

Balística: lançamento oblíquo

Setor A: Aula 34 / Pg. 551 / Alfa 4

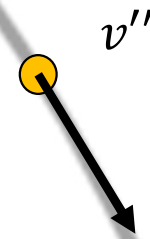
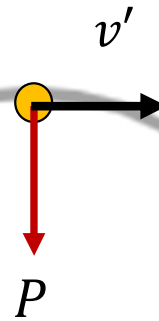
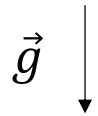
- SL 02 – Teoria / Revisão
- SL 10 – Exercícios

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

Professor Caio – Física / Setor A

Análise dinâmica

y (vertical)



x (horizontal)

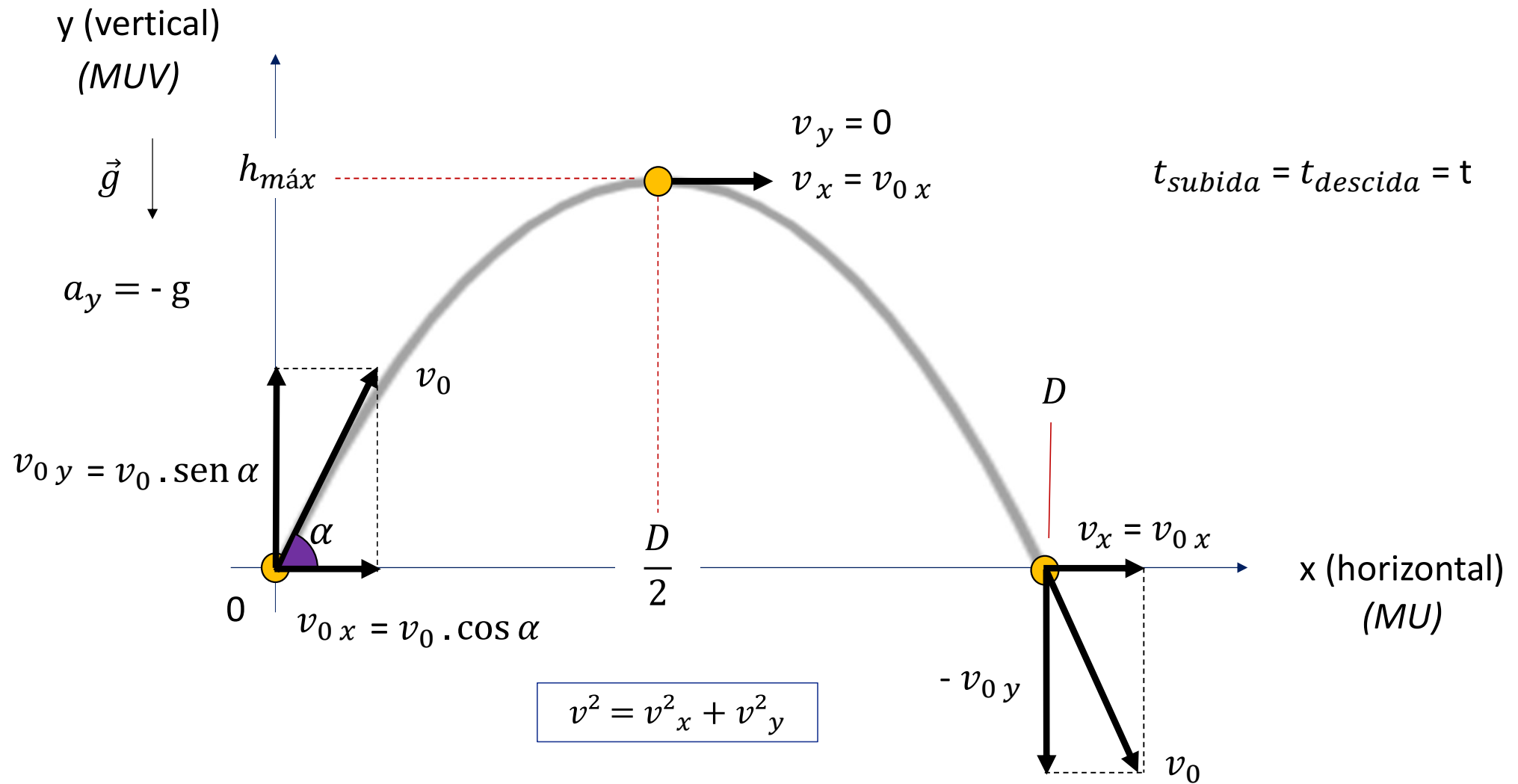
$$R_y = P$$
$$\cancel{m} \cdot a_y = \cancel{m} \cdot g$$

$$|a_y| = g$$

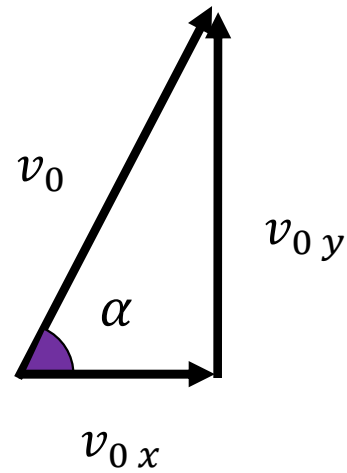
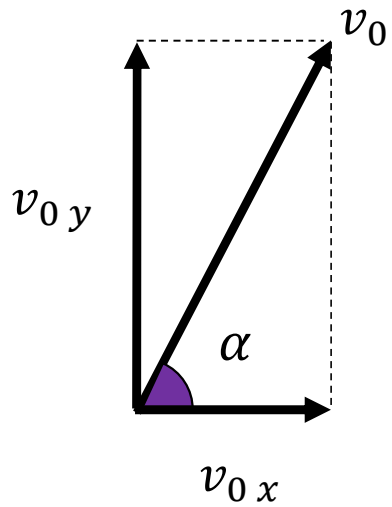
$$R_x = 0$$

