Aplicação do MHS: sistema massa-mola

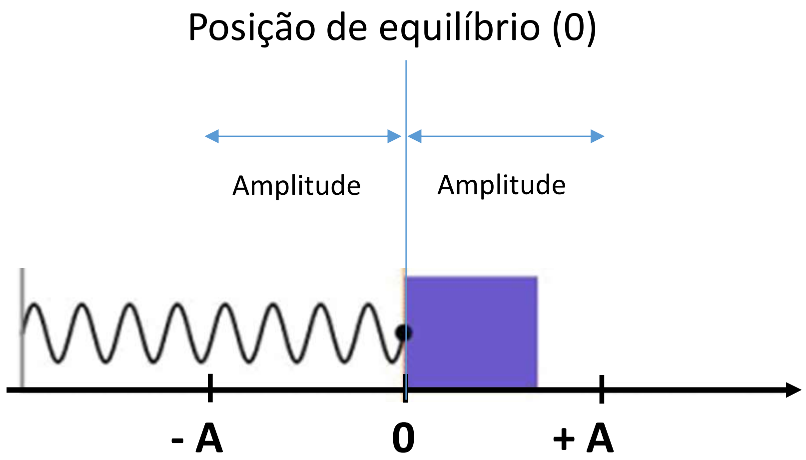
Setor A: Aula 36 / Pg. 340 / Alfa 5

- SL 02 – Teoria
- SL 10 – Exercícios
- SL 17 – Dicas para tarefa

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

Professor Caio – Física / Setor A

Sistema massa-mola



V	mín (0)	máx $\lvert\omega A\rvert$	mín (0)
a	máx $\lvert\omega^2 A\rvert$	mín (0)	máx $\lvert\omega^2 A\rvert$

Sistema massa-mola na horizontal

Período (T)

Intervalo de tempo para uma oscilação completa (4 A)

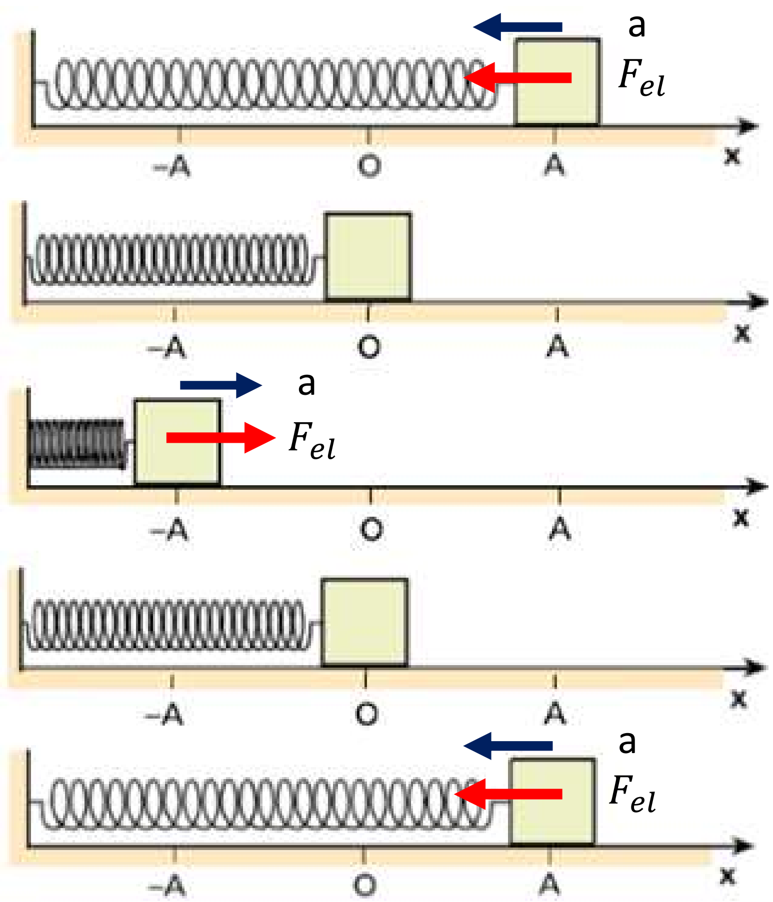
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

