

Leis de Kepler e a Lei da Gravitação Universal

Setor A: Aula 21/ Pg. 412 / Alfa 3

SL 02 – Teoria

SL 16 – Exercícios

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

Professor Caio – Física / Setor A

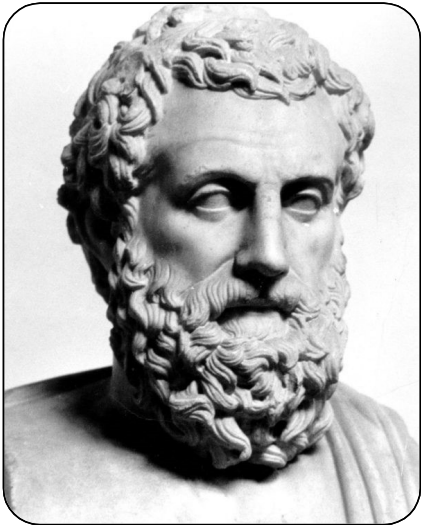
Um pouquinho de história da gravitação

Um pouquinho de história da gravitação

Modelo geocêntrico

Terra como centro do universo. Os demais corpos descreviam órbitas em torno da Terra.

Aristóteles
(384 a.C – 322 a.C.)



Cláudio Ptolomeu
(Século II)



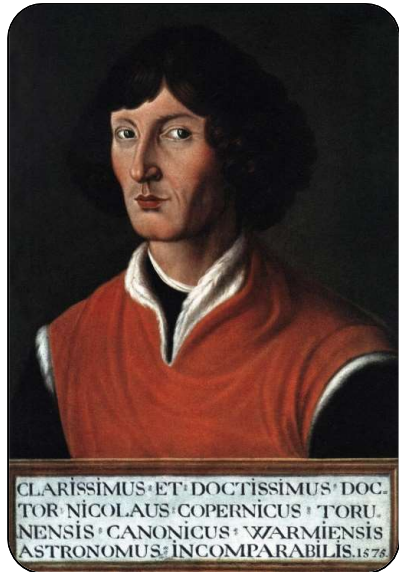
From the book *Harmonia Macrosmica seu Atlas Universalis et Novus*, Gerardum Valk & Petrum Schenk, Amsterdam, 1708

Um pouquinho de história da gravitação

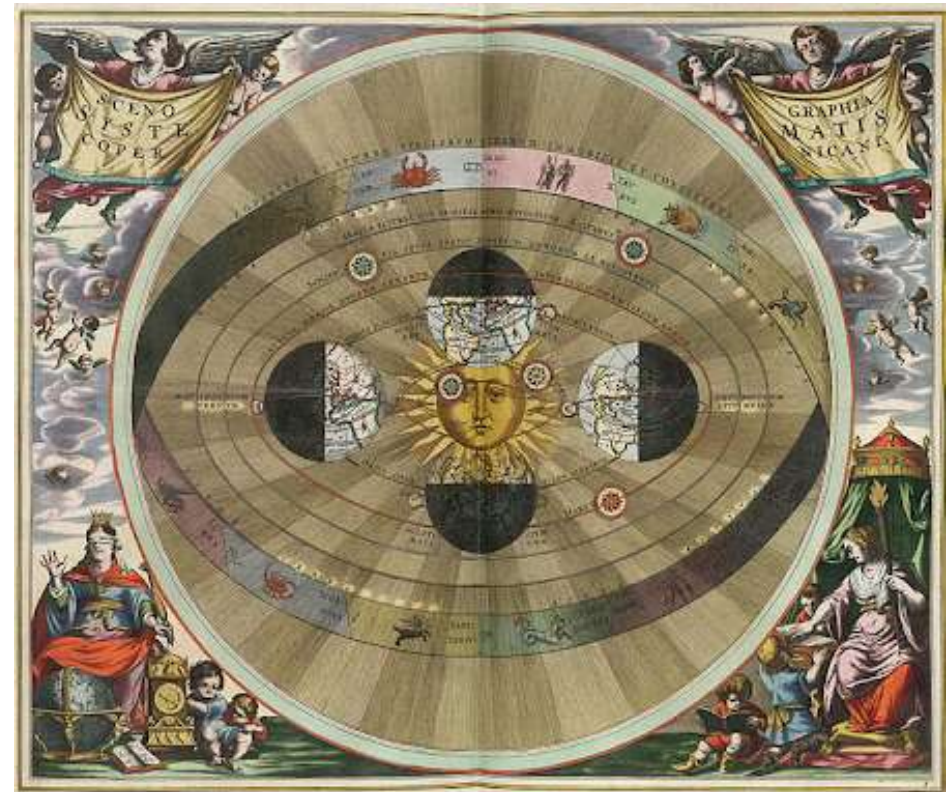
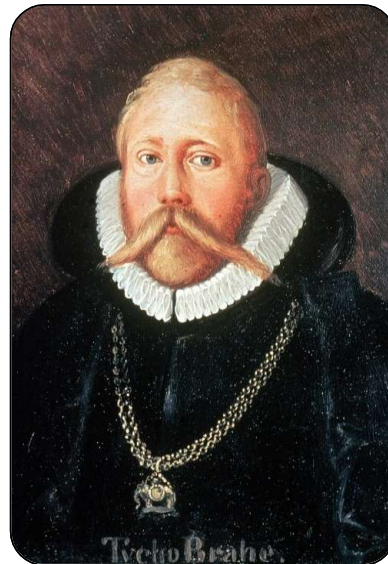
Modelo heliocêntrico

Sol como centro do universo. Os demais astros, inclusive a Terra, descreviam órbitas em torno do Sol.

