

## Dinâmica do movimento circular variado em plano horizontal

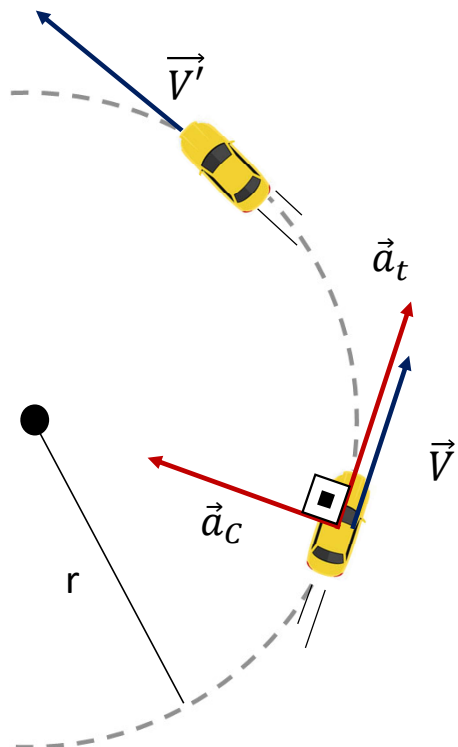
Setor A: Aula 26 / Pg. 522 / Alfa 4

- SL 02 – Teoria / Revisão
- SL 04 – Exercícios

Apresentação e demais documentos: [fisicasp.com.br](http://fisicasp.com.br)

Professor Caio – Física / Setor A

# Revisão: aceleração vetorial ( $\vec{\gamma}$ )



Aceleração tangencial  $\vec{a}_t$

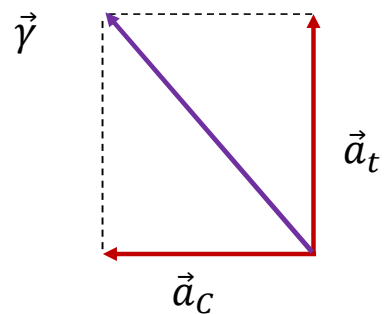
Indica variação na intensidade de  $\vec{V}$

- Intensidade:  $|\vec{a}_t| = |a| = \frac{\Delta V}{\Delta t}$  SI:  $\frac{m}{s^2}$
- Direção: Tangente à trajetória
- Sentido: Movimento acelerado  
-  $\vec{a}_t$  e  $\vec{V}$  tem mesmo sentido  
Movimento retardado  
-  $\vec{a}_t$  e  $\vec{V}$  tem sentidos opostos

Aceleração centrípeta  $\vec{a}_c$

Indica variação na direção de  $\vec{V}$

- Intensidade:  $|\vec{a}_c| = \frac{v^2}{r}$  SI:  $\frac{m}{s^2}$
- Direção: Radial
- Sentido: Para o centro



