Movimento circular

Setor C: Aulas 7 e 8 / Pg. 498 / Alfa 2

- SL 02 – Mapa conceitual
- SL 03 – Ângulo de fase
- SL 04 – Velocidade angular média e instantânea
- SL 05 – Relação entre grandezas escalares e angulares
- SL 06 – Relação entre velocidade escalar e angular
- SL 07 – Movimento circular uniforme
- SL 08 – Período e frequência
- SL 09 – Equações
- SL 10 – Acoplamentos de polias e engrenagens
- SL 13 – Exercícios

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

Equações

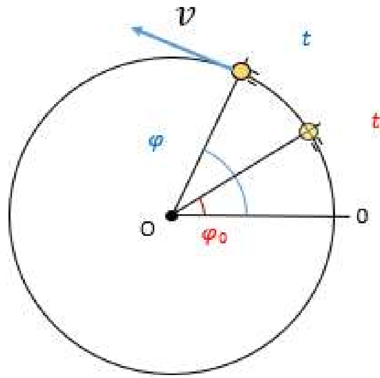
Escalar	Angular
$v = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$	$\omega = \dfrac{\Delta \varphi}{\Delta t}$
$v = \dfrac{2\pi r}{T}$	$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$
$v = 2\pi \mathrm{rf}$	$v = 2\pi \mathrm{f}$

- $\mathrm{T} = \dfrac{1}{\mathrm{f}}$

$$v = \omega \ . \ \mathrm{r}$$

$$\left[\frac{m}{s}\right] = \left[\frac{rad}{s}\right] . \ [\mathrm{m}]$$

Movimento circular



$$\omega_m = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi' - \varphi}{t' - t}$$

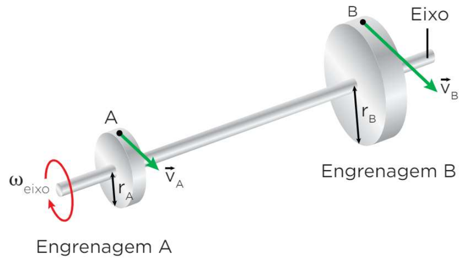
Movimento circular uniforme

$$\omega = \omega_m = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \mathrm{cte}$$

Acoplamentos

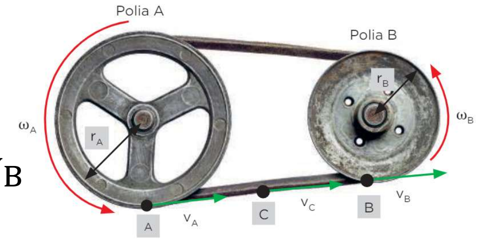
Eixo

$$\omega_A = \omega_B$$



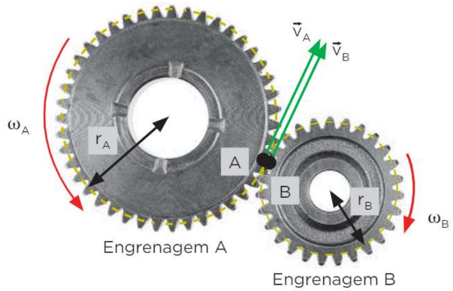
Correia

$$\mathrm{v}_{C\ (\mathrm{correia})} = \mathrm{v_A} = \mathrm{v_B}$$



Contato

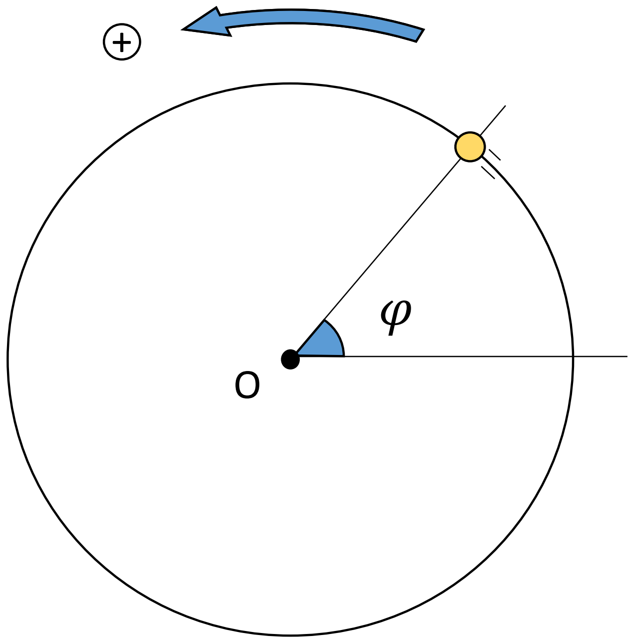
$$\mathrm{v_A} = \mathrm{v_B}$$



Ângulo de fase (φ)

- Espaço angular
- Posição angular

$[\varphi]$ = SI: rad



Exemplos:

1 volta = 2π rad = 360°

- $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad = 30°
- $\varphi = \frac{\pi}{4}$ rad = 45°
- $\varphi = \frac{\pi}{3}$ rad = 60°
- $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad = 90°
- $\varphi = \pi$ rad = 180°

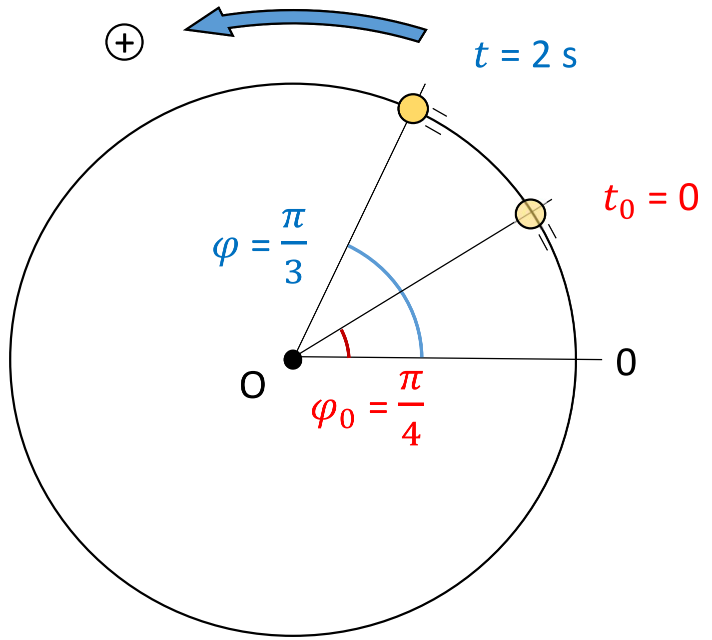
Velocidade angular média (ω_m)

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi' - \varphi}{t' - t}$$

$$[\omega_m] = \text{SI: } \frac{rad}{s}$$

Exemplo:

$$\omega_m = \frac{\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}}{2 - 0} = \frac{\frac{\pi}{12}}{2} = \frac{\pi}{12} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{24} \; \frac{rad}{s}$$

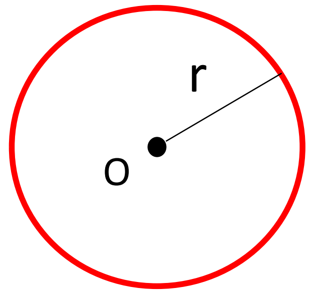


Velocidade angular instantânea (ω)

Indica a velocidade angular (ω) em um instante (t)

Relação entre grandezas angulares e grandezas escalares

$$grandeza\ escalar = grandeza\ angular\ .\ \text{raio}$$



$$\text{Perímetro} = 2\pi\ .\ r$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\ .\ r$$

$$\boxed{\Delta S = \Delta\varphi\ .\ r}$$

m ou km — rad

$$v = \omega\ .\ r$$

$$\boxed{v = \omega\ .\ r}$$

$\frac{m}{s}$ ou $\frac{km}{h}$ — $\frac{rad}{s}$

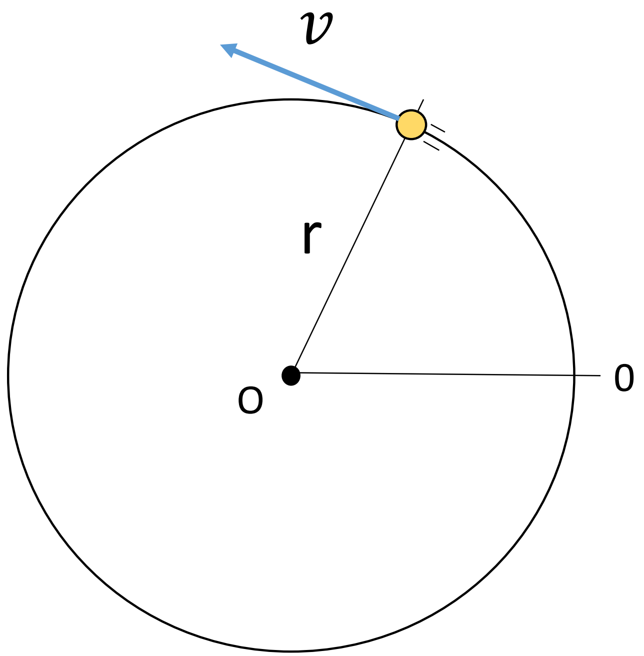
Relação entre velocidade angular instantânea (ω) e velocidade escalar instantânea (v)

$$v = \omega \cdot r$$

$[v] = \dfrac{m}{s}$ ou $\dfrac{km}{h}$

$[\omega] = \dfrac{rad}{s}$

r: Raio da trajetória



Exemplo:

- $\omega = \pi \dfrac{rad}{s}$
- $\pi = 3$
- $r = 2m$
- $v = ?$

$$v = \omega \cdot r$$

$$v = \pi \cdot 2$$

$$v = 3 \cdot 2 = 6 \text{ m/s}$$

Movimento $\boxed{\text{circular}}$ $\boxed{\text{uniforme}}$ (MCU)

Trajetória circular

$$\omega = \omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \text{constante}$$

$$v = \omega \,.\, \text{r}$$

$$[v] = \frac{m}{s} \text{ ou } \frac{km}{h}$$

(constante)

Raio da trajetória

$$[\omega] = \frac{rad}{s}$$

(constante)

Período e frequência no MCU

- Período (T): intervalo de tempo para o ocorrer uma repetição (volta completa).

$$[T] = \text{SI: s}$$

- Frequência (f): quantidade de vezes que o movimento se repete (voltas) por unidade de tempo.

$$f = \frac{\text{quantidade de volta}}{\Delta t} \qquad [\,f\,] = \text{SI: Hz} \qquad 1\ \text{Hz} = 1\ \frac{\text{repetição}}{\text{s}}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

Rotações por minuto (rpm):

Ex: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 2\pi\ \frac{rad}{s} \Rightarrow f = 1\ \frac{\text{volta}}{\text{s}} \Rightarrow f = 1\ \frac{\text{rotação}}{\text{s}} \Rightarrow f = 60\ \frac{\text{rotações}}{\text{min}}$ (rpm)

1s ------------- 1 rotações

(1 min) 60s ------------- x

x = 60 rotações

$$1\ \text{Hz} = 1\ \frac{rotação}{s} = 60\ \text{rpm}$$

x 60

÷ 60

Equações do MCU

Escalar

- $v = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$
- $v = 2\pi \mathrm{rf}$
- $v = \dfrac{2\pi r}{T}$

Função horária

- $\mathrm{s} = \mathrm{s}_0 + \mathrm{v}\,(\mathrm{t} - \mathrm{t}_0)$

Para $t_0 = 0$

- $\mathrm{s} = \mathrm{s}_0 + \mathrm{v}\,.\mathrm{t}$

Angular

- $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$
- $\omega = 2\pi \mathrm{f}$
- $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

Função horária

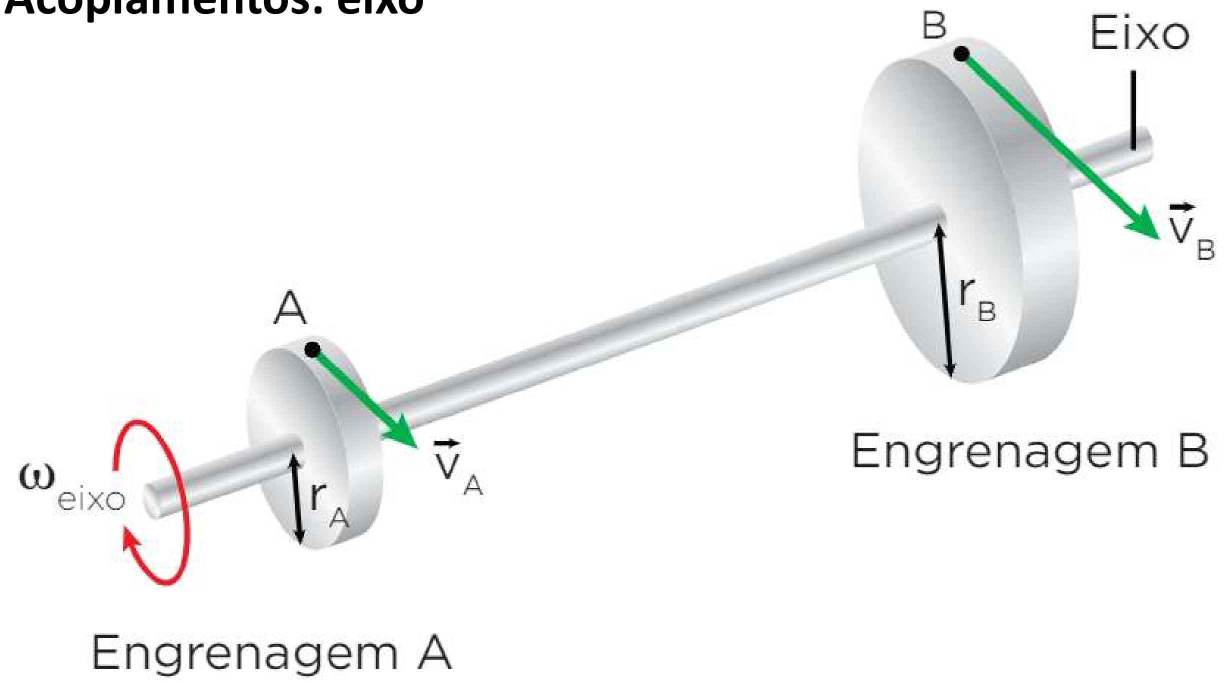
- $\varphi = \varphi_0 + \omega\,(\mathrm{t} - \mathrm{t}_0)$

