

Dinâmica do movimento circular uniforme

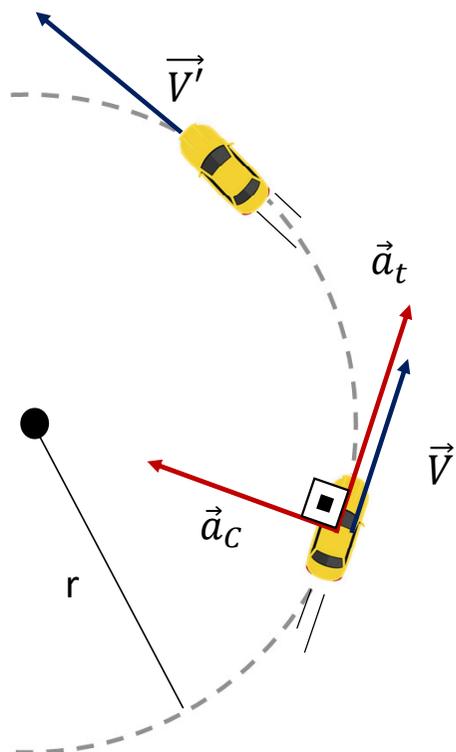
Setor A: Aulas 23 e 24 / Pg. 426 / Alfa 3

- SL 02 – Teoria
- SL 05 – Exercícios

Apresentação e demais documentos: fisicasp.com.br

Professor Caio – Física / Setor A

Revisão: aceleração vetorial ($\vec{\gamma}$)



Aceleração tangencial \vec{a}_t

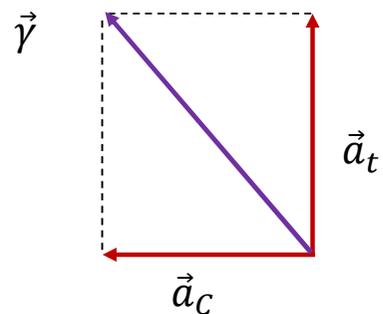
Indica variação na intensidade de \vec{V}

- Intensidade: $|\vec{a}_t| = |a| = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ SI: $\frac{m}{s^2}$
- Direção: Tangente à trajetória
- Sentido: Movimento acelerado
- \vec{a}_t e \vec{V} tem mesmo sentido
Movimento retardado
- \vec{a}_t e \vec{V} tem sentidos opostos

Aceleração centrípeta \vec{a}_c

Indica variação na direção de \vec{V}

- Intensidade: $|\vec{a}_c| = \frac{V^2}{r}$ SI: $\frac{m}{s^2}$
- Direção: Radial
- Sentido: Para o centro



$$\vec{\gamma} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

$$\gamma^2 = a_t^2 + a_c^2$$

Dinâmica do movimento circular uniforme (MCU)

Trajetória circular

$|\vec{v}|$ é constante

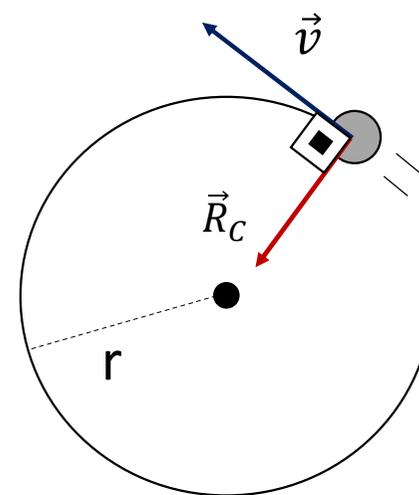
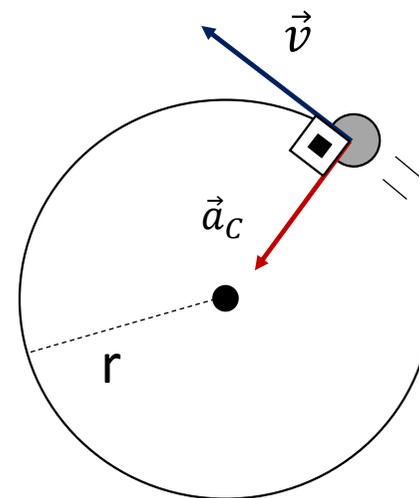
$$v = \omega \cdot r$$

$\frac{m}{s}$ $\frac{rad}{s}$ m

$$\vec{\gamma} = \overset{0}{\vec{a}_t} + \vec{a}_c \quad \Rightarrow \quad \vec{\gamma} = \vec{a}_c$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \text{ou} \quad a_c = \omega^2 \cdot r$$

$$\vec{R} = m \cdot \vec{\gamma} \quad \Rightarrow \quad \vec{R}_c = m \cdot \vec{a}_c$$



Aceleração centrípeta

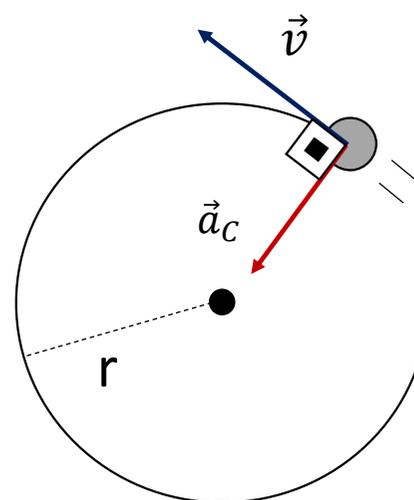
$$v = \omega \cdot r$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$a_c = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r}$$