$$\vec{\gamma} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

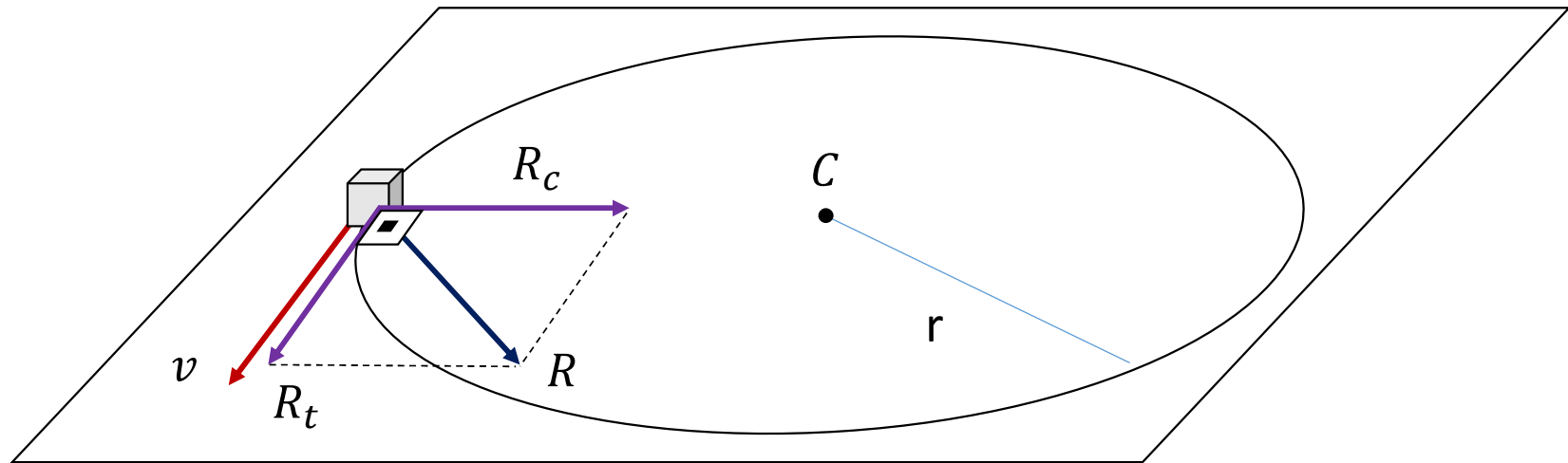
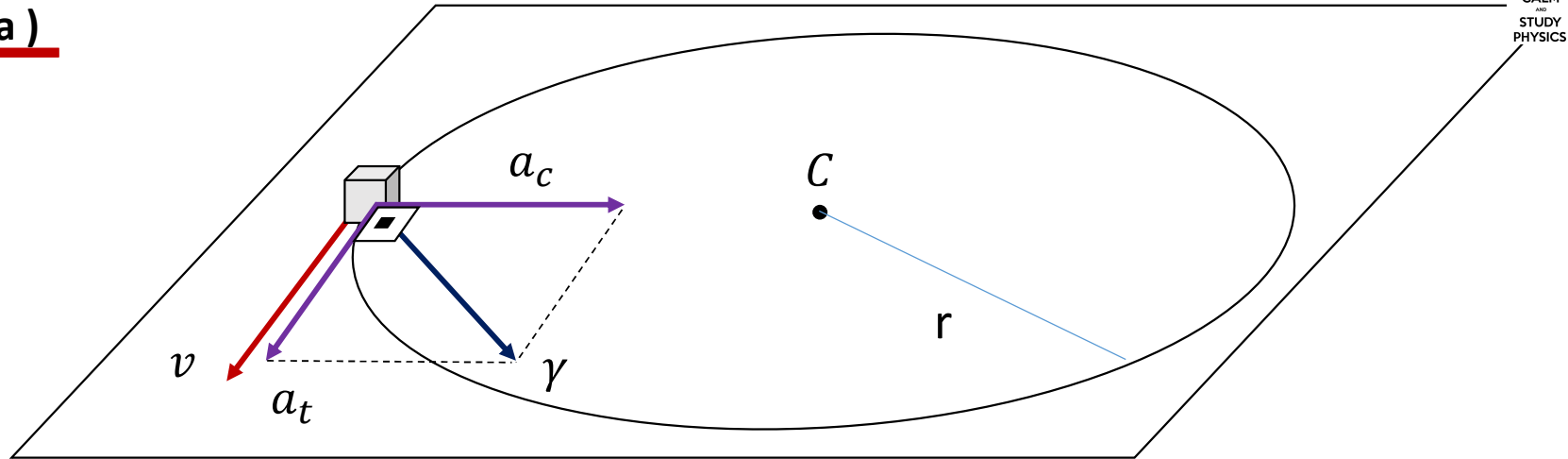
$$\gamma^2 = a_t^2 + a_c^2$$

## M C Acelerado (v aumenta)

- $a_t = |a| = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- $a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$
- $\gamma^2 = a_t^2 + a_c^2$

