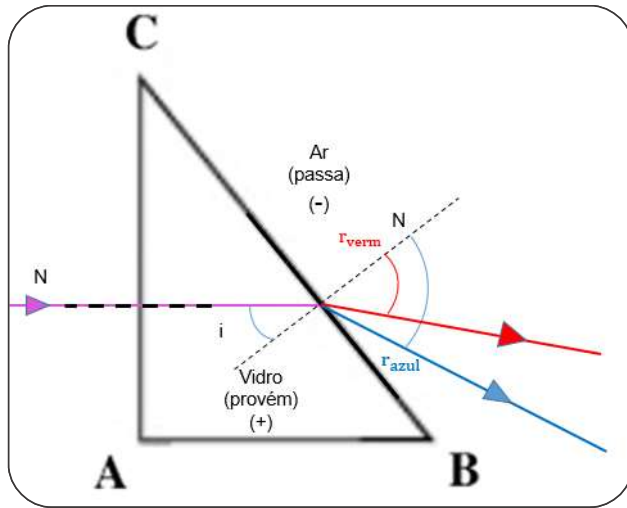
$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{vidro}}}$$

$$\frac{\text{sen } r}{\text{sen } i} = \frac{n_{\text{vidro}}}{n_{\text{ar}}}$$

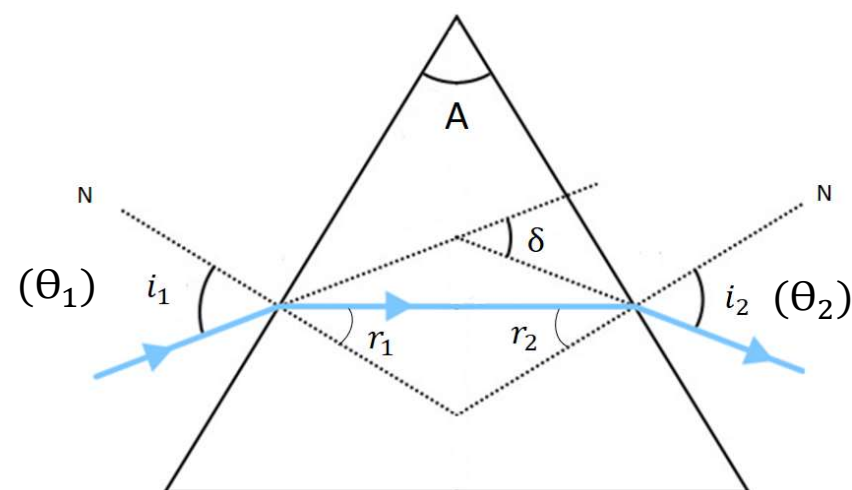
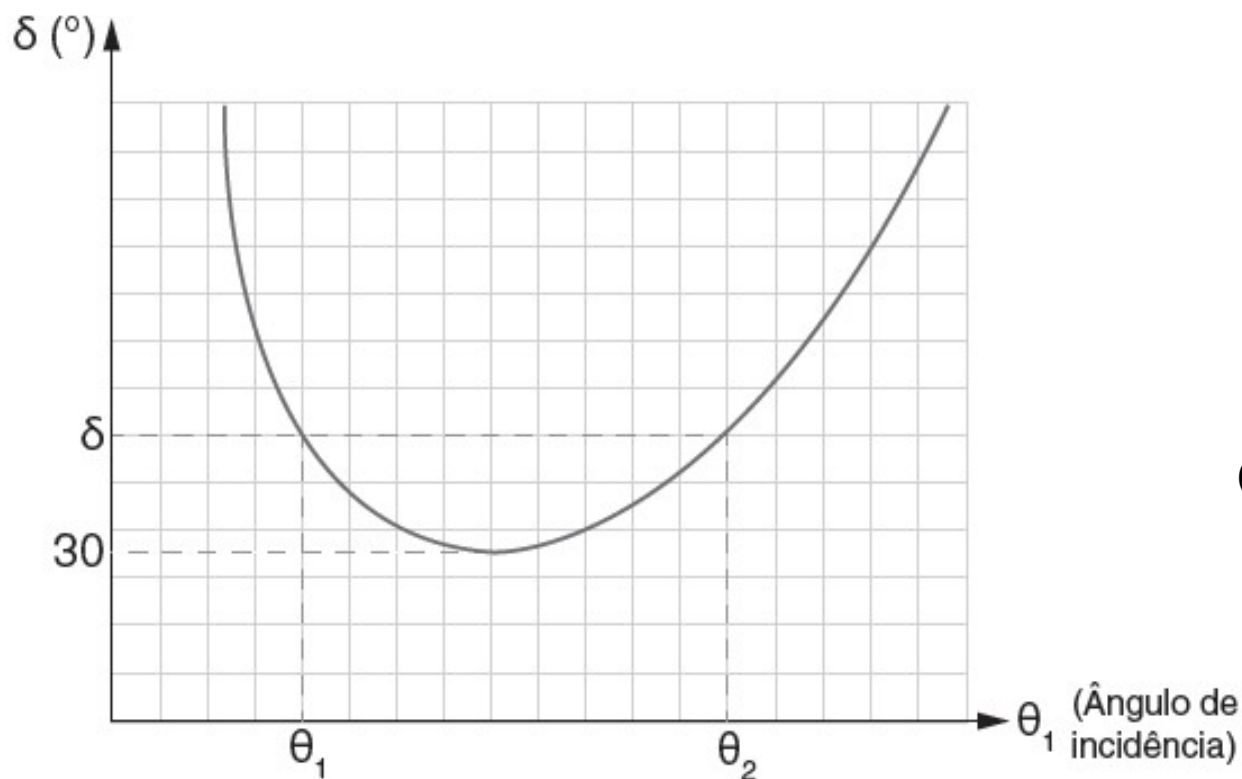
$i_{\text{azul}} = i_{\text{vermelho}}$



2. (FUVEST) Um feixe de luz, composto pelas cores azul e vermelho, incide perpendicularmente sobre a face AC de um prisma imerso no ar. Os índices de refração do prisma são $n_v = 1,26$ e $n_a = 1,53$ para o vermelho e azul, respectivamente. O prisma separa a luz emergente da face BC em dois feixes, um vermelho e outro azul. Qual a figura que melhor representa esse fenômeno ?



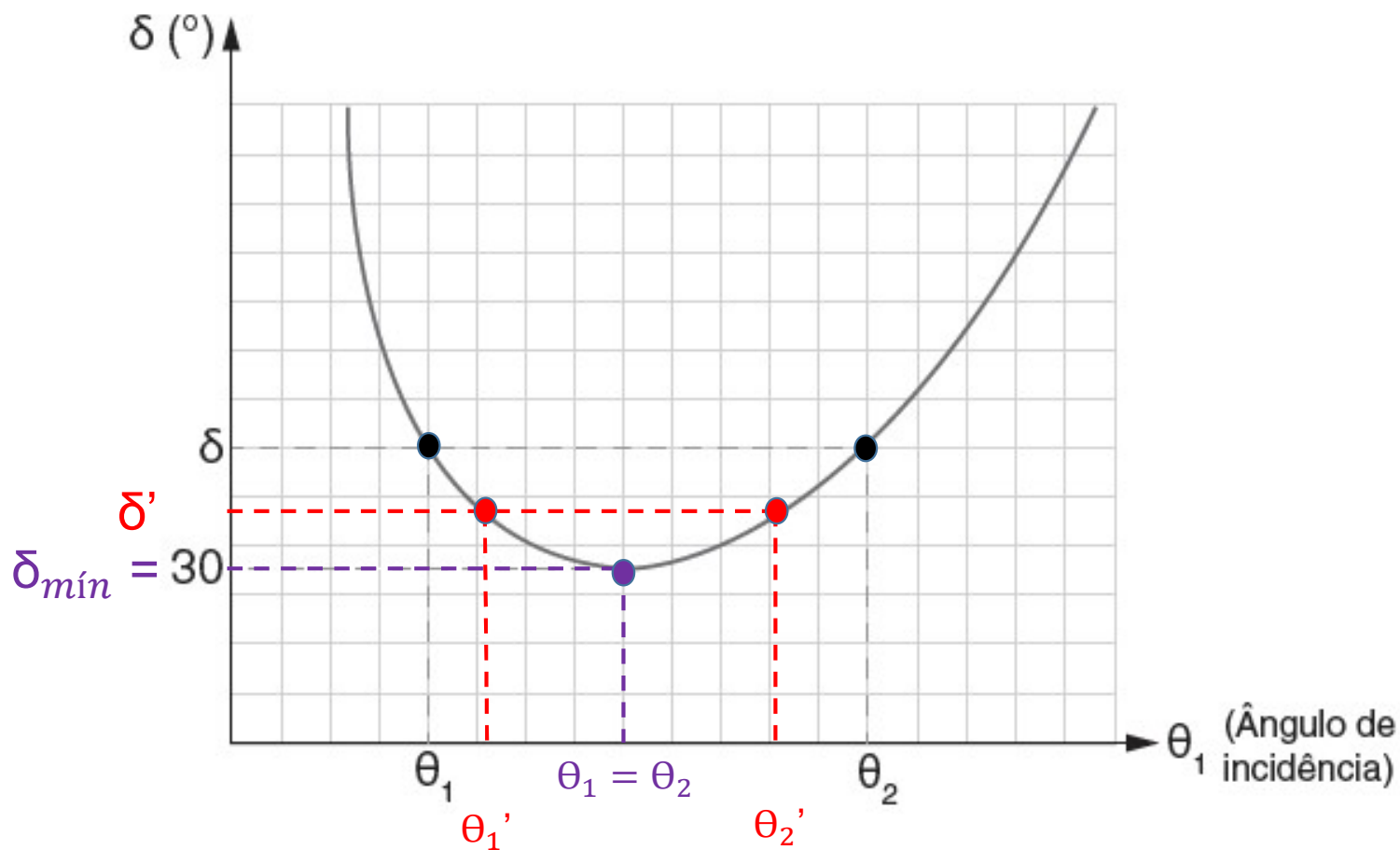
3. (Unesp) A figura representa o gráfico do desvio (δ) sofrido por um raio de luz monocromática que atravessa um prisma de vidro imerso no ar, de ângulo de refração $A = 50^\circ$, em função do ângulo de incidência θ_1 .