$$a_c = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{r}$$

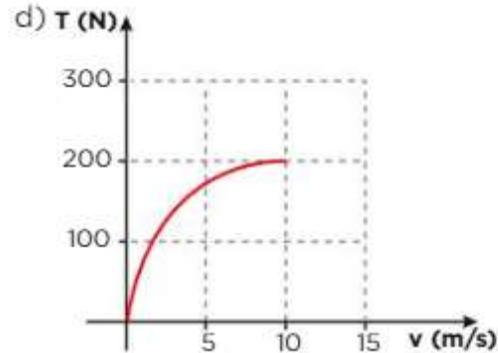
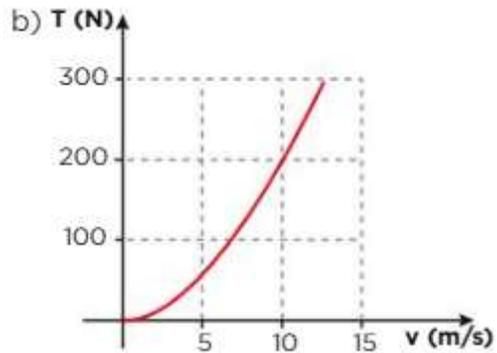
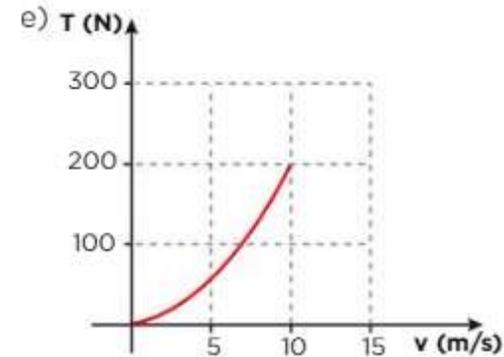
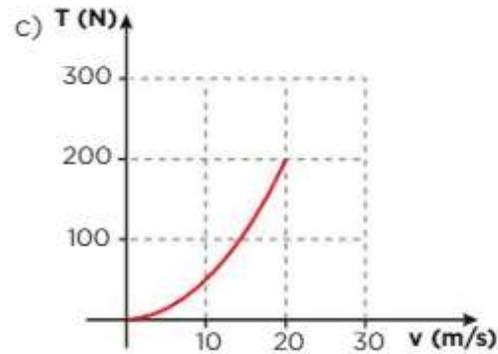
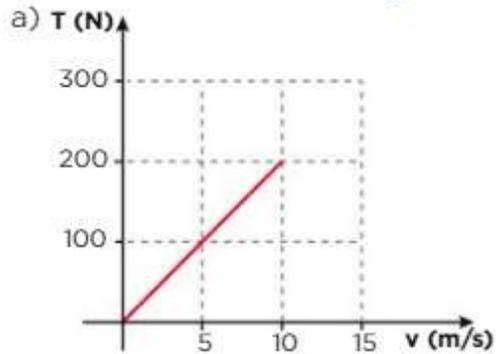
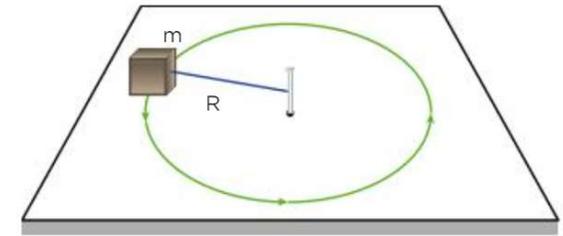
$$a_c = \omega^2 \cdot r$$



Exercícios

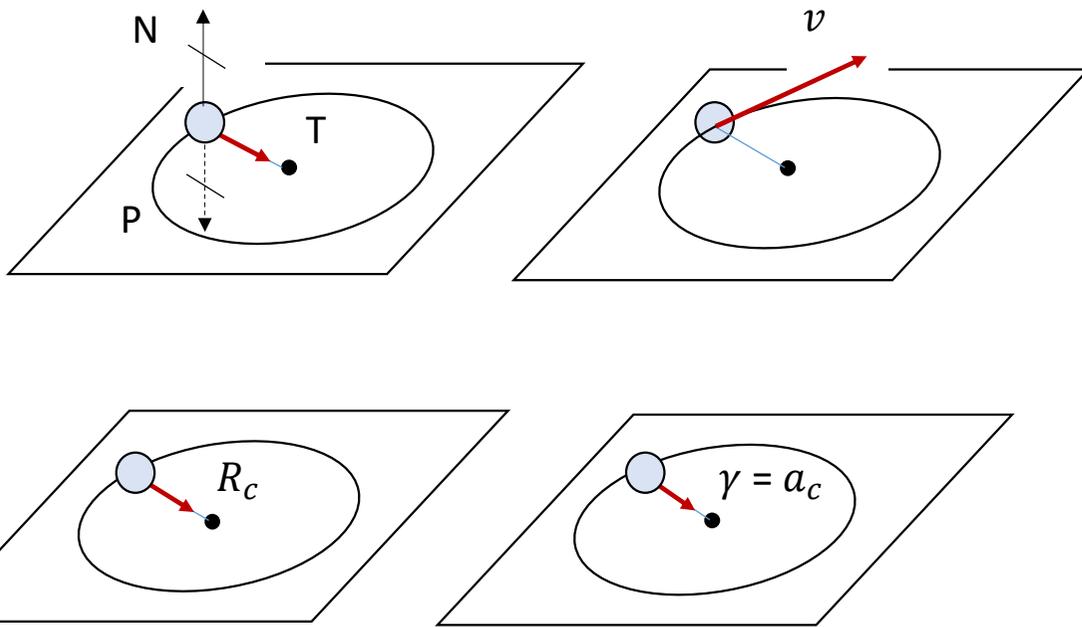
1. Um corpo de massa 4 kg está sobre uma mesa plana, horizontal, lisa e presa por um fio de comprimento 2 m a um prego. O corpo é posto a girar, executando movimento circular e uniforme. O fabricante do fio informa que a tração máxima que o fio pode suportar sem se romper é 200 N.

O gráfico que melhor representa qual a intensidade da tração no fio em função da velocidade que o corpo pode desenvolver é:



1. Um corpo de massa 4 kg está sobre uma mesa plana, horizontal, lisa e presa por um fio de comprimento 2 m a um prego. O corpo é posto a girar, executando movimento circular e uniforme. O fabricante do fio informa que a tração máxima que o fio pode suportar sem se romper é 200 N.