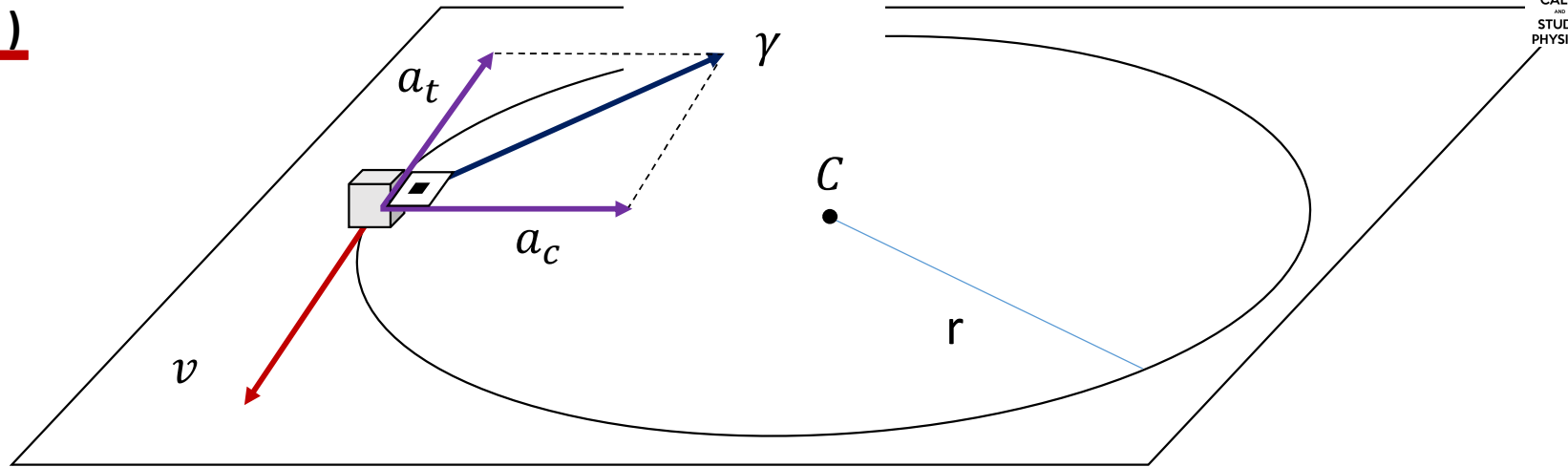
$$\vec{R} = m \cdot \vec{\gamma}$$

- $R_t = m \cdot a_t$
- $R_c = m \cdot a_c$
- $R = m \cdot \gamma$
- $R^2 = R_t^2 + R_c^2$



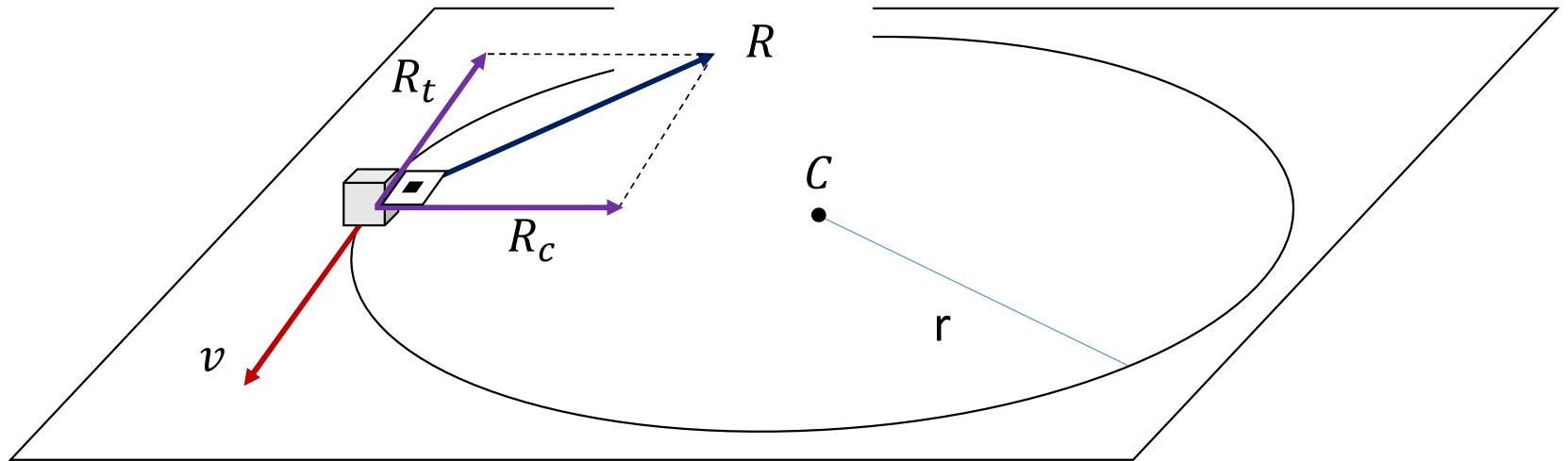
## M C Retardado (v diminui)

- $a_t = |\dot{a}| = \frac{\Delta V}{\Delta t}$
- $a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$
- $\gamma^2 = a_t^2 + a_c^2$



$$\vec{R} = m \cdot \vec{\gamma}$$

- $R_t = m \cdot a_t$
- $R_c = m \cdot a_c$
- $R = m \cdot \gamma$
- $R^2 = R_t^2 + R_c^2$



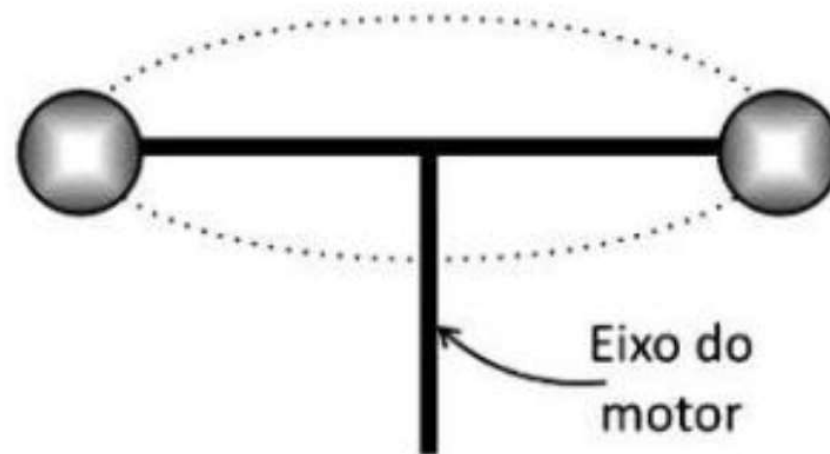
1. (Fuvest-SP) Duas pequenas esferas, cada uma com massa de **0,2 kg**, estão presas nas extremidades de **uma haste rígida, de 10 cm de comprimento**, cujo ponto médio está fixo no eixo de um **motor que fornece 4 W** de potência mecânica. A figura abaixo ilustra o sistema.