$$a_x = 0$$

Análise cinemática



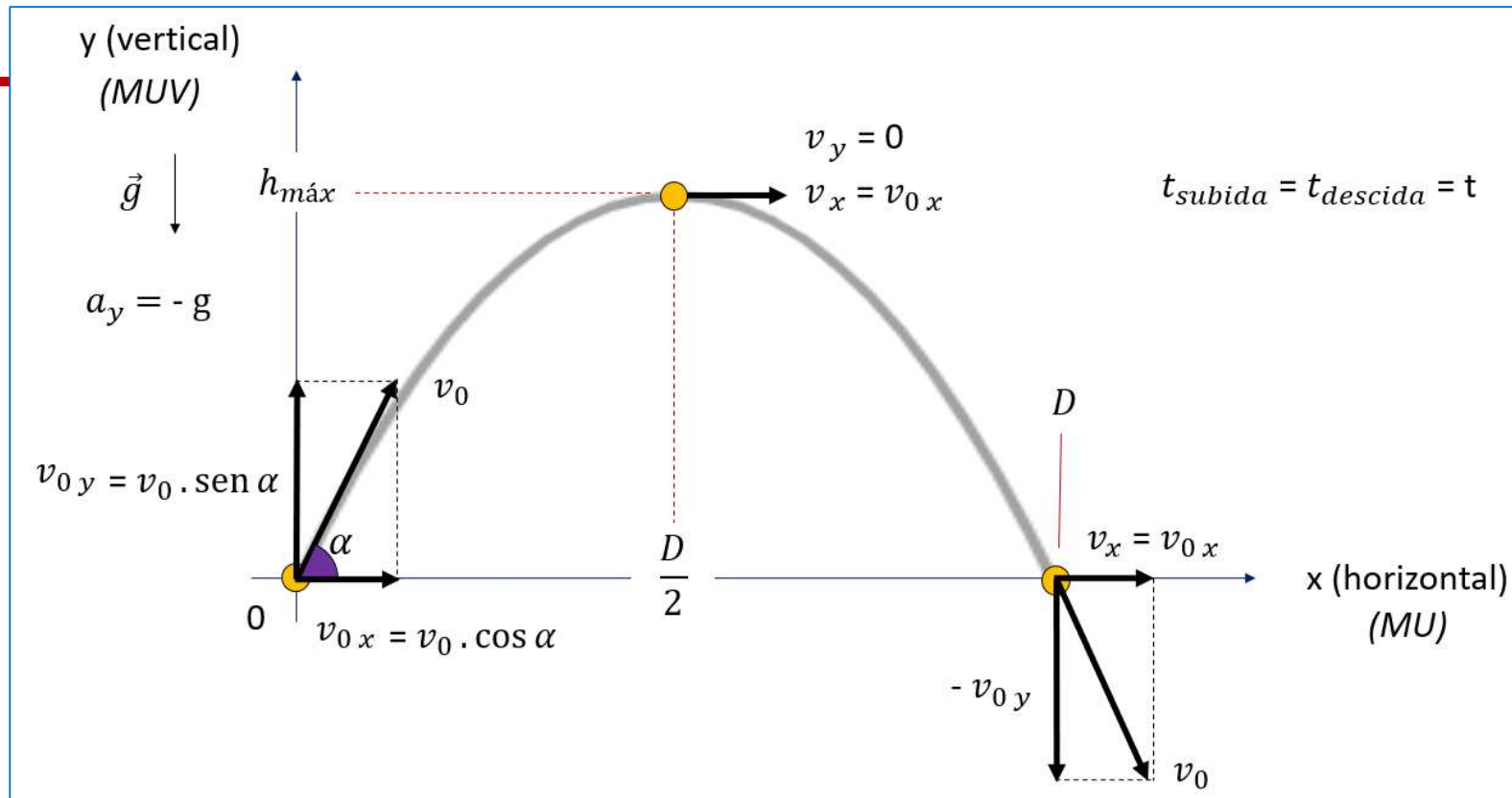
Análise cinemática



$$\cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0} \rightarrow v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0} \rightarrow v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$$

