Avançado de Física: ITA e olimpíadas

Foco

- Vestibulares de escolas militares
- Treinamento para olimpíadas de Física
- Aprofundamento para alunos que buscam vagas em cursos de maior concorrência

Notas de aula: **fisicasp.com.br**

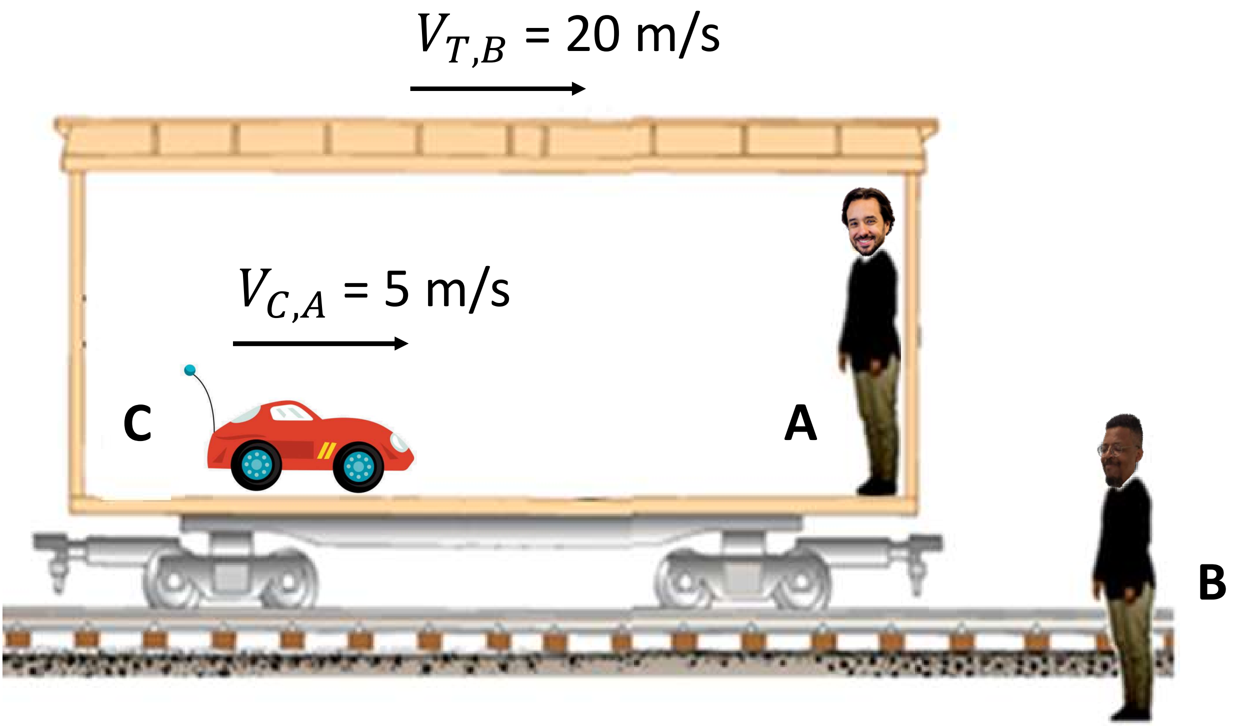
Professor **Caio Gomes**

Relatividade Restrita ou Relatividade Especial

- SL 02 – Adição de velocidades clássica
- SL 04 – Postulados de Einstein
- SL 06 – Dilatação do tempo
- SL 08 – Contração do espaço
- SL 11 – Exercícios
- SL 28 – Dedução da contração do espaço
- SL 40 – Simultaneidade

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

Exemplo de aplicação da Cinemática Clássica: Newton e Galileu



$$V_{C,B} = V_{T,B} + V_{C,A}$$

$$V_{C,B} = 20 + 5 = 25 \text{ m/s}$$

$V_{T,B}$: velocidade do trem em relação ao observador B
$V_{C,A}$: velocidade de C em relação ao observador A
$V_{C,B}$: velocidade de C em relação ao observador B

A teoria da Relatividade Restrita

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Postulados da Relatividade Restrita

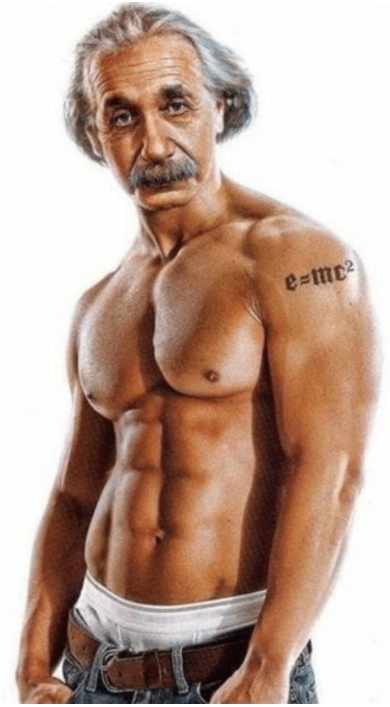
Que físico!

1°. As leis da Física são as mesmas para todos os referencias inerciais.

2°. A velocidade da luz no vácuo (c) tem o mesmo valor para todos os referenciais inerciais

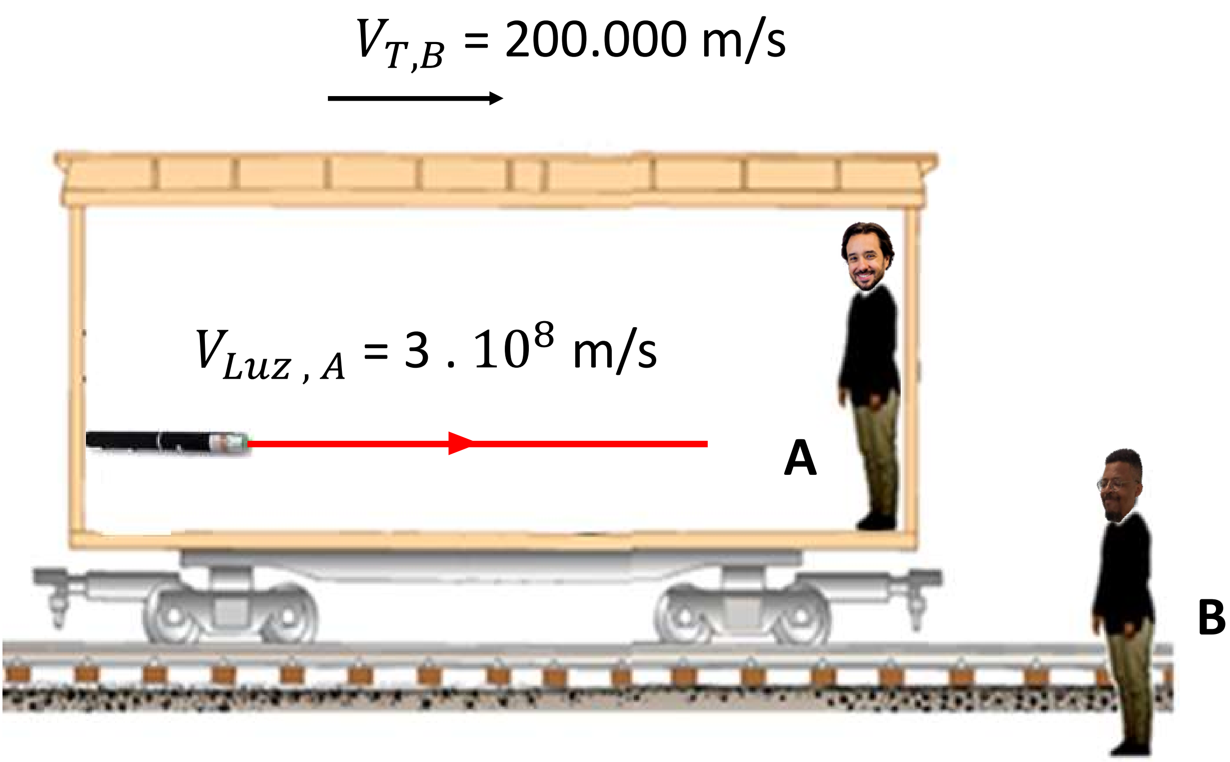
A velocidade da luz no vácuo não depende do movimento da fonte.

- Constância da velocidade da luz
- No ar ou vácuo v = c = 3 . 10^8 m/s



Albert Einstein
(1879 – 1955)

Exemplo de aplicação do segundo postulado



$$V_{Luz\,,B} = 3\,.\,10^8\ m/s$$

2°. A velocidade da luz no vácuo (c) tem o mesmo valor para todos os referenciais inerciais

A velocidade da luz no vácuo não depende do movimento da fonte.

- Constância da velocidade da luz
- No ar ou vácuo v = c = 3 . 10^8 m/s

$V_{T,B}$: velocidade do trem em relação ao observador B
$V_{Luz\,,\,A}$: velocidade da luz em relação ao observador A
$V_{Luz\,,B}$: velocidade da luz em relação ao observador B

Dilatação do tempo

Dilatação do tempo

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Intervalo de tempo medido pelo referencial no qual dois eventos (tic-tac do relógio) ocorrem em pontos diferentes.