É dada a relação $\delta = \theta_1 + \theta_2 - A$, em que θ_1 e θ_2 são, respectivamente, os ângulos de incidência e de emergência do raio de luz ao atravessar o prisma (pelo princípio da reversibilidade dos raios de luz, é indiferente qual desses ângulos é de incidência ou de emergência, por isso há, no gráfico, dois ângulos de incidência para o mesmo desvio δ).

Determine os ângulos de incidência (θ_1) e de emergência (θ_2) do prisma na situação de desvio mínimo, em que $\delta_{\text{mín}} = 30^\circ$.

3. (Unesp) A figura representa o gráfico do desvio (δ) sofrido por um raio de luz monocromática que atravessa um prisma de vidro imerso no ar, de ângulo de refração $A = 50^\circ$, em função do ângulo de incidência θ_1 .



Quando o desvio é mínimo,

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta$$

$$\delta = \theta_1 + \theta_2 - A$$

$$30 = \theta + \theta - 50$$

$$30 = 2\theta - 50$$

$$2\theta = 80$$

$$\theta = 40^\circ$$

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta = 40^\circ$$

$\delta = \theta_1 + \theta_2 - A$, em que θ_1 e θ_2 são, respectivamente, os ângulos de incidência e de emergência do raio

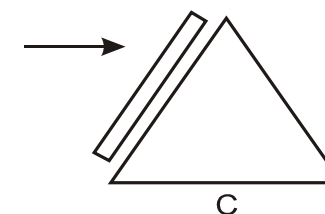
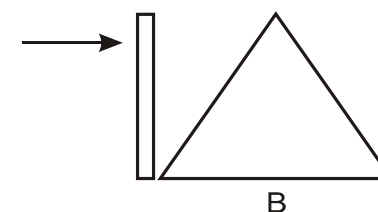
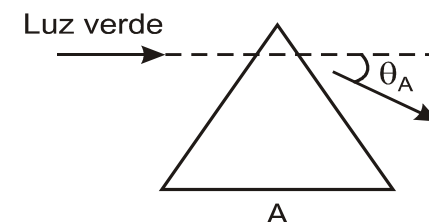
Determine os ângulos de incidência (θ_1) e de emergência (θ_2) do prisma na situação de desvio mínimo, em que $\delta_{mín} = 30^\circ$.

4. (Fuvest 2014) Um prisma triangular desvia um feixe de luz verde de um ângulo θ_A em relação à direção de incidência, como ilustra a figura A, abaixo.

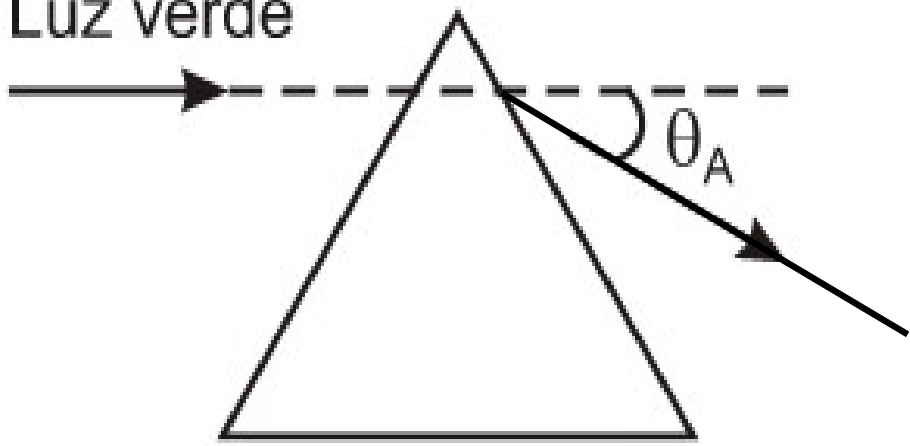
Se uma placa plana, do mesmo material do prisma, for colocada entre a fonte de luz e o prisma, nas posições mostradas nas figuras B e C, a luz, ao sair do prisma, será desviada, respectivamente, de ângulos θ_B e θ_C em relação à direção de incidência indicada pela seta.

Os desvios angulares serão tais que

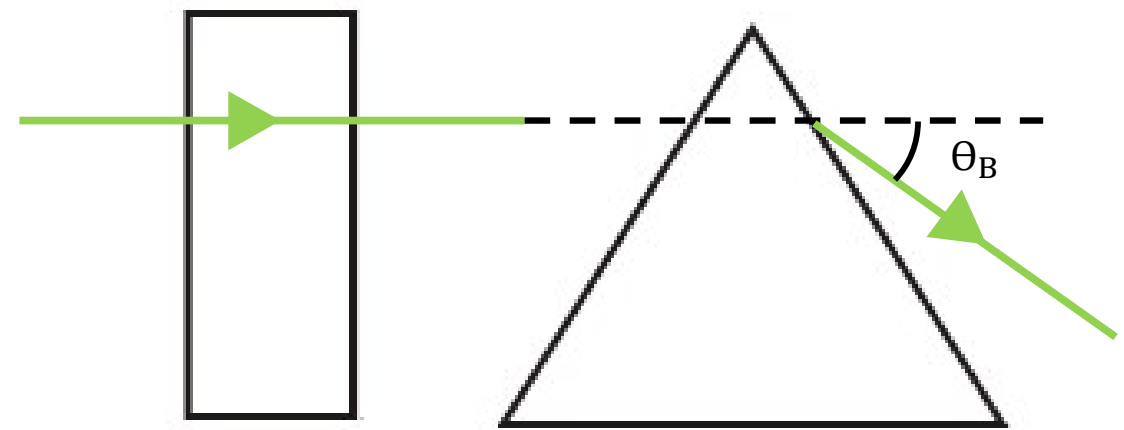
- a) $\theta_A = \theta_B = \theta_C$
- b) $\theta_A > \theta_B > \theta_C$
- c) $\theta_A < \theta_B < \theta_C$
- d) $\theta_A = \theta_B > \theta_C$
- e) $\theta_A = \theta_B < \theta_C$