Análise cinemática



y (vertical)

$$a_y = -g$$

MUV

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a_y \cdot t^2$$

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y \cdot \Delta y$$

x (horizontal)

$$a_x = 0$$

MU

$$v_x = v_{0x} = \text{cte}$$

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t$$

Análise cinemática

Tempo de subida

y (vertical)

$$t_{subida} = t_{descida}$$

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t_{subida}$$

$$0 = v_0 \cdot \text{sen} \alpha - g \cdot t_{subida}$$

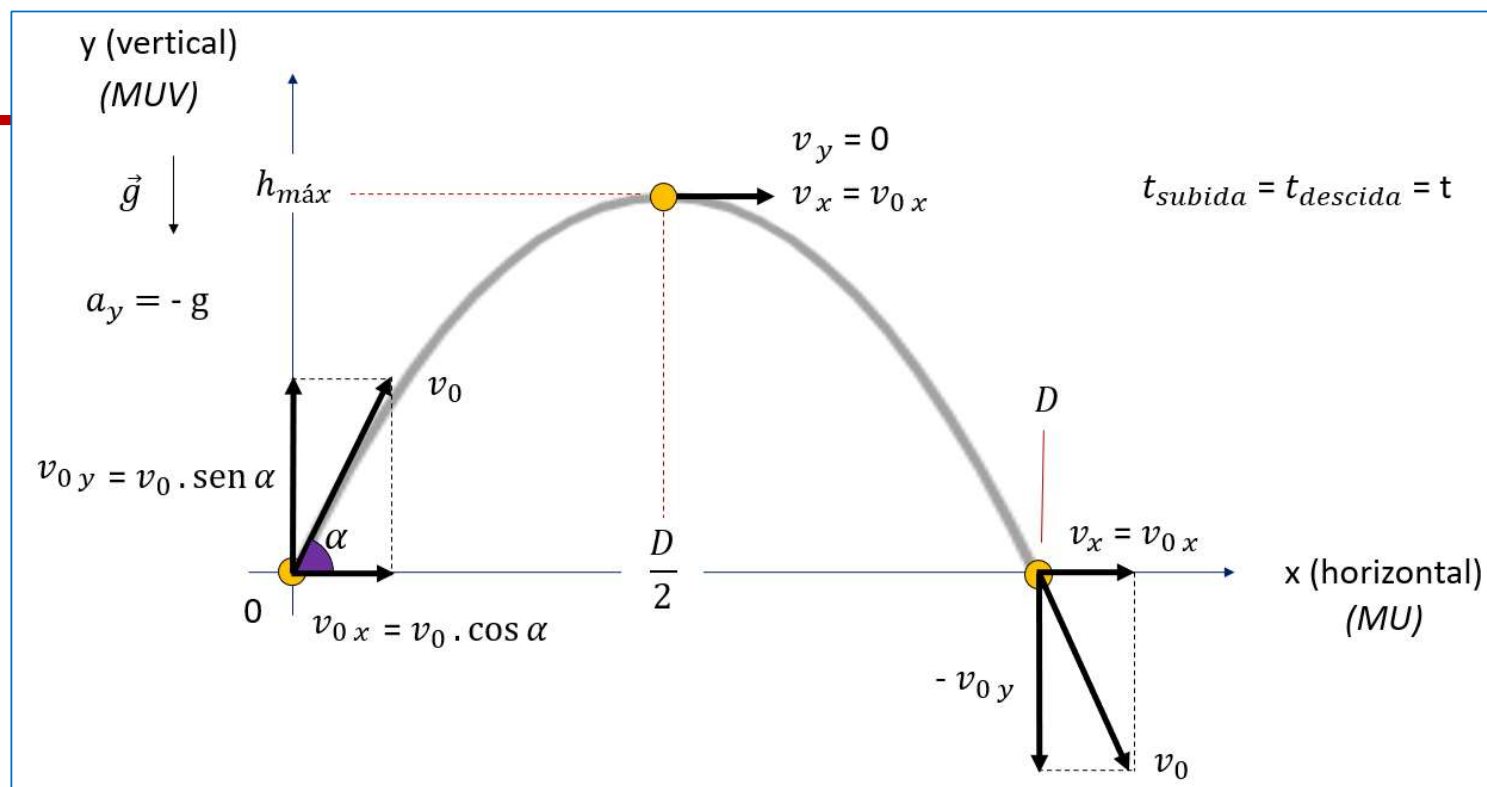
$$t_{subida} = \frac{v_0 \cdot \text{sen} \alpha}{g}$$

Altura máxima ($h_{m\acute{a}x}$)

y (vertical) na subida

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t_{su} + \frac{1}{2} a_y \cdot t_{sub}^2$$

$$h_{m\acute{a}x} = v_0 \cdot \text{sen} \alpha \cdot t_{sub} - \frac{1}{2} g \cdot t_{sub}^2$$



y (vertical) na subida

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y \cdot \Delta y$$

ou

$$0 = v_0^2 \cdot \text{sen}^2 \alpha - 2g \cdot h_{m\acute{a}x}$$

$$h_{m\acute{a}x} = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2 \alpha}{2g}$$

Análise cinemática

Tempo de subida

y (vertical)