Nicolau Copérnico
(1473 - 1543)



Tycho Brahe
(1546 – 1601)



Um pouquinho de história da gravitação

Modelo heliocêntrico

Sol como centro do universo. Os demais astros, inclusive a Terra, descreviam órbitas em torno do Sol.

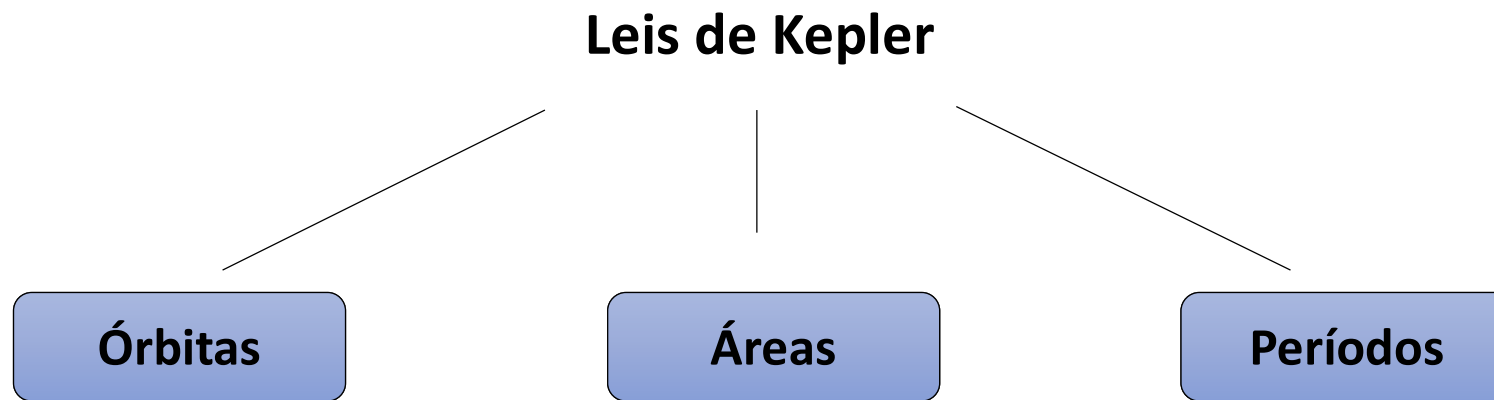
Galileu Galilei
(1564 – 1642)



Johannes Kepler
(1571 – 1630)



As três leis de Kepler foram deduzidas com base nos dados das observações de Tycho Brahe.

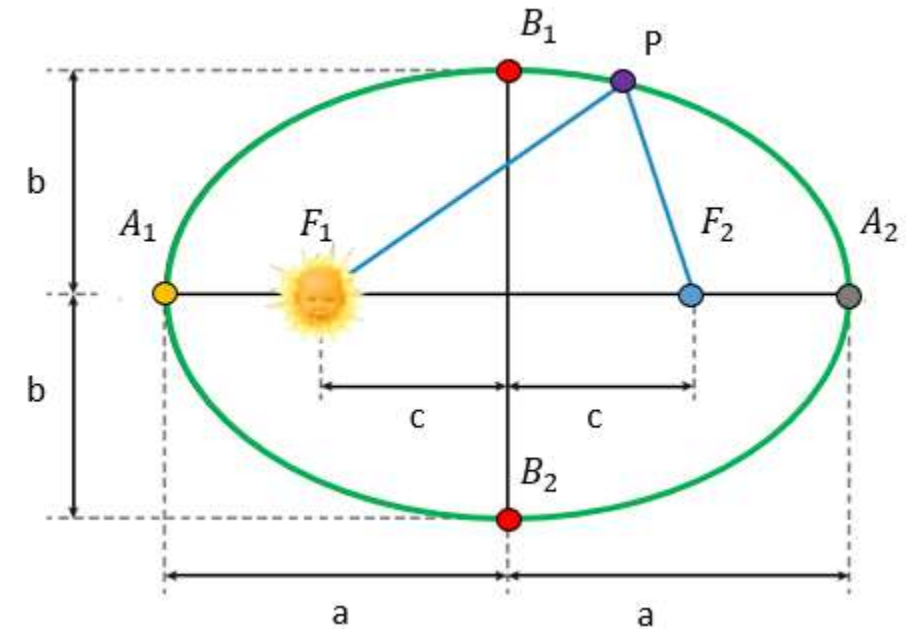
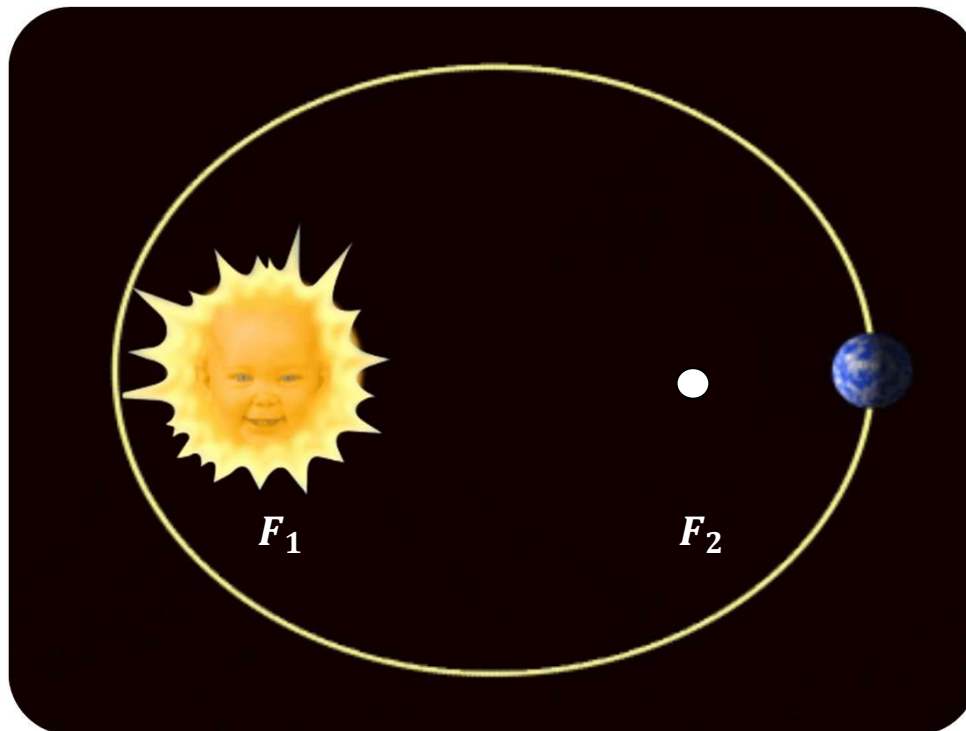