Para $t_0 = 0$

- $\varphi = \varphi_0 + \omega\,.\,\mathrm{t}$

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Acoplamentos: eixo

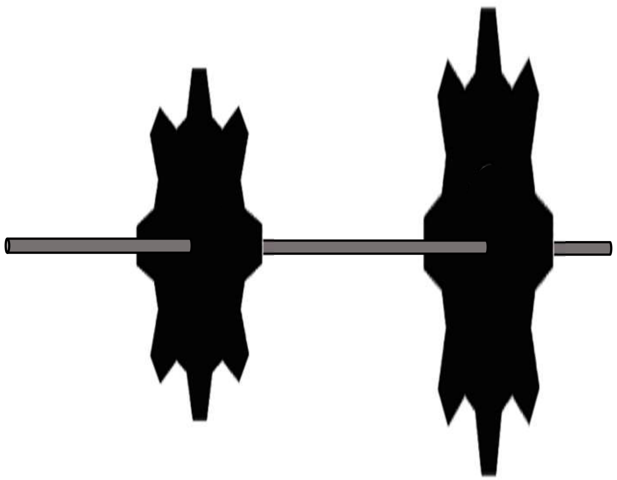


$$T_{eixo} = T_A = T_B = 5\ s$$

$$f_{eixo} = f_A = f_B = 0{,}2\ Hz$$

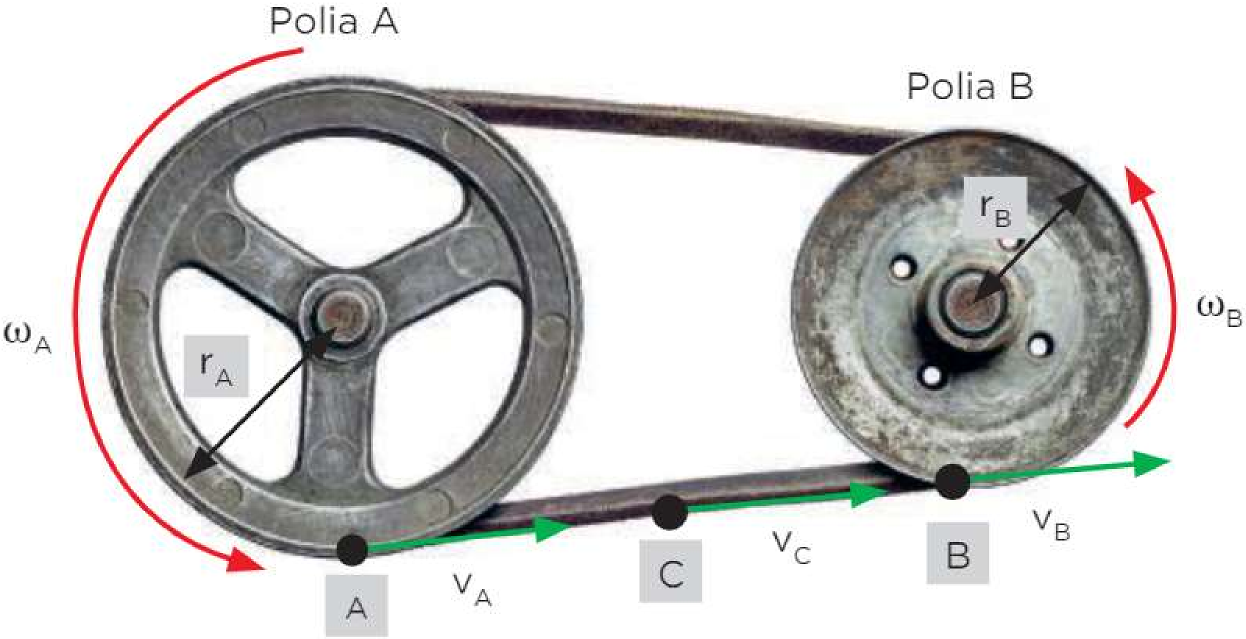
$$\omega_{eixo} = \omega_A = \omega_B$$

$$\frac{v_A}{r_A} = \frac{v_B}{r_B}$$



- $v = \omega \cdot r$
- $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{5} = 0{,}2\ Hz$
- $\omega_A = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5} = 0{,}4\pi\ \frac{rad}{s}$
- $\omega_B = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5} = 0{,}4\pi\ \frac{rad}{s}$

Acoplamentos: correias e correntes



$$v_{C\ (\text{correia})} = v_A = v_B$$

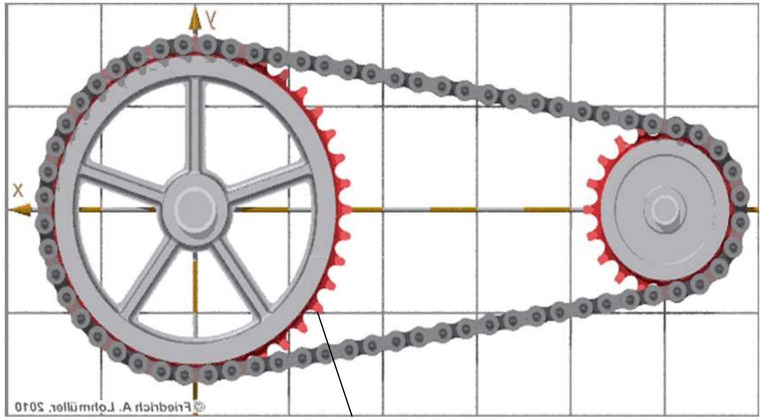
$$\omega_A . r_A = \omega_B . r_B$$

$$\cancel{2\pi} f_A\ .\ r_A = \cancel{2\pi} f_B\ .\ r_B$$

$$f_A\ .\ r_A = f_B\ .\ r_B$$

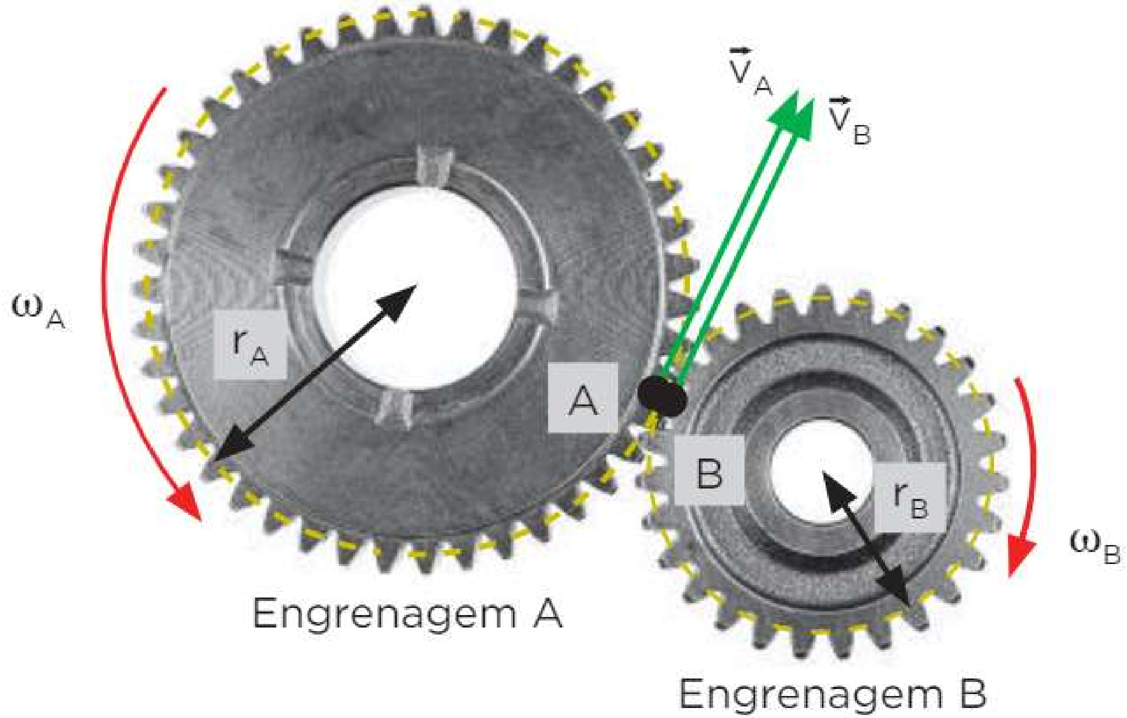
$$\frac{r_A}{T_A} = \frac{r_B}{T_B}$$

- $v = \omega\ .\ \mathrm{r}$
- $\omega = 2\pi \mathrm{f}$
- $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- $\mathrm{f} = \frac{1}{T}$



KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Acoplamentos: engrenagens em contato direto



- $v = \omega \,.\, r$
- $\omega = 2\pi f$
- $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- $f = \frac{1}{T}$