O gráfico que melhor representa qual a intensidade da tração no fio em função da velocidade que o corpo pode desenvolver é:



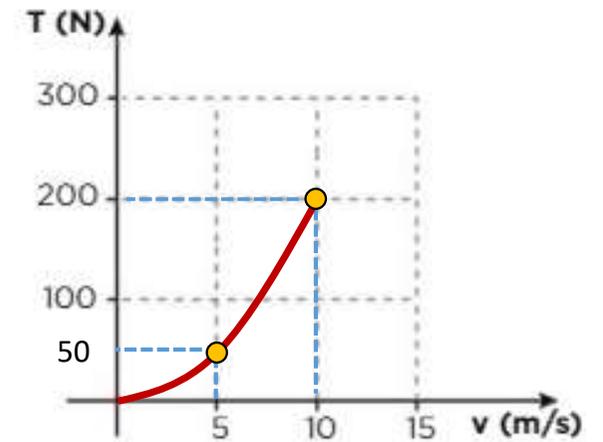
$$R_c = m \cdot a_c$$

$$T = m \cdot a_c$$

$$T = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

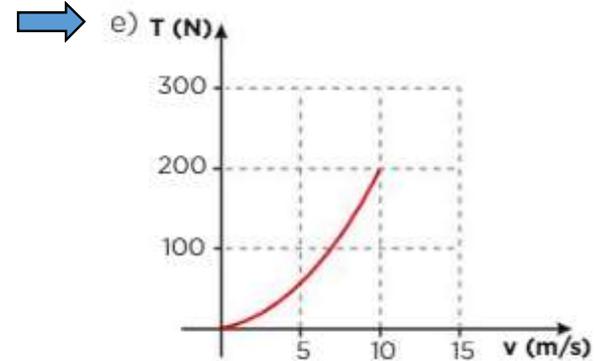
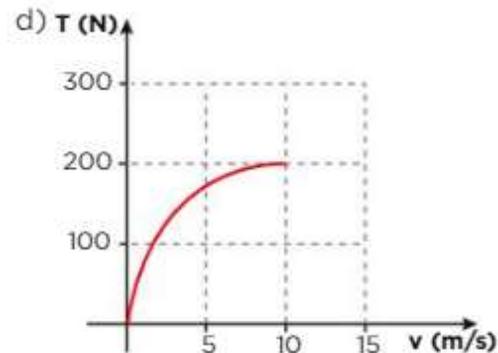
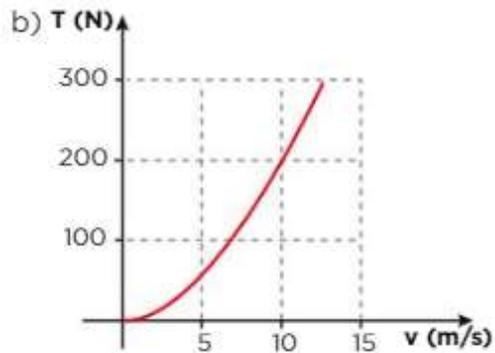
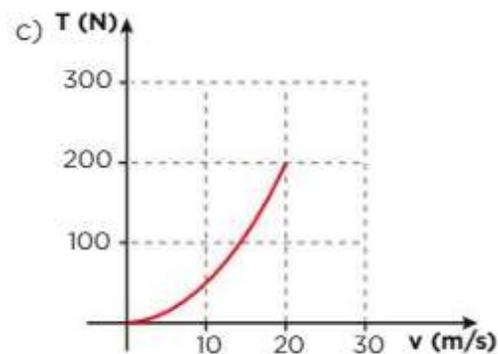
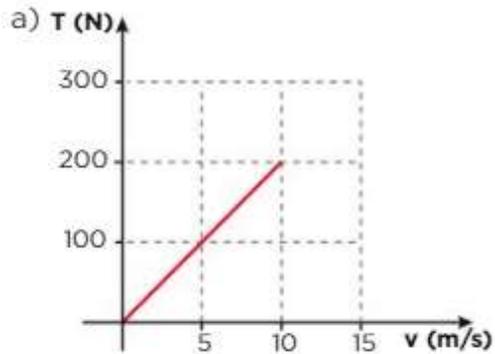
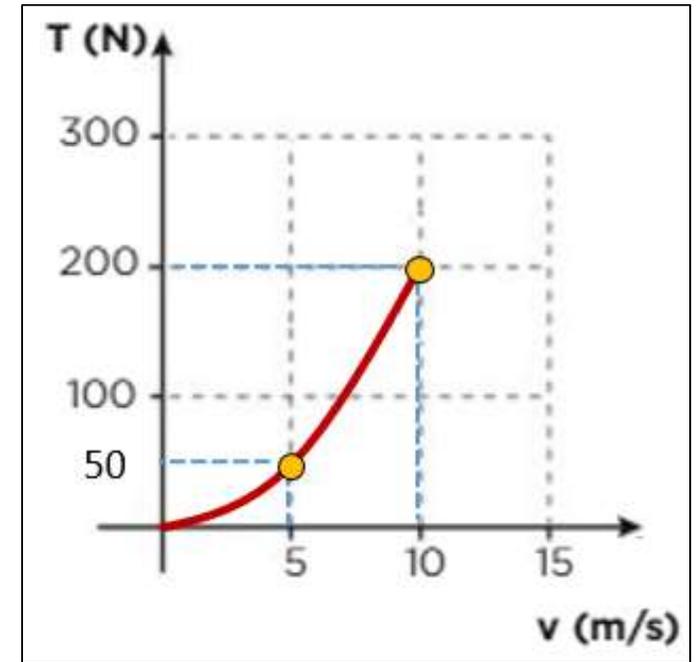
$$T = 4 \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$T = 2 \cdot v^2$$



1. Um corpo de massa 4 kg está sobre uma mesa plana, horizontal, lisa e presa por um fio de comprimento 2 m a um prego. O corpo é posto a girar, executando movimento circular e uniforme. O fabricante do fio informa que a tração máxima que o fio pode suportar sem se romper é 200 N.

O gráfico que melhor representa qual a intensidade da tração no fio em função da velocidade que o corpo pode desenvolver é:



2. (Fuvest-SP) Um sistema é formado por um disco com um trilho na direção radial e um bloco que pode se mover livremente ao longo do trilho. O bloco, de massa 1 kg, está ligado a uma mola de constante elástica 300 N/m. A outra extremidade da mola está fixa em um eixo vertical, perpendicular ao disco, passando pelo seu centro. Com o sistema em repouso, o bloco está na posição de equilíbrio, a uma distância de 20 cm do eixo. Um motor de potência 0,3 W acoplado ao eixo é ligado no instante $t = 0$, fazendo com que todo o conjunto passe a girar e o bloco, lentamente, se afaste do centro do disco.