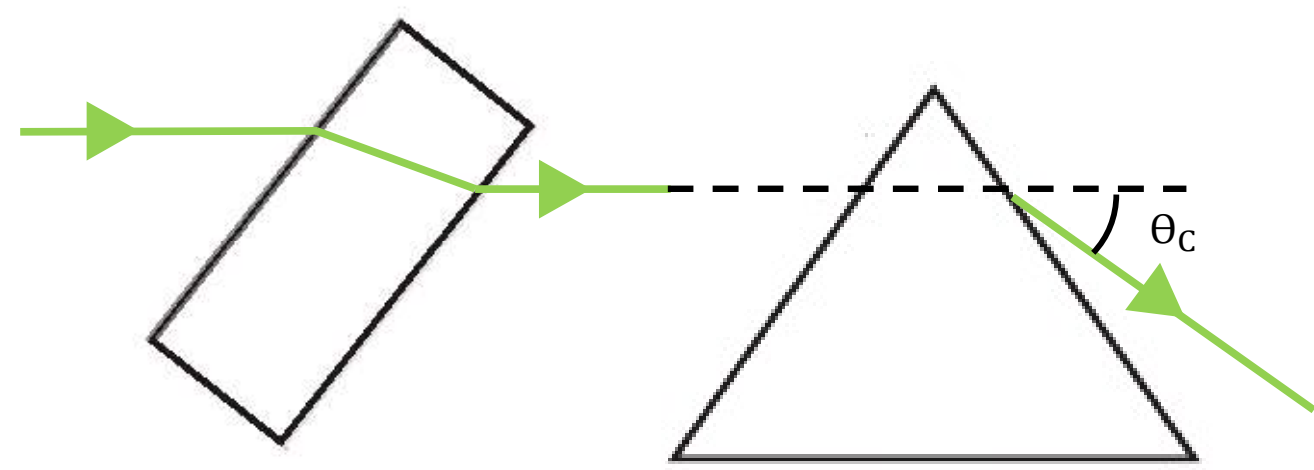
Luz verde



A



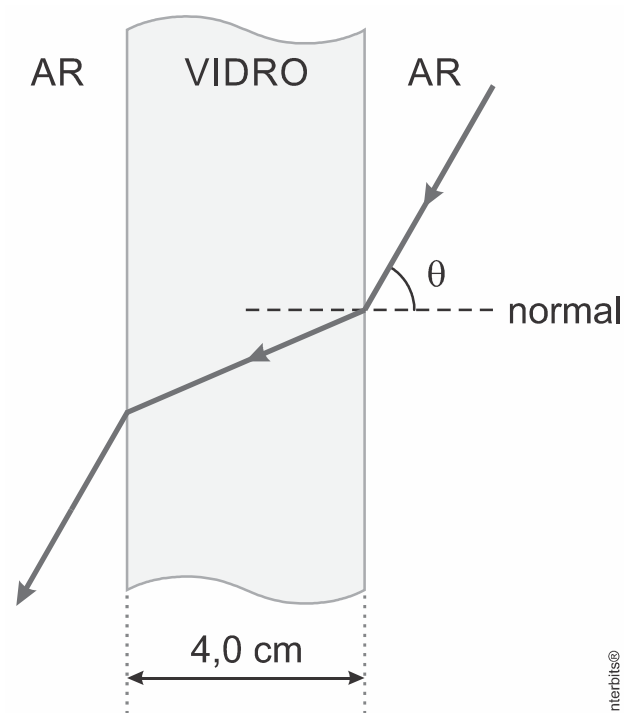
B



C

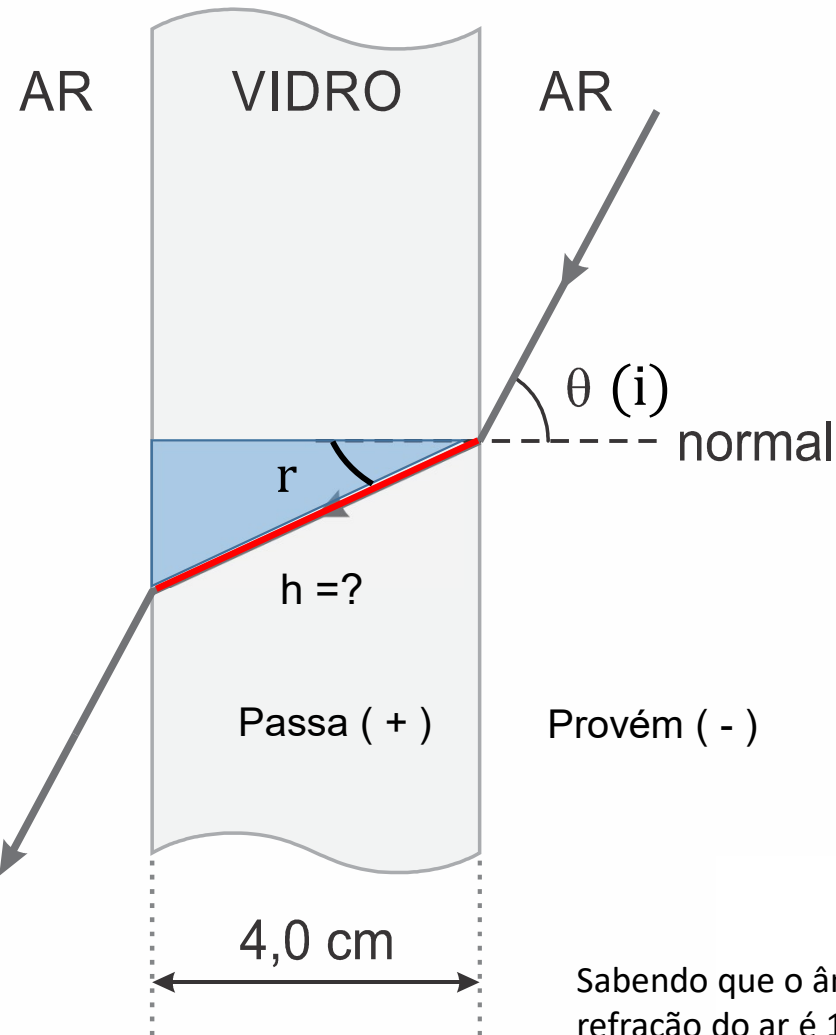
- a) $\theta_A = \theta_B = \theta_C$ ← $\theta_A = \theta_B = \theta_C$
- b) $\theta_A > \theta_B > \theta_C$
- c) $\theta_A < \theta_B < \theta_C$
- d) $\theta_A = \theta_B > \theta_C$
- e) $\theta_A = \theta_B < \theta_C$

5. (Ufrj 2009) Um raio luminoso proveniente do ar atravessa uma placa de vidro de 4 cm de espessura e índice de refração 1,5.



Sabendo que o ângulo de incidência θ do raio luminoso é tal que $\sin \theta = 0,90$ e que o índice de refração do ar é 1,0, calcule a distância que a luz percorre ao atravessar a placa.

5. (Ufrj 2009) Um raio luminoso proveniente do ar atravessa uma placa de vidro de 4 cm de espessura e índice de refração 1,5.



$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

$$\frac{0,9}{\text{sen } r} = \frac{1,5}{1}$$

$$\text{sen } r = \frac{0,9}{1,5} = 0,6$$

$$(\text{sen } r)^2 + (\cos r)^2 = 1$$

$$(0,6)^2 + (\cos r)^2 = 1$$

$$0,36 + (\cos r)^2 = 1$$

$$(\cos r)^2 = 1 - 0,36 = 0,64$$

$$\cos r = 0,8$$

$$\cos r = 0,8 = \frac{ca}{h}$$

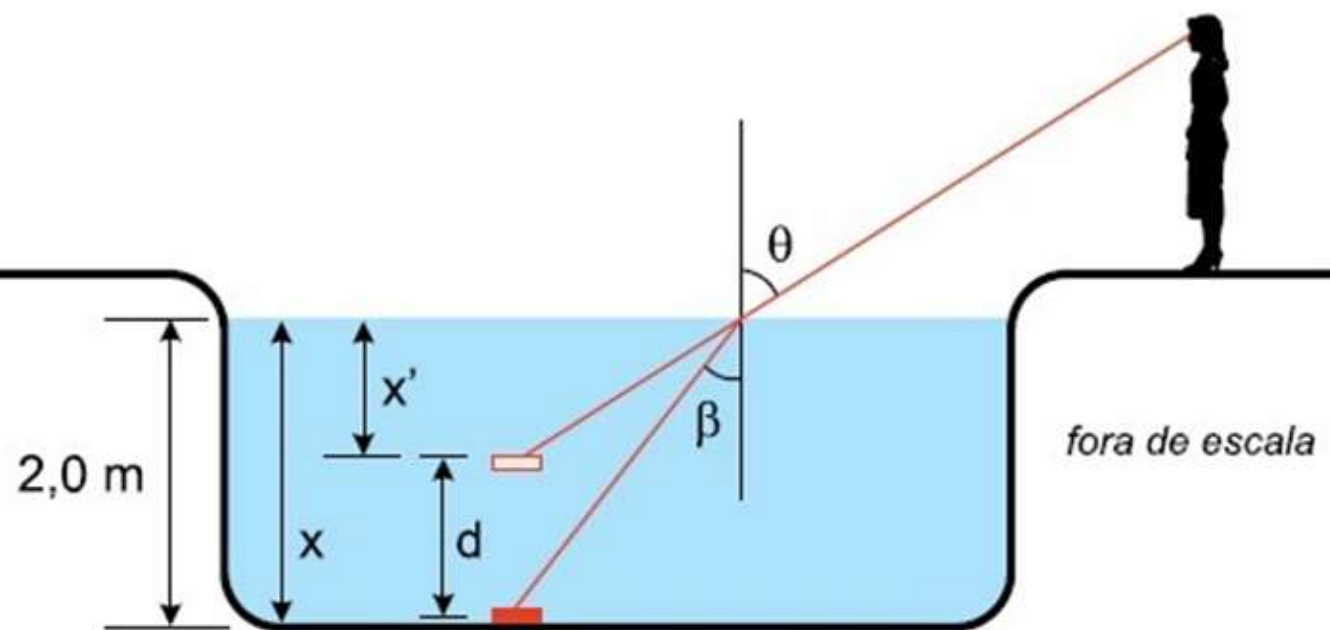
$$0,8 = \frac{4}{h} \Rightarrow h = 5 \text{ cm}$$

Sabendo que o ângulo de incidência θ do raio luminoso é tal que $\text{sen } \theta = 0,90$ e que o índice de refração do ar é 1,0, calcule a distância que a luz percorre ao atravessar a placa.

6. (FAMERP) - Uma pessoa observa uma moeda no fundo de uma piscina que contém água até a altura de 2,0 m. Devido à refração, a pessoa vê a imagem da moeda acima da sua posição real, como ilustra a figura. Considere os índices de refração absolutos do ar e da água iguais a 1,0 e $\frac{4}{3}$, respectivamente.

a) Considerando $\sin \theta = 0,80$, qual o valor do seno do ângulo β ?

b) Determine a quantos centímetros acima da posição real a pessoa vê a imagem da moeda.



Neste caso o enunciado **não** informou que os ângulos são pequenos, logo você **não** pode usar

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

6. (FAMERP) - Uma pessoa observa uma moeda no fundo de uma piscina que contém água até a altura de 2,0 m. Devido à refração, a pessoa vê a imagem da moeda acima da sua posição real, como ilustra a figura. Considere os índices de refração absolutos do ar e da água iguais a 1,0 e $\frac{4}{3}$, respectivamente.