Intervalo de **tempo próprio**

Intervalo de tempo medido pelo referencial no qual dois eventos (tic-tac do relógio) ocorrem em um mesmo ponto.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

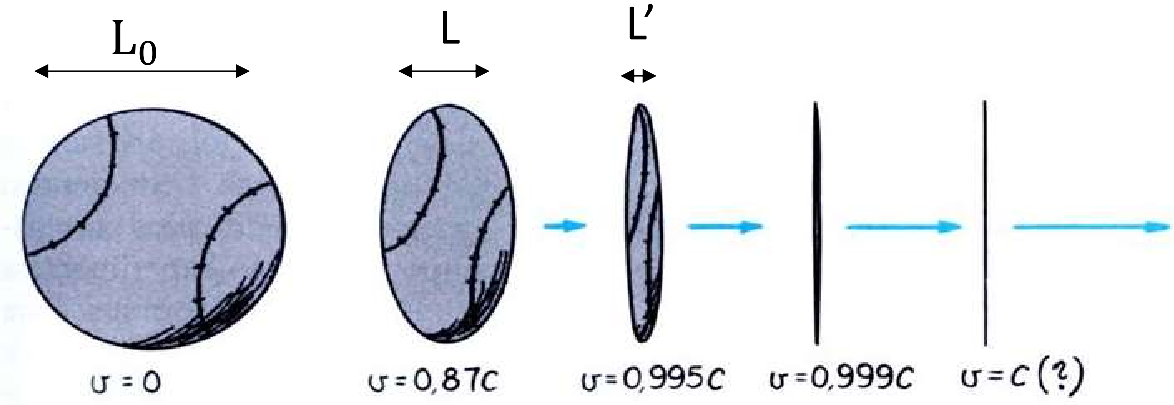
Também podemos escrever

$$\Delta t = \Delta t_0 \gamma \qquad \text{onde} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Contração do espaço

Contração do espaço

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS



$$\gamma \geq 1$$

Velocidade	Velocidade (m/s)	Fator γ
	100	1,00000000000006
	70.000	1,00000027
0,4c	120.000.000	1,09108945
0,9c	270.000.000	2,29415733
0,99c	297.000.000	7,08881205
0,999999c	299.999.700	707,106957
0,99999999c	299.999.997	7.071,06785

Observador

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

Comprimento medido quando o objeto está em movimento em relação ao observador

Comprimento próprio

Comprimento medido quando o elemento está em repouso em relação ao observador

Por que os efeitos da relatividade não se manifestam em nosso cotidiano?

$$\Delta t = \Delta t_0 \gamma \quad \text{e} \quad L = \frac{L_0}{\gamma} \quad \text{onde} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Para velocidades do nosso cotidiano temos $\gamma \cong 1$, pois **v** é muito menor do que **c**:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \underbrace{\frac{v^2}{c^2}}_{0}}} \Rightarrow \gamma \cong \frac{1}{\sqrt{1-0}} \cong 1 \quad \begin{cases} \Delta t \cong \Delta t_0 \\ L \cong L_0 \end{cases}$$

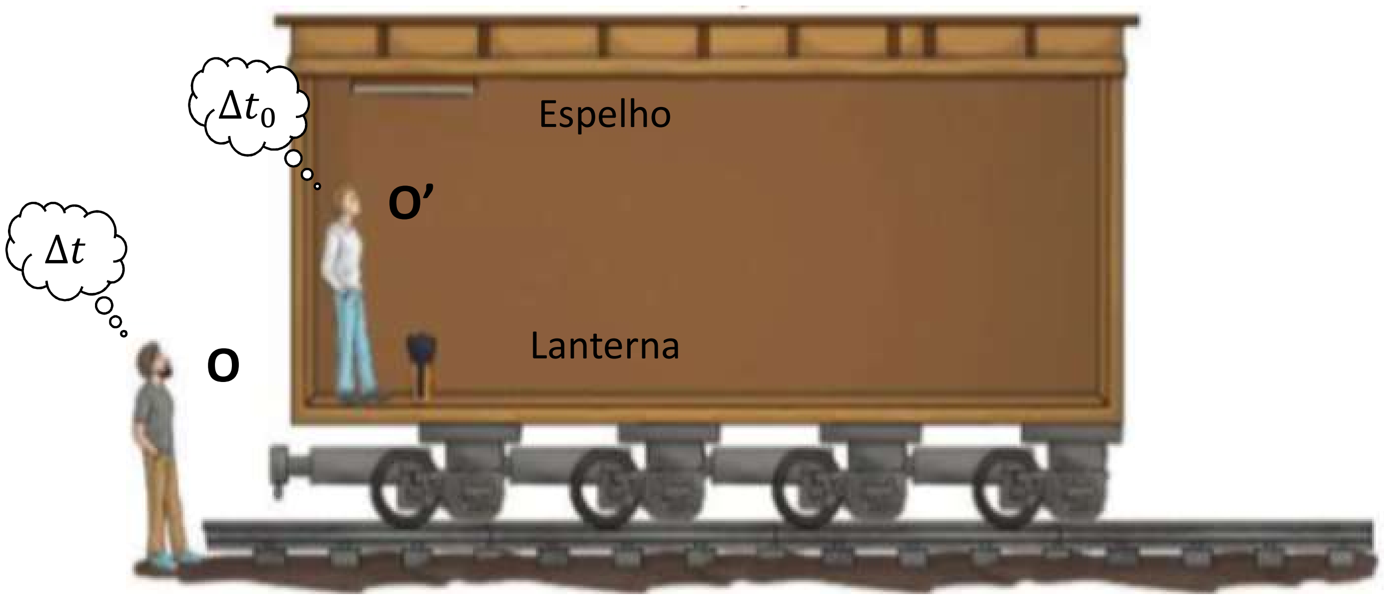
Velocidade	Velocidade (m/s)	Fator γ
	100	1,00000000000006
	70.000	1,00000027
0,4c	120.000.000	1,09108945
0,9c	270.000.000	2,29415733
0,99c	297.000.000	7,08881205
0,999999c	299.999.700	707,106957

→ Carro de Fórmula 1 (100 m/s)

→ Sonda Espacial Juno (70.000 m/s)

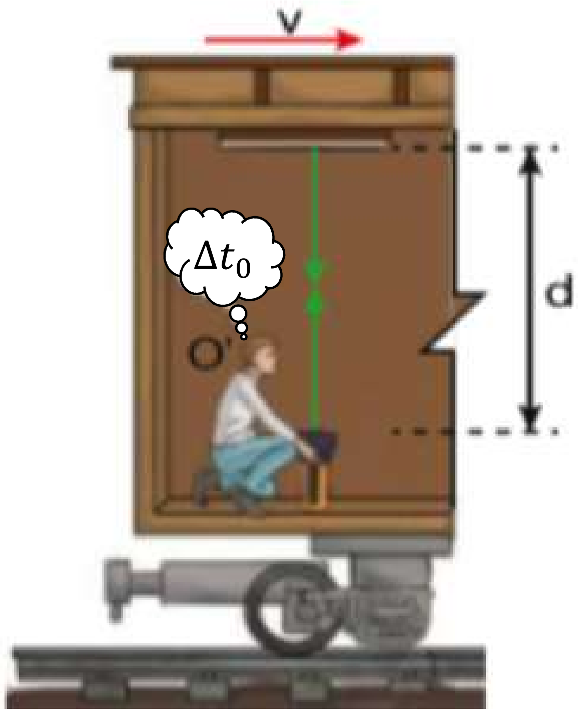
EXERCÍCIOS

1. Considere um trem em movimento uniforme ao longo de trilhos retilíneos. No trem há um funcionário O', uma lanterna apoiada em seu piso, apontada para o teto, onde há um espelho. Fora dele, na estação de trem, um observador O olha para o trem passando à sua frente. Tanto o observador quanto o funcionário possuem cronômetros.



Quando um raio de luz sai da lanterna, produz-se um som "tic", quando reflete no espelho, um som "tac", e quando retorna à lanterna, novamente um som "tic".

a) Se a distância entre a lanterna e o espelho é d, qual o intervalo de tempo Δt_0 que o funcionário O' mede entre dois “tics”, isto é, ao longo de um “tic-tac-tic”? Note que, como o funcionário está em repouso em relação à lanterna e em relação ao trem, ele é um referencial inercial.



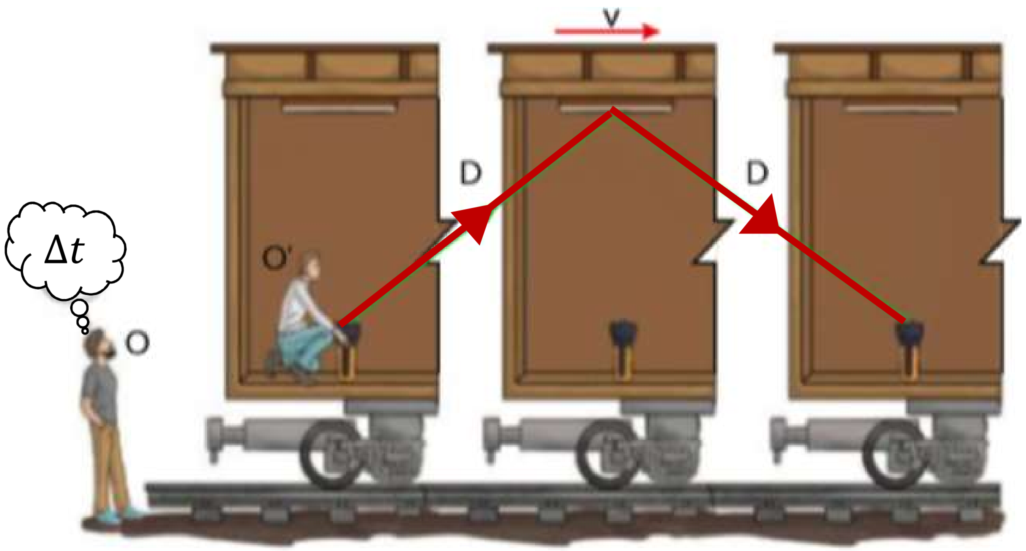
$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S}{V}$$

Para a luz

$$\boxed{\Delta t_0 = \frac{2d}{c}}$$

b) Repare que o observador O também é um referencial inercial e, portanto, a velocidade da luz em relação a ele, de acordo com Einstein, também é igual a c. Enquanto o trem passa por ele, ele observa a luz percorrer o caminho apresentado na figura a seguir.

Na figura, nota-se que o observador O "vê" a luz percorrer uma distância D entre a lanterna e o espelho. Qual o intervalo de tempo Δt que o observador O mede entre dois "tics", isto é, ao longo de um "tic-tac-tic".