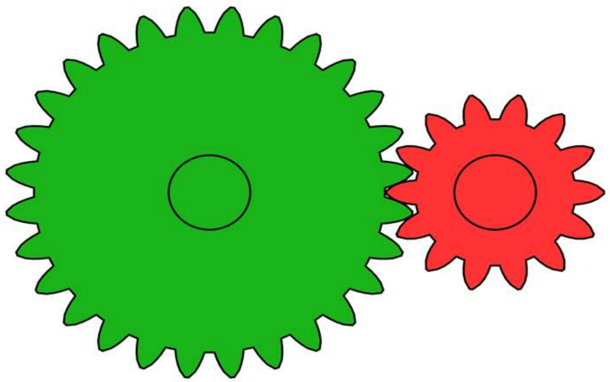
$$v_A = v_B$$

$$\omega_A . r_A = \omega_B . r_B$$

$$\cancel{2\pi} f_A \,.\, r_A = \cancel{2\pi} f_B \,.\, r_B$$

$$f_A \,.\, r_A = f_B \,.\, r_B$$

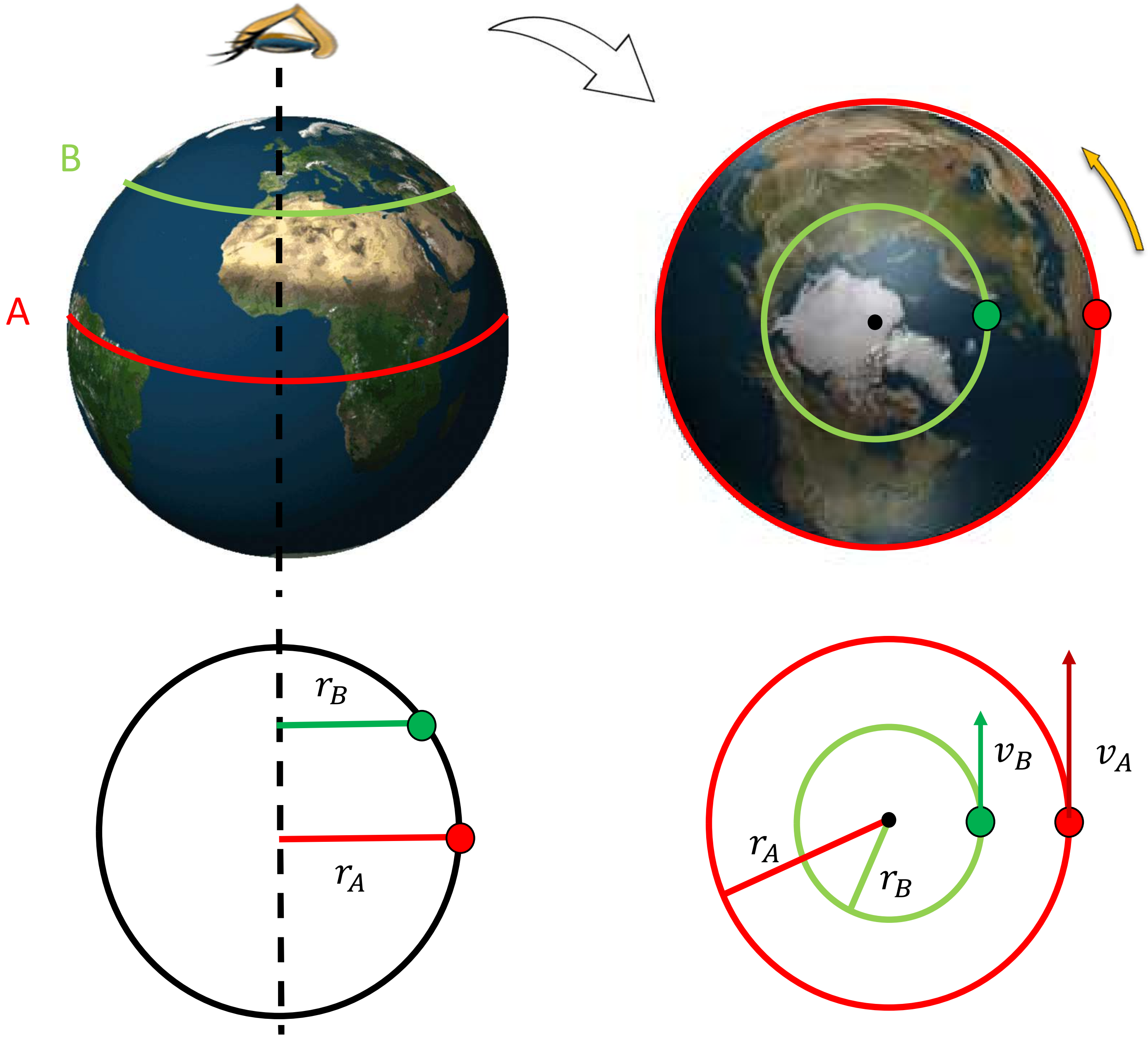
$$\frac{r_A}{T_A} = \frac{r_B}{T_B}$$



Exercícios

1. (Uece) Considere o movimento de rotação de dois objetos presos à superfície da Terra, sendo um deles no equador e o outro em uma latitude norte, acima do equador. Considerando somente a rotação da Terra, para que a velocidade tangencial do objeto que está a norte seja a metade da velocidade do que está no equador, sua latitude deve ser

a) 60°
b) 45°
c) 30°
d) 0,5°

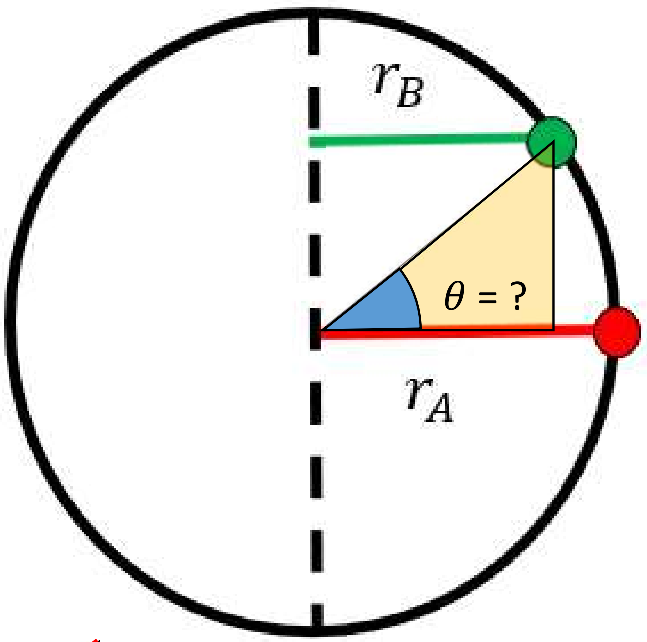


$$\omega_A = \omega_B$$

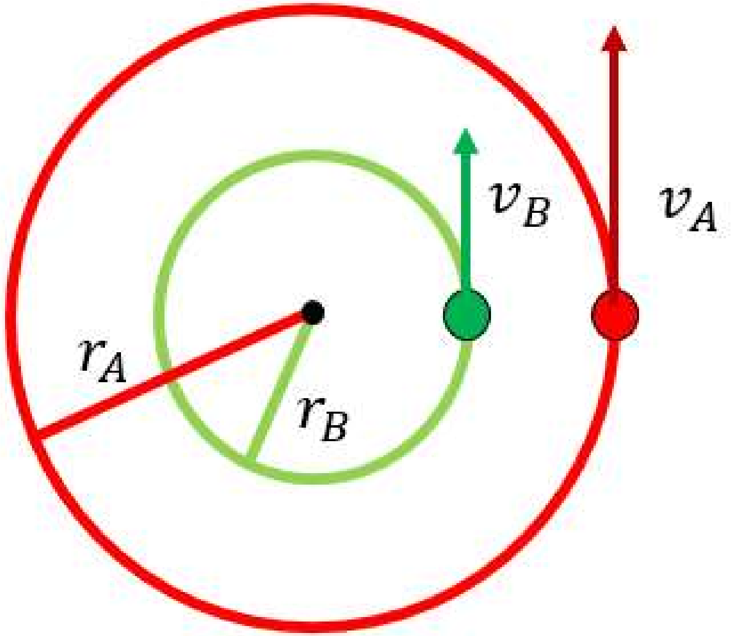
$$v \uparrow = \omega \,.\, \mathrm{r} \uparrow$$

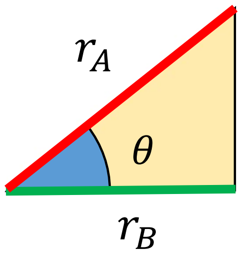
1. (Uece) Considere o movimento de rotação de dois objetos presos à superfície da Terra, sendo um deles no equador e o outro em uma latitude norte, acima do equador. Considerando somente a rotação da Terra, para que a **velocidade tangencial do objeto que está a norte seja a metade da velocidade do que está no equador**, sua latitude deve ser

a) 60° b) 45° c) 30° d) 0,5°



$\omega_A = \omega_B$





$$\cos\theta = \frac{r_B}{r_A} = \frac{\frac{\cancel{r_A}}{2}}{\cancel{r_A}} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\theta = 60°}$$

$$v_B = \frac{v_A}{2} \Rightarrow \cancel{\omega_B} \cdot r_B = \frac{\cancel{\omega_A} \cdot r_A}{2} \Rightarrow r_B = \frac{r_A}{2}$$

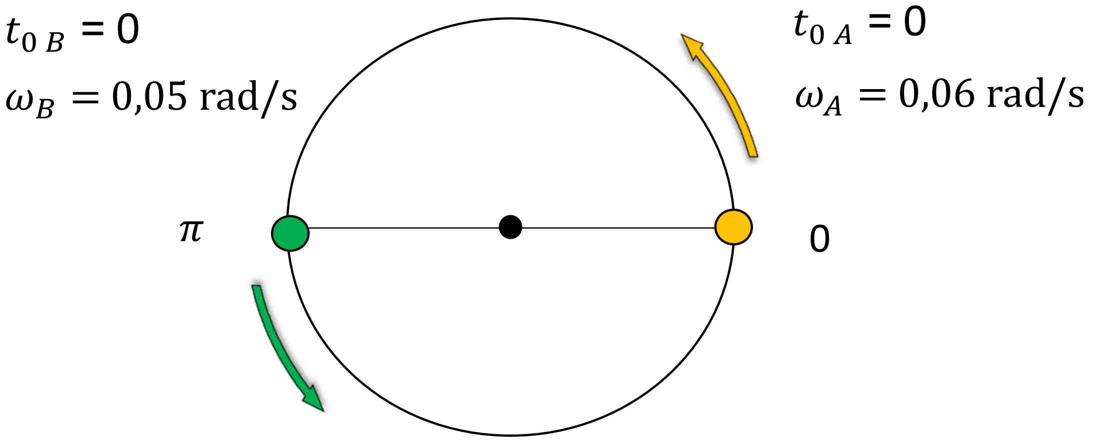
1. (Uece) Considere o movimento de rotação de dois objetos presos à superfície da Terra, sendo um deles no equador e o outro em uma latitude norte, acima do equador. Considerando somente a rotação da Terra, para que a **velocidade tangencial do objeto que está a norte seja a metade da velocidade do que está no equador**, sua latitude deve ser