O período não depende da amplitude

F. Elástica

$$F = k.\,|x|$$

Força restauradora: tende a colocar o corpo na posição de equilíbrio



Mola esticada

Mola relaxada

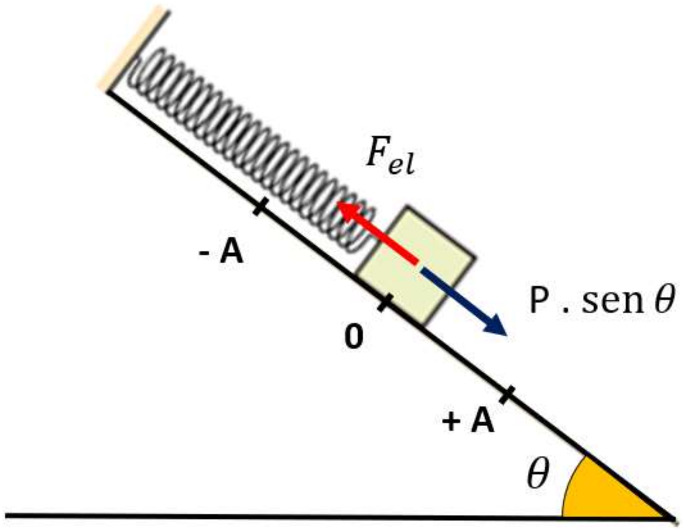
Mola comprimida

Mola relaxada

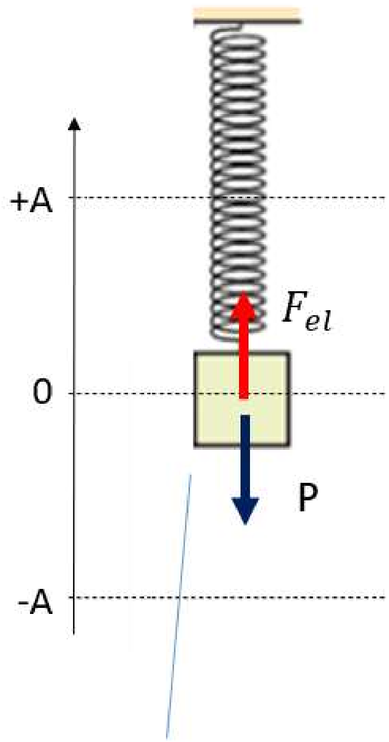
Mola esticada

V	mín (0)	máx $\|\omega A\|$	mín (0)
a	máx $\|\omega^2 A\|$	mín (0)	máx $\|\omega^2 A\|$

Sistema massa-mola na vertical e no plano inclinado



Na posição de equilíbrio:
P . sen Θ = F_{el}



Na posição de equilíbrio: P = F_{el}

Período (T)

Intervalo de tempo para uma oscilação completa (4 A)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

O período não depende da amplitude

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Sistema massa-mola na horizontal: análise da aceleração