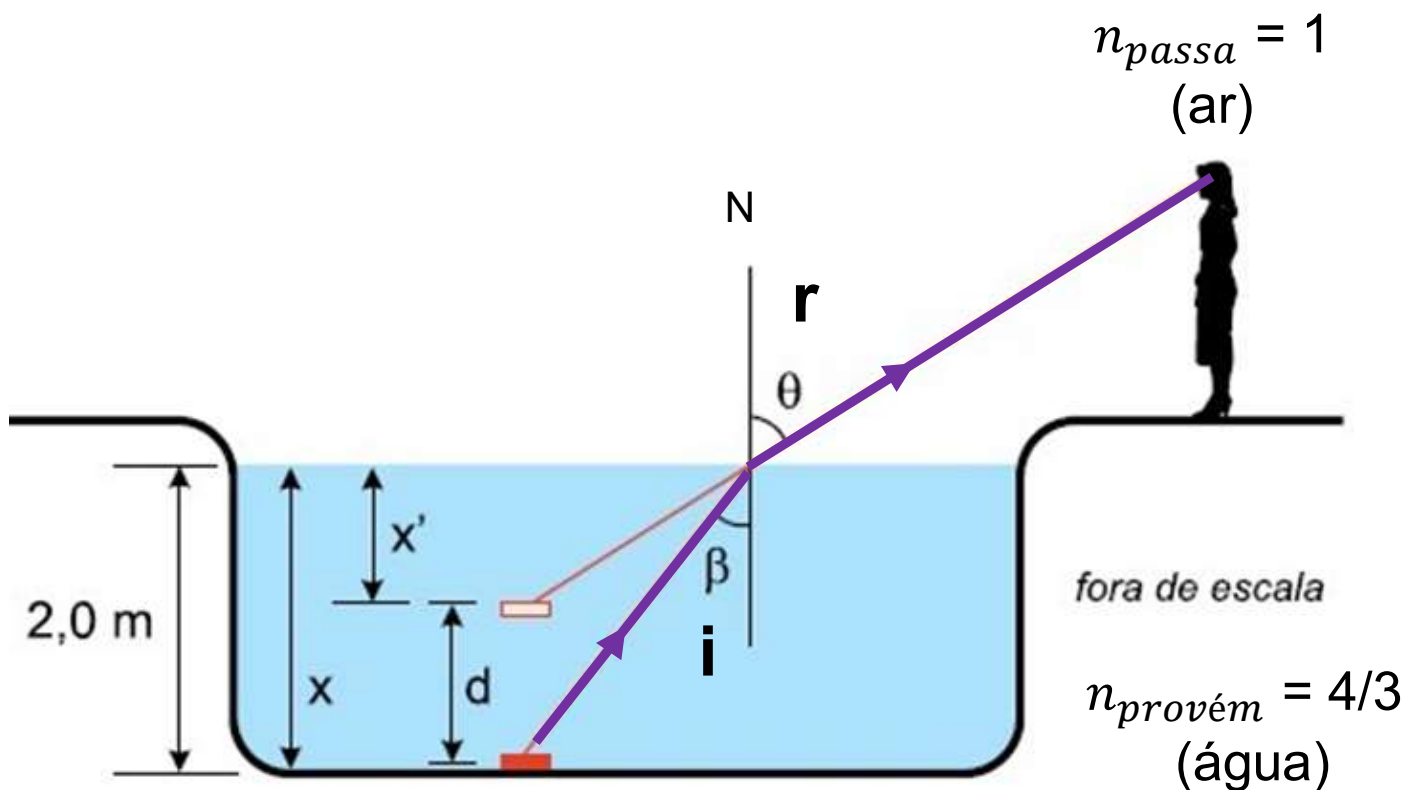
a) Considerando $\sin \theta = 0,80$, qual o valor do seno do ângulo β ?

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

$$\frac{\sin \beta}{0,8} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

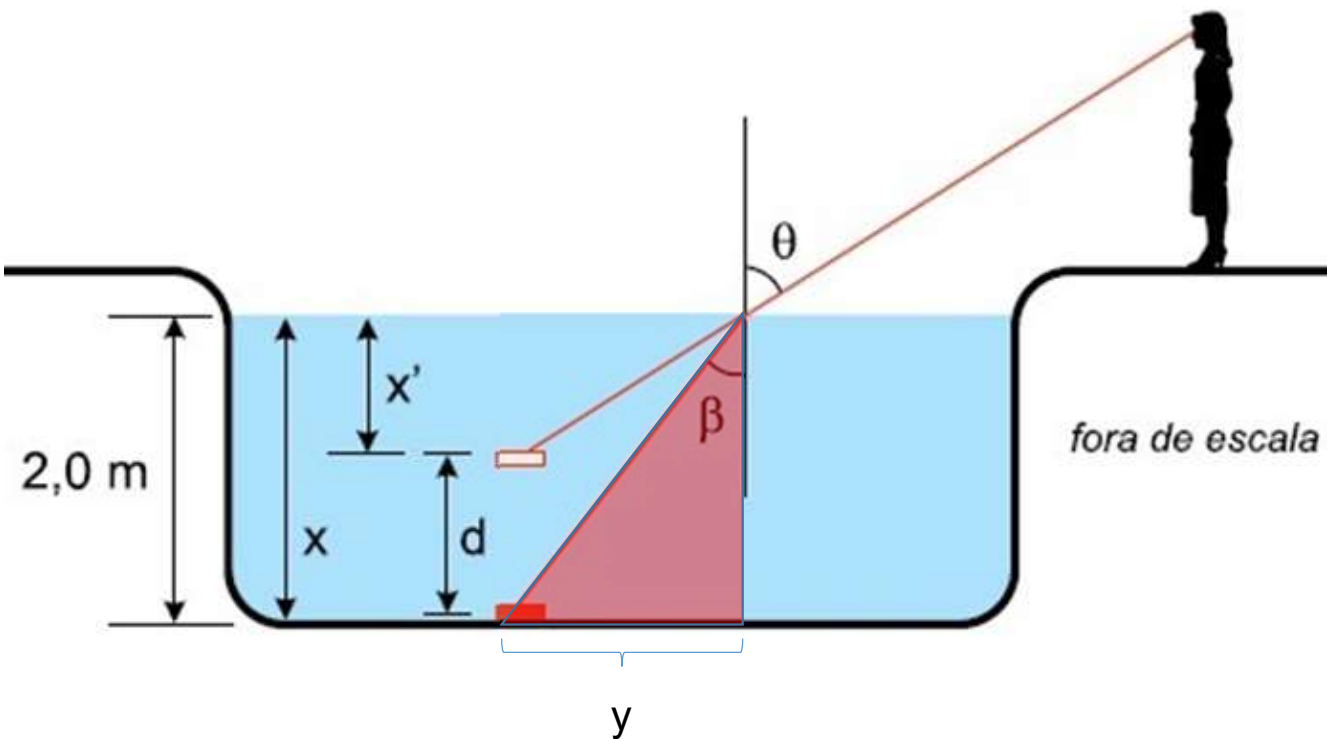
$$\sin \beta = \frac{3}{4} \cdot 0,8$$

$$\sin \beta = 0,6$$



6. (FAMERP) - Uma pessoa observa uma moeda no fundo de uma piscina que contém água até a altura de 2,0 m. Devido à refração, a pessoa vê a imagem da moeda acima da sua posição real, como ilustra a figura. Considere os índices de refração absolutos do ar e da água iguais a 1,0 e $\frac{4}{3}$, respectivamente.

b) Determine a quantos centímetros acima da posição real a pessoa vê a imagem da moeda.



$$\sin \beta = 0,6$$

$$(\sin \beta)^2 + (\cos \beta)^2 = 1$$

$$0,36 + (\cos \beta)^2 = 1$$

$$(\cos \beta)^2 = 0,64$$

$$\cos \beta = 0,8$$

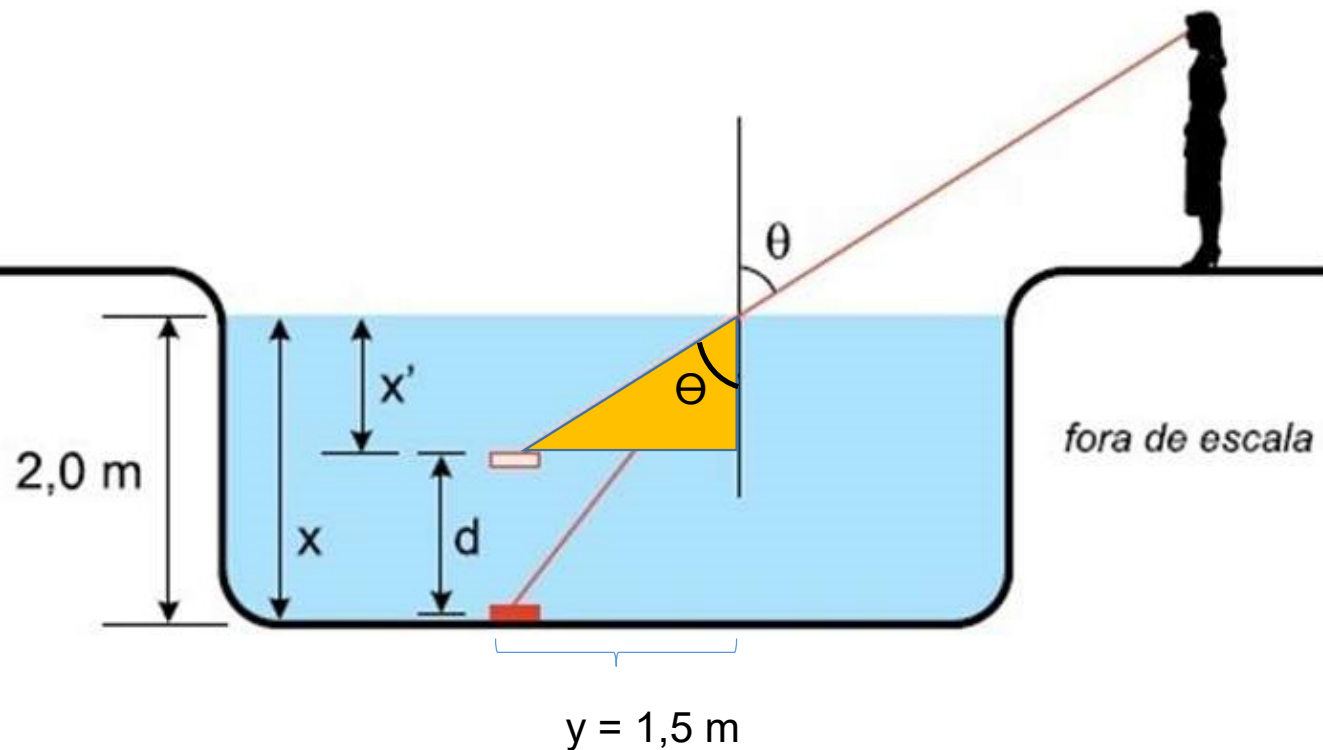
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{CO}{CA}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 1,5 \text{ m}$$