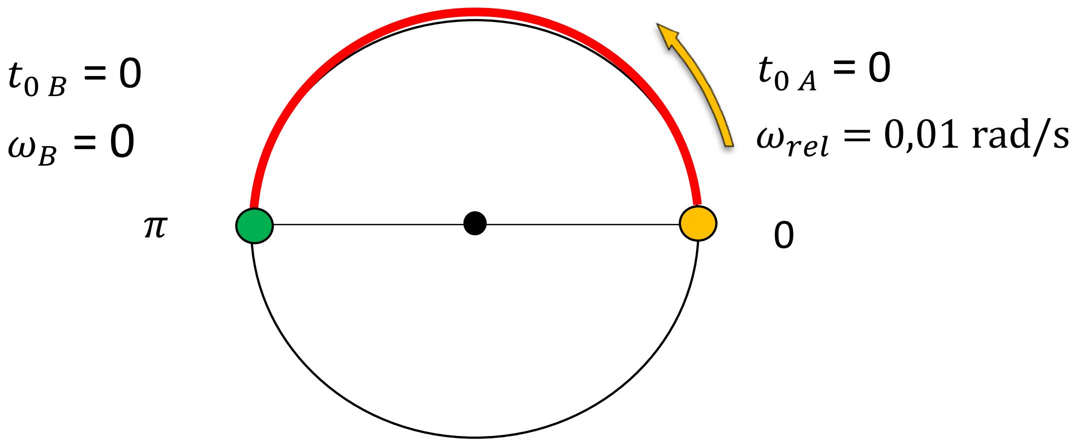
a) 60°　　b) 45°　　c) 30°　　d) 0,5°

2. Dois atletas correm em uma pista circular de raio 50 m, com velocidades escalares constantes e iguais a 10,8 km/h e 9 km/h. Eles iniciaram suas corridas no mesmo instante e em posições diametralmente opostas. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos, sabendo-se que eles se movimentam no mesmo sentido, valem, respectivamente (considere $\pi = 3$):

a) 300 s e 300 s
b) 300 s e 600 s
c) 300 s e 900 s
d) 900 s e 300 s
e) 900 s e 600 s

2. Dois atletas correm em uma pista circular de raio 50 m, com velocidades escalares constantes e iguais a 10,8 km/h e 9 km/h. Eles iniciaram suas corridas no mesmo instante e em posições diametralmente opostas. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos, sabendo-se que eles se movimentam no mesmo sentido, valem, respectivamente (considere π = 3):





v_A = 10,8 km/h = 3 m/s $\qquad$ v_B = 9 km/h = 2,5 m/s

$$\omega_A = \frac{v_A}{r_A} = \frac{3}{50} = 0{,}06\ rad/s \qquad \omega_B = \frac{v_B}{r_B} = \frac{2{,}5}{50} = 0{,}05\ rad/s$$

$$\omega_{relativa} = \omega_A - \omega_B$$

$$\omega_{relativa} = 0{,}06 - 0{,}05 = 0{,}01 \text{ rad/s}$$

Início → 1º encontro

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\pi}{0{,}01} = \frac{3}{0{,}01} = 300 \text{ s}$$

2. Dois atletas correm em uma pista circular de raio 50 m, com velocidades escalares constantes e iguais a 10,8 km/h e 9 km/h. Eles iniciaram suas corridas no mesmo instante e em posições diametralmente opostas. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos, sabendo-se que eles se movimentam no mesmo sentido, valem, respectivamente (considere π = 3):

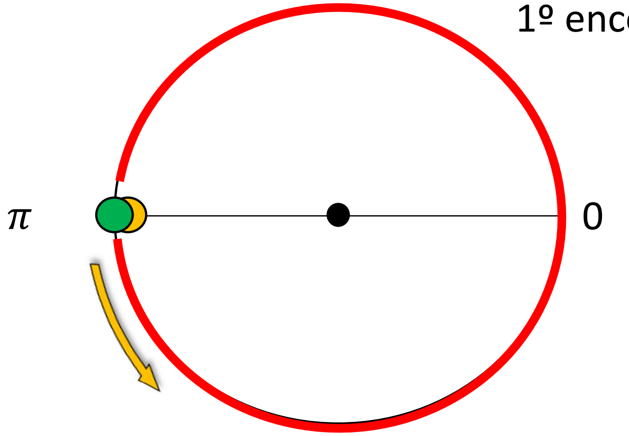
t_A = 300 s

$\omega_{rel} = 0{,}01 \text{ rad/s}$

t_B = 300 s

ω_B = 0

1º encontro



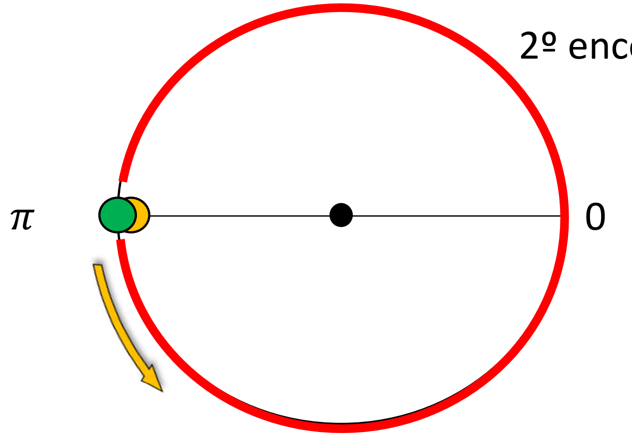
t_A = 900 s

$\omega_{rel} = 0{,}01 \text{ rad/s}$

t_B = 900 s

ω_B = 0

2º encontro



1º → 2º encontro

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{2\pi}{0{,}01} = \frac{6}{0{,}01} = 600 \text{ s}$$

Primeiro encontro

t = 300 s

+600s

Segundo encontro

t = 900 s

+600s

Terceiro encontro

t = 1500 s

+600s

Quarto encontro

t = 2100 s

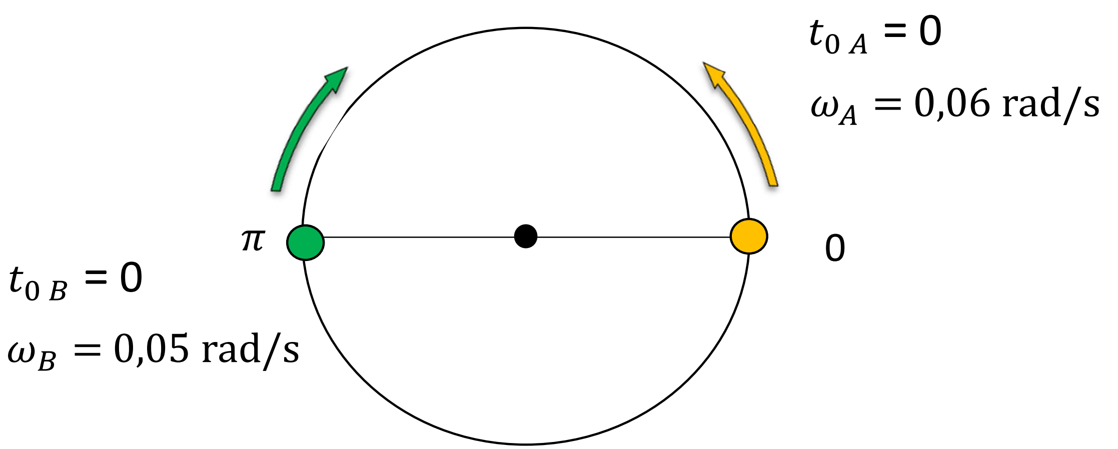
2. Dois atletas correm em uma pista circular de raio 50 m, com velocidades escalares constantes e iguais a 10,8 km/h e 9 km/h. Eles iniciaram suas corridas no mesmo instante e em posições diametralmente opostas. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos, sabendo-se que eles se movimentam no mesmo sentido, valem, respectivamente (considere $\pi = 3$):

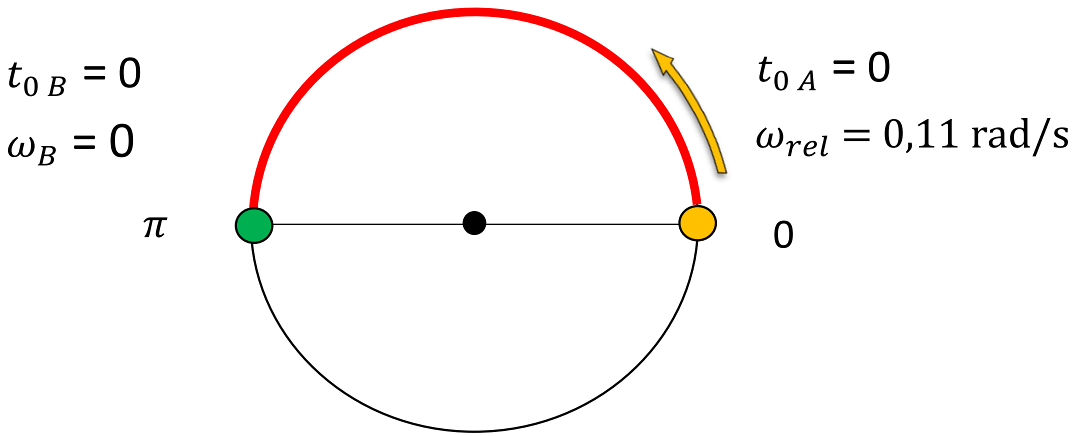
a) 300 s e 300 s
b) 300 s e 600 s
c) 300 s e 900 s
d) 900 s e 300 s
e) 900 s e 600 s