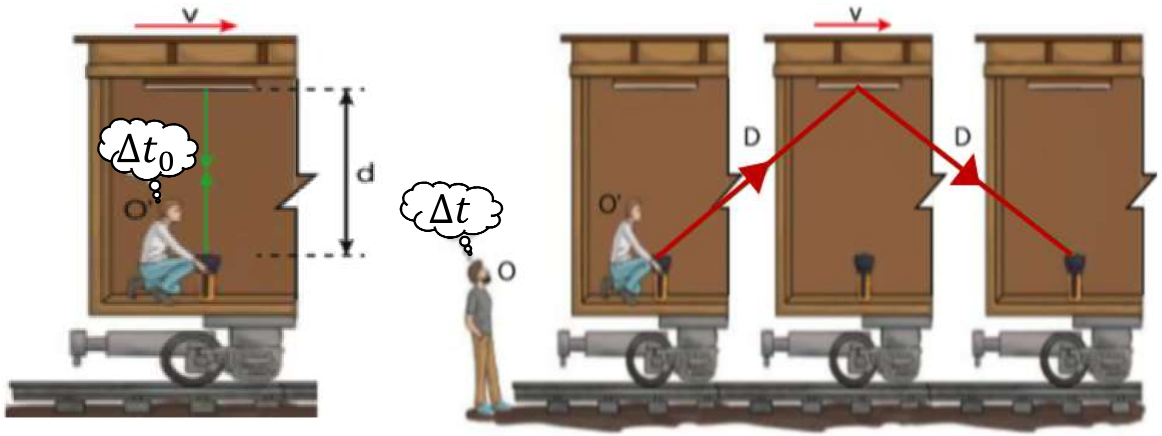


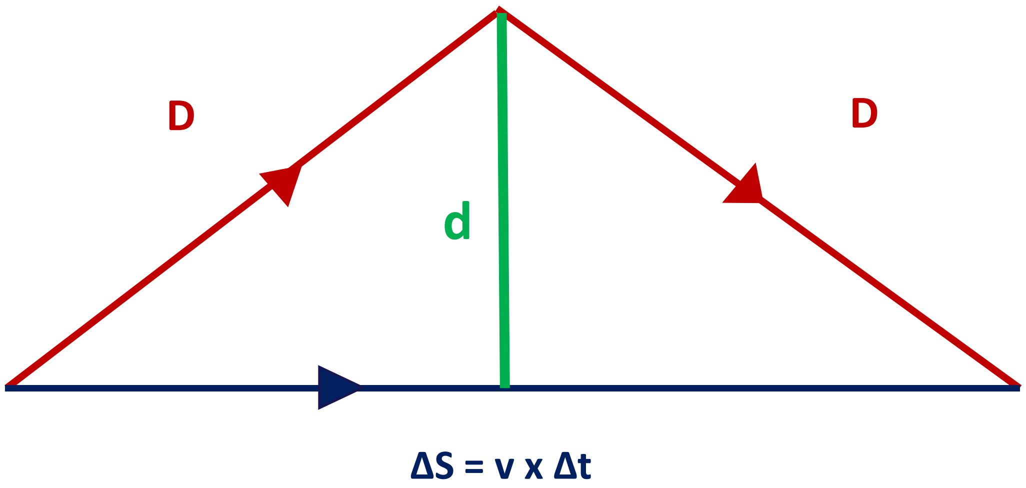
$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S}{V}$$

Para a luz

$$\boxed{\Delta t = \frac{2D}{c}}$$

c) Ao longo do intervalo de tempo Δt, o trem realiza um deslocamento escalar dado por Δs trem = v x Δt. A partir dessa informação e das obtidas nos itens anteriores, determine a relação entre Δt e Δt_0.

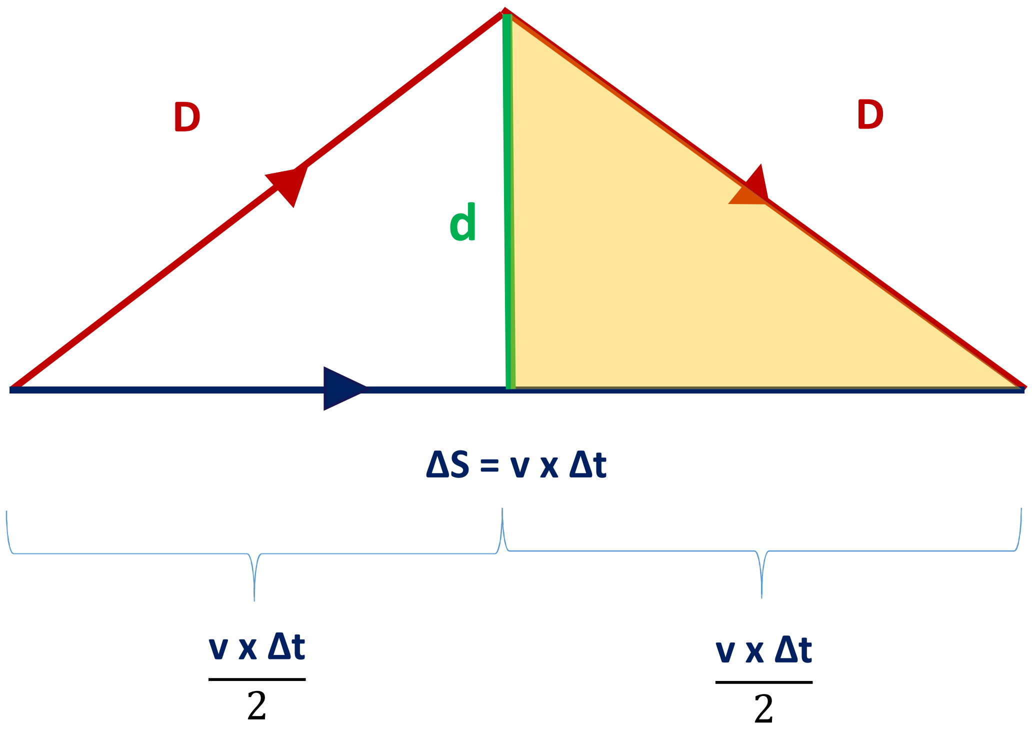




Δt → intervalo de tempo medido pelo observador O no chão.

Δt_0 → intervalo de tempo medido pelo observador O’ no interior do vagão.

c) Ao longo do intervalo de tempo Δt, o trem realiza um deslocamento escalar dado por Δs trem = v x Δt. A partir dessa informação e das obtidas nos itens anteriores, determine a relação entre Δt e Δt_0.



$$D^2 = d^2 + \left(\frac{v \,.\, \Delta t}{2}\right)^2$$

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} \Rightarrow d = \frac{c.\Delta t_0}{2}$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c} \Rightarrow D = \frac{c.\Delta t}{2}$$

$$\left(\frac{c.\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{c.\Delta t_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{v \,.\, \Delta t}{2}\right)^2$$

Δt → intervalo de tempo medido pelo observador O no chão.

Δt_0 → intervalo de tempo medido pelo observador O' no interior do vagão.

$$\left(\frac{c.\Delta t}{\cancel{2}}\right)^2 = \left(\frac{c.\Delta t_0}{\cancel{2}}\right)^2 + \left(\frac{v\ .\ \Delta t}{\cancel{2}}\right)^2$$

$$c^2.\Delta t^2 = c^2.\Delta {t_0}^2 + v^2.\Delta t^2$$

$$c^2.\Delta t^2 - v^2.\Delta t^2 = c^2.\Delta {t_0}^2$$

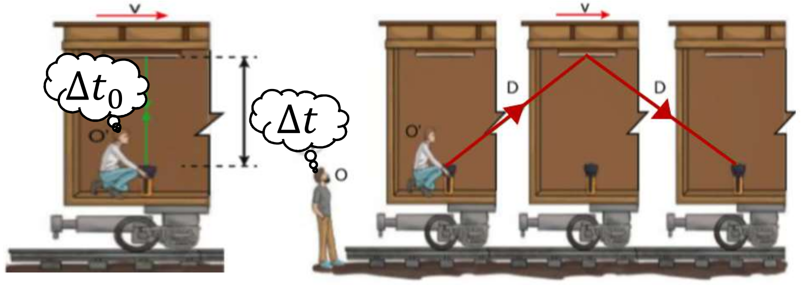
$$\Delta t^2\,(c^2 - v^2) = c^2.\Delta {t_0}^2$$

$$\Delta t^2\left(\frac{c^2 - v^2}{c^2}\right) = \Delta {t_0}^2$$

$$\Delta t^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \Delta {t_0}^2$$

$$\Delta t^2 = \Delta {t_0}^2.\frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

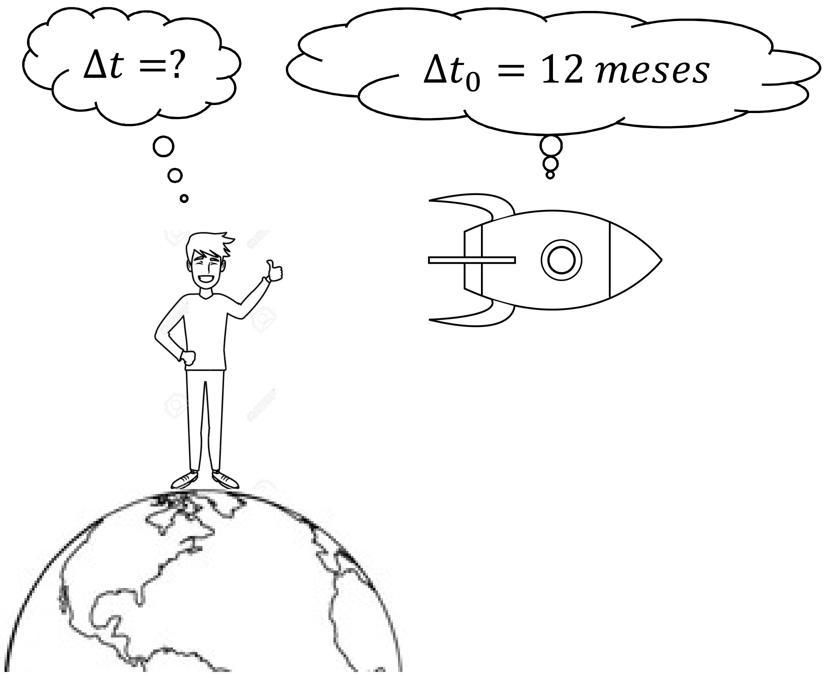
$$\boxed{\Delta t = \Delta t_0.\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$



Δt → intervalo de tempo medido pelo observador O no chão.