$$t_{subida} = t_{descida}$$

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t_{subida}$$

$$0 = v_0 \cdot \text{sen} \alpha - g \cdot t_{subida}$$

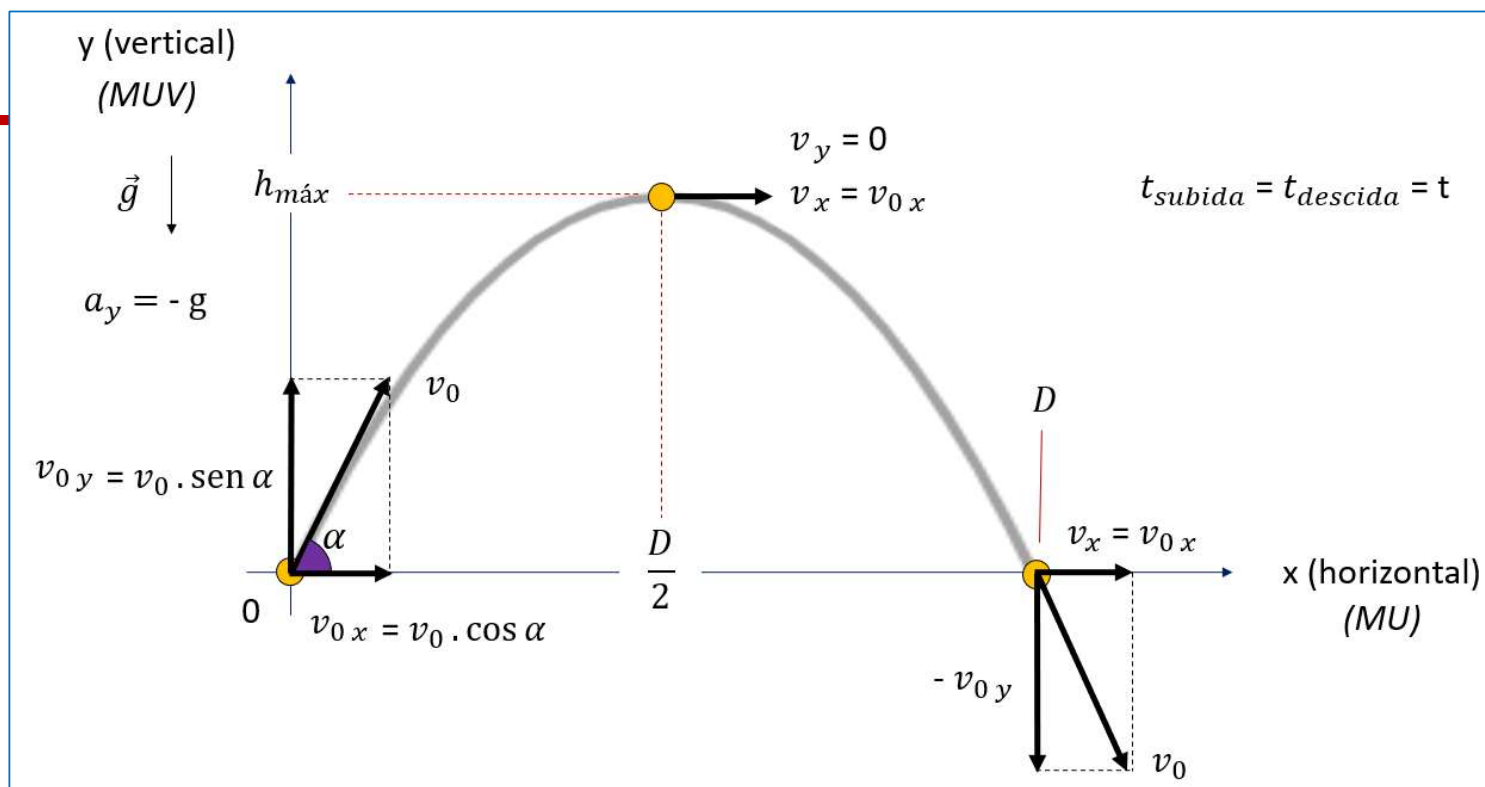
$$t_{subida} = \frac{v_0 \cdot \text{sen} \alpha}{g}$$

Alcance (D)

x (horizontal)

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t$$

$$D = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot (t_{sub} + t_{des})$$



$$D = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot (2t_{sub})$$

$$D = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \left(\frac{2v_0 \cdot \text{sen} \alpha}{g} \right)$$

$$D = \frac{v_0^2 \cdot 2 \cdot \text{sen} \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$$