Note e adote:

. As massas da haste e do eixo do motor devem ser ignoradas.

. Não atuam forças dissipativas no sistema.

$$. g = 10 \frac{N}{kg}$$



No instante  $t = 0$ , o motor é ligado e o sistema, inicialmente em repouso, passa a girar em torno do eixo.

Determine

- a energia cinética total  $E$  das esferas em  $t = 5$  s;
- a velocidade angular de cada esfera em  $t = 5$  s;
- a intensidade  $F$  da força entre cada esfera e a haste, em  $t = 5$  s;
- a aceleração angular média de cada esfera, entre  $t = 0$  e  $t = 5$  s;

1. (Fuvest-SP) Duas pequenas esferas, cada uma com massa de **0,2 kg**, estão presas nas extremidades de uma haste rígida, de **10 cm de comprimento**, cujo ponto médio está fixo no eixo de um motor que fornece **4 W** de potência mecânica. A figura abaixo ilustra o sistema.

a) a energia cinética total  $E$  das esferas em  $t = 5$  s;

Revisão / Rascunho:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \begin{matrix} \text{SI} \\ \text{W} \end{matrix}$$

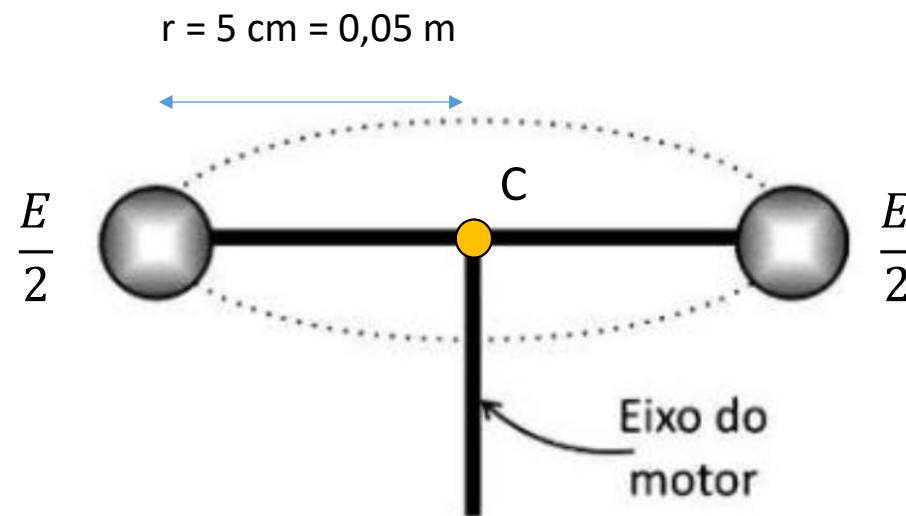
$$1\text{W} = \frac{1\text{J}}{1\text{s}}$$

Resposta

$$E = P \cdot \Delta t$$

$$E = 4 \cdot 5$$

$$E = 20 \text{ J}$$



b) a velocidade angular de cada esfera em  $t = 5$  s;

Para uma esfera

$$E_c = 10 \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$10 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot v^2$$