Δt_0 → intervalo de tempo medido pelo observador O’ no interior do vagão.

2. (Ufpe) Um astronauta é colocado a bordo de uma espaçonave e enviado para uma estação espacial a uma velocidade constante v = 0,8 c , onde c é a velocidade da luz no vácuo. No referencial da espaçonave, o tempo transcorrido entre o lançamento e a chegada na estação espacial foi de 12 meses. Qual o tempo transcorrido no referencial da Terra, em meses?



$$\Delta t = \Delta t_0 . \gamma$$

$v = 0{,}8\ c$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}8c)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0{,}64\cancel{c^2}}{\cancel{c^2}}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{0{,}36}}$$

$$\gamma = \frac{1}{0{,}6} = 1{,}666..$$

$$\Delta t = \Delta t_0 . \gamma$$

$$\Delta t = 12 . \frac{1}{0{,}6}$$

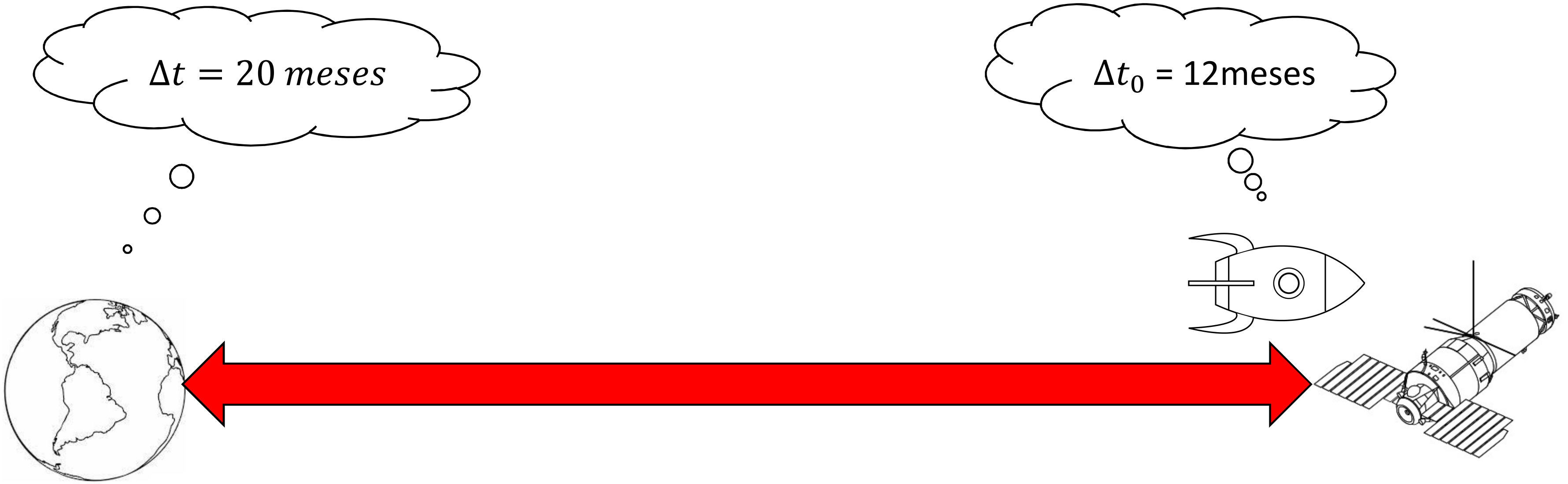
$$\boxed{\Delta t = 20\ meses}$$

Δt → intervalo de tempo medido pelo observador O na Terra.

Δt_0 → intervalo de tempo medido pelo observador O’ no interior da espaçonave.

3. (Ufpe - Adaptada) Um astronauta é colocado a bordo de uma espaçonave e enviado para uma estação espacial a uma velocidade constante v = 0,8 c , onde c é a velocidade da luz no vácuo. No referencial da espaçonave, o tempo transcorrido entre o lançamento e a chegada na estação espacial foi de 12 meses. No referencial da Terra o tempo transcorrido foi de 20 meses. Considere c = 3 . 10^8 m/s.

a) Qual a distância percorrida pela nave no referencial da Terra?



$d_{ref\ Terra}$ = v . Δt ⇨ $d_{ref\ Terra}$ = (0,8 . 3 . 10^8) . (20.30.24 .60.60) ⇨ $\boxed{d_{ref\ Terra} \sim 12{,}44 \,.\, 10^{15}\ \text{m}}$

Δt → intervalo de tempo medido pelo observador O na Terra.

Δt_0 → intervalo de tempo medido pelo observador O’ no interior da espaçonave.

3. (Ufpe - Adaptada) Um astronauta é colocado a bordo de uma espaçonave e enviado para uma estação espacial a uma velocidade constante v = 0,8 c , onde c é a velocidade da luz no vácuo. No referencial da espaçonave, o tempo transcorrido entre o lançamento e a chegada na estação espacial foi de 12 meses. No referencial da Terra o tempo transcorrido foi de 20 meses. Considere c = 3 . 10^8 m/s.

a) Qual a distância percorrida pela nave no referencial da Terra?

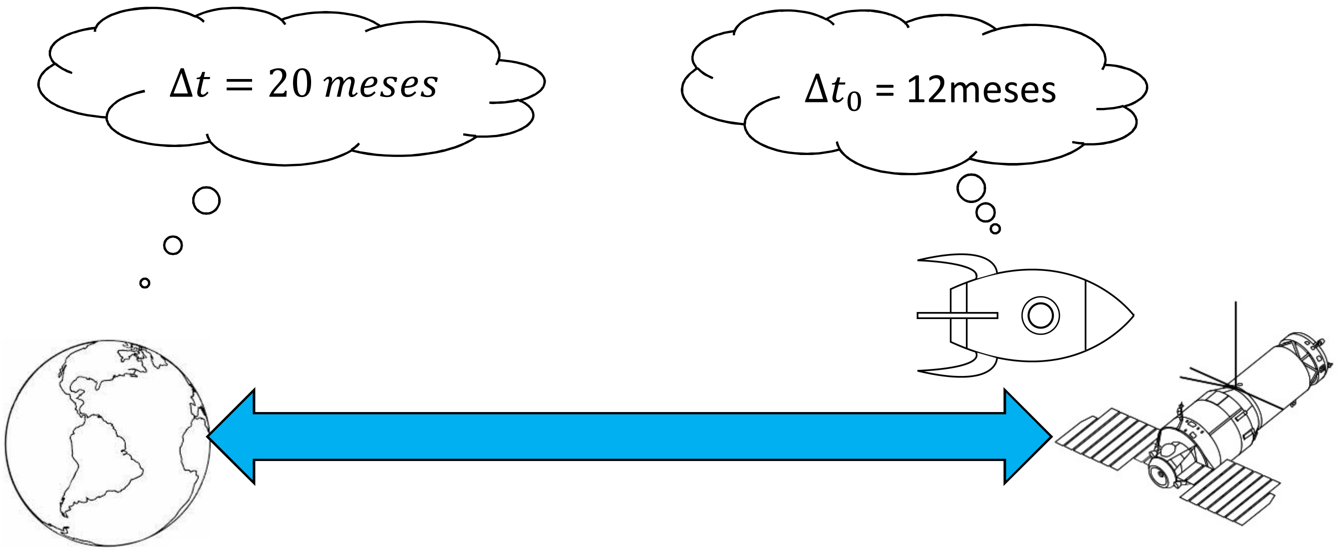
b) Qual a distância no referencial da nave?

Δt → intervalo de tempo medido pelo observador O na Terra.

Δt_0 → intervalo de tempo medido pelo observador O’ no interior da espaçonave.

3. (Ufpe - Adaptada) Um astronauta é colocado a bordo de uma espaçonave e enviado para uma estação espacial a uma velocidade constante v = 0,8 c , onde c é a velocidade da luz no vácuo. No referencial da espaçonave, o tempo transcorrido entre o lançamento e a chegada na estação espacial foi de 12 meses. No referencial da Terra o tempo transcorrido foi de 20 meses. Considere c = 3 . 10^8 m/s.

a) Qual a distância percorrida pela nave no referencial da nave?



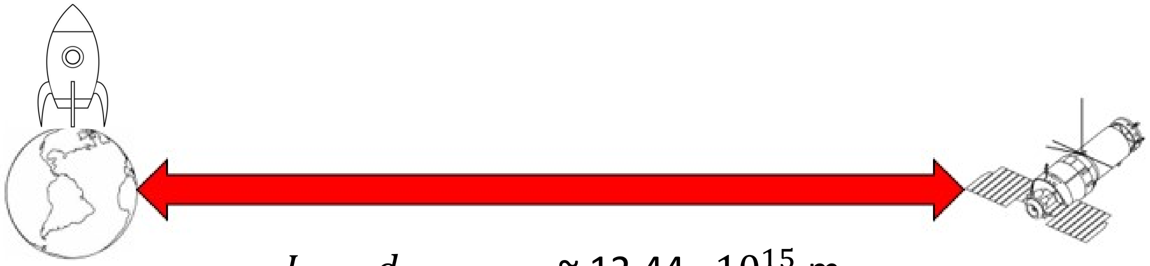
$d_{ref\ nave}$ = v . Δt_0 ⇨ $d_{ref\ nave}$ = (0,8 . 3 . 10^8).(12.30.24 .60.60) ⇨ $\boxed{d_{ref\ nave} \sim 7{,}46 \cdot 10^{15}\ \text{m}}$

Δt → intervalo de tempo medido pelo observador O na Terra.