$$R = F_{el}$$

$$R = m\,.\,|a| \qquad F_{el} = k\,.\,|x|$$

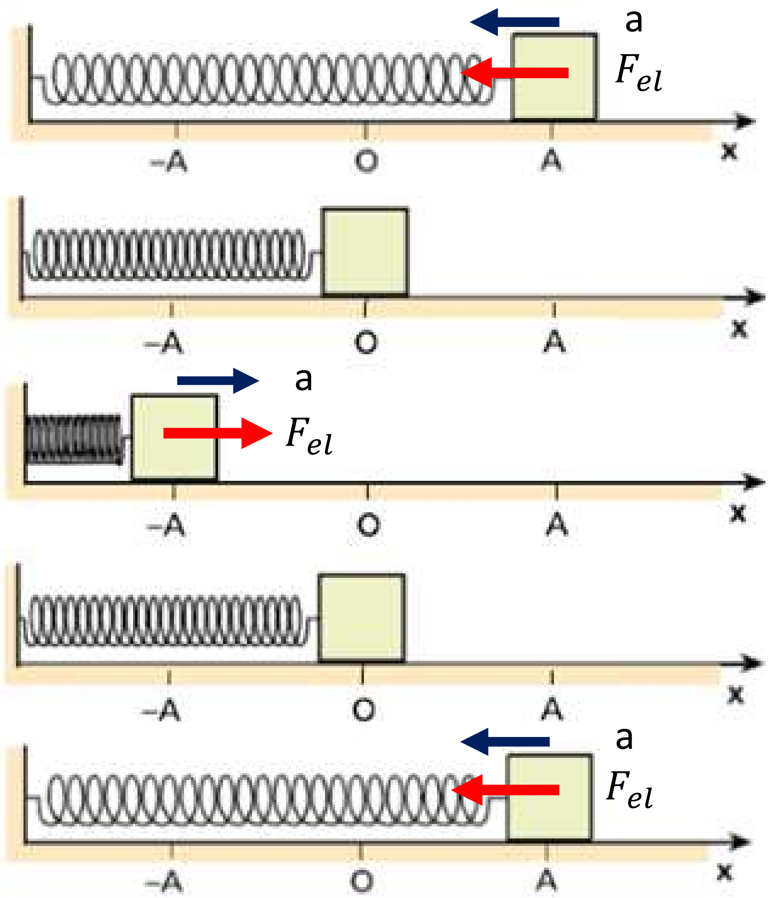
$$m\,.\,|a| = k\,.\,|x|$$

X = +A
X = -A

$$m\,.\,\underbrace{|a|}_{\text{máx}} = k\,.\,\underbrace{|x|}_{\text{máx}}$$

X = 0

$$m\,.\,\underbrace{|a|}_{\text{mín}} = k\,.\,\underbrace{|x|}_{\text{mín}}$$



Mola esticada

Mola relaxada

Mola comprimida

Mola relaxada

Mola esticada

V	mín (0)	máx $\|\omega A\|$	mín (0)
a	máx $\|\omega^2 A\|$	mín (0)	máx $\|\omega^2 A\|$

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Sistema massa-mola na horizontal: dedução da equação do período

$$m \,.\, |a| = k \,.\, |x|$$

$$|a| = \omega^2 .\, |x|$$

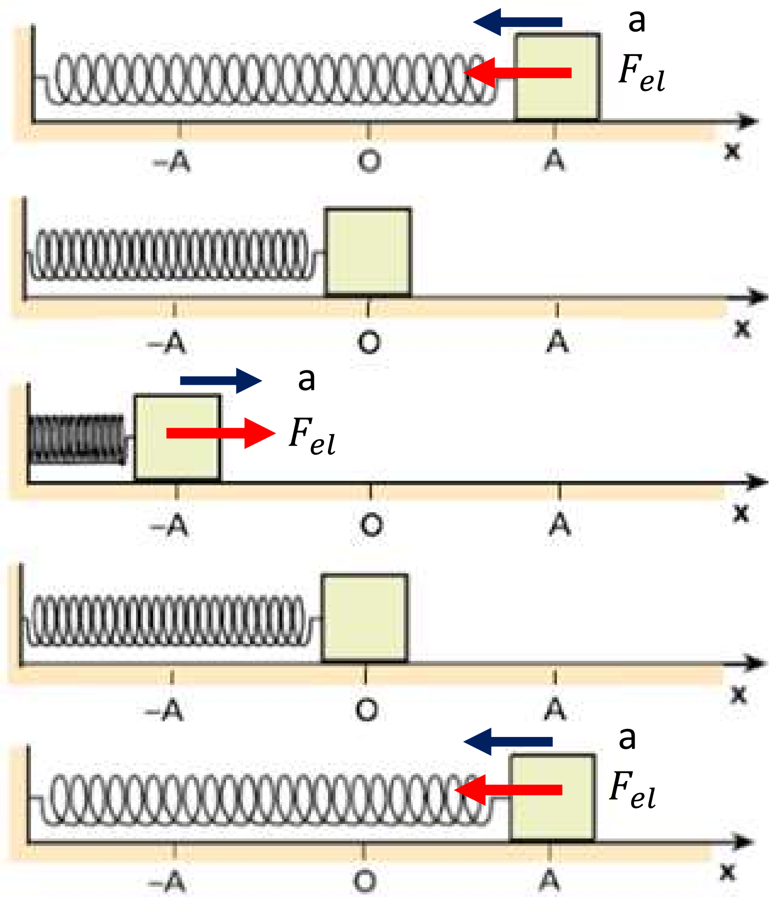
$$m \,.\, \omega^2 .\, \cancel{|x|} = k \,.\, \cancel{|x|}$$

$$m \,.\, \omega^2 = k$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$m \,.\, \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = k$$

$$\sqrt{m} \,.\, \frac{2\pi}{T} = \sqrt{k} \quad \rightarrow \quad 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = T$$