As leis de Kepler se aplicam a qualquer corpo em órbita em torno de uma massa central:

- Planetas em torno do Sol.
- Satélites naturais ou artificiais em torno de um planeta.
- Cometas.

Primeira lei de Kepler ou lei das órbitas

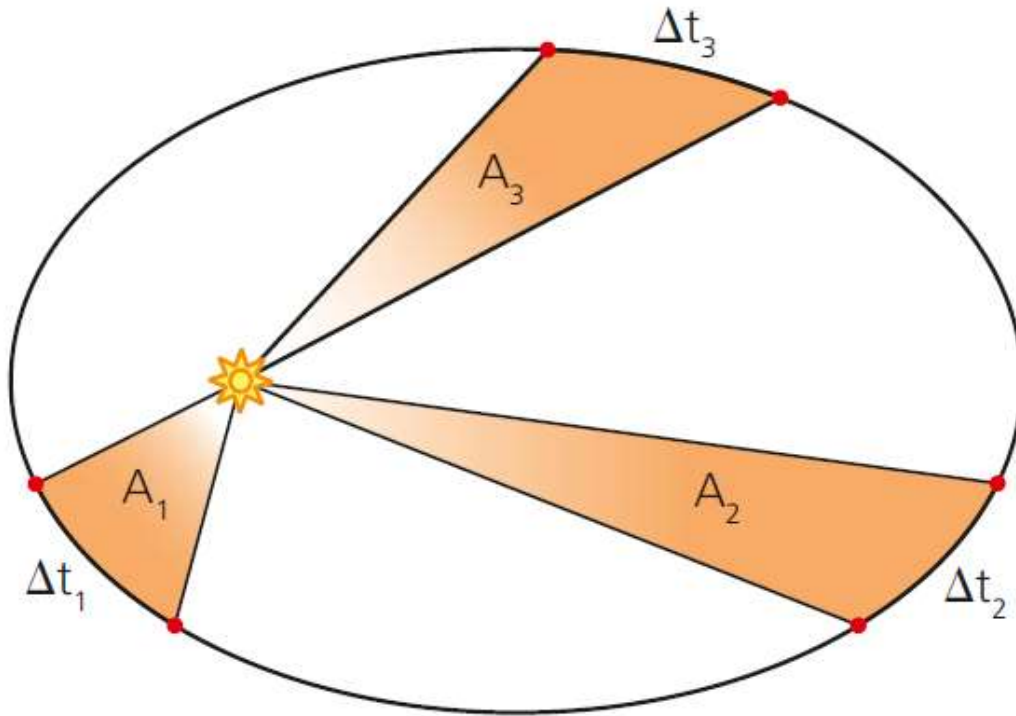
Os planetas estão em órbita elíptica e o Sol ocupa um dos focos.



A_1 : Periélio	A_2 : Afélio
$A_1A_2 = 2a$: eixo maior	
$B_1B_2 = 2b$: eixo menor	
$F_1F_2 = 2c$: distância focal	
$e = \frac{c}{a}$: excentricidade	
$PF_1 + PF_2 = 2a$	

Segunda lei de Kepler ou lei das áreas

O segmento que une o planeta ao Sol varre, ao longo de sua trajetória, áreas iguais em intervalos de tempo iguais.