$$\frac{10 \cdot 2}{0,2} = v^2$$

$$100 = v^2$$

$$v = 10 \text{ m/s}$$

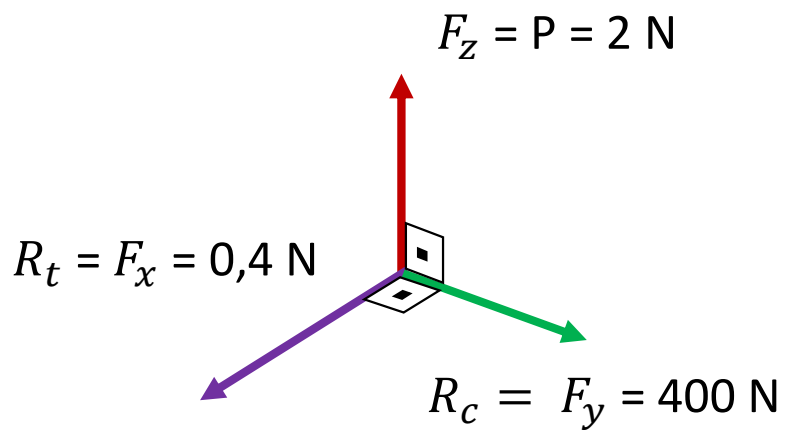
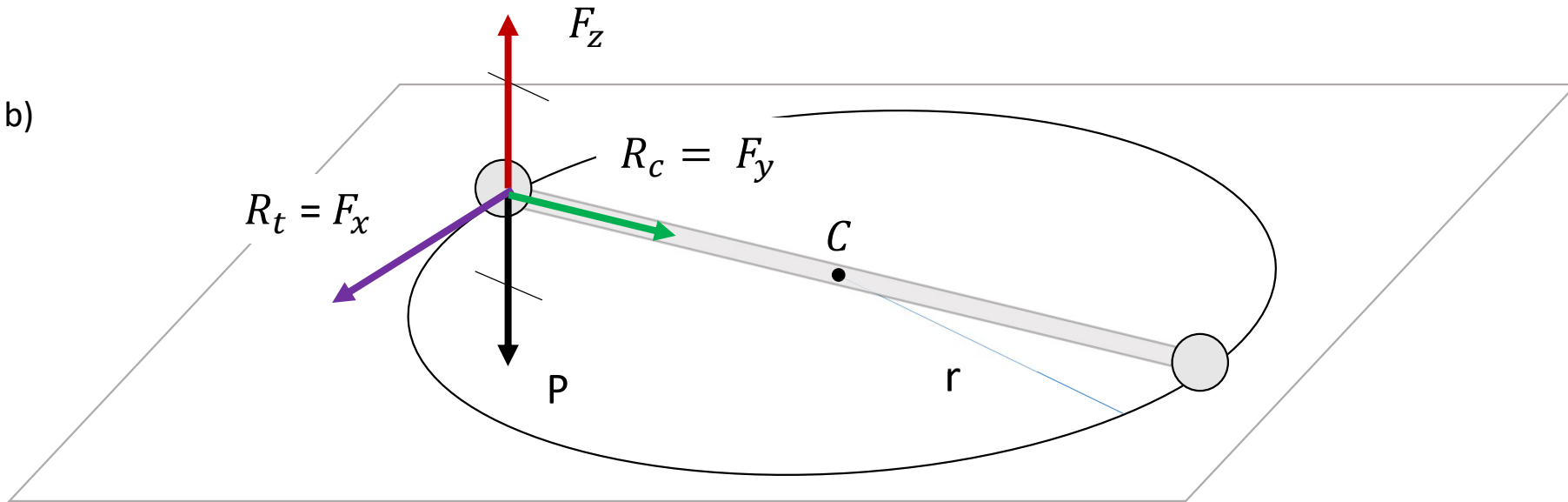
$$v = \omega \cdot r$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$\omega = \frac{10}{0,05} = 200 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

c) a intensidade  $F$  da força entre cada esfera e a haste, em  $t = 5$  s;

- $m = 0,2$  kg
- $g = 10$  N/kg
- $v = 10$  m/s (item b)
- $r = 0,05$  m



$$a_t = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{5 - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$R_t = m \cdot a_t$$