Para o instante em que a distância do bloco ao centro é de 30 cm, determine

- a) o módulo da força F na mola;
- b) a velocidade angular ω do bloco;
- c) a energia mecânica E armazenada no sistema massa-mola;
- d) o intervalo de tempo Δt decorrido desde o início do movimento.

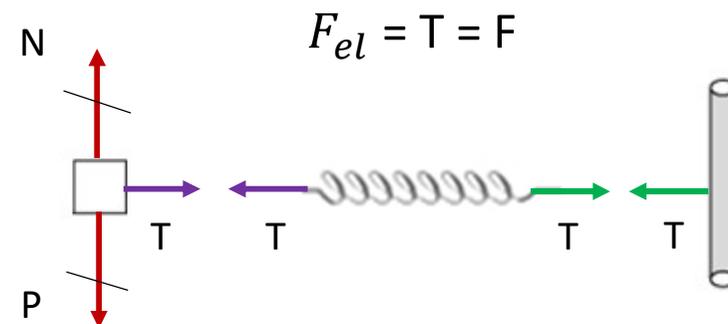
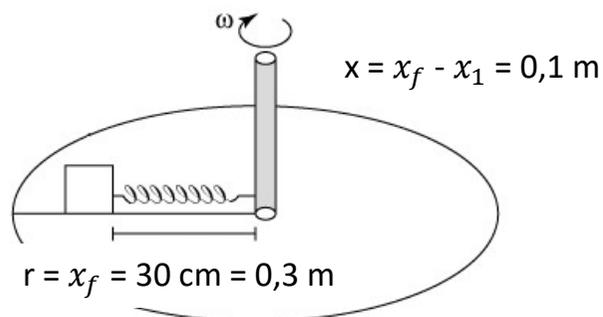
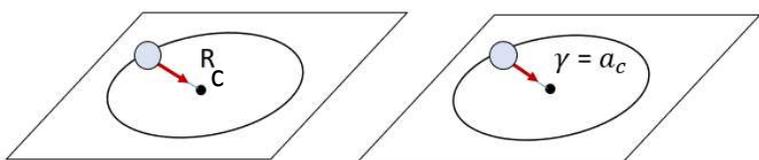
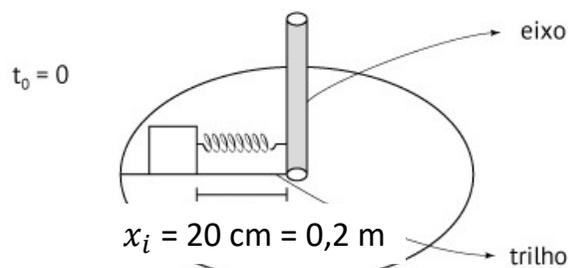
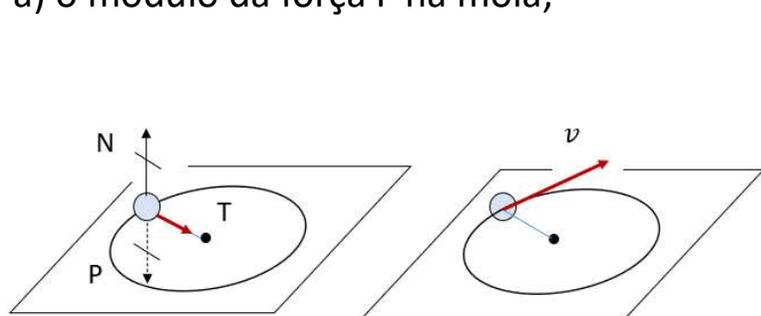
Note e adote:

Desconsidere a pequena velocidade do bloco na direção radial, as massas do disco, do trilho e da mola e os efeitos dissipativos.

2. (Fuvest-SP) Um sistema é formado por um disco com um trilho na direção radial e um bloco que pode se mover livremente ao longo do trilho. O bloco, de massa 1 kg, está ligado a uma mola de constante elástica 300 N/m. A outra extremidade da mola está fixa em um eixo vertical, perpendicular ao disco, passando pelo seu centro. Com o sistema em repouso, o bloco está na posição de equilíbrio, a uma distância de 20 cm do eixo. Um motor de potência 0,3 W acoplado ao eixo é ligado no instante $t = 0$, fazendo com que todo o conjunto passe a girar e o bloco, lentamente, se afaste do centro do disco.

Para o instante em que a distância do bloco ao centro é de 30 cm, determine

a) o módulo da força F na mola;



$$F_{el} = T = F$$

$$F_{el} = k \cdot x$$

$$T = k \cdot x$$

$$T = 300 \cdot 0,1 = 30 \text{ N}$$

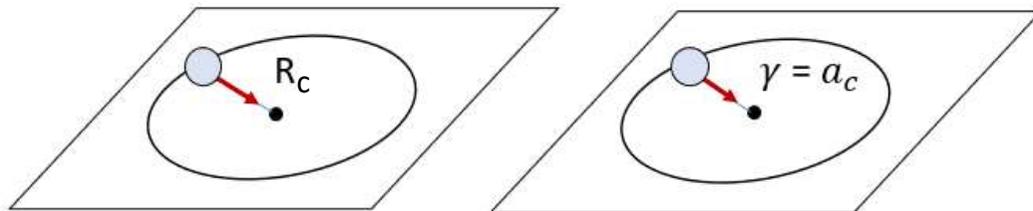
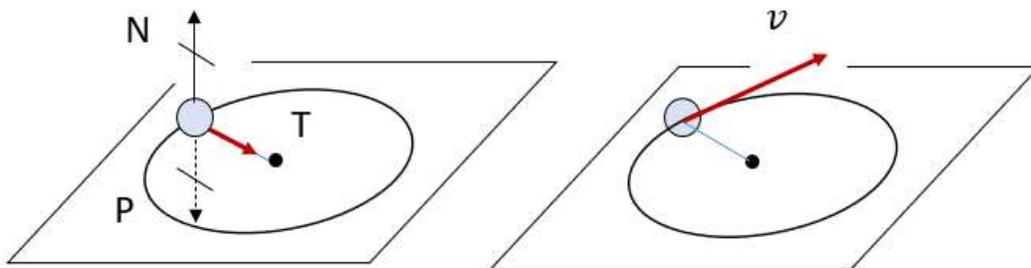
$$F = 30 \text{ N}$$

2. (Fuvest-SP) Um sistema é formado por um disco com um trilho na direção radial e um bloco que pode se mover livremente ao longo do trilho. O bloco, de massa 1 kg, está ligado a uma mola de constante elástica 300 N/m. A outra extremidade da mola está fixa em um eixo vertical, perpendicular ao disco, passando pelo seu centro. Com o sistema em repouso, o bloco está na posição de equilíbrio, a uma distância de 20 cm do eixo. Um motor de potência 0,3 W acoplado ao eixo é ligado no instante $t = 0$, fazendo com que todo o conjunto passe a girar e o bloco, lentamente, se afaste do centro do disco.