$$D = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen} 2\alpha}{g}$$

$\alpha = 45^\circ \rightarrow$ alcance máximo

Senô do arco duplo

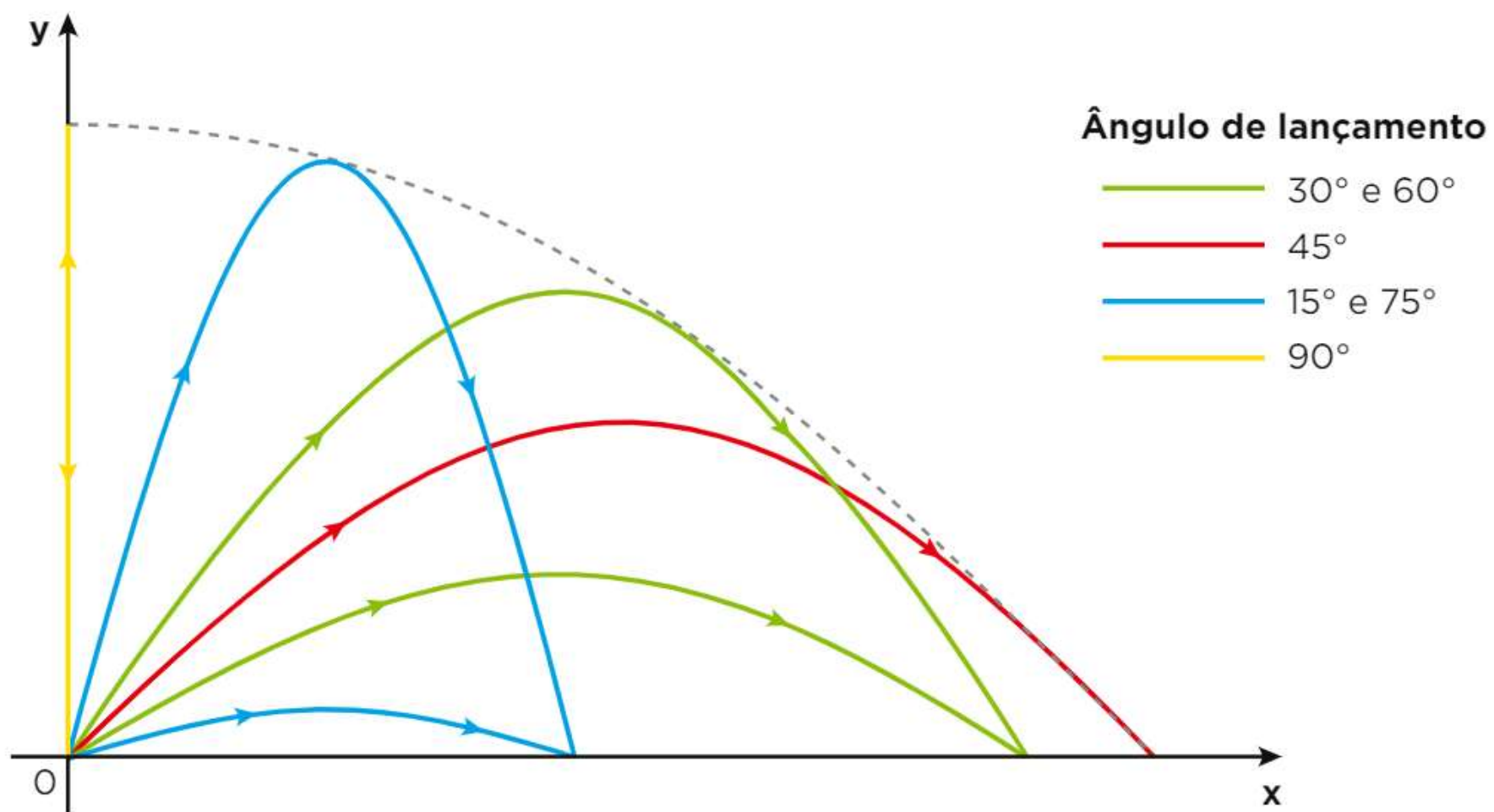
$$\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$$

Cosseno do arco duplo

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha$$



Análise cinemática



Exercícios

1. (Famerp-SP) No interior de um vagão hermeticamente fechado que se move horizontalmente em trajetória retilínea com velocidade $4,0 \text{ m/s}$ em relação ao solo, uma pessoa arremessa uma pequena esfera verticalmente para cima, com velocidade $3,0 \text{ m/s}$ em relação ao vagão.



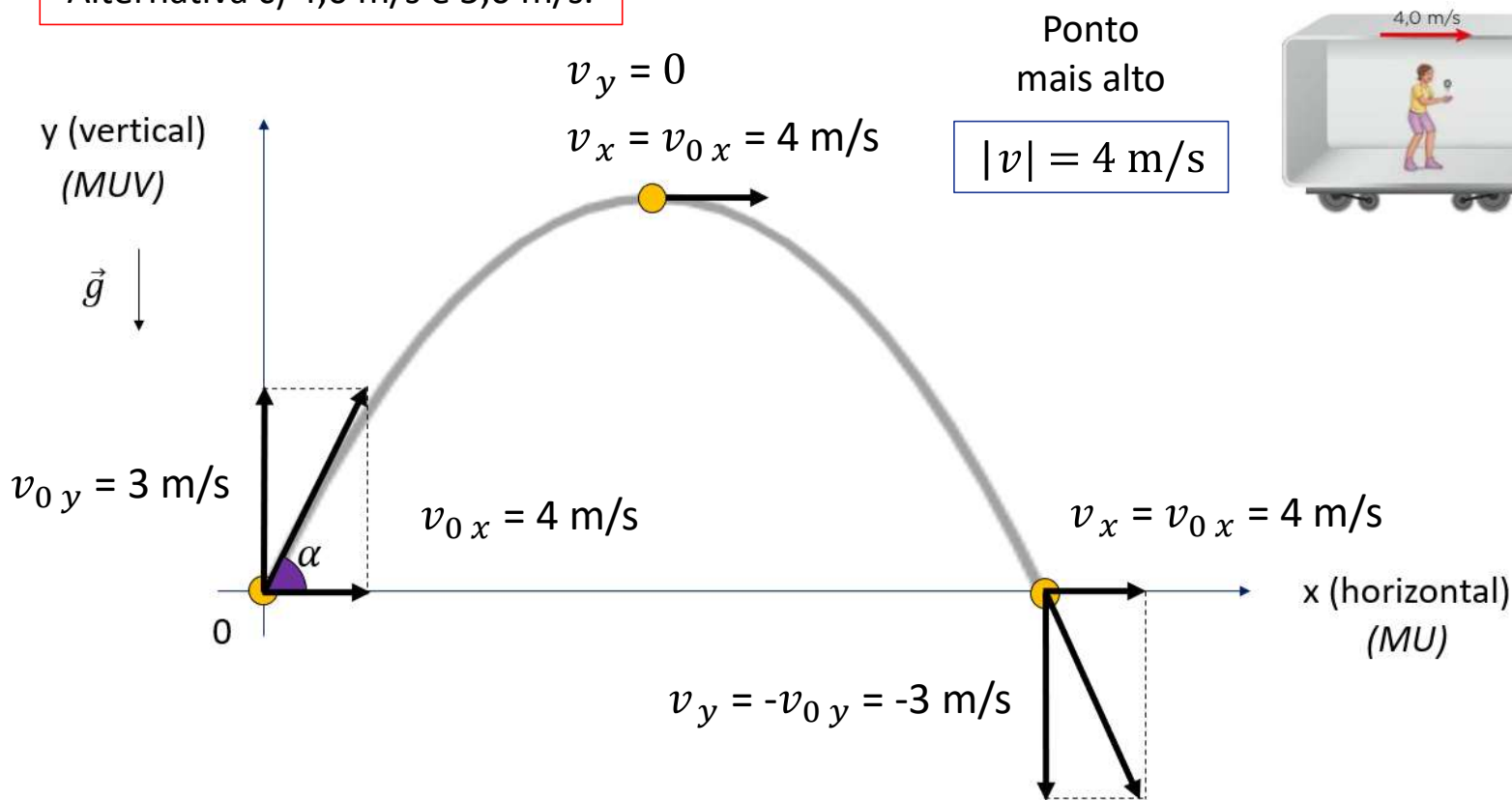
Desprezando o atrito com o ar, os módulos das velocidades da esfera, em relação ao solo, no ponto mais alto de sua trajetória e no instante em que retorna à mão da pessoa são, respectivamente,