6. (FAMERP) - Uma pessoa observa uma moeda no fundo de uma piscina que contém água até a altura de 2,0 m. Devido à refração, a pessoa vê a imagem da moeda acima da sua posição real, como ilustra a figura. Considere os índices de refração absolutos do ar e da água iguais a 1,0 e $\frac{4}{3}$, respectivamente.

b) Determine a quantos centímetros acima da posição real a pessoa vê a imagem da moeda.



$$d = 2 - x' \quad \Rightarrow \quad x' = 2 - d$$

$$\text{sen } \theta = 0,8 \qquad \cos \theta = 0,6$$

d = ?

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{CO}{CA}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{1,5}{2-d}$$

$$8 - 4d = 4,5$$

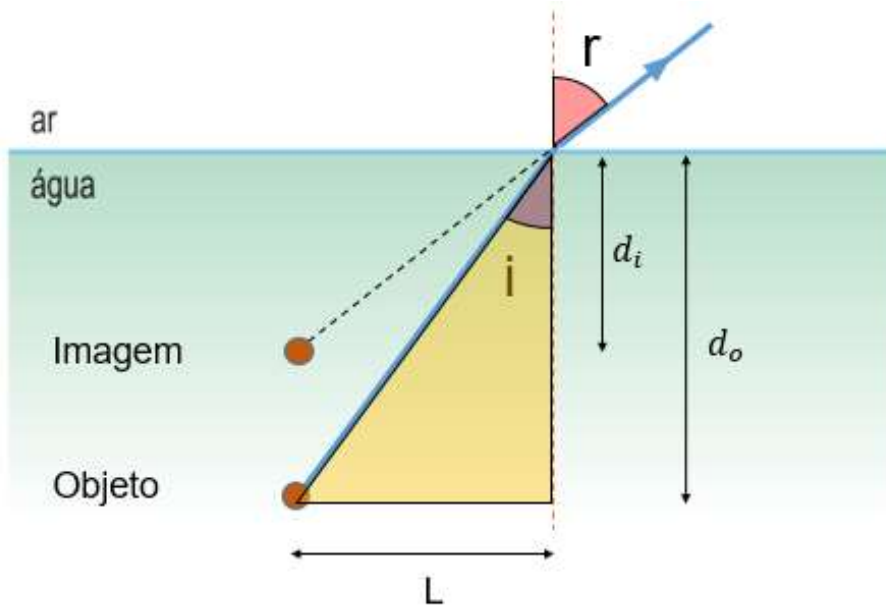
$$8 - 4,5 = 4d$$

$$3,5 = 4d$$

$$d = 0,875 \text{ m}$$

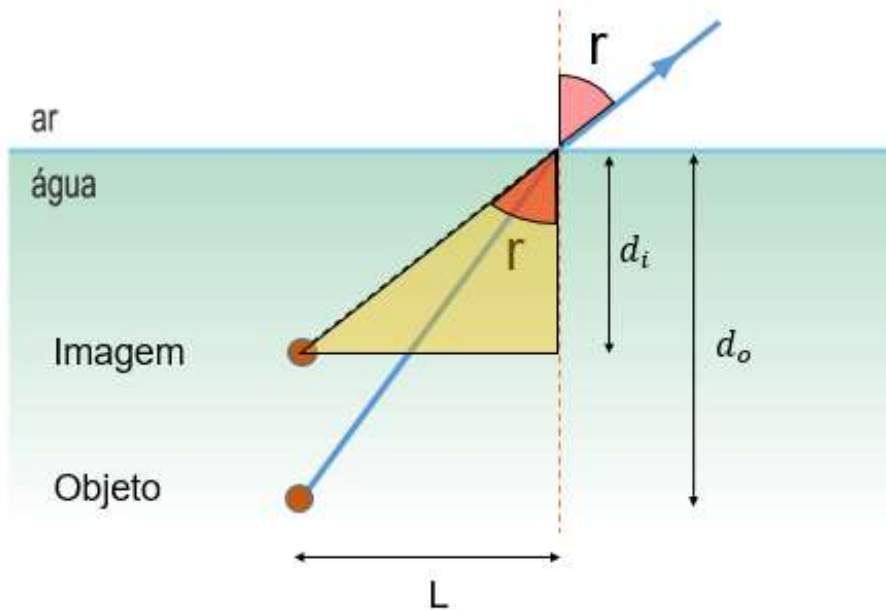
Imagem formada por um dióptro plano: deduções e detalhamento

passa $\ominus$
provém $\oplus$



$$\tan i = \frac{L}{d_o}$$

passa $\ominus$
provém $\oplus$



$$\tan r = \frac{L}{d_i}$$

Para pequenos ângulos (vide próxima tela)

$$\sin \theta \cong \tan \theta$$

$$\sin i \cong \tan i = \frac{L}{d_o}$$

$$\sin r \cong \tan r = \frac{L}{d_i}$$

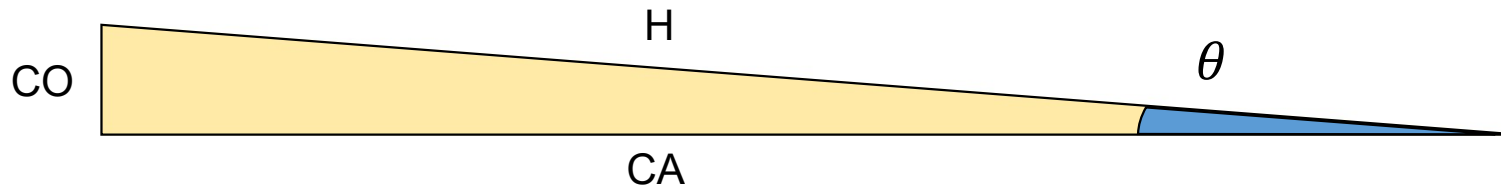
De acordo com a lei de Snell

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

$$\frac{\cancel{L}}{\cancel{d_o}} \cdot \frac{\cancel{L}}{\cancel{d_i}} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

Para pequenos ângulos



Se o ângulo θ tende a zero, o comprimento CO também tende a zero.

$$\theta \cong 0$$

$$CO \cong 0$$

$$\tan \theta = \frac{CO}{H} \cong \frac{0}{H} = 0$$

$$\tan \theta = \frac{CO}{CA} \cong \frac{0}{CA} = 0$$

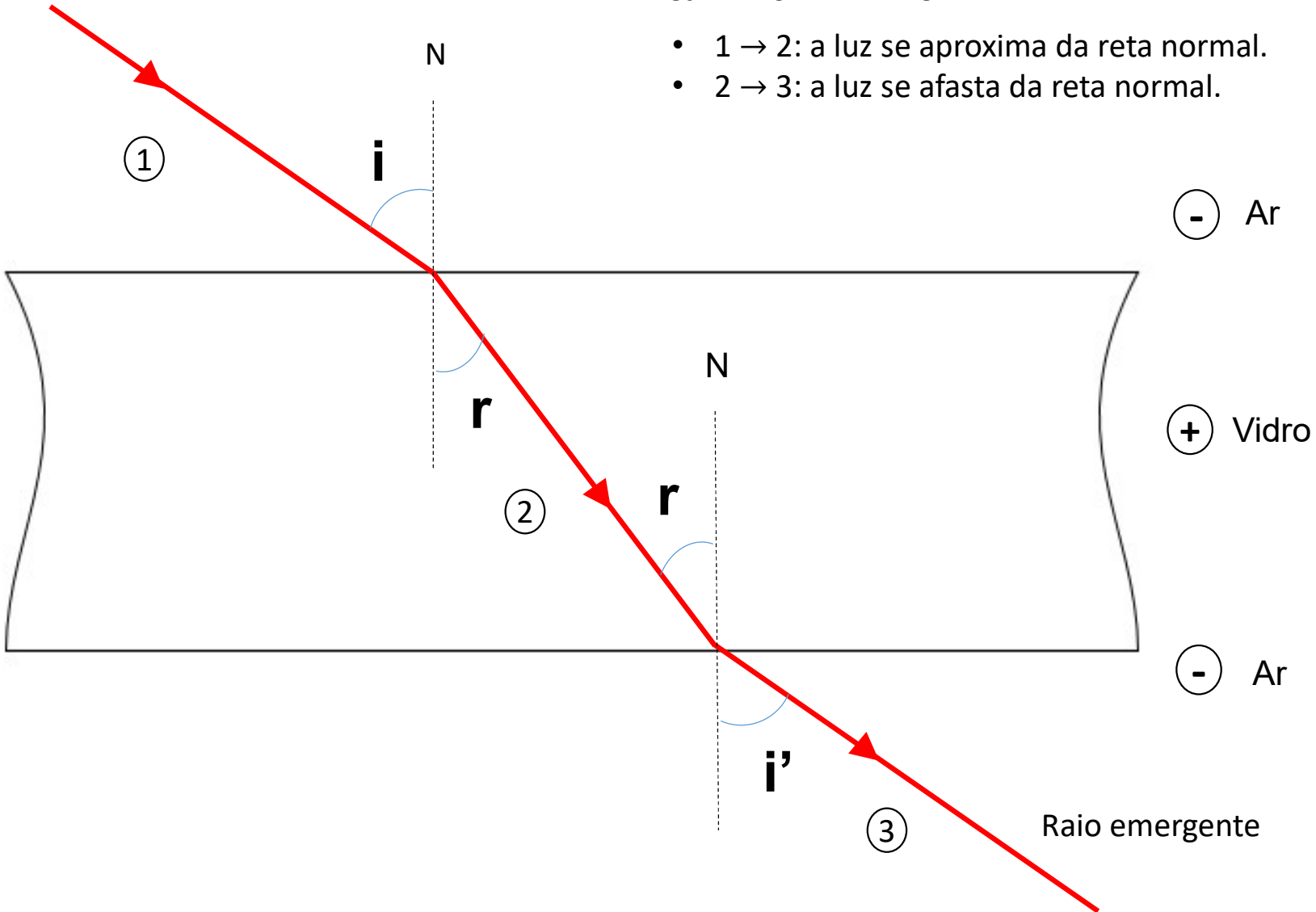
$$\theta \cong \sin \theta \cong \tan \theta \cong 0$$