Para o instante em que a distância do bloco ao centro é de 30 cm, determine

b) a velocidade angular ω do bloco;

$$r = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$$



$$R_c = T = 30 \text{ N}$$

$$\vec{R} = m \cdot \vec{\gamma}$$

$$T = m \cdot a_c$$

$$T = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

$$\omega^2 = \frac{T}{m \cdot r}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{T}{m \cdot r}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{30}{1 \cdot 0,3}}$$

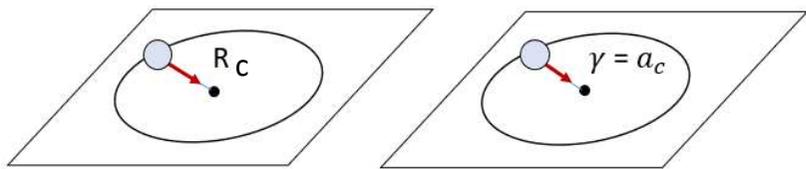
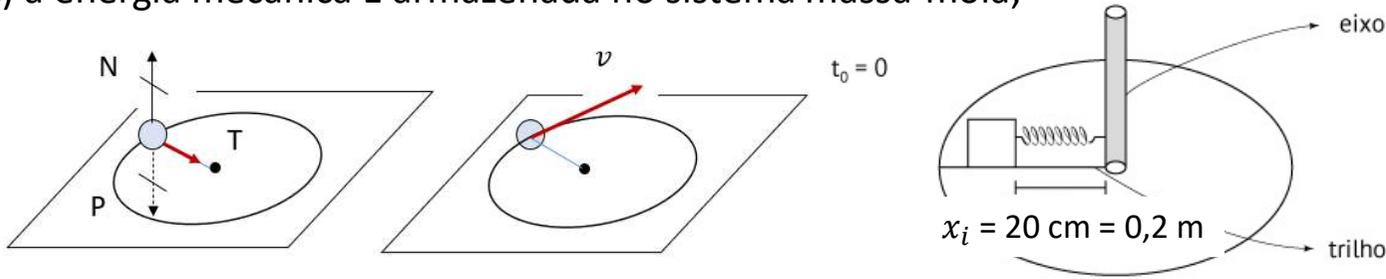
$$\omega = \sqrt{100}$$

$$\omega = 10 \text{ rad/s}$$

2. (Fuvest-SP) Um sistema é formado por um disco com um trilho na direção radial e um bloco que pode se mover livremente ao longo do trilho. O bloco, de massa 1 kg, está ligado a uma mola de constante elástica 300 N/m. A outra extremidade da mola está fixa em um eixo vertical, perpendicular ao disco, passando pelo seu centro. Com o sistema em repouso, o bloco está na posição de equilíbrio, a uma distância de 20 cm do eixo. Um motor de potência 0,3 W acoplado ao eixo é ligado no instante $t = 0$, fazendo com que todo o conjunto passe a girar e o bloco, lentamente, se afaste do centro do disco.

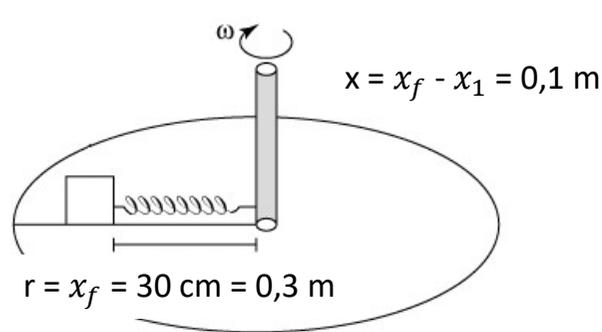
Para o instante em que a distância do bloco ao centro é de 30 cm, determine

c) a energia mecânica E armazenada no sistema massa-mola;



- $r = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$
- $\omega = 10 \text{ rad/s}$

$$v = \omega \cdot r = 10 \cdot 0,3 = 3 \text{ m/s}$$



$$E_m = E_c + E_{p \text{ elást}}$$

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} 1 \cdot (3)^2 + \frac{1}{2} 300 \cdot (0,1)^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 0,01$$

$$E_m = 4,5 + 1,5 = 6 \text{ J}$$

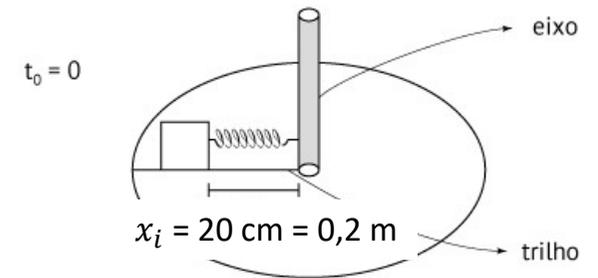
2. (Fuvest-SP) Um sistema é formado por um disco com um trilho na direção radial e um bloco que pode se mover livremente ao longo do trilho. O bloco, de massa 1 kg, está ligado a uma mola de constante elástica 300 N/m. A outra extremidade da mola está fixa em um eixo vertical, perpendicular ao disco, passando pelo seu centro. Com o sistema em repouso, o bloco está na posição de equilíbrio, a uma distância de 20 cm do eixo. Um motor de potência 0,3 W acoplado ao eixo é ligado no instante $t = 0$, fazendo com que todo o conjunto passe a girar e o bloco, lentamente, se afaste do centro do disco.