$$R_t = 0,2 \cdot 2$$

$$R_t = 0,4 \text{ N}$$

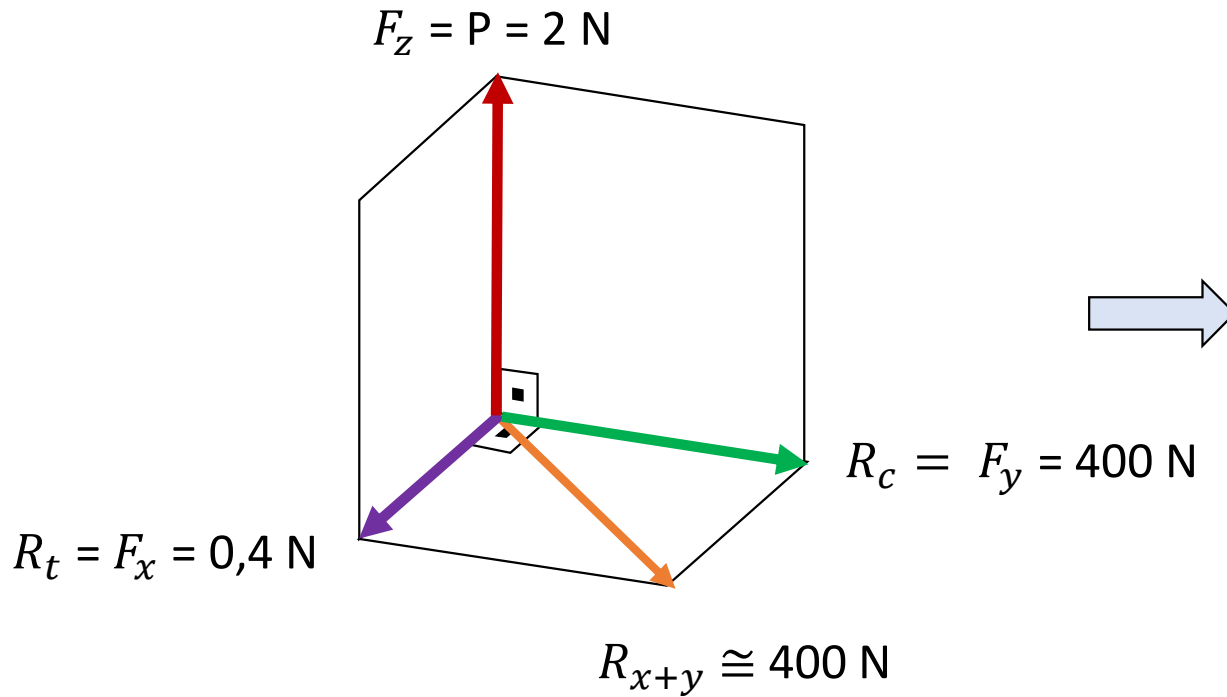
$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{10^2}{0,05} = 2000 \frac{m}{s^2}$$

$$R_c = m \cdot a_c$$

$$R_c = 0,2 \cdot 2000$$

$$R_c = 400 \text{ N}$$

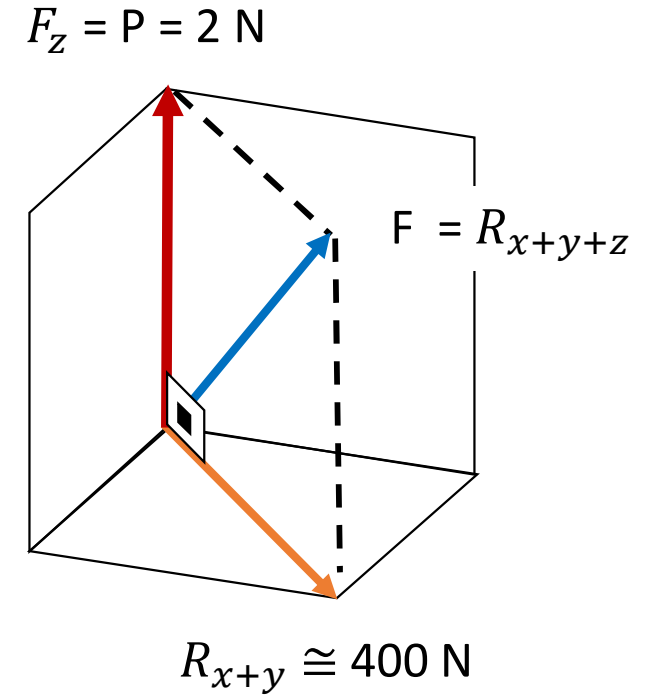
c) a intensidade  $F$  da força entre cada esfera e a haste, em  $t = 5$  s;



$$R_{x+y}^2 = F_x^2 + F_y^2$$

$$R_{x+y}^2 = 0,4^2 + 400^2 = 0,16 + 160000$$

$$R_{x+y} \cong 400 \text{ N}$$



$$R_{x+y+z}^2 = F_{x+y}^2 + F_z^2$$

$$R_{x+y+z}^2 = 400^2 + 2^2 = 160000 + 4$$

$$R_{x+y+z} \cong 400 \text{ N} \quad \rightarrow F \cong 400 \text{ N}$$



1. (Fuvest-SP) Duas pequenas esferas, cada uma com massa de **0,2 kg**, estão presas nas extremidades de **uma haste rígida, de 10 cm de comprimento**, cujo ponto médio está fixo no eixo de um **motor que fornece 4 W** de potência mecânica. A figura abaixo ilustra o sistema.

d) a aceleração angular média de cada esfera, entre  $t = 0$  e  $t = 5$  s;