Lâmina de faces paralelas: deduções e detalhamento

Raio incidente

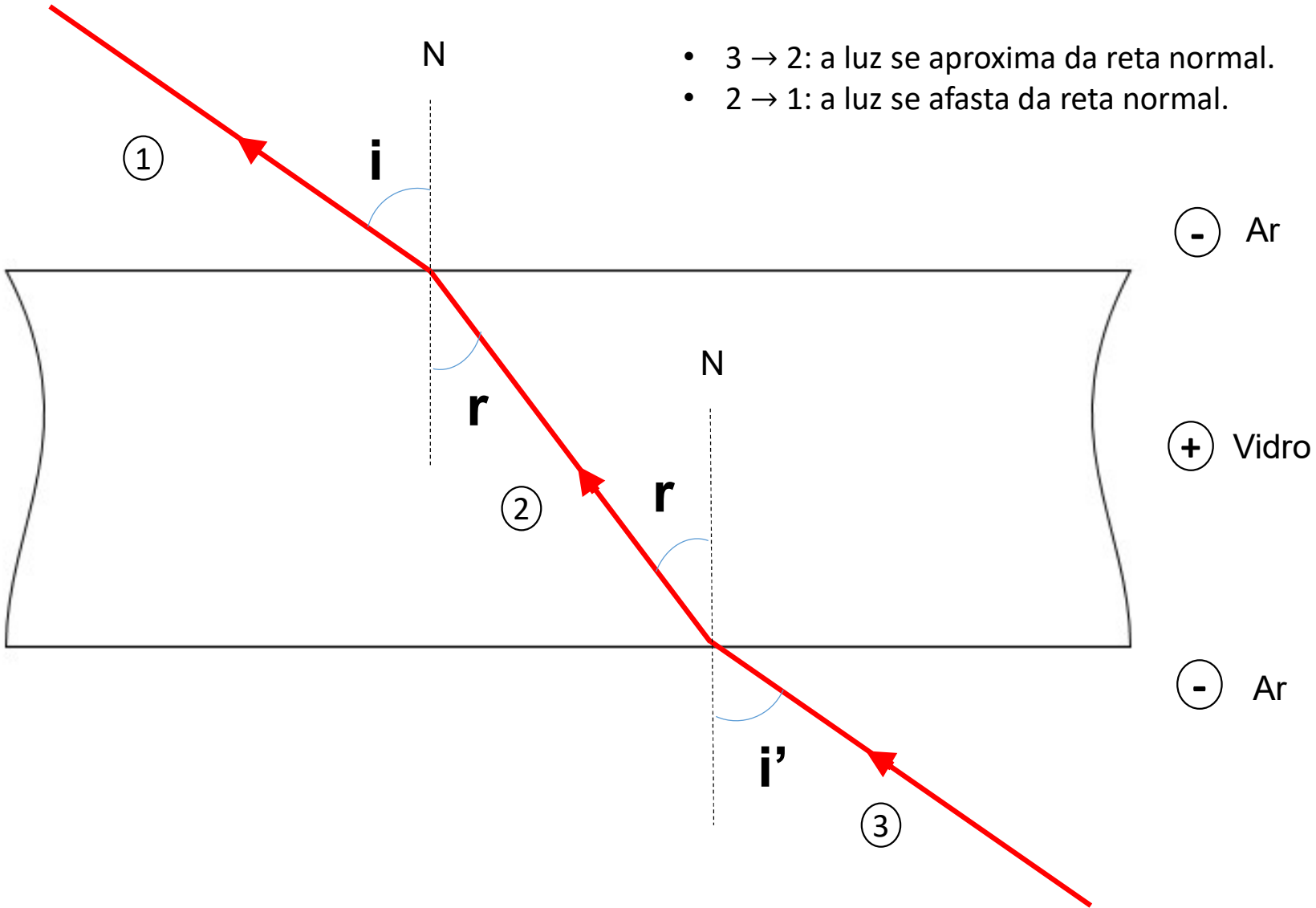
Caminho 1 → 2 → 3

- 1 → 2: a luz se aproxima da reta normal.
- 2 → 3: a luz se afasta da reta normal.

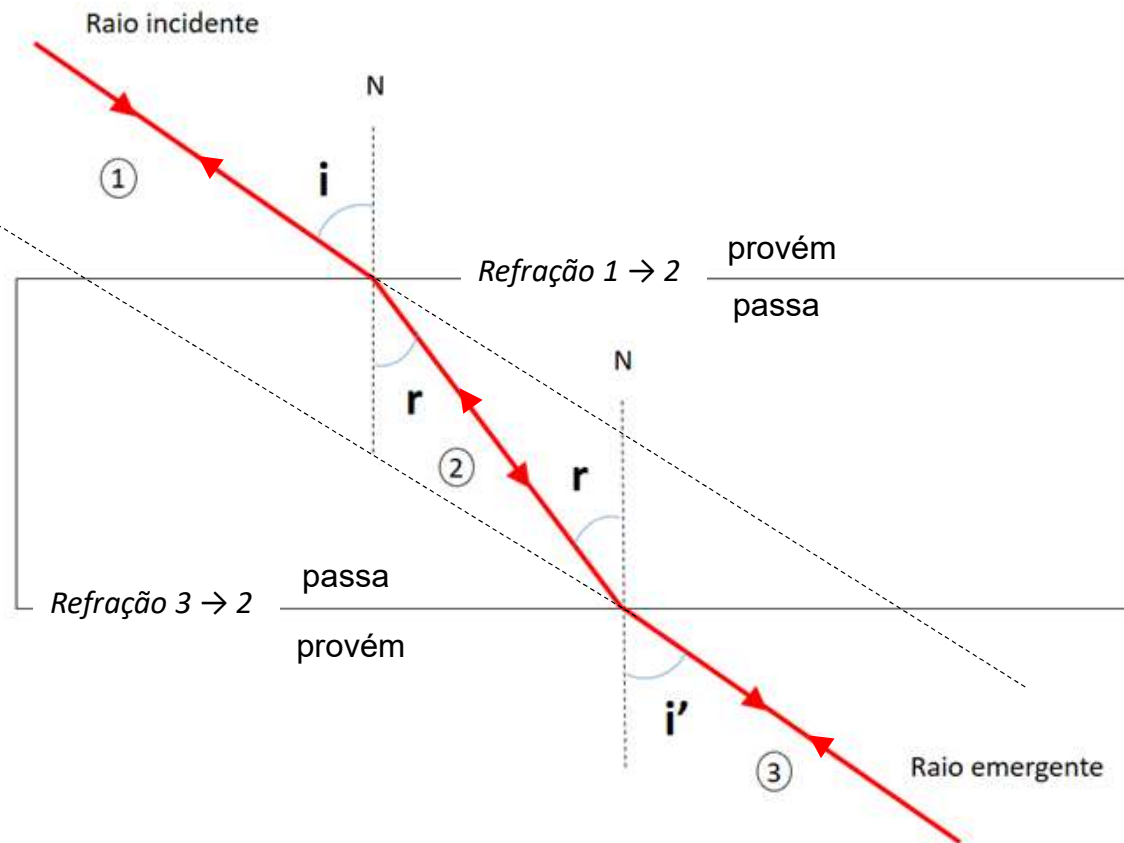


Caminho $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

- $3 \rightarrow 2$: a luz se aproxima da reta normal.
- $2 \rightarrow 1$: a luz se afasta da reta normal.