Para o instante em que a distância do bloco ao centro é de 30 cm, determine

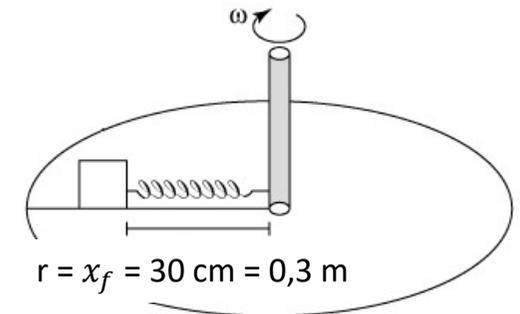
d) o intervalo de tempo Δt decorrido desde o início do movimento.

$$P = \frac{E}{\Delta t} \quad \begin{matrix} \text{SI} \\ \text{W} \end{matrix} \quad 1\text{W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$E_m(i) = 0$$



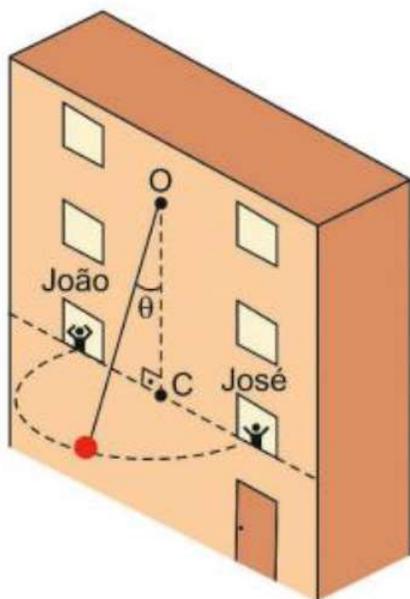
$$E_m(f) = 6\text{J}$$



$$\Delta t = \frac{E}{P} = \frac{6}{0,3} = 20 \text{ s}$$



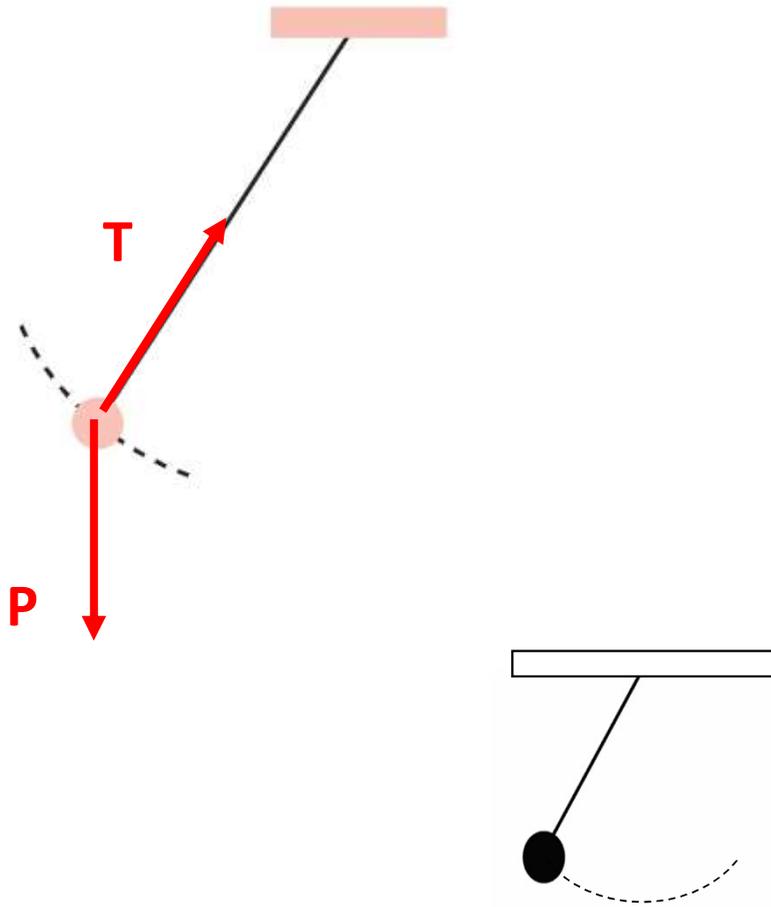
3. (Unesp-SP) Em um edifício em construção, João lança para José um objeto amarrado a uma corda inextensível e de massa desprezível, presa no ponto O da parede. O objeto é lançado perpendicularmente à parede e percorre, suspenso no ar, um arco de circunferência de diâmetro igual a 15 m, contido em um plano horizontal e em movimento uniforme, conforme a figura. O ponto O está sobre a mesma reta vertical que passa pelo ponto C, ponto médio do segmento que une João a José. O ângulo θ , formado entre a corda e o segmento de reta OC, é constante.



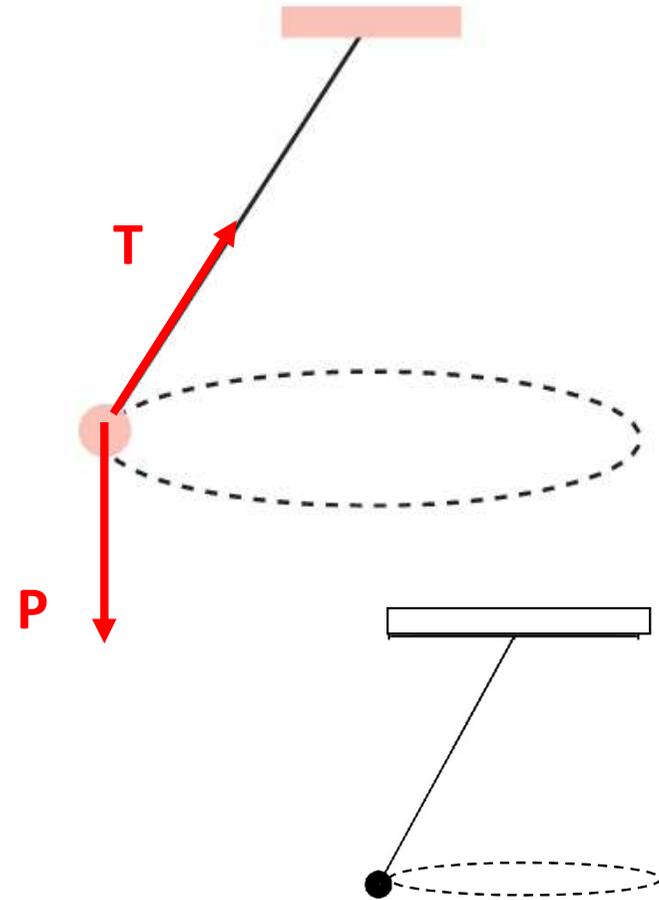
Considerando $\sin \theta = 0,6$, $\cos \theta = 0,8$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando a resistência do ar, a velocidade angular do objeto, em seu movimento de João a José, é igual a

- a) 1,0 rad/s. b) 1,5 rad/s. c) 2,5 rad/s. d) 2,0 rad/s. e) 3,0 rad/s.