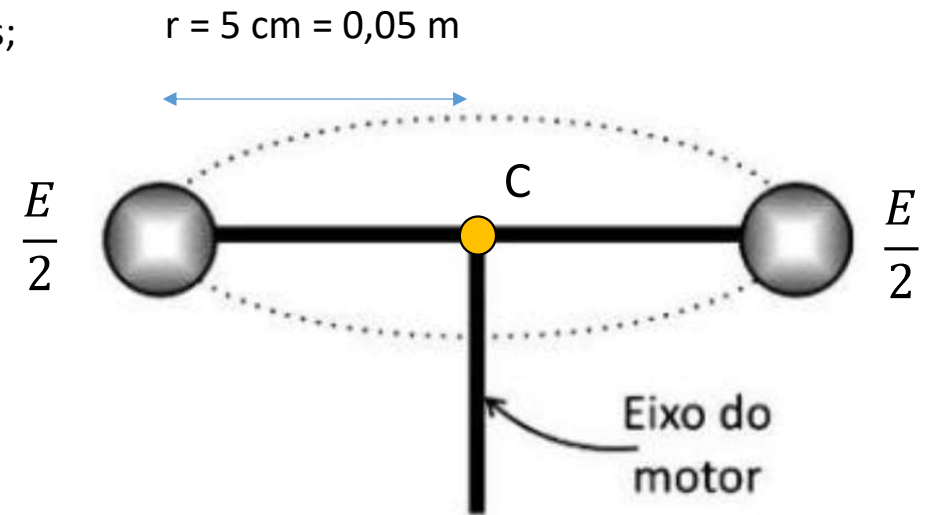
Revisão / Rascunho:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \begin{matrix} \text{SI} \\ \frac{m}{s^2} \end{matrix}$$

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad \begin{matrix} \text{SI} \\ \frac{\text{rad}}{s^2} \end{matrix}$$

Resposta

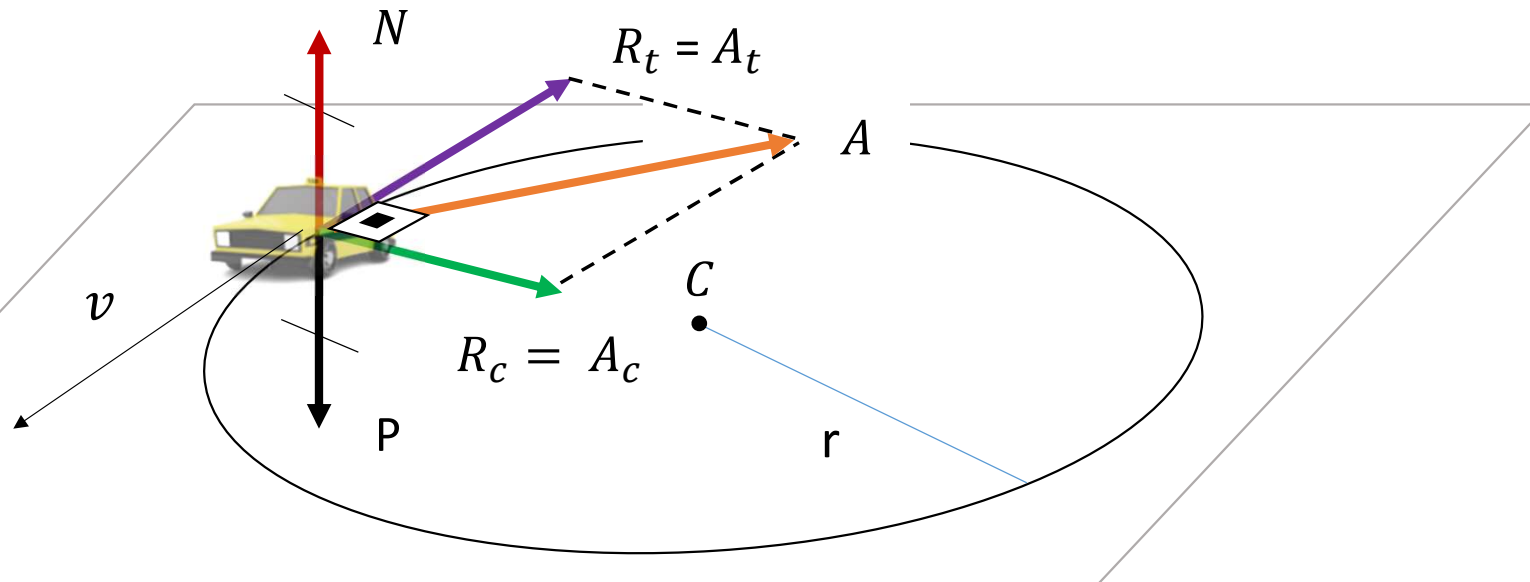
$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{200 - 0}{5 - 0} = 40 \frac{\text{rad}}{s^2}$$



$t = 0\text{s} \rightarrow \omega = 0$  (começa em repouso)

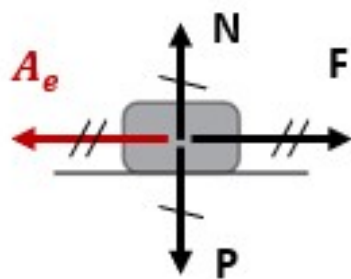
$t = 5\text{s} \rightarrow \omega = 200 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  (item b)

2. Um carro de **800 kg** está executando **movimento circular e uniforme sobre plano horizontal** desenvolvendo **velocidade de 72 km/h (20 m/s)**. O coeficiente de atrito estático entre os pneus do carro e a pista é **0,9** e o cinético, 0,8. O campo gravitacional tem intensidade de 10 N/kg e o **raio da curva é 50 m**. Em um dado instante o motorista **pisa nos freios**, fazendo com que a **aceleração escalar instantânea do carro, nesse momento, seja de 6 m/s<sup>2</sup>**. Avalie se o carro executa a curva com segurança, isto é, **sem escorregar**.