$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3$$

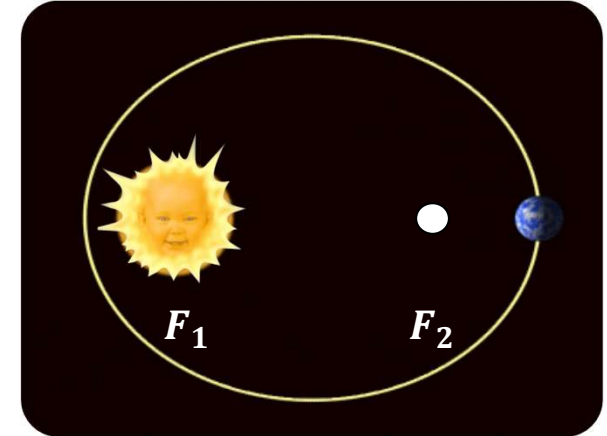
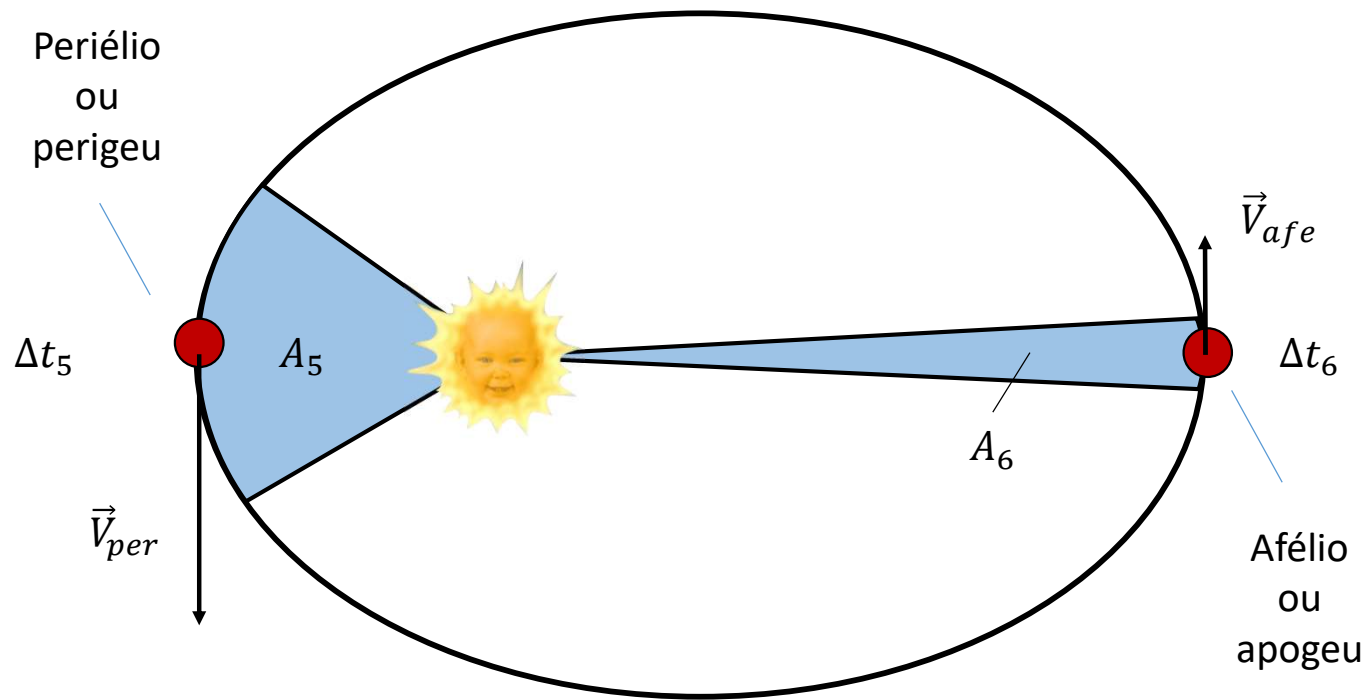
$$A_1 = A_2 = A_3$$

Segunda lei de Kepler ou lei das áreas: velocidade da órbita

O segmento que une o planeta ao Sol varre, ao longo de sua trajetória, áreas iguais em períodos de tempo iguais.