- a) $4,0 \text{ m/s}$ e $3,0 \text{ m/s}$.
- b) zero e $5,0 \text{ m/s}$.
- c) $4,0 \text{ m/s}$ e $5,0 \text{ m/s}$.
- d) zero e $3,0 \text{ m/s}$.

1. (Famerp-SP) No interior de um vagão hermeticamente fechado que se move horizontalmente em trajetória retilínea com velocidade 4,0 m/s em relação ao solo, uma pessoa arremessa uma pequena esfera verticalmente para cima, com velocidade 3,0 m/s em relação ao vagão.

Desprezando o atrito com o ar, os módulos das velocidades da esfera, em relação ao solo, no ponto mais alto de sua trajetória e no instante em que retorna à mão da pessoa são, respectivamente,

Alternativa c) 4,0 m/s e 5,0 m/s.



Retorno à mão

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$v^2 = 4^2 + (-3)^2$$

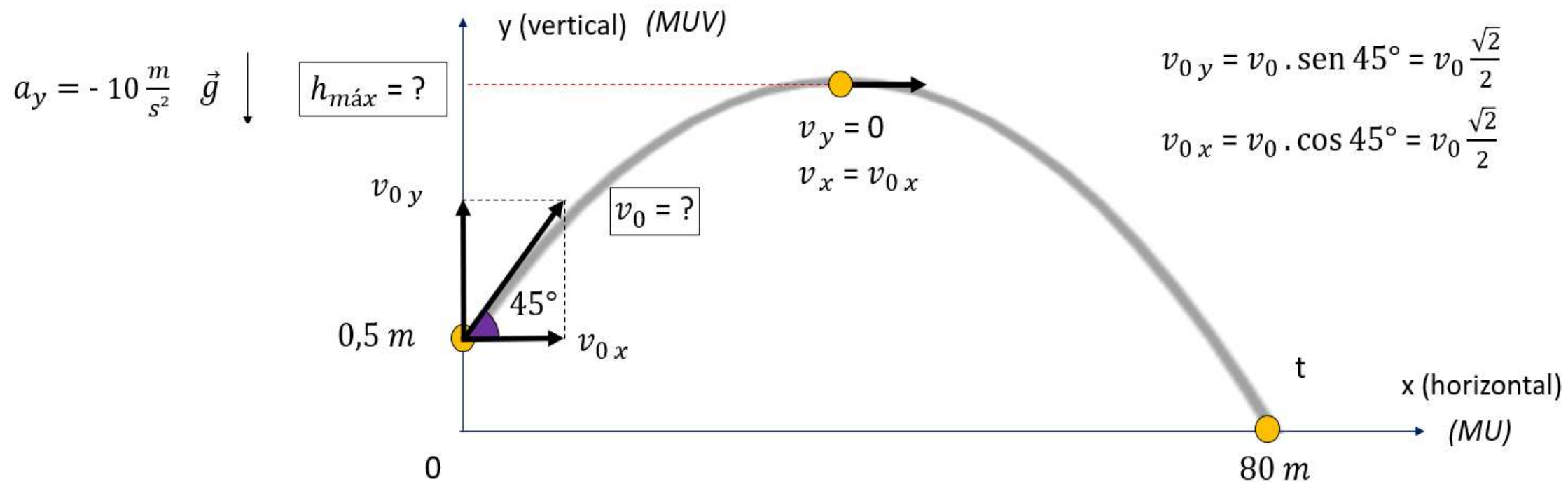
$$v^2 = 16 + 9 = 25$$

$$|v| = 5 \text{ m/s}$$

2. (Unifesp) O atleta húngaro Krisztian Pars conquistou medalha de ouro na olimpíada de Londres no lançamento de martelo. Após girar sobre si próprio, o atleta lança a bola a 0,50 m acima do solo, com velocidade linear inicial que forma um ângulo de 45° com a horizontal. A bola toca o solo após percorrer a distância horizontal de 80 m. Nas condições descritas do movimento parabólico da bola, considerando a aceleração da gravidade no local igual a 10 m/s^2 , $\sqrt{2}$ igual a 1,4 e desprezando-se as perdas de energia mecânica durante o voo da bola, determine, aproximadamente:

- a) o módulo da velocidade de lançamento da bola, em m/s.
- b) a altura máxima, em metros, atingida pela bola.





a) o módulo da velocidade de lançamento da bola, em m/s.

x (horizontal)

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t$$

$$80 = 0 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 \cdot t$$

$$t = \frac{2.80}{\sqrt{2} \cdot v_0}$$

y (vertical)

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a_y \cdot t^2$$

$$0 = 0,5 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 \cdot \left(\frac{2.80}{\sqrt{2} \cdot v_0} \right) - 5 \cdot \left(\frac{2.80}{\sqrt{2} \cdot v_0} \right)^2$$

$$0 = 0,5 + 80 - 5 \cdot \frac{4.6400}{2 \cdot v_0^2}$$

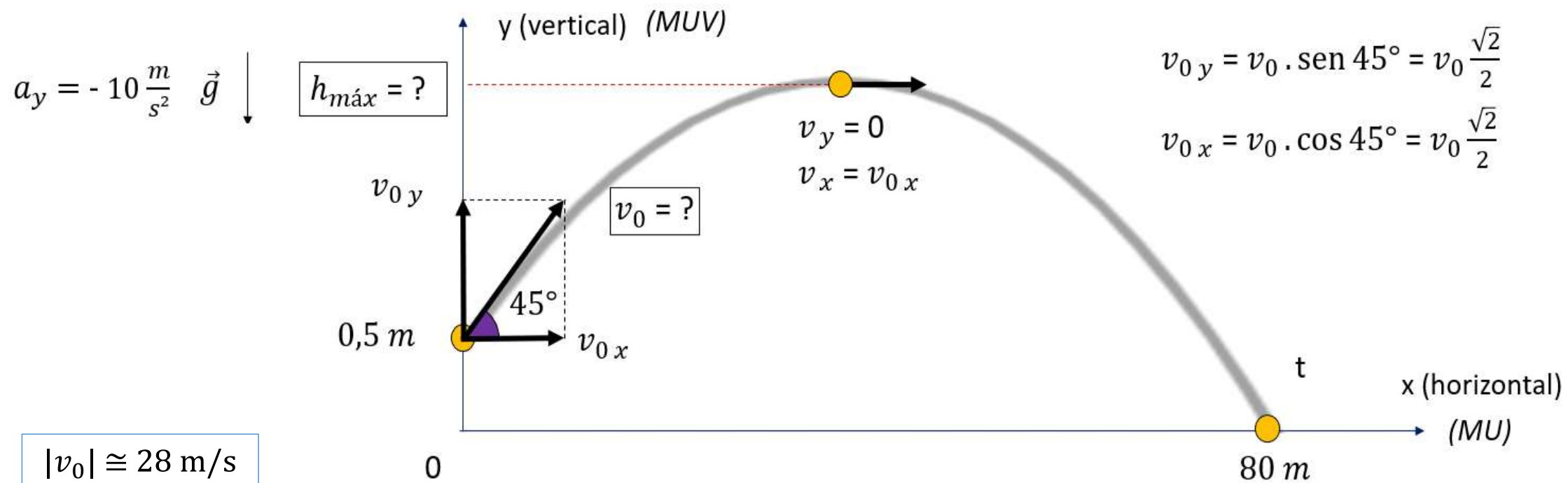
$$0 = 0,5 + 80 - \frac{64000}{v_0^2}$$

$$\frac{64000}{v_0^2} = 80,5$$

$$\frac{64000}{80,5} = v_0^2$$

$$v_0^2 \cong 795$$

$$|v_0| \cong 28 \text{ m/s}$$



b) a altura máxima, em metros, atingida pela bola.

y (vertical) (subida)

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y \cdot \Delta y$$

$$0 = v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha - 20 \cdot (h_{\text{máx}} - 0,5)$$

$$0 = (28)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 20 \cdot (h_{\text{máx}} - 0,5)$$