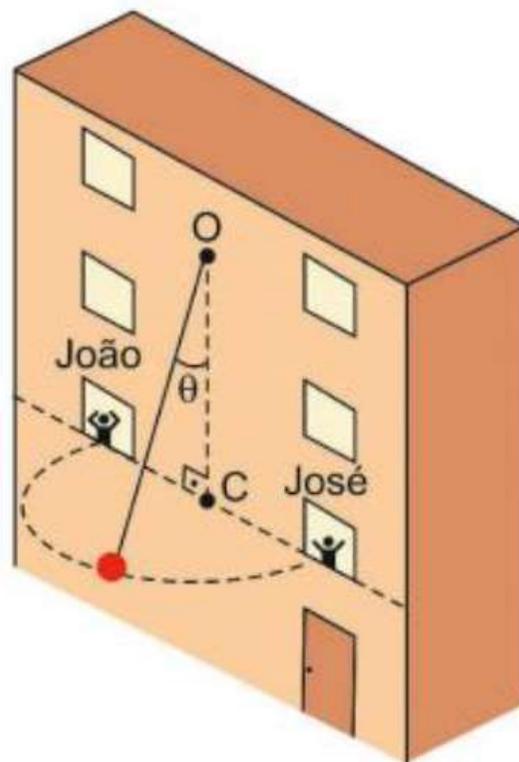
Pêndulo simples: corpo oscilando em plano vertical, livre da ação da força de resistência do ar.



Pêndulo cônico: corpo executando movimento circular e uniforme em trajetória contida em um plano horizontal

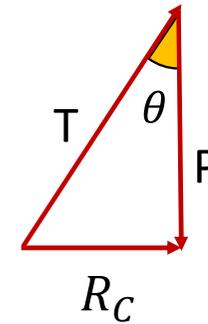
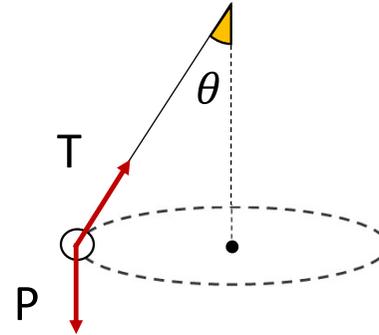
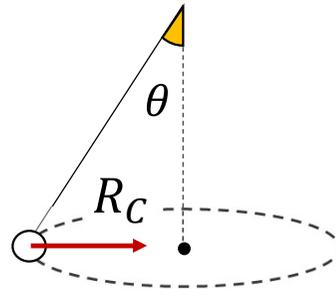
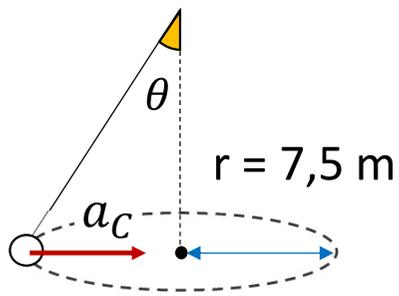


3. (Unesp-SP) Em um edifício em construção, João lança para José um objeto amarrado a uma corda inextensível e de massa desprezível, presa no ponto O da parede. O objeto é lançado perpendicularmente à parede e percorre, suspenso no ar, um arco de **circunferência** de **diâmetro igual a 15 m**, contido em um plano horizontal e em **movimento uniforme**, conforme a figura. O ponto O está sobre a mesma reta vertical que passa pelo ponto C, ponto médio do segmento que une João a José. O ângulo θ , formado entre a corda e o segmento de reta OC, é constante.



Considerando **$\sin \theta = 0,6$** , **$\cos = 0,8$** , **$g = 10 \text{ m/s}^2$** e desprezando a resistência do ar, **a velocidade angular do objeto**, em seu movimento de João a José, é igual a

- **Circunferência de diâmetro igual a 15 m.** • plano horizontal e em **movimento uniforme.**
- Considerando **$\text{sen } \theta = 0,6$, $\text{cos } = 0,8$, $g = 10 \text{ m/s}^2$** e desprezando a resistência do ar, **a velocidade angular do objeto,** em seu movimento de João a José, é igual a



$$\text{tg} \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$$

$$\text{tg} \theta = \frac{R_c}{P}$$

$$\text{tg} \theta = \frac{\cancel{m} \cdot a_c}{\cancel{m} \cdot g}$$

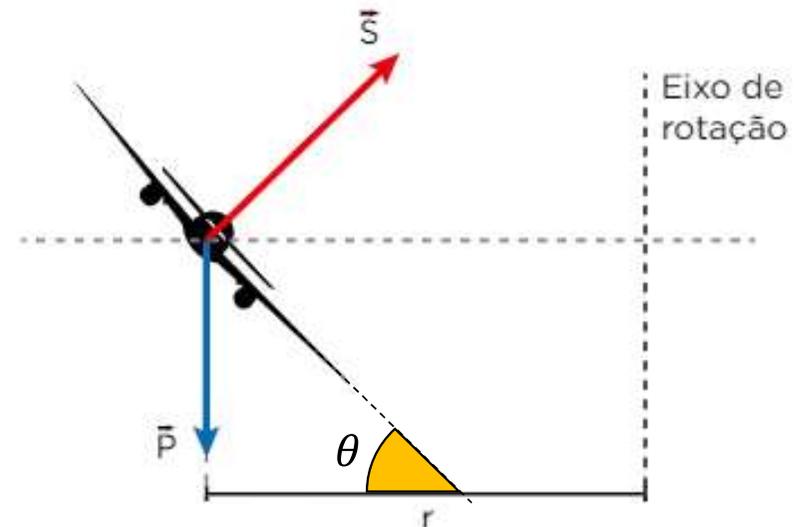
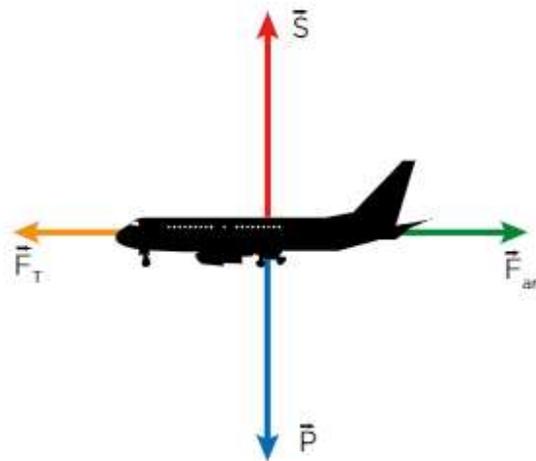
$$\text{tg} \theta = \frac{\omega^2 \cdot r}{g}$$