$$\Delta t_5 = \Delta t_6$$

$$A_5 = A_6$$



$$V_{periélio} > V_{afélio}$$

Afélio → Periélio

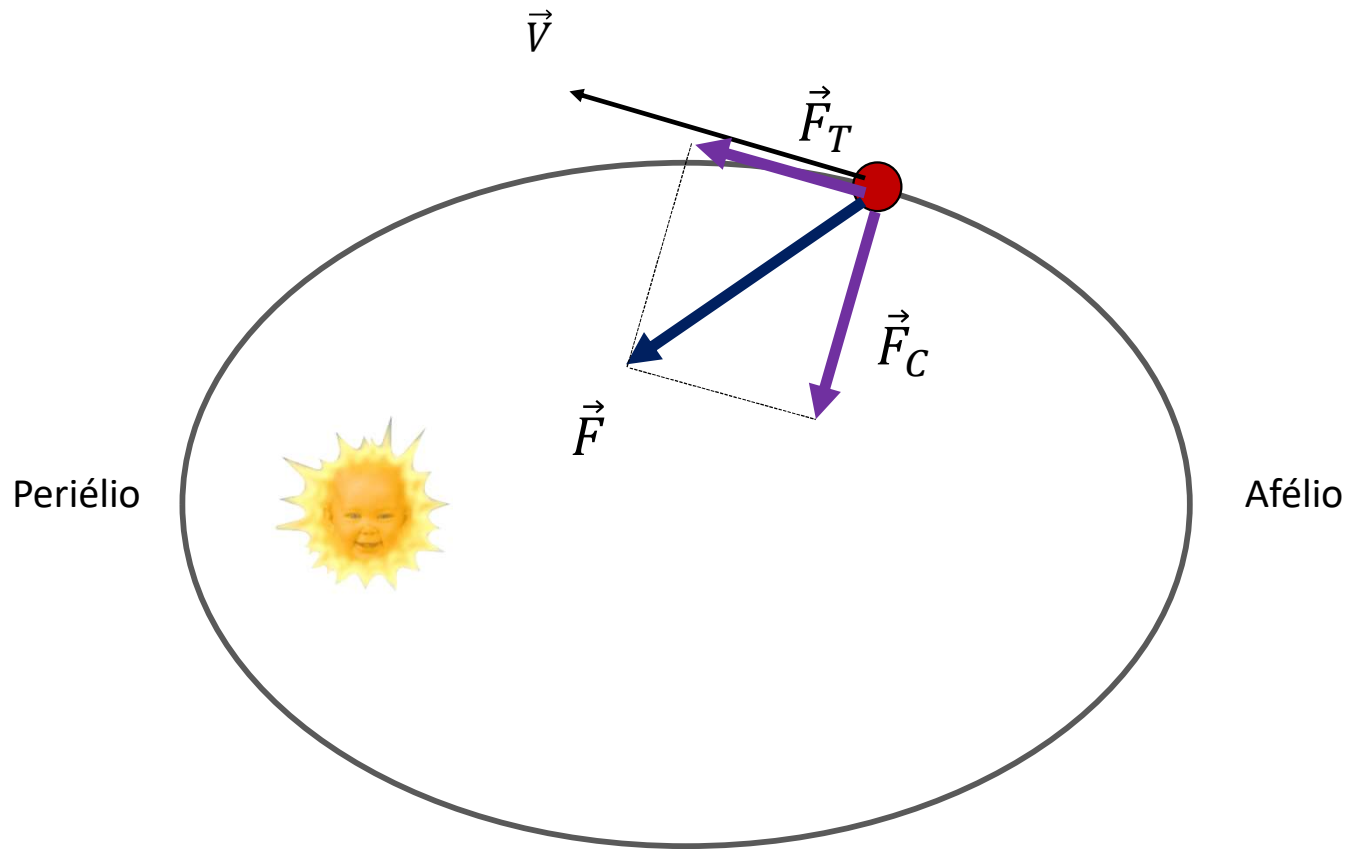
Movimento acelerado ($|\vec{V}|$ aumenta)

Periélio → Afélio

Movimento retardado ($|\vec{V}|$ diminui)

Segunda lei de Kepler ou lei das áreas: velocidade da órbita

O segmento que une o planeta ao Sol varre, ao longo de sua trajetória, áreas iguais em períodos de tempo iguais.



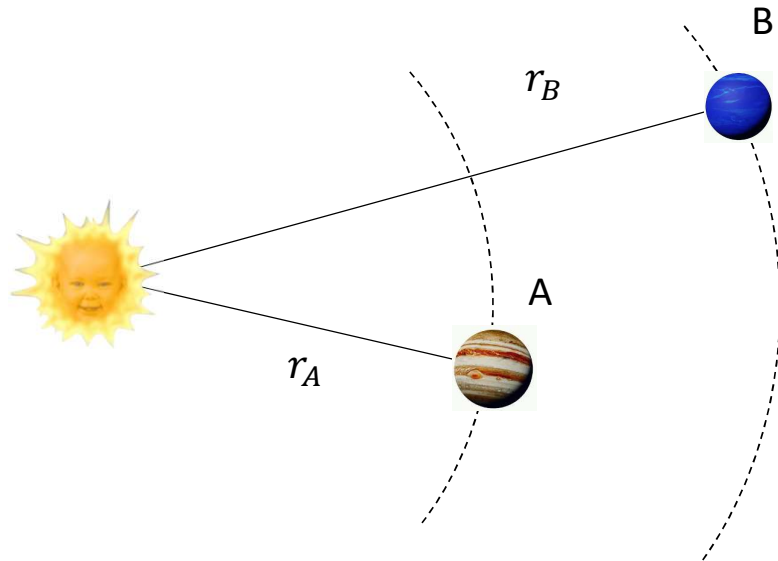
Afélio → Periélio

Movimento acelerado ($|\vec{V}|$ aumenta)