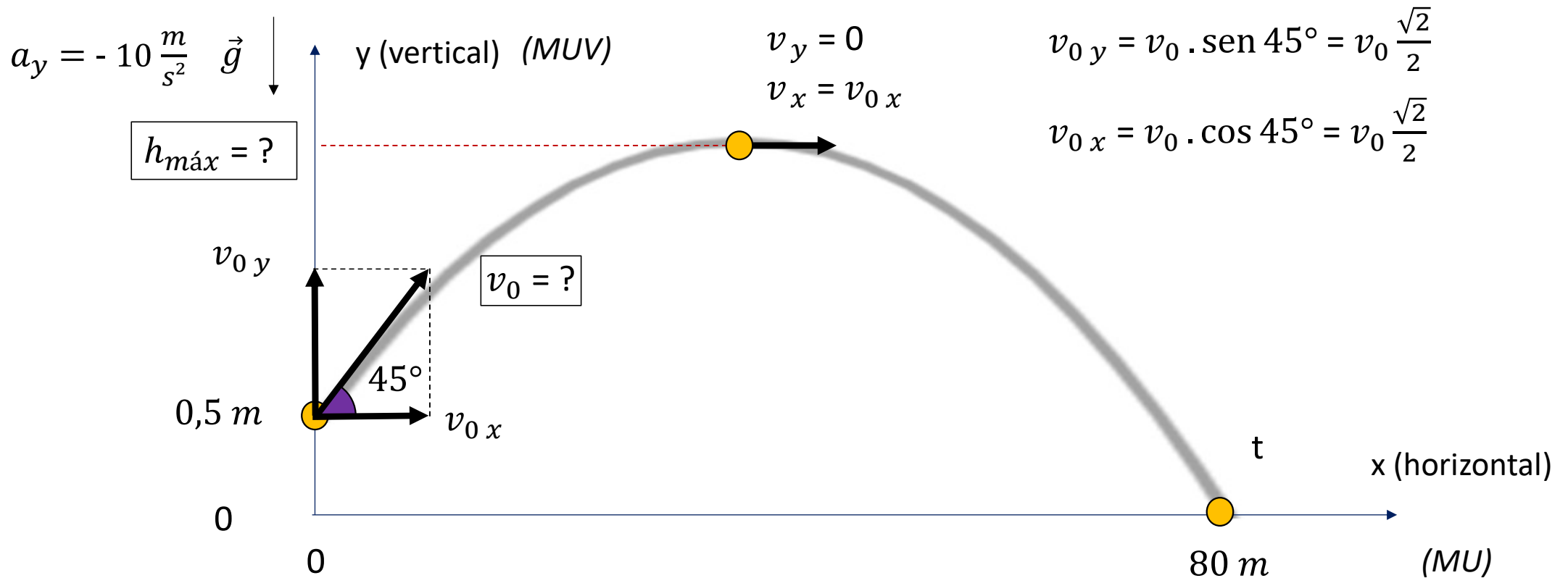
$$0 = 784 \cdot \frac{2}{4} - 20 \cdot (h_{\text{máx}} - 0,5)$$

$$0 = 392 - 20 \cdot (h_{\text{máx}} - 0,5)$$

$$(h_{\text{máx}} - 0,5) = \frac{392}{20}$$

$$(h_{\text{máx}} - 0,5) = 19,6$$

$$h_{\text{máx}} = 20,1\text{ m}$$



a) o m3dulo da velocidade de lan3amento da bola, em m/s.

x (horizontal)

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t$$

$$80 = 0 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 \cdot t$$

$$t = \frac{2.80}{\sqrt{2} \cdot v_0}$$

y (vertical)

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a_y \cdot t^2$$

$$0 = 0,5 + 0,7 \cancel{v_0} \cdot \left(\frac{2.80}{\sqrt{2} \cdot \cancel{v_0}} \right) - 5 \cdot \left(\frac{2.80}{\sqrt{2} \cdot v_0} \right)^2$$

$$0 = 0,5 + 0,7 \cdot \left(\frac{2.80}{1,4 \cdot v_0} \right)$$

$$0 = 0,5 + 80 - \frac{64000}{v_0^2}$$

$$64000$$

3. (Enem) Um garoto foi à loja comprar um estilingue e encontrou dois modelos: um com borracha mais “dura” e outro com borracha mais “mole”. O garoto concluiu que o mais adequado seria o que proporcionasse maior alcance horizontal, D , para as mesmas condições de arremesso, quando submetidos à mesma força aplicada. Sabe-se que a constante elástica k_d (do estilingue mais “duro”) é o dobro da constante elástica k_m (do estilingue mais “mole”).

A razão entre os alcances $\frac{D_d}{D_m}$, é igual a , referentes aos estilingues com borrachas “dura” e “mole”, respectivamente é igual a

- a) $1/4$
- b) $1/2$
- c) 1
- d) 2
- e) 4

3. É dado que $k_d = 2k_m$ e que $F_d = F_m$. Calculando a razão entre as deformações:

$$F_d = F_m \Rightarrow k_d x_d = k_m x_m \Rightarrow 2k_m x_d = k_m x_m \Rightarrow x_m = 2x_d$$

Comparando as energias potenciais elásticas armazenadas nos dois estilingues:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_P^d = \frac{k_d x_d^2}{2} = \frac{2k_m x_d^2}{2} = k_m x_d^2 \\ E_P^m = \frac{k_m x_m^2}{2} = \frac{k_m (2x_d)^2}{2} = \frac{4k_m x_d^2}{2} = 2k_m x_d^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_P^m = 2 E_P^d$$

Considerando o sistema conservativo, toda essa energia potencial é transformada em cinética para o objeto lançado. Assim:

$$E_c^m = 2E_c^d \Rightarrow \frac{mv_m^2}{2} = 2 \frac{mv_d^2}{2} \Rightarrow v_m^2 = 2v_d^2$$

Supondo lançamentos oblíquo, sendo θ o ângulo com a direção horizontal, o alcance horizontal (D) é dado pela expressão:

$$D = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\theta) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} D_d = \frac{v_d^2}{g} \sin(2\theta) \\ D_m = \frac{2v_d^2}{g} \sin(2\theta) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{D_d}{D_m} = \frac{1}{2}$$

Note que essa questão só possui solução se supusermos que os elásticos são lançados obliquamente a partir do solo, admitido plano e horizontal.