3. Considere agora que os dois atletas do exercício anterior se movimentem em sentidos contrários. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos valem, aproximadamente (considere $\pi = 3$):

a) 27,3 s e 54,5 s
b) 27,3 s e 81,8 s
c) 54,5 s e 81,8 s
d) 81,8 s e 54,3 s
e) 81,8 s e 136,4 s

3. Considere agora que os dois atletas do exercício anterior se movimentem em sentidos contrários. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos valem, aproximadamente (considere π = 3):





v_A = 10,8 km/h = 3 m/s $\qquad$ v_B = 9 km/h = 2,5 m/s

$$\omega_A = \frac{v_A}{r_A} = \frac{3}{50} = 0{,}06\ rad/s \qquad \omega_B = \frac{v_B}{r_B} = \frac{2{,}5}{50} = 0{,}05\ rad/s$$

$$\omega_{relativa} = \omega_A + \omega_B$$

$$\omega_{relativa} = 0{,}06 + 0{,}05 = 0{,}11 \text{ rad/s}$$

Início → 1º encontro

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\pi}{0{,}11} = \frac{3}{0{,}11} \approx 27{,}3 \text{ s}$$

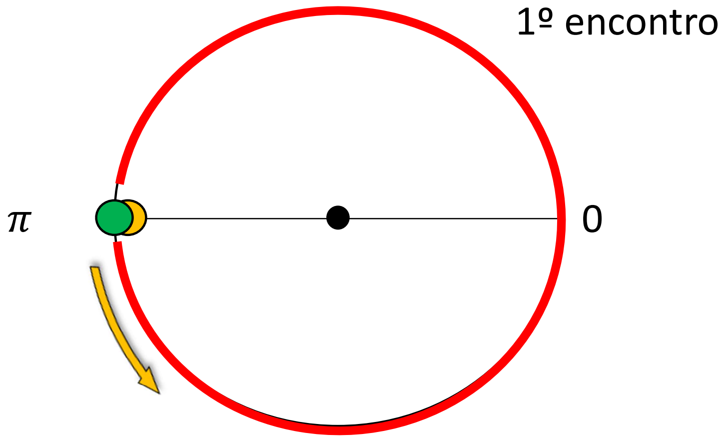
3. Considere agora que os dois atletas do exercício anterior se movimentem em sentidos contrários. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos valem, aproximadamente (considere π = 3):

t_A = 27,3 s

$\omega_{rel} = 0{,}11\ \text{rad/s}$

t_B = 27,3 s

ω_B = 0

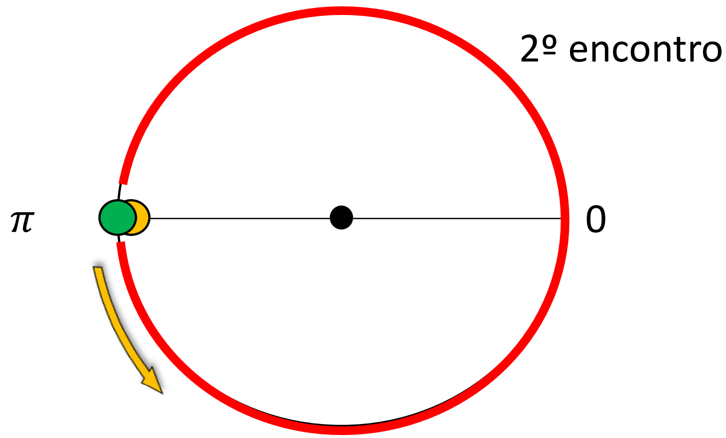


t_A = 81,8 s

$\omega_{rel} = 0{,}11\ \text{rad/s}$

t_B = 81,8 s

ω_B = 0



1º → 2º encontro

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{2\pi}{0{,}11} = \frac{6}{0{,}11} \approx 54{,}5\ \text{s}$$

Primeiro encontro
t = 27,3 s

+54,5s

Segundo encontro
t = 81,8 s

+54,5s

Terceiro encontro
t = 136,3 s

+54,5s

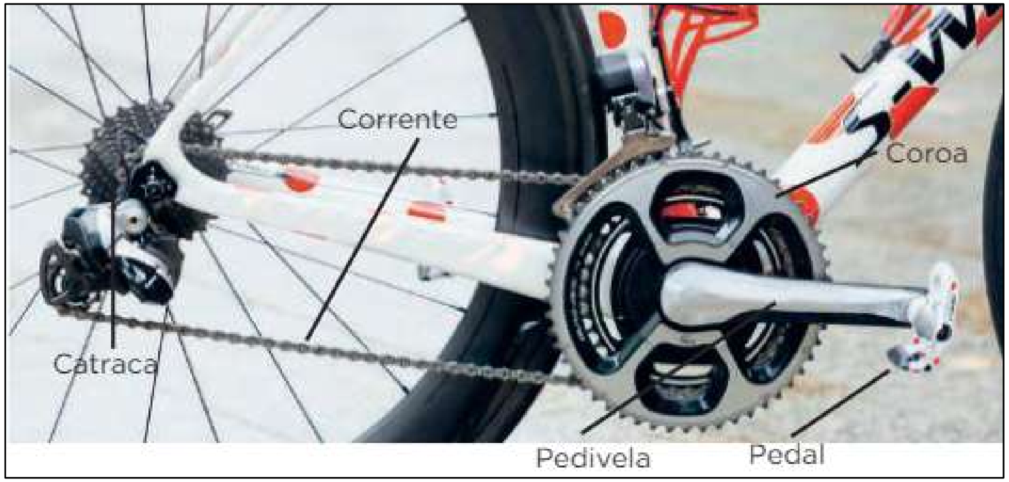
Quarto encontro
t = 190,8 s

3. Considere agora que os dois atletas do exercício anterior se movimentem em sentidos contrários. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos valem, aproximadamente (considere $\pi = 3$):

a) 27,3 s e 54,5 s
b) 27,3 s e 81,8 s
c) 54,5 s e 81,8 s
d) 81,8 s e 54,3 s
e) 81,8 s e 136,4 s

4. Um parâmetro dos treinamentos a que o atleta do ciclismo de mountain bike precisa se atentar é a cadência, que expressa a rapidez com que o atleta aciona os pedais, medida em rotações por minuto. Em uma bicicleta de mountain bike, o movimento de rotação dos pedais é transmitido para a roda traseira através de uma corrente, que interliga duas peças: a coroa e o cassete. A figura a seguir ilustra esse sistema.

. Comprimento da pedivela: 175 mm
. Raio da coroa: 60 mm
. Raio da catraca utilizado: 40 mm
. Raio do pneu: 32 cm



Suponha que um ciclista percorra um trecho de uma estrada de terra mantendo sua velocidade escalar e sua cadência constantes, sem mudar de marcha. Considere em sua bicicleta:

Nessas condições, sabendo-se que a velocidade escalar instantânea dos pedais é igual a 1,4 m/s, determine:

a) a cadência desenvolvida pelo ciclista. Considere $\pi = 3$.