$$\omega^2 = \frac{g \cdot \text{tg} \theta}{r}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g \cdot \text{tg} \theta}{r}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,75}{7,5}} = 1 \text{ rad/s}$$

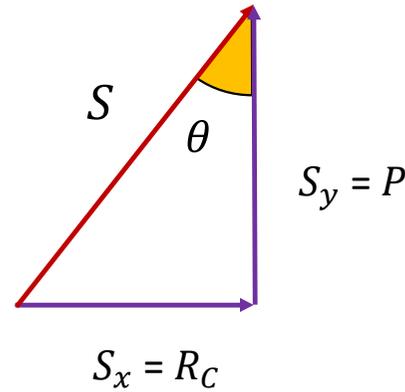
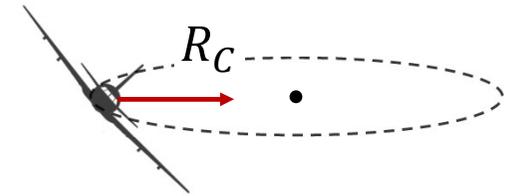
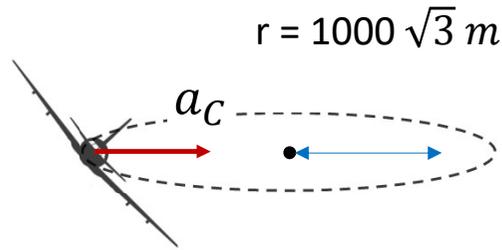
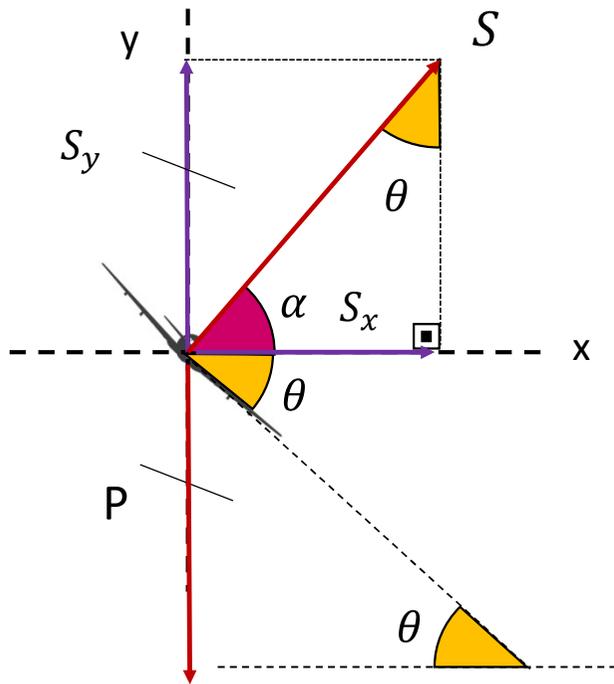
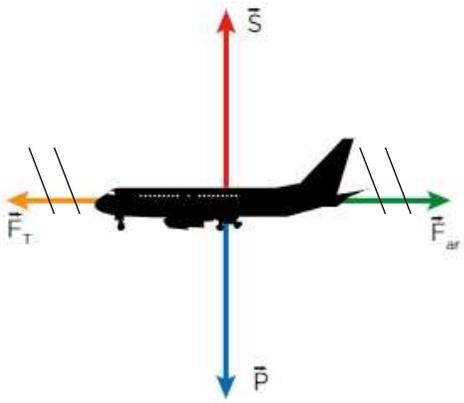
4. Um dos fatores que permitem que o avião se sustente no ar é o formato das suas asas. Sendo mais curvada na parte superior, a pressão nessa região é menor do que na parte inferior. Assim, a força aplicada pelo ar na parte inferior é mais intensa que na parte superior, fazendo com que a resultante das forças seja sempre perpendicular ao plano das asas e para cima. Essa resultante da ação do ar nas partes inferior e superior das asas é chamada de sustentação S . Na imagem a seguir estão representadas as forças aplicadas em um avião em um voo plano, horizontal, retilíneo e uniforme.



Para o avião fazer curva, ele normalmente inclina o plano das asas. A ideia é, com isso, inclinar a força de sustentação.

Em uma curva plana e horizontal, de raio $1\ 000\ \sqrt{3}\ \text{m}$, um avião executa movimento circular e uniforme desenvolvendo velocidade de $100\ \text{m/s}$ num local no qual a intensidade do campo gravitacional é $10\ \text{N/kg}$. Qual é o ângulo formado entre o plano das asas e o plano horizontal?

- a) Zero b) 30° c) 45° d) 60° e) 90°



- $r = 1\,000\sqrt{3}\text{ m}$
- MCU
- $v = 100\text{ m/s}$
- $g \text{ é } 10\text{ N/kg.}$
- $\theta = ?$

$$\begin{aligned} \text{tg}\theta &= \frac{R_C}{P} \\ \text{tg}\theta &= \frac{m \cdot a_c}{m \cdot g} \\ \text{tg}\theta &= \frac{\frac{v^2}{r}}{g} \\ \text{tg}\theta &= \frac{100^2}{1000\sqrt{3} \cdot 10} \\ \text{tg}\theta &= \frac{10000}{1000\sqrt{3}} \\ \text{tg}\theta &= \frac{10}{\sqrt{3}} \\ \text{tg}\theta &= \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \text{tg}\theta &= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ \text{tg}\theta &= \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \therefore \theta &= 30^\circ \end{aligned}$$