Δt_0 → intervalo de tempo medido pelo observador O’ no interior da espaçonave.

Comprimento de repouso (L_0)

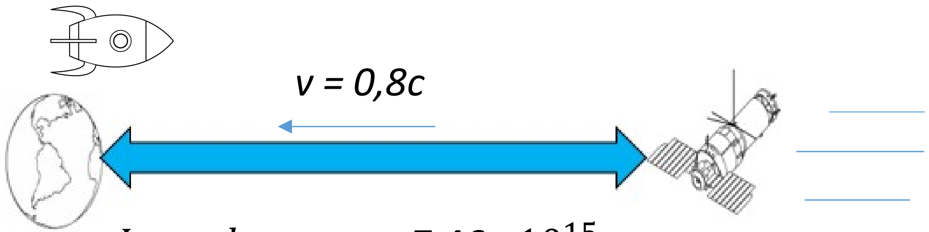
Comprimento Terra-estação em repouso em relação à nave



$$L_0 = d_{ref\ Terra} \sim 12{,}44\ .\ 10^{15}\ \text{m}$$

Comprimento (L)

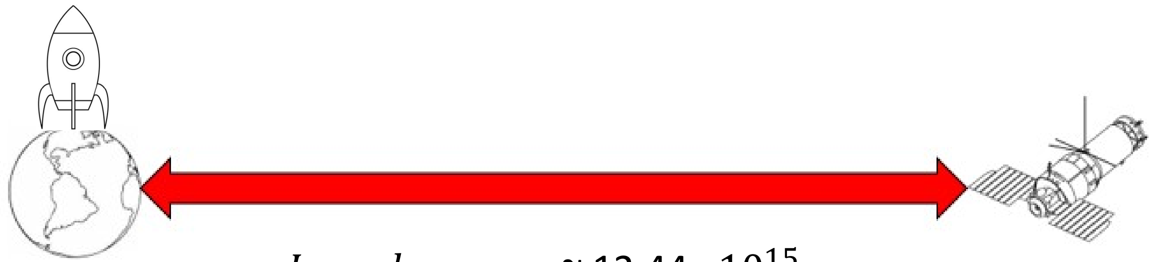
Comprimento Terra-estação em movimento com v = 0,8c em relação à nave.



$$L = d_{ref\ nave} \sim 7{,}46\ .\ 10^{15}\ \text{m}$$

Comprimento de repouso (L_0)

Comprimento Terra-estação em repouso em relação à nave

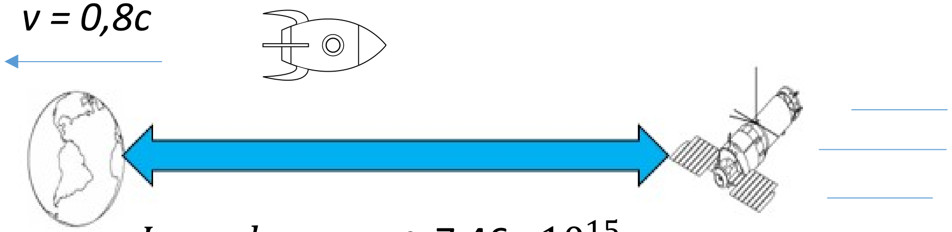


$L_0 = d_{ref\ Terra} \sim 12{,}44 \,.\, 10^{15}$ m

Comprimento (L)

Comprimento Terra-estação em movimento com v = 0,8c em relação à nave.

v = 0,8c



$L = d_{ref\ nave} \sim 7{,}46 \,.\, 10^{15}$ m

Contração do espaço

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

Do exercício 2:

$v = 0{,}8\ c$

$\gamma = 1{,}67$

$$\Rightarrow L = \frac{12{,}44 \,.\, 10^{15}}{1{,}67} \Rightarrow L = 7{,}45 \,.\, 10^{15}\ \text{m}$$

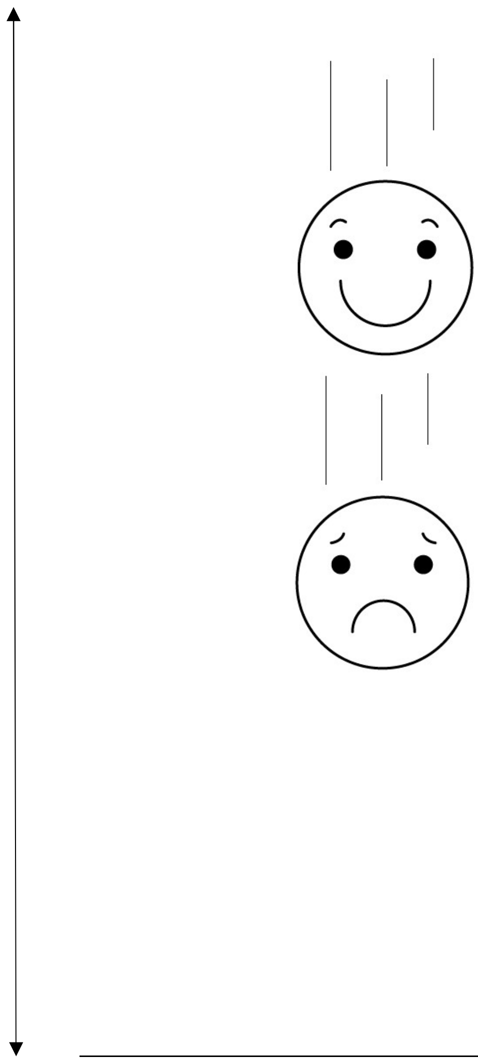
4. Em uma explicação simplificada, os múons (μ^+ ou μ^-) são partículas elementares produzidas na alta atmosfera terrestre, numa altitude de aproximadamente 10 km. A velocidade dessas partículas é de 0,998c e seu tempo médio de vida de 2 μs. Explique por que essas partículas conseguem ser detectadas em altitudes próximas ao nível do mar.

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

Cinemática Clássica

10.000 m



- Velocidade do múon em relação à Terra

V = 0,998c = 0,998 x 300.000.000 = 299.400.000 m/s

- Intervalo de tempo de vida do múon

Δt_{vida} = 2μs = 0,000002 s

- Distância percorrida pelo múon:

ΔS = v x Δt = 299.400.000 x 0,000002 = 598,8 m

Conclusão:

O múon não atinge a superfície!

Superfície

Cinemática Relativística

- Velocidade do múon em relação à Terra

V = 0,998c = 0,998 x 300.000.000 = 299.400.000 m/s

- Fator γ = 15,81

10.000 m

Referencial do múon

Δt_0

- Intervalo de tempo de vida do múon no referencial do múon (Δt_0)

Pense no múon viajando no interior do vagão com velocidade 0,998c em relação à superfície

Δt_0 = 2μs = 0,000002 s (*relógio que viaja no vagão com o múon*)

Referencial da superfície

Δt

Superfície

- Intervalo de tempo de vida do múon no referencial da superfície (Δt)

$\Delta t = \Delta t_0 \cdot \gamma$ = 0,000002 x 15,82 = 0,00003164 s *(relógio fixo na superfície na Terra)*

- Distância percorrida pelo múon no referencial da superfície

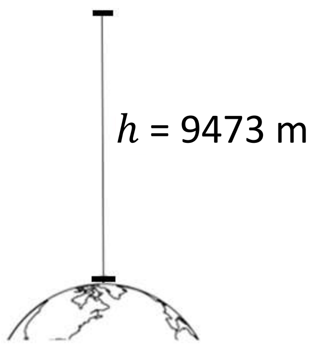
$\Delta S = v \times \Delta t_{superfície}$ = 299.400.000 x 0,00003164 = 9.473 m

Conclusão:

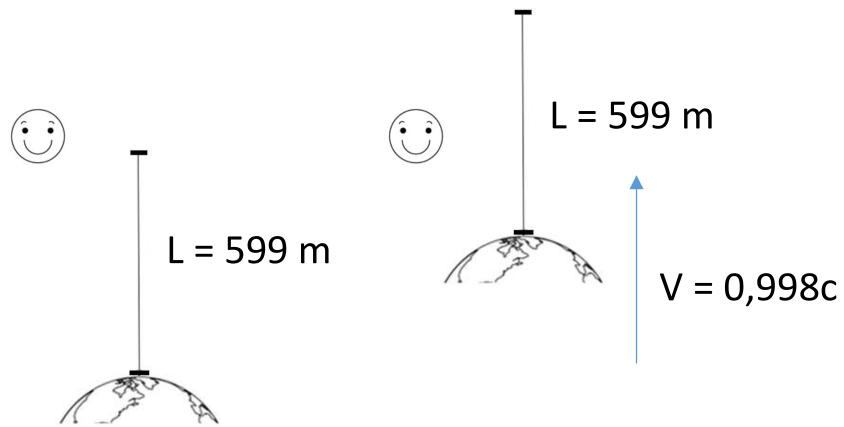
O múon atinge a superfície!