Terceira lei de Kepler ou lei dos períodos

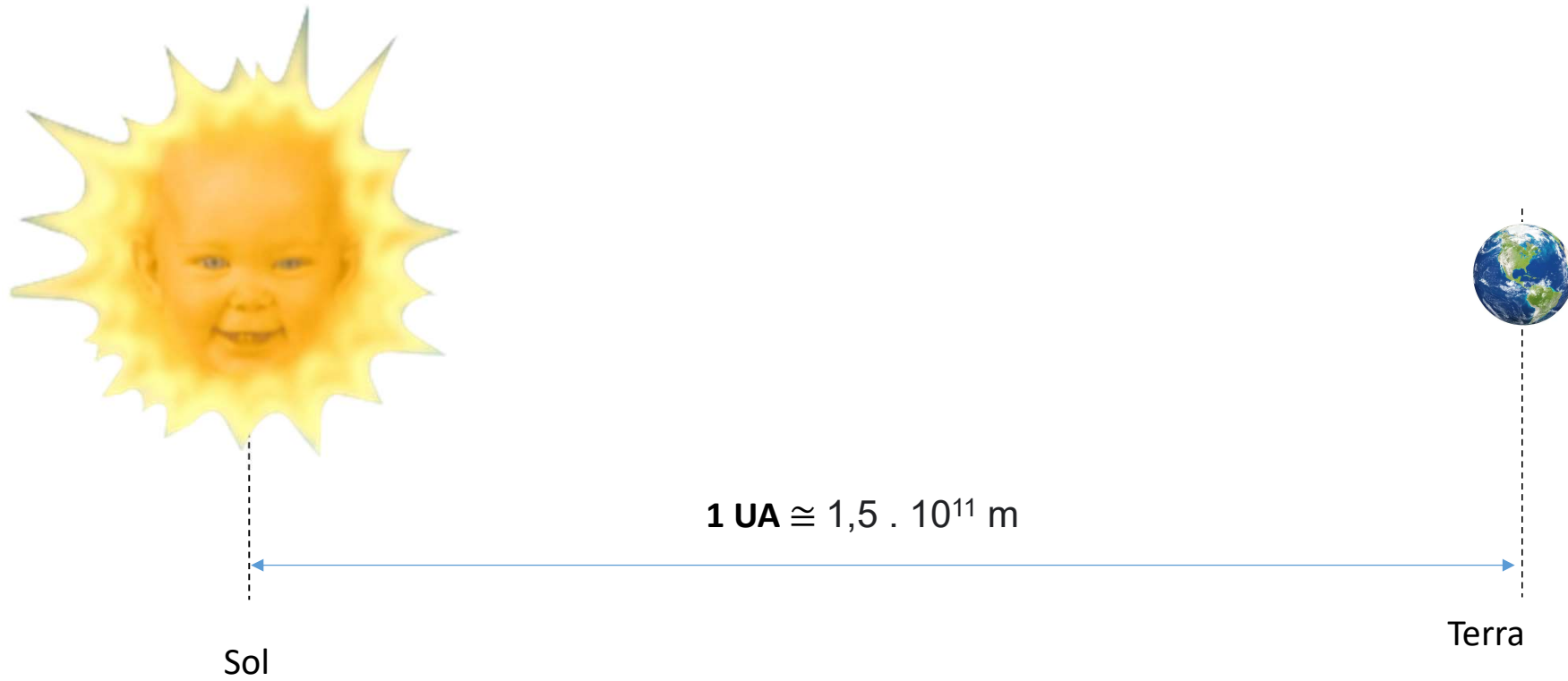
A relação entre o período de translação (T) e o raio médio (r) da órbita de um planeta é dada por

$$\frac{T^2}{r^3} = \text{constante}$$



$$\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{T_B^2}{r_B^3}$$

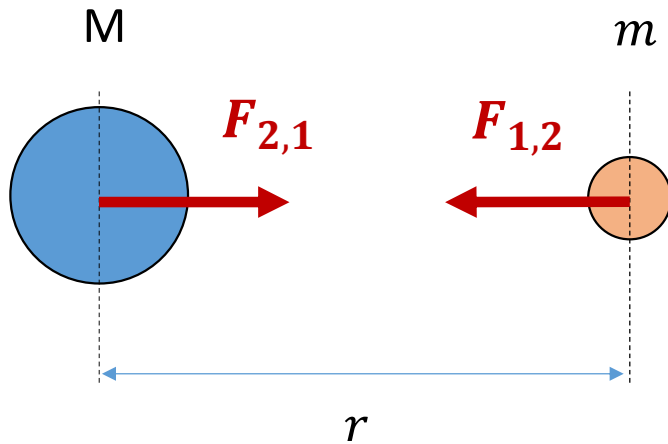
Unidade astronômica (UA)



Lei de Newton da Gravitação Universal

Força gravitacional

Matéria atrai matéria na razão direta do produto das massas e na razão inversa do quadrado da distância.