A long time ago in a galaxy far,  
far away....

Atrito estático → tendência de escorregamento  
(sem escorregar)



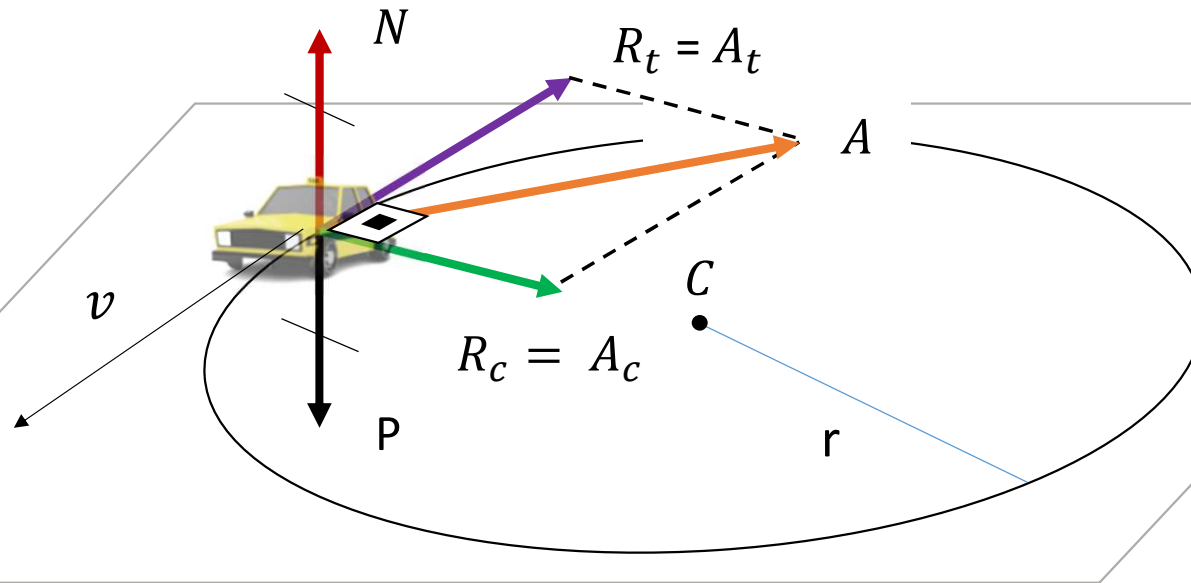
$$A_e = F$$

$$A_e^{\text{máx}} = \mu_e \cdot N$$

$\mu_e$ : coeficiente de atrito estático

Condição para não escorregar:  $A_e \leq A_e^{\text{máx}}$

2. Um carro de **800 kg** está executando **movimento circular e uniforme sobre plano horizontal** desenvolvendo **velocidade de 72 km/h (20 m/s)**. O coeficiente de atrito estático entre os pneus do carro e a pista é **0,9** e o cinético, 0,8. O campo gravitacional tem intensidade de 10 N/kg e o **raio da curva é 50 m**. Em um dado instante o motorista **pisa nos freios**, fazendo com que a **aceleração escalar instantânea ( $|a| = a_t$ )** do carro, nesse momento, **seja de 6 m/s<sup>2</sup>**. Avalie se o carro executa a curva com segurança, isto é, **sem escorregar**.



Condição para não escorregar:

$$A_e \leq A_e^{\text{máx}}$$

$$8000 > 7200$$

$\therefore$  O carro vai escorregar

$$A_e^{\text{máx}} = \mu_e \cdot N$$

$$A_e^{\text{máx}} = 0,9 \cdot 8000$$

$$A_e^{\text{máx}} = 7200 \text{ N}$$

$$R_t = m \cdot a_t$$

$$A_t = 800 \cdot 6$$

$$A_t = 4800 \text{ N}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$a_c = \frac{20^2}{50} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$R_c = m \cdot a_c$$

$$A_c = 800 \cdot 8$$

$$A_c = 6400 \text{ N}$$

$$A^2 = A_t^2 + A_c^2$$

$$A^2 = 4800^2 + 6400^2$$

$$A = 8000 \text{ N}$$