Contração do espaço

Para um observador na superfície da Terra



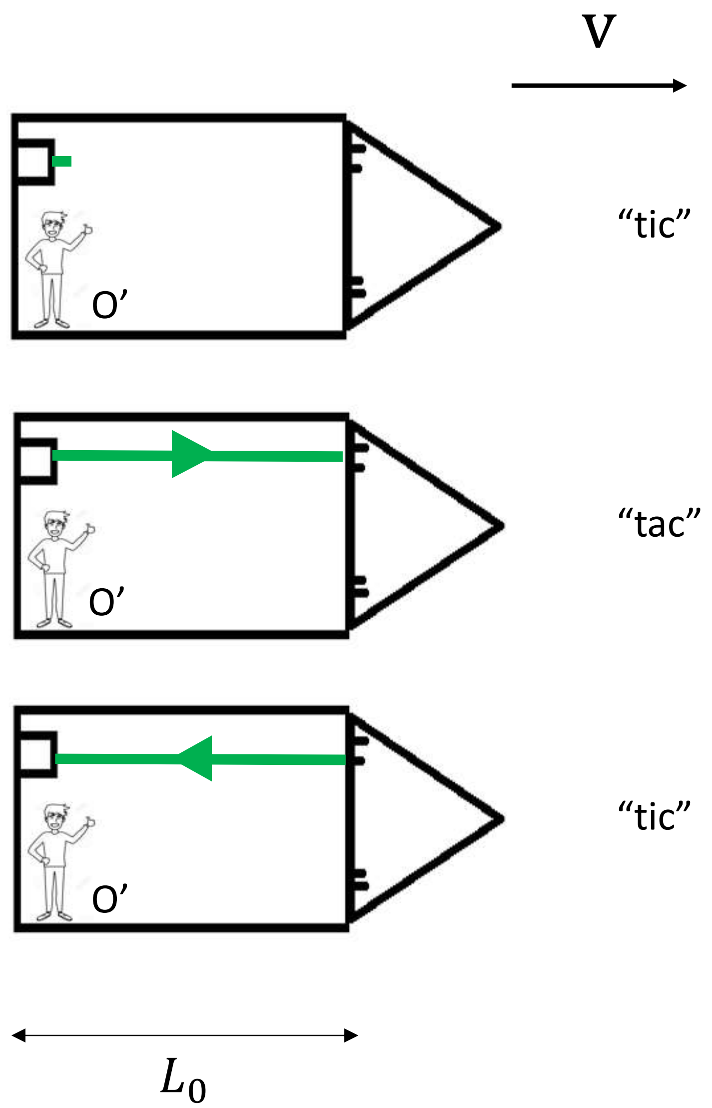
Terra em movimento



$$\left.\begin{array}{l} v = 0{,}998\ c \\ \gamma = 15{,}81 \end{array}\right\} \quad L = \frac{L_0}{\gamma} \Rightarrow L = \frac{9473}{15{,}81} \Rightarrow L = 599\ \text{m}$$

Dedução da contração do espaço

Contração do espaço - dedução



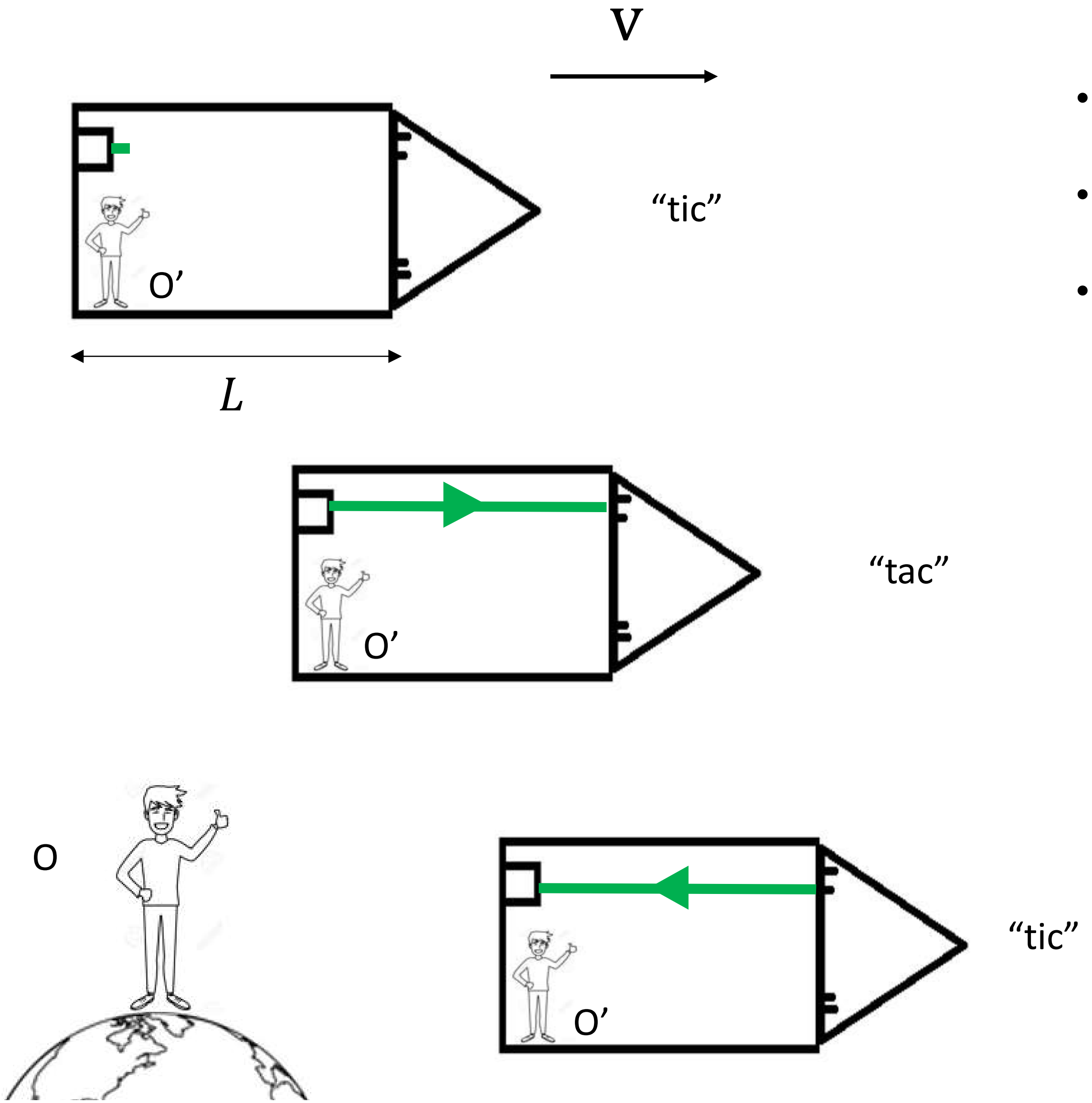
- Intervalo de tempo percebido pelo observador O’ → Δt’
- Comprimento da nave percebido pelo observador O’ → L_0
- Nave em repouso em relação ao observador O’. L_0: comprimento de repouso

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S}{V}$$

Para a luz

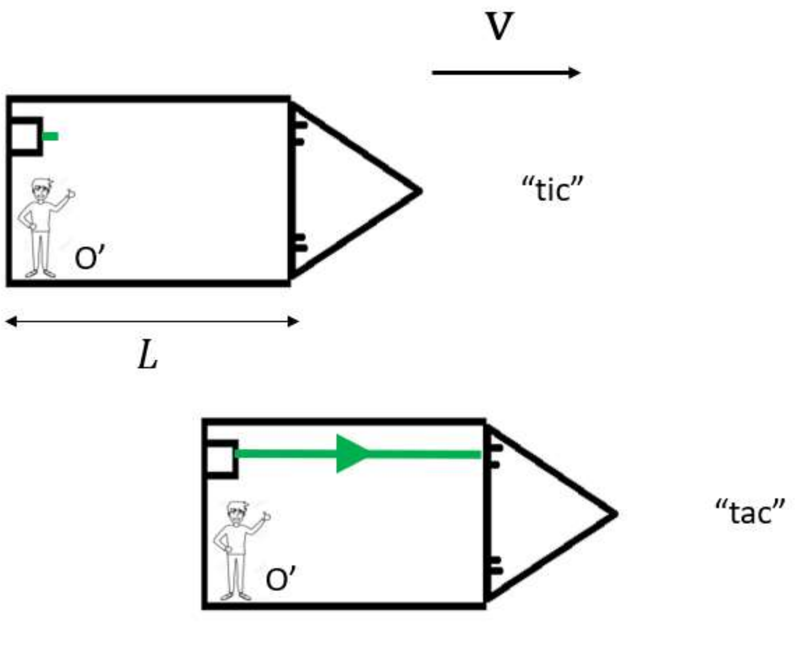
$$\boxed{\Delta t' = \frac{2L_0}{c}}$$

Contração do espaço - dedução



- Intervalo de tempo percebido pelo observador O → Δt.
- Comprimento da nave percebido pelo observador O → L.
- Nave em movimento em relação ao observador O.

Contração do espaço - dedução



Com qual velocidade o observador O percebe a luz se aproximando do espelho?

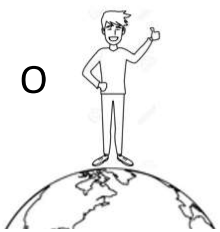
$$V_{luz,\, espelho} = c - v$$

Qual o intervalo de tempo Δt percebido pelo observador O?