$$F_{1,2} = F_{2,1}$$

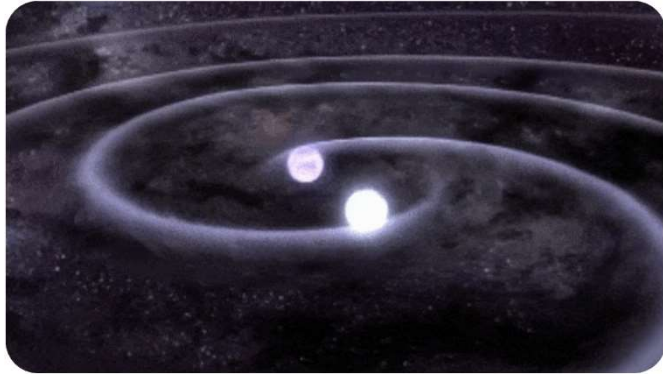
$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

- F : Força de atração – SI: N
- M e m: massas dos corpos: - SI: kg
- r ou d: distância entre os centros de massa dos corpos.
- G: constante da gravitação universal. SI: $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$.

Lei de Newton da Gravitação Universal

Força gravitacional

Matéria atrai matéria na razão direta do produto das massas e na razão inversa do quadrado da distância.



$$F = \frac{GMm}{r^2}$$



Lei de Newton da Gravitação Universal

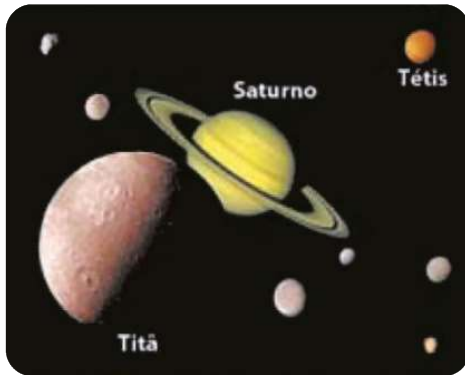
Exemplo:

Calcule a força de atração gravitacional entre duas pessoas de massa 100 kg cada e distantes 2 m entre si.

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad \Rightarrow \quad F_g = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{100 \cdot 100}{2^2} \quad \Rightarrow \quad F_g \cong 1,67 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Exercícios

1. (Unesp-SP) Saturno é o sexto planeta a partir do Sol e o segundo maior, em tamanho, do sistema solar. Hoje, são conhecidos mais de sessenta satélites naturais de Saturno, sendo que o maior deles, Titã, está a uma distância média de 1 200 000 km de Saturno e tem um período de translação de, aproximadamente, 16 dias terrestres ao redor do planeta.



Tétis é outro dos maiores satélites de Saturno e está a uma distância média de Saturno de 300 000 km.

O período aproximado de translação de Tétis ao redor de Saturno, em dias terrestres, é

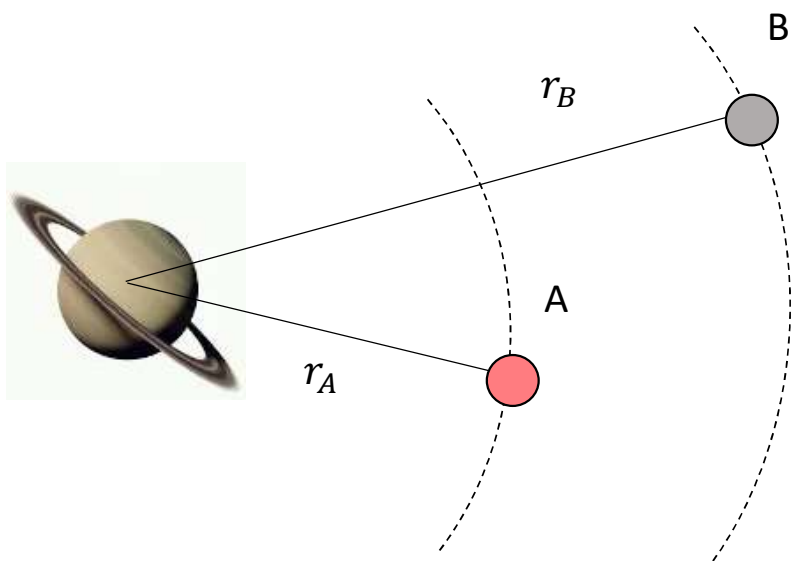
- a) 4.
- b) 2.
- c) 6.
- d) 8.
- e) 10.

1. (Unesp-SP) Saturno é o sexto planeta a partir do Sol e o segundo maior, em tamanho, do sistema solar. Hoje, são conhecidos mais de sessenta satélites naturais de Saturno, sendo que o maior deles, Titã, está a uma distância média de 1 200 000 km de Saturno e tem um período de translação de, aproximadamente, 16 dias terrestres ao redor do planeta.

Tétis é outro dos maiores satélites de Saturno e está a uma distância média de Saturno de 300 000 km.