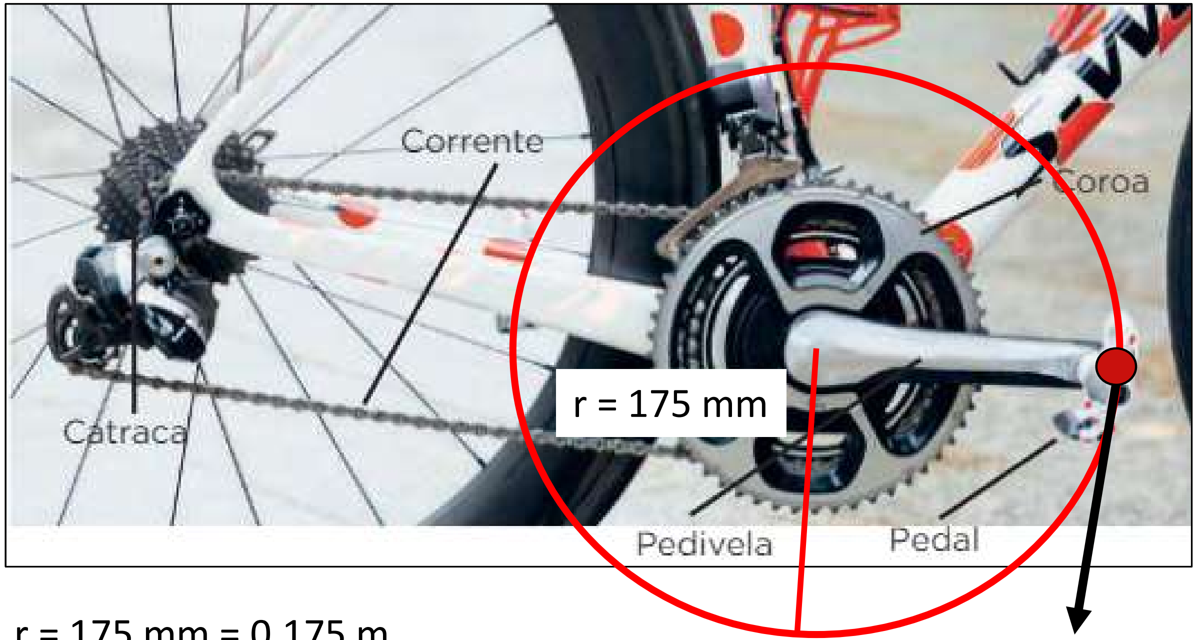
b) a velocidade escalar de um ponto da periferia do pneu traseiro em relação à bicicleta.

c) a frequência do movimento da catraca no Sistema Internacional.

. Comprimento da pedivela: 175 mm
. Raio da coroa: 60 mm
. Raio da catraca utilizado: 40 mm
. Raio do pneu: 32 cm

Nessas condições, sabendo-se que a velocidade escalar instantânea dos pedais é igual a 1,4 m/s, determine:

a) a cadência desenvolvida pelo ciclista. Considere π = 3.



r = 175 mm = 0,175 m

v_{pedal} = 1,4 m/s

Cadência (rpm) = f_{pedal} = ?

$$\text{v} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$\text{v} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\text{v} = 2\pi r f$$

$$f_{pedal} = \frac{v}{2\pi} = \frac{1{,}4}{2\,.\,3\,.\;0{,}175} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}\ \text{Hz}$$

x 60

1 Hz = 1 $\frac{rotação}{s}$ = 60 rpm

÷ 60

x 60

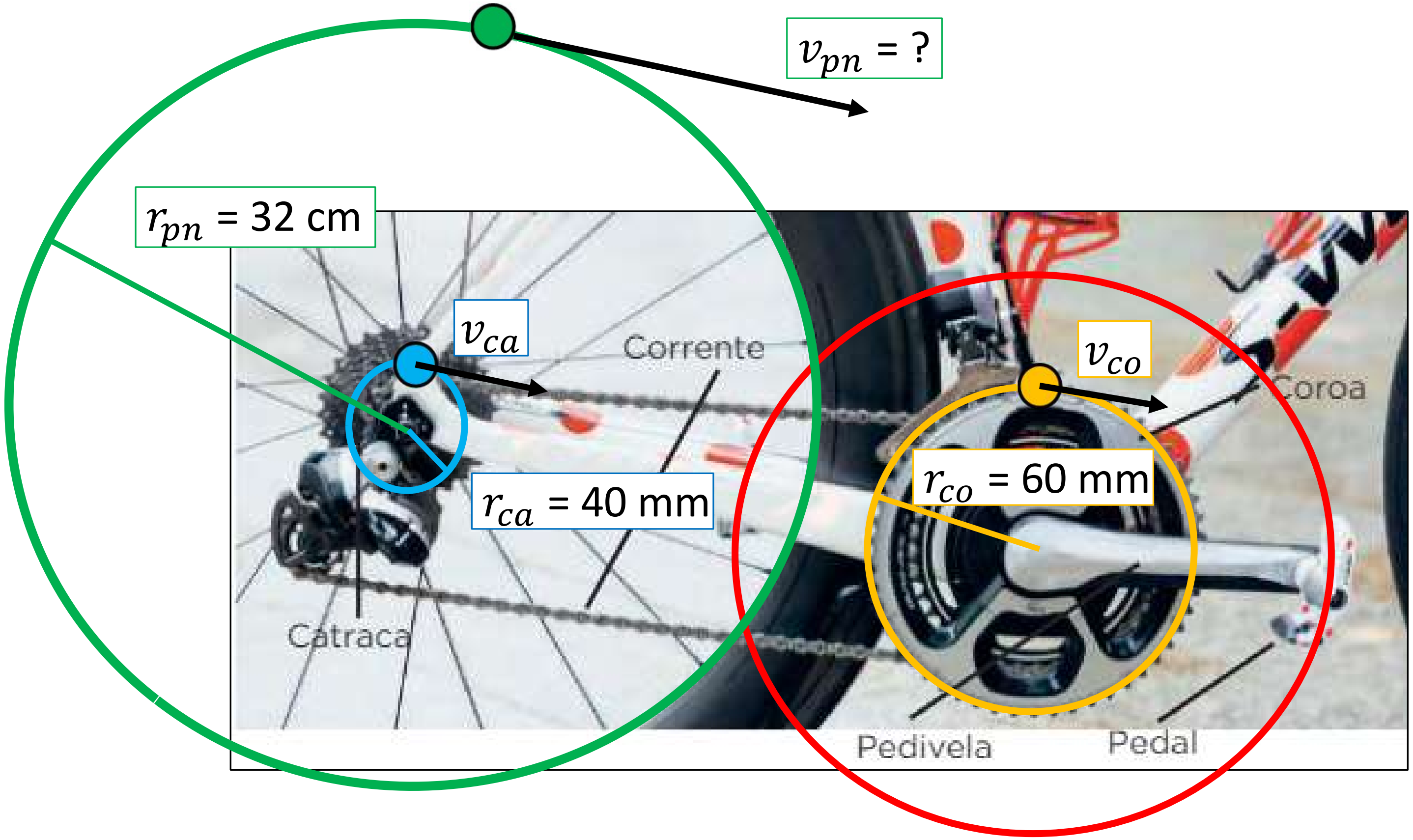
$$f_{pedal} = \frac{4}{3}$$

$$\boxed{f_{pedal} = \frac{240}{3} = 80 \text{ rpm}}$$

. Comprimento da pedivela: 175 mm
. Raio da coroa: 60 mm
. Raio da catraca utilizado: 40 mm
. Raio do pneu: 32 cm

b) a velocidade escalar de um ponto da periferia do pneu traseiro em relação à bicicleta.

c) a frequência do movimento da catraca no Sistema Internacional.



$$f_{pedal} = \frac{4}{3}\ \text{Hz} = f_{coroa} = \frac{4}{3}\ \text{Hz}$$

$$f_{catraca} \cdot r_{catraca} = f_{coroa} \cdot r_{coroa}$$

$$f_{catraca} \cdot 4\cancel{0}\ \cancel{mm} = \frac{4}{3} \cdot 6\cancel{0}\ \cancel{mm}$$

$$f_{catra} = \frac{\cancel{4}}{3} \cdot \frac{6}{\cancel{4}}$$

$$\boxed{f_{catra} = 2\ \text{Hz}}$$

$$f_{pneu} = f_{catraca} = 2\ \text{Hz}$$

$$v_{pneu} = 2.\pi . r_{pneu} \cdot f_{pneu}$$

$$\boxed{v_{pneu} = 2.\ 3 \ .\ 0{,}32\ .\ 2 = 3{,}84\ \text{m/s}}$$

5. Sistemas de transmissão de movimentos circulares são muito utilizados em máquinas dos mais variados tipos, desde sistemas de pequenas dimensões, como relógios, até grandes guindastes e motores de navios. A ilustração a seguir nos mostra algumas engrenagens e eixos de um desses sistemas de transmissão.