- Os ângulos r são congruentes, pois são alternos internos.
- De acordo com o princípio da reversibilidade dos raios de luz, o raio pode seguir o caminho 123 ou 321, e sua trajetória permanecerá a mesma.
- Além disso, podemos aplicar a lei de Snell-Descartes nas duas refrações:



Refração $1 \rightarrow 2$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_{\text{vidro (passa)}}}{n_{\text{ar (provém)}}}$$

Refração $3 \rightarrow 2$

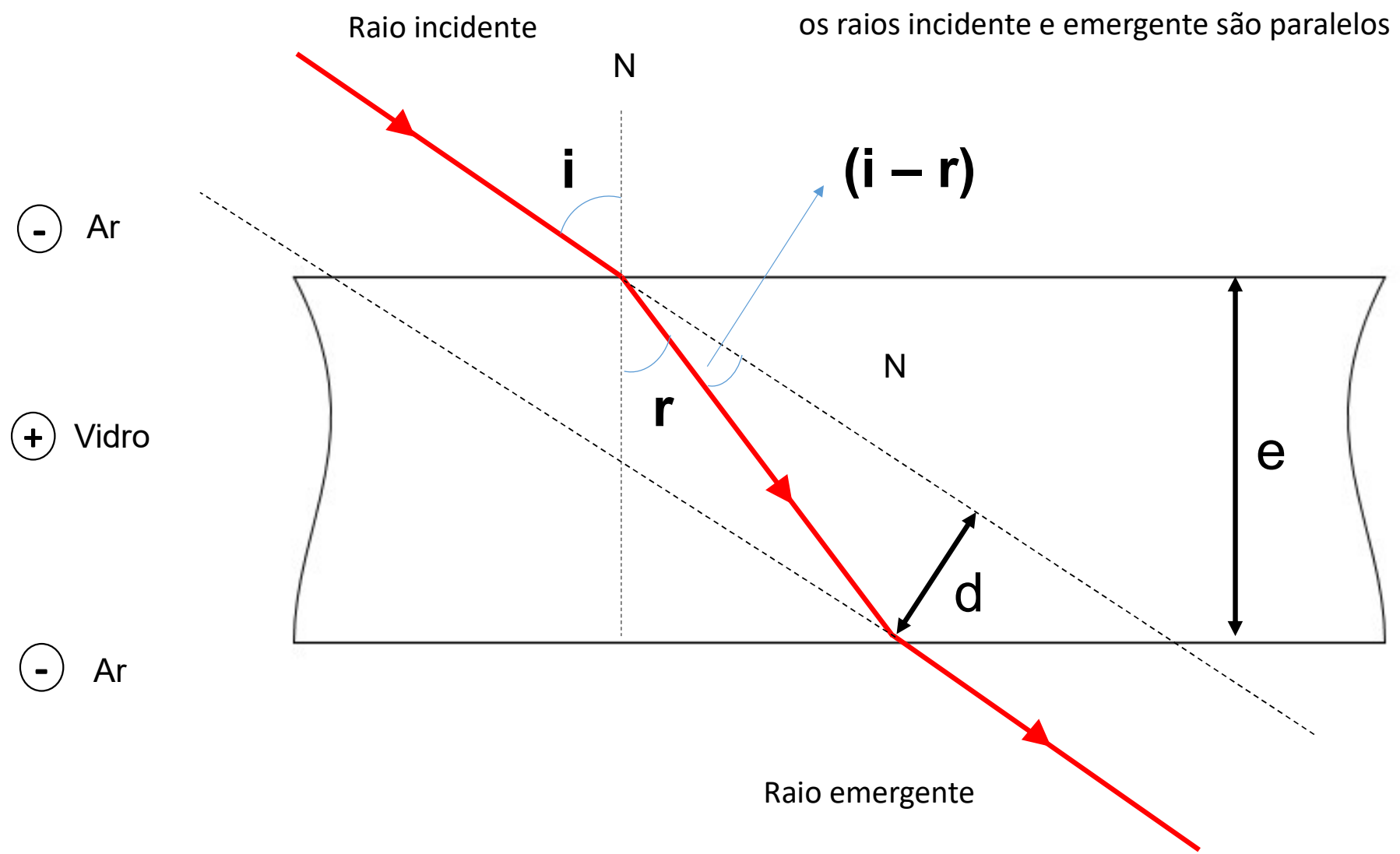
$$\frac{\sin i'}{\sin r} = \frac{n_{\text{vidro (passa)}}}{n_{\text{ar (provém)}}}$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i'}{\sin r}$$

$$i = i'$$

os raios incidente e emergente são paralelos

Deslocamento lateral (d)



Deslocamento lateral (d)

- A lâmina tem espessura e .
- No interior da lâmina a luz percorre uma distância de comprimento h .
- O raio emergente sofrerá um deslocamento lateral d em relação ao raio incidente.

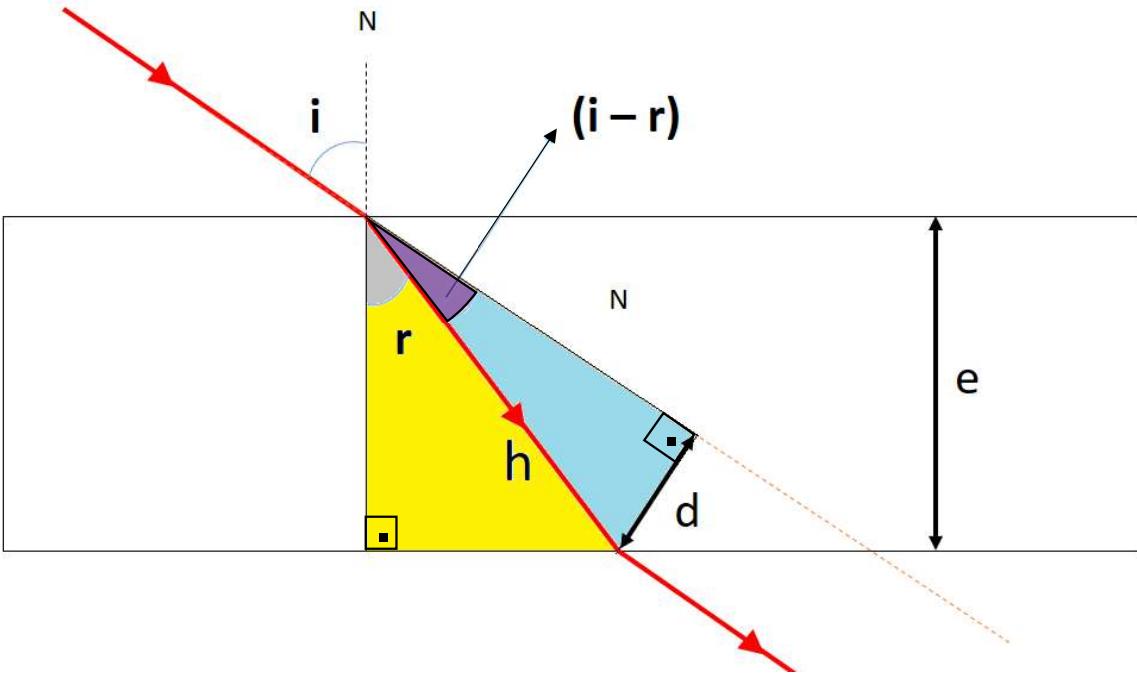
$$\cos r = \frac{e}{h}$$

$$h = \frac{e}{\cos r}$$

$$\text{sen } (i - r) = \frac{d}{h}$$

$$d = \text{sen } (i - r) \cdot h$$

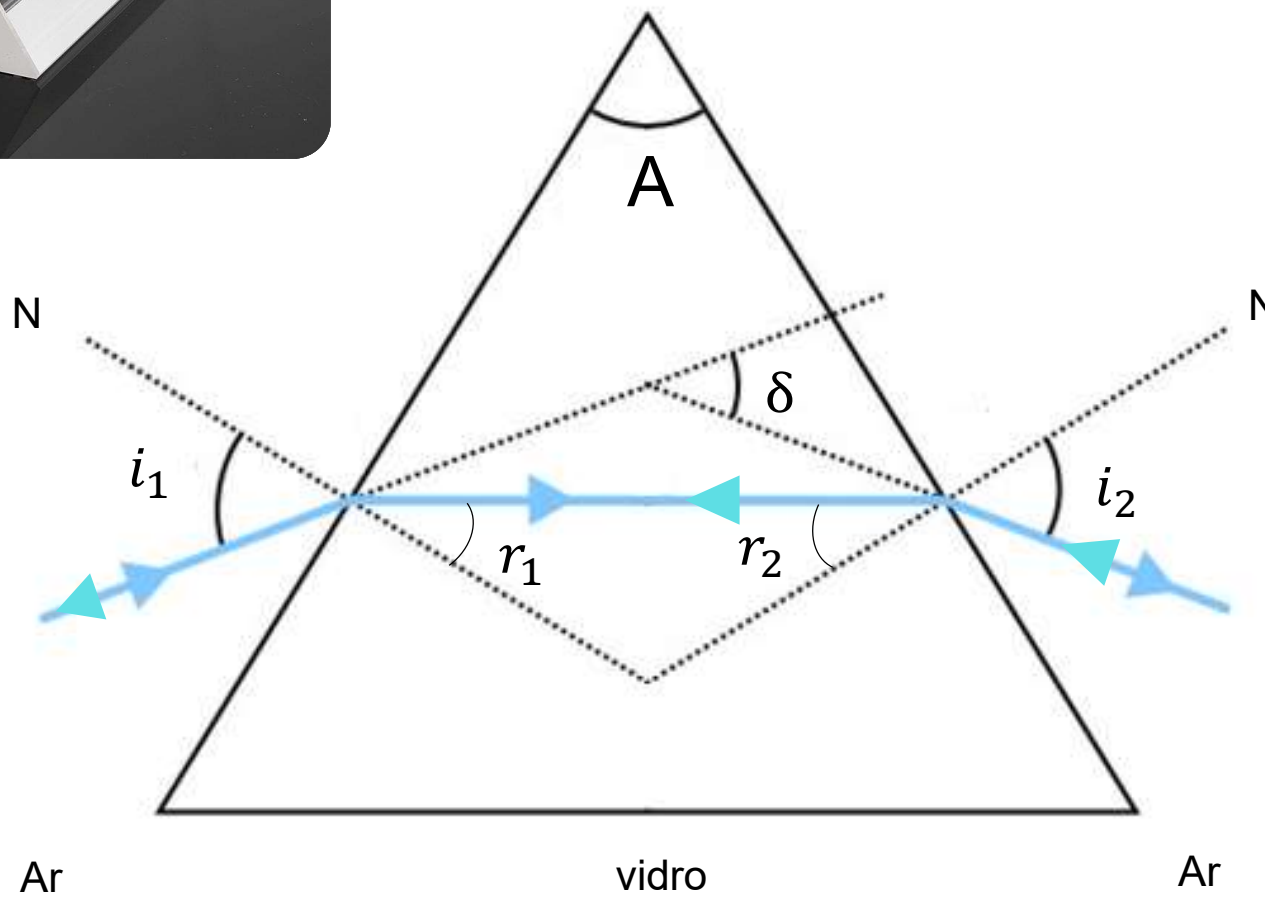
$$d = \frac{\text{sen } (i - r) \cdot e}{\cos r}$$