O período aproximado de translação de Tétis ao redor de Saturno, em dias terrestres, é

- a) 4. b) 2. c) 6. d) 8. e) 10.



$$\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{T_B^2}{r_B^3}$$

$$\frac{T_A^2}{(300\,000)^3} = \frac{(16)^2}{(1\,200\,000)^3}$$

$$T_A^2 = (16)^2 \cdot \frac{(300\,000)^3}{(1\,200\,000)^3}$$

$$T_A^2 = (16)^2 \cdot \left(\frac{300\,000}{1\,200\,000}\right)^3$$

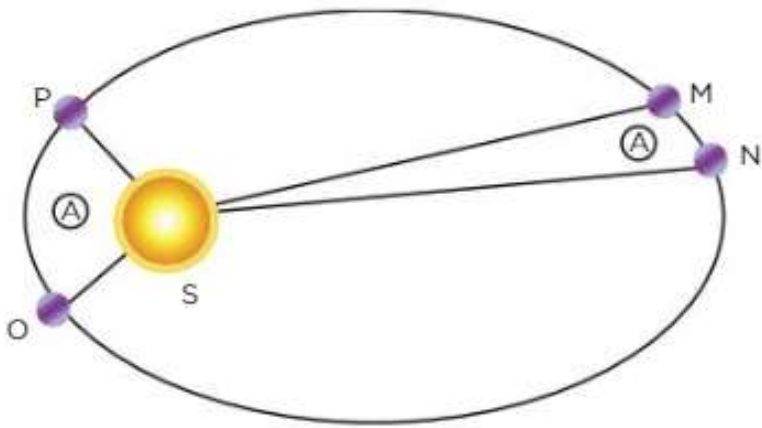
$$T_A^2 = (16)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

$$T_A^2 = (16)^2 \cdot \frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 4}$$

$$T_A^2 = (16)^2 \cdot \frac{1}{4 \cdot 16}$$

$$T_A^2 = 4 \rightarrow T_A = 2 \text{ dias}$$

2. (Unesp-SP) A órbita de um planeta é elíptica e o Sol ocupa um de seus focos, como ilustrado na figura (fora de escala). As regiões limitadas pelos contornos OPS e MNS têm áreas iguais a A.



A lei das áreas de Kepler afirma: “O segmento de reta que liga o Sol ao Planeta varre áreas iguais em intervalos de tempos iguais”. Portanto,

$$t_{OP} = t_{MN}$$

Como os arcos OP e MN são descritos no mesmo intervalo de tempo e $OP > MN$, vem:

$$v_{OP} > v_{MN}$$

Se t_{OP} e t_{MN} são os intervalos de tempo gastos para o planeta percorrer os trechos OP e MN, respectivamente, com velocidades médias v_{OP} e v_{MN} , pode-se afirmar que

- a) $t_{OP} > t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$.
- b) $t_{OP} = t_{MN}$ e $v_{OP} > v_{MN}$. ← Idêntico à teoria, ok?
- c) $t_{OP} = t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$.
- d) $t_{OP} > t_{MN}$ e $v_{OP} > v_{MN}$.
- e) $t_{OP} < t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$.

3. (Unicamp-SP) Plutão é considerado um planeta anão, com massa $M_p = 1 \cdot 10^{22}$ kg, bem menor que a massa da Terra. O módulo da força gravitacional entre duas massas m_1 e m_2 é dado por $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$, em que r é a distância entre as massas e G é a constante gravitacional. Em situações que envolvem distâncias astronômicas, a unidade de comprimento comumente utilizada é a Unidade Astronômica (UA). Considere que, durante a sua aproximação a Plutão, a sonda se encontra em uma posição que está $d_p = 0,15$ UA distante do centro de Plutão e $d_T = 0,30$ UA distante do centro da Terra. Calcule a razão $\left(\frac{F_T}{F_P}\right)$ entre o módulo da força gravitacional com que a Terra atrai a sonda e o módulo da força gravitacional com que Plutão atrai a sonda. Caso necessário, use a massa da Terra $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

3. (Unicamp-SP) Plutão é considerado um planeta anão, com massa $M_p = 1 \cdot 10^{22}$ kg, bem menor que a massa da Terra. O módulo da força gravitacional entre duas massas m_1 e m_2 é dado por $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$, em que r é a distância entre as massas e G é a constante gravitacional. Em situações que envolvem distâncias astronômicas, a unidade de comprimento comumente utilizada é a Unidade Astronômica (UA). Considere que, durante a sua aproximação a Plutão, a sonda se encontra em uma posição que está $d_p = 0,15$ UA distante do centro de Plutão e $d_T = 0,30$ UA distante do centro da Terra. Calcule a razão $\left(\frac{F_T}{F_P}\right)$ entre o módulo da força gravitacional com que a Terra atrai a sonda e o módulo da força gravitacional com que Plutão atrai a sonda. Caso necessário, use a massa da Terra $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

$$\frac{F_T}{F_P} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{M_T \cdot m}{d_T^2}}{\cancel{G} \cdot \frac{M_P \cdot m}{d_p^2}} = \frac{M_T}{d_T^2} \cdot \frac{d_p^2}{M_P} = \frac{M_T}{M_P} \cdot \frac{d_p^2}{d_T^2} = \frac{M_T}{M_P} \cdot \left(\frac{d_p}{d_T}\right)^2 = \frac{6 \cdot 10^{24}}{1 \cdot 10^{22}} \cdot \left(\frac{0,15}{0,30}\right)^2 = 6 \cdot 10^{24} \cdot 10^{-22} \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\frac{F_T}{F_P} = 1,5 \cdot 10^2$$