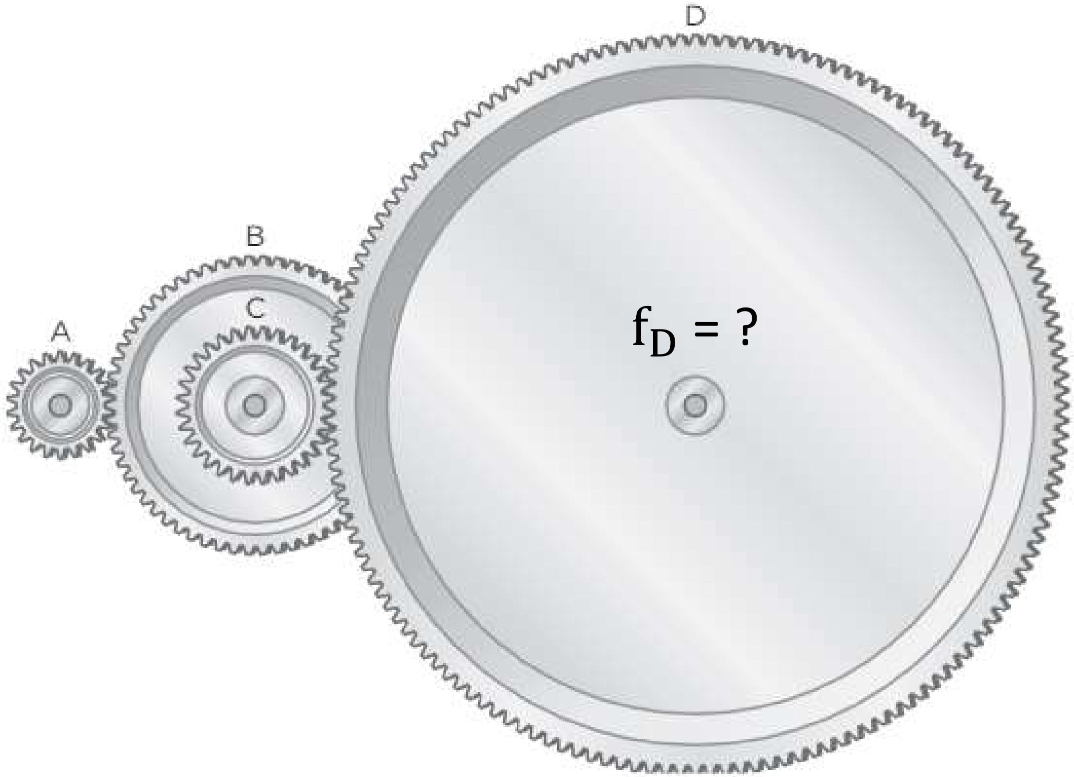
São feitas as seguintes observações:

. a engrenagem A está ligada ao motor, que gira com uma frequência de 900 rpm, através de um eixo, e possui 20 dentes;
. o raio da engrenagem B é o triplo do raio da engrenagem A;
. o diâmetro da engrenagem C é 50% maior que o diâmetro da engrenagem A;
. as engrenagens B e C estão acopladas por um eixo;
. a engrenagem D possui 150 dentes;
. os dentes das quatro engrenagens possuem a mesma largura.

A frequência da engrenagem D é:

a) 300 rpm
b) 210 rpm
c) 120 rpm
d) 60 rpm
e) 15 rpm

. a engrenagem A está ligada ao motor, que gira com uma frequência de 900 rpm, através de um eixo, e possui 20 dentes;
. o raio da engrenagem B é o triplo do raio da engrenagem A;
. o diâmetro da engrenagem C é 50% maior que o diâmetro da engrenagem A;
. as engrenagens B e C estão acopladas por um eixo;
. a engrenagem D possui 150 dentes;
. os dentes das quatro engrenagens possuem a mesma largura.



A e B

$r_B = 3\,r_A$

$f_A \,.\, r_A = f_B \,.\, r_B$

$900 \,.\, \cancel{r_A} = f_B \,.\, 3.\cancel{r_A}$

$900 = f_B \,.\, 3$

$f_B = \dfrac{900}{3} = 300 \text{ rpm}$

B e C

$f_C = f_B = 300 \text{ rpm}$

C e D

$d_C = 1{,}5 \,.\, d_A$

$\cancel{2}r_C = 1{,}5 \,.\, \cancel{2}r_A$

$r_C = 1{,}5 \,.\, r_A$

÷ 20

A → 20 dentes → 1 dente
D → 150 dentes → 7,5 dentes

÷ 20

$Perímetro_D = 7{,}5 \,.\, Perímetro_A$

$\cancel{2\pi}.r_D = 7{,}5 \,.\, \cancel{2\pi} \,.\, r_A$

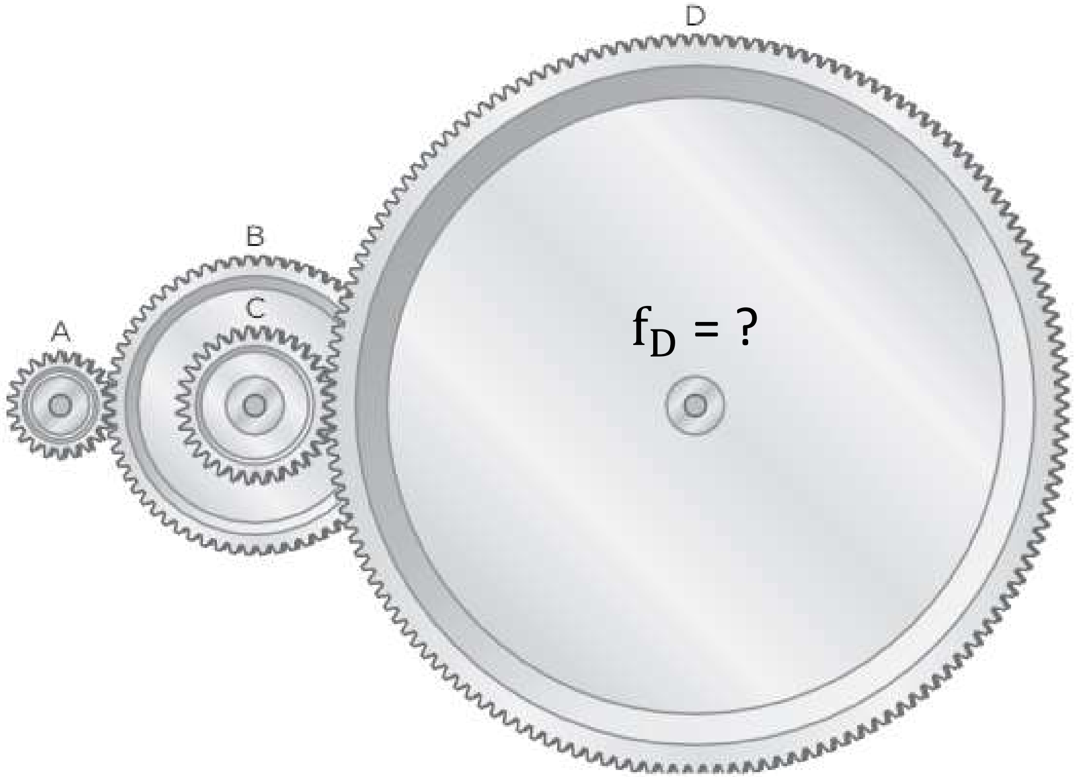
$r_D = 7{,}5 \,.\, r_A$

$r_A = \dfrac{r_D}{7{,}5}$

$r_C = \cancel{1{,}5} \,.\, \dfrac{r_D}{\cancel{7{,}5}}$

$r_C = \dfrac{r_D}{5}$

. a engrenagem A está ligada ao motor, que gira com uma frequência de 900 rpm, através de um eixo, e possui 20 dentes;
. o raio da engrenagem B é o triplo do raio da engrenagem A;
. o diâmetro da engrenagem C é 50% maior que o diâmetro da engrenagem A;
. as engrenagens B e C estão acopladas por um eixo;
. a engrenagem D possui 150 dentes;
. os dentes das quatro engrenagens possuem a mesma largura.



A e B

$r_B = 3\, r_A$

$f_A \,.\, r_A = f_B \,.\, r_B$

$900 \,.\, \cancel{r_A} = f_B \,.\, 3.\cancel{r_A}$

$900 = f_B \,.\, 3$

$f_B = \frac{900}{3} = 300 \text{ rpm}$

B e C

$f_C = f_B = 300 \text{ rpm}$

C e D

$r_C = \frac{r_D}{5}$

$f_C \,.\, r_C = f_D \,.\, r_D$

$f_C \,.\, \frac{\cancel{r_D}}{5} = f_D \,.\, \cancel{r_D}$

$f_C \,.\, \frac{1}{5} = f_D$

$300.\frac{1}{5} = f_D$

$\boxed{f_D = 60 \text{ rpm}}$

5. Sistemas de transmissão de movimentos circulares são muito utilizados em máquinas dos mais variados tipos, desde sistemas de pequenas dimensões, como relógios, até grandes guindastes e motores de navios. A ilustração a seguir nos mostra algumas engrenagens e eixos de um desses sistemas de transmissão.

São feitas as seguintes observações:

. a engrenagem A está ligada ao motor, que gira com uma frequência de 900 rpm, através de um eixo, e possui 20 dentes;
. o raio da engrenagem B é o triplo do raio da engrenagem A;
. o diâmetro da engrenagem C é 50% maior que o diâmetro da engrenagem A;
. as engrenagens B e C estão acopladas por um eixo;
. a engrenagem D possui 150 dentes;
. os dentes das quatro engrenagens possuem a mesma largura.

A frequência da engrenagem D é:

a) 300 rpm
b) 210 rpm
c) 120 rpm
d) 60 rpm
e) 15 rpm