Prisma óptico: deduções e detalhamento

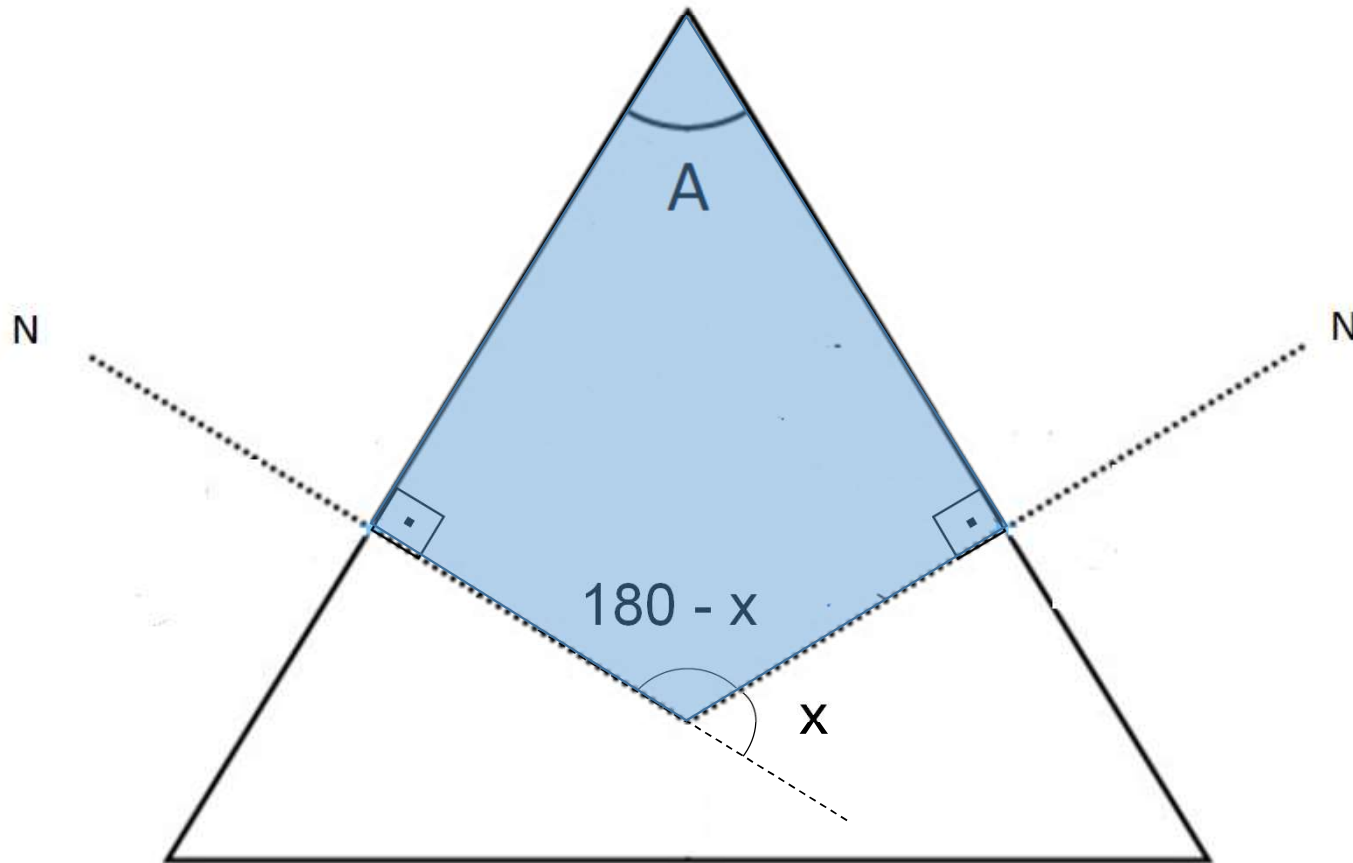


- A: ângulo de abertura ou ângulo de refringência.
- δ : ângulo de desvio.



$$\delta = i_1 + i_2 - A$$

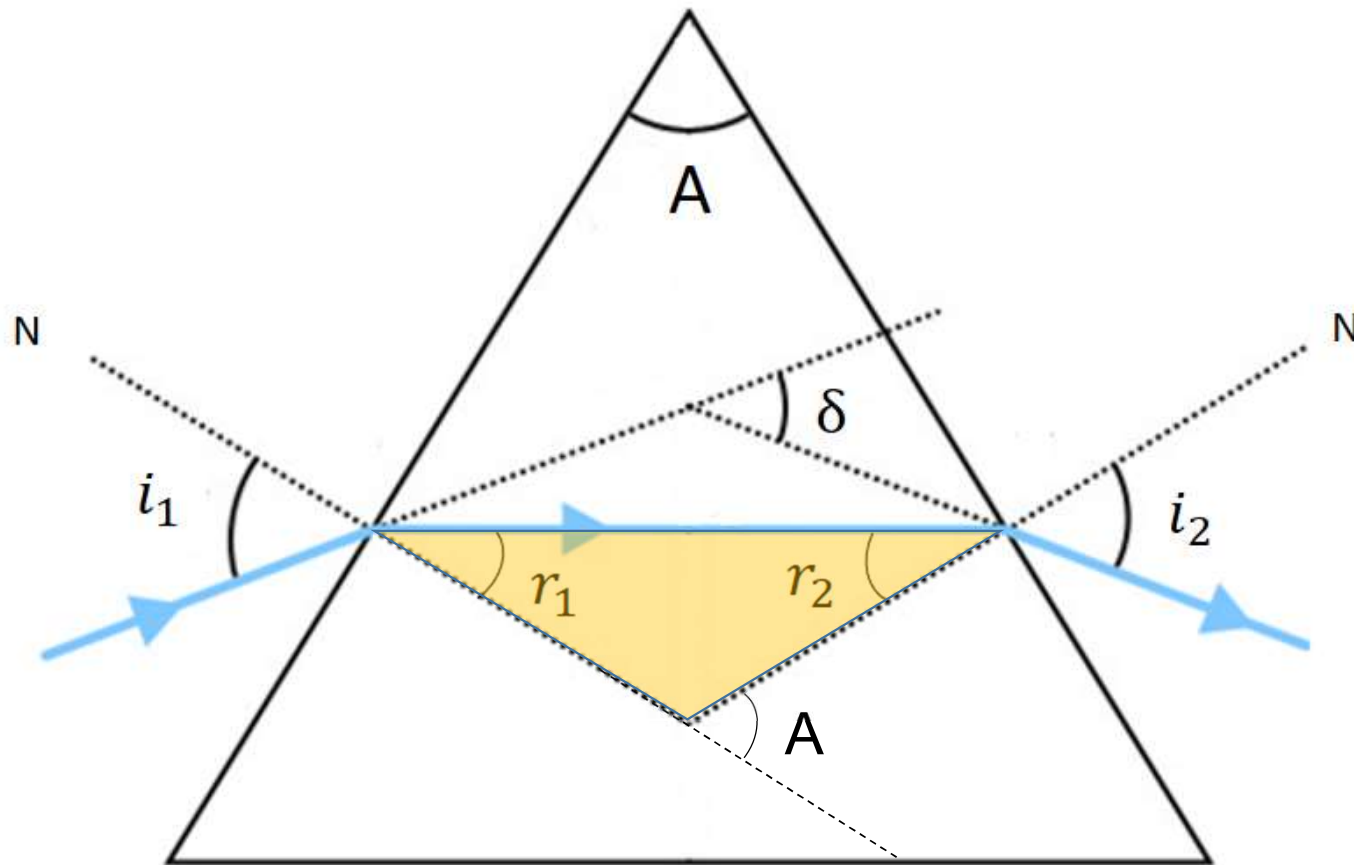
Cálculo do ângulo de desvio (δ)



$$A + 90 + 90 + (180 - x) = 360$$

$$x = A$$

Cálculo do ângulo de desvio (δ)



$$A = r_1 + r_2$$

Cálculo do ângulo de desvio (δ)

$$A = r_1 + r_2$$

$$\delta = y + z$$

$$y = i_1 - r_1$$

$$z = i_2 - r_2$$

$$\delta = (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2)$$

$$\delta = i_1 + i_2 - r_1 - r_2$$

$$\delta = i_1 + i_2 - (r_1 + r_2)$$

$$\delta = i_1 + i_2 - A$$