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad \Delta t = \frac{\Delta S}{V}$$

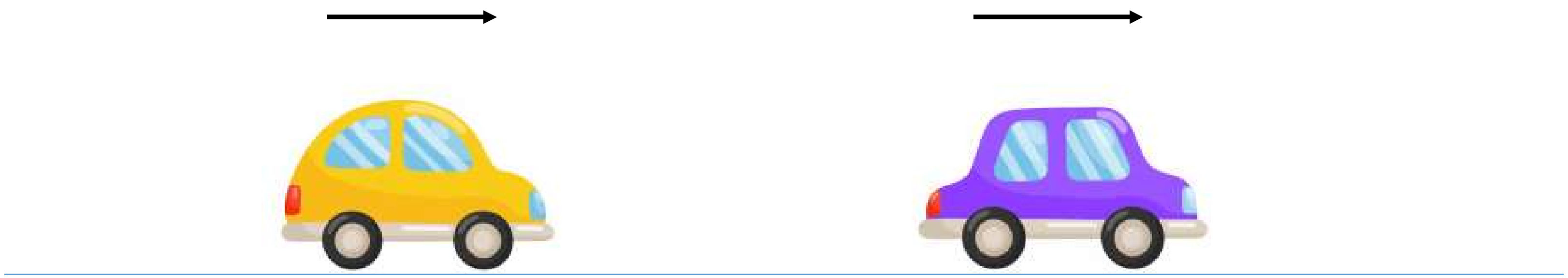
Para a luz

$$\boxed{\Delta t_{ida} = \frac{L}{c - v}}$$



Velocidade relativa

$V_{A\,,Terra}$ = 90 km/h $\qquad$ $V_{B\,,Terra}$ = 60 km/h



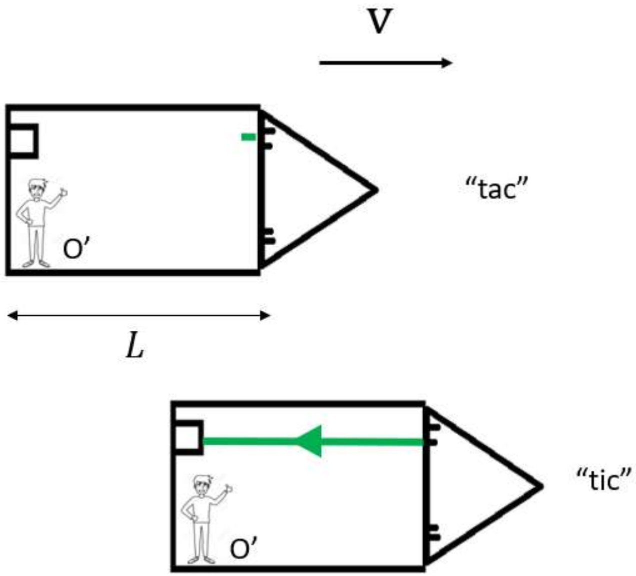
A $\qquad$ B

Com qual velocidade o carrinho A se aproxima do carrinho B?

$V_{A\,,\,B}$ = 90 - 60

$V_{A\,,\,B}$ = 30 km/h

Contração do espaço - dedução



Com qual velocidade o observador O percebe a luz se aproximando do espelho?

$$V_{luz,\,espelho} = c + v$$

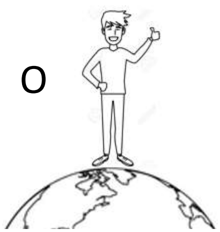
Qual o intervalo de tempo Δt percebido pelo observador O?

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S}{V}$$

Para a luz

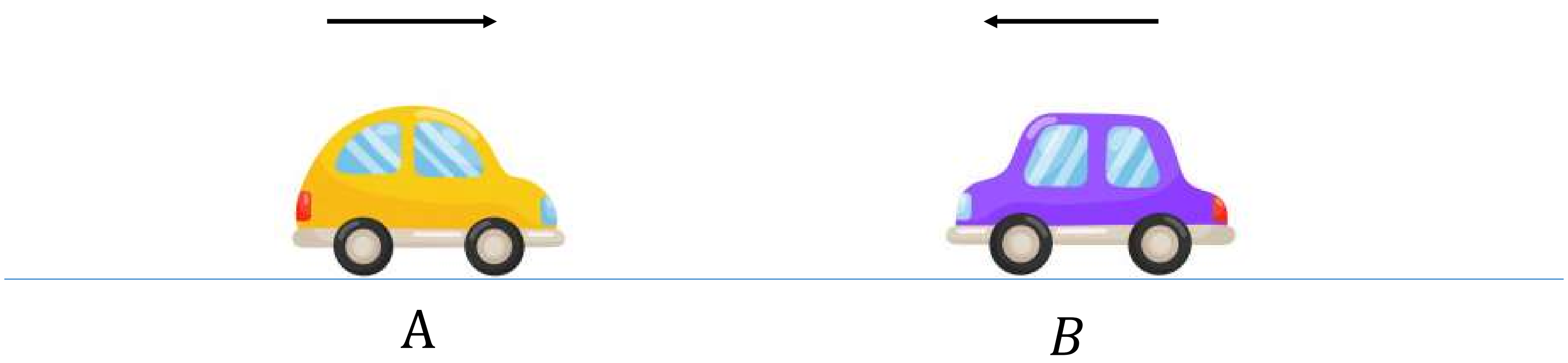
$$\boxed{\Delta t_{volta} = \frac{L}{c + v}}$$

O



Velocidade relativa

$V_{A\,,Terra}$ = 90 km/h $\qquad\qquad$ $V_{B\,,Terra}$ = 60 km/h

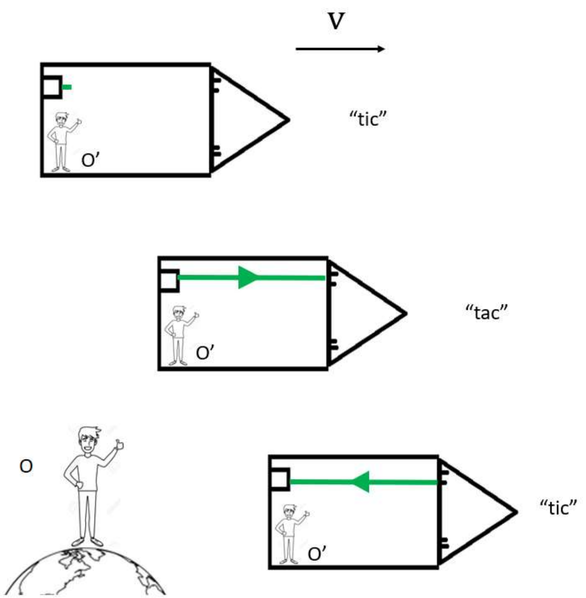


Com qual velocidade o carrinho A se aproxima do carrinho B?

$V_{A\,,\,B}$ = 90 + 60

$V_{A\,,\,B}$ = 150 km/h

Contração do espaço - dedução



Para o observador O

$$\Delta t_{ida} = \frac{L}{c - v} \qquad \Delta t_{volta} = \frac{L}{c + v}$$

$$\Delta t = \Delta t_{ida} + \Delta t_{volta}$$

$$\Delta t = \frac{L}{c - v} + \frac{L}{c + v}$$

$$\Delta t = \frac{(c + v).L \; + \; (c - v).L}{(c - v).(c + v)}$$

$$\Delta t = \frac{L.c + \cancel{L.v} \; + \; L.c - \cancel{L.v}}{(c - v).(c + v)}$$

$$\Delta t = \frac{2L.c}{(c^2 - v^2)}$$

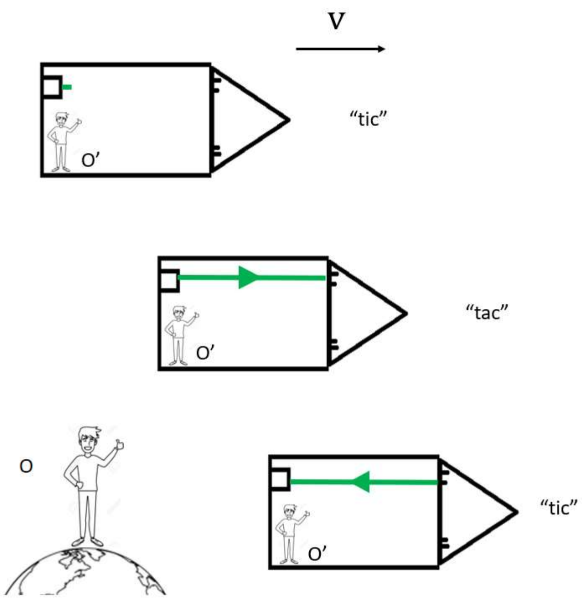
$$\Delta t = \frac{2L.c}{C^2.(1 - \frac{v^2}{c^2})}$$

Contração do espaço - dedução

Para o observador O

$$\Delta t = \frac{2L.\cancel{c}}{\cancel{c}^2.(1 - \frac{v^2}{c^2})}$$

$$\Delta t = \frac{2L}{c.(1 - \frac{v^2}{c^2})}$$



Contração do espaço - dedução

- Intervalo de tempo percebido pelo observador O’ → Δt’
- Comprimento da nave percebido pelo observador O’ → L_0
- Nave em repouso em relação ao observador O’. L_0: comprimento de repouso

$$\Delta t' = \frac{2L_0}{c}$$

- Intervalo de tempo percebido pelo observador O → Δt.
- Comprimento da nave percebido pelo observador O → L.
- Nave em movimento em relação ao observador O.

$$\Delta t = \frac{2L}{c.(1 - \frac{v^2}{c^2})}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta t = \Delta t'.\gamma \Rightarrow \boxed{L = \frac{L_0}{\gamma}}$$

Contração do espaço

$$\gamma = 1 \text{ ou } \gamma > 1$$

Contração do espaço - dedução

$$\Delta t' = \frac{2L_0}{c} \qquad \Delta t = \frac{2L}{c.(1 - \frac{v^2}{c^2})} \qquad \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{2L}{c.(1 - \frac{v^2}{c^2})} = \frac{\frac{2L_0}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \frac{L}{c.(1 - \frac{v^2}{c^2})^1} = \frac{\frac{L_0}{c}}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{1/2}} \qquad \frac{L}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{1/2}} = \frac{L_0}{1}$$

$$\frac{\cancel{2}L}{c.(1 - \frac{v^2}{c^2})^1} = \frac{\frac{\cancel{2}L_0}{c}}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{1/2}} \qquad \frac{L}{c.(1 - \frac{v^2}{c^2})^{1/2}} = \frac{\frac{L_0}{c}}{1} \qquad L \,.\, \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{v^2}{c^2})}} = \frac{L_0}{1}$$

Contração do espaço - dedução

$\Delta t' = \frac{2L_0}{c}$

$\Delta t = \frac{2L}{c.(1 - \frac{v^2}{c^2})}$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L \,.\, \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{v^2}{c^2})}} = \frac{L_0}{1}$$

$L \,.\, \gamma = L_0$

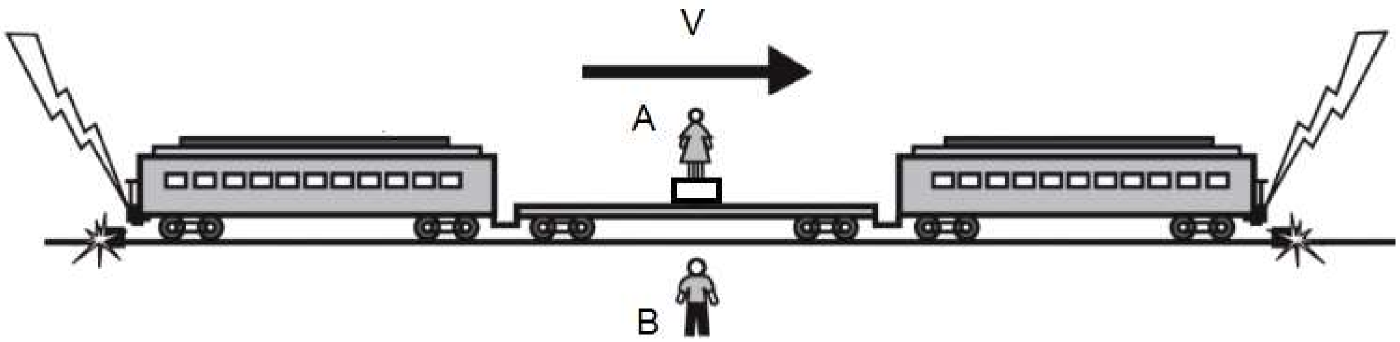
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$L = \frac{L_0}{\gamma}$

$\gamma = 1$ ou $\gamma > 1$

Simultaneidade

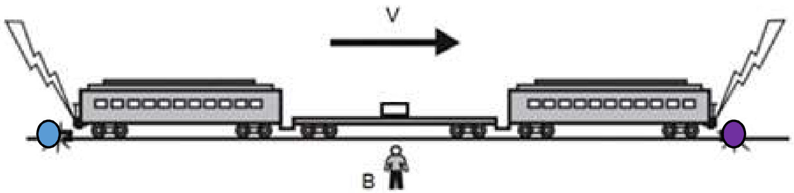
Consideremos um trem que movimenta com velocidade V, em MRU, para a direita, uma observadora A que viaja neste trem e está em repouso em relação ao trem e um observador B, em repouso em relação à Terra.

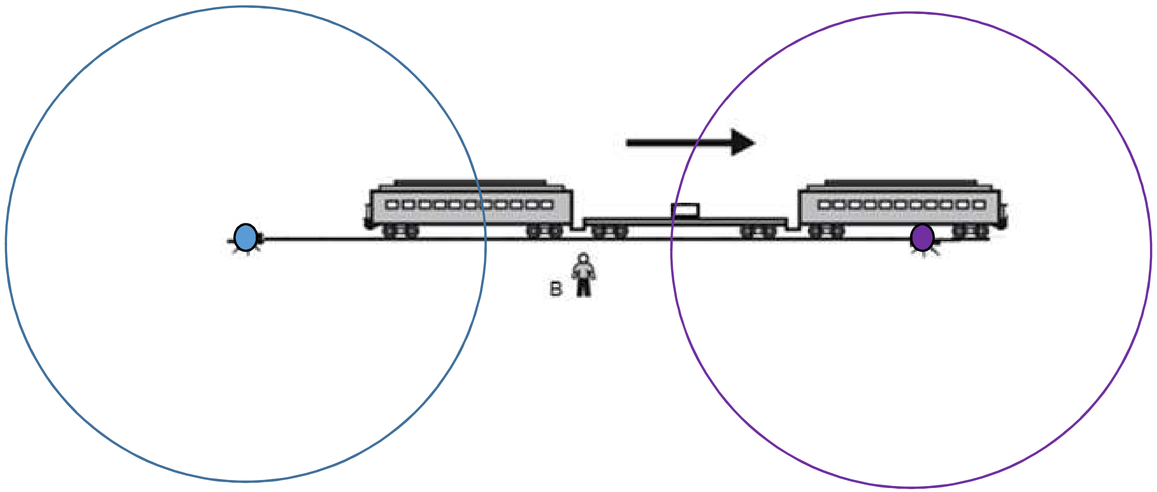


Quando os observadores estão dispostos frontalmente, dois raios atingem as extremidades dos trens. Junto à observadora A existe um sensor fica vermelho quando os sinais luminosos luminosos o atingem ao mesmo tempo e verde quando os sinais alcançam o sensor em instantes diferentes.

Qual a indicação do sensor?

Para a observadora B:

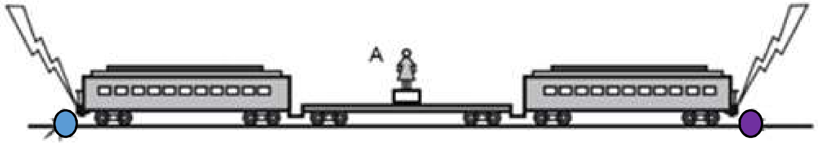


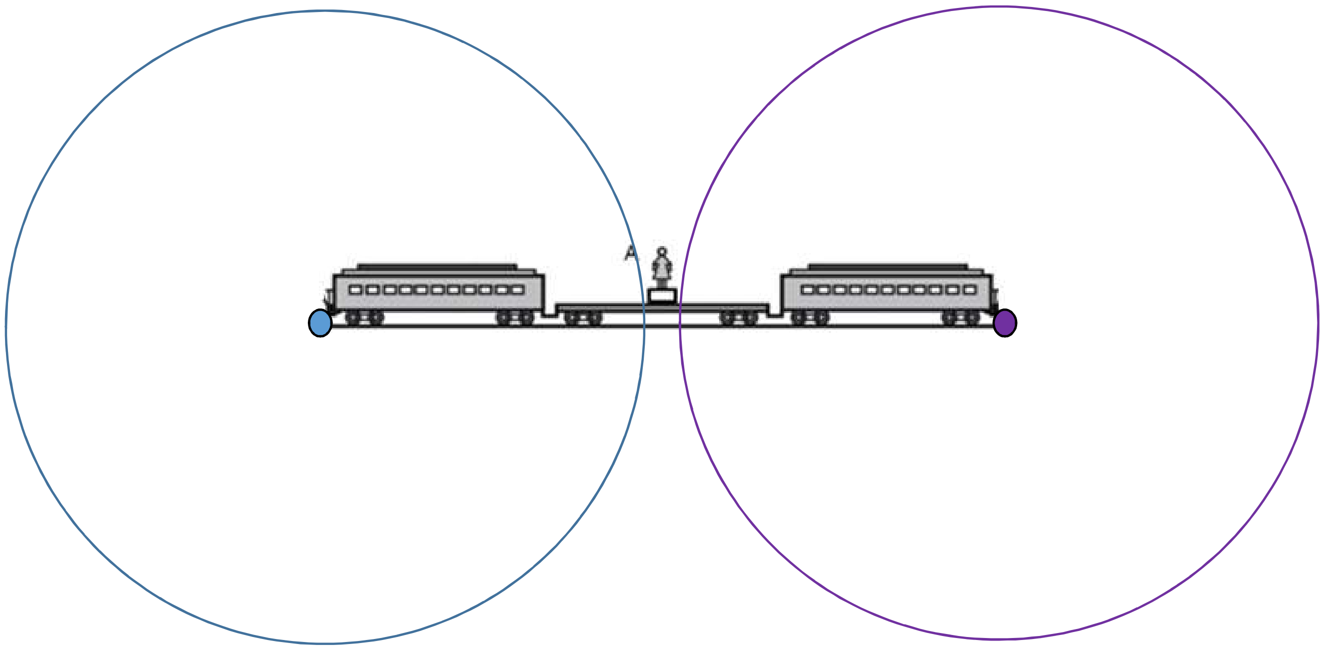


O sensor fica verde

Os raios atingem o chão no mesmo instante.

Para a observadora A:



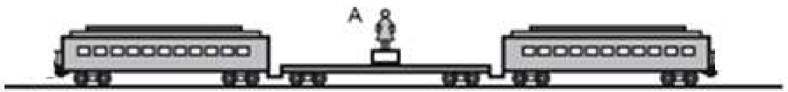


~~O sensor~~ ~~vermelho~~

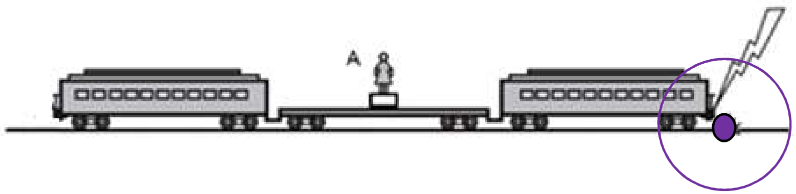
E agora?

Para a observadora A:

t_1

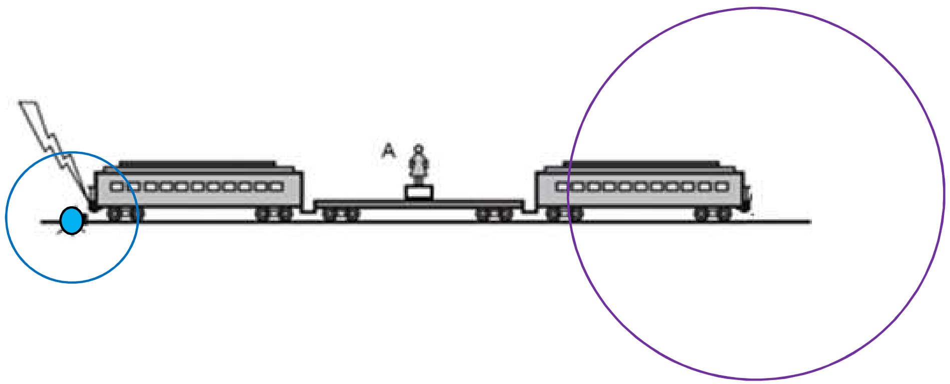


t_2



O sensor fica verde

t_3



Os eventos não são simultâneos!