Mola esticada

Mola relaxada

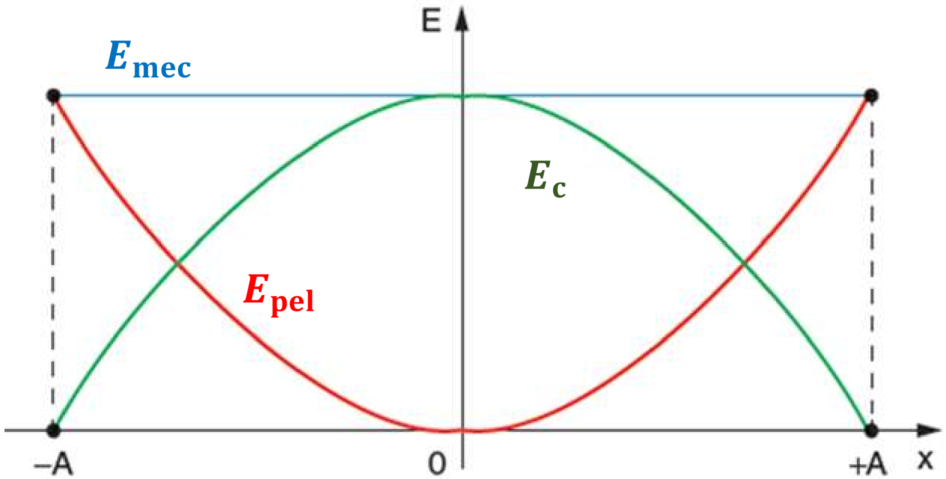
Mola comprimida

Mola relaxada

Mola esticada

V	mín (0)	máx $\|\omega A\|$	mín (0)
a	máx $\|\omega^2 A\|$	mín (0)	máx $\|\omega^2 A\|$

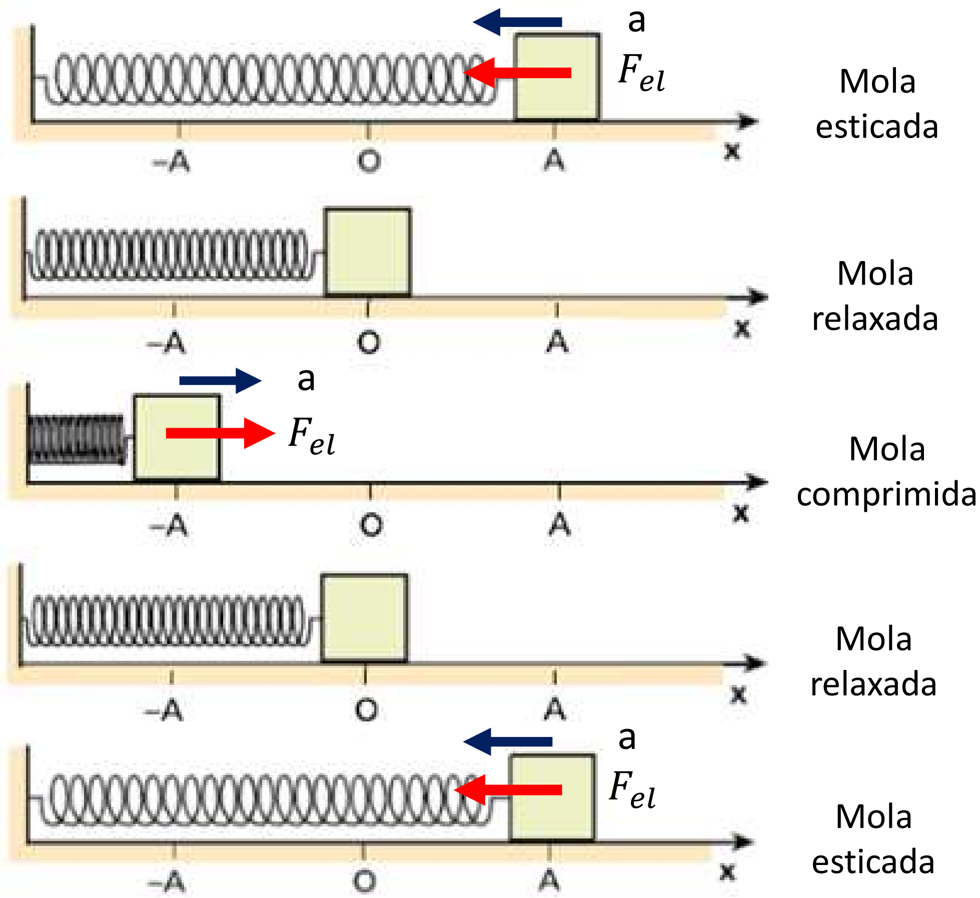
Sistema massa-mola na horizontal: análise energética



	–A	0	+A
E_{pel}	*máx*	*mín* (0)	*máx*
E_c	*mín* (0)	*máx*	*mín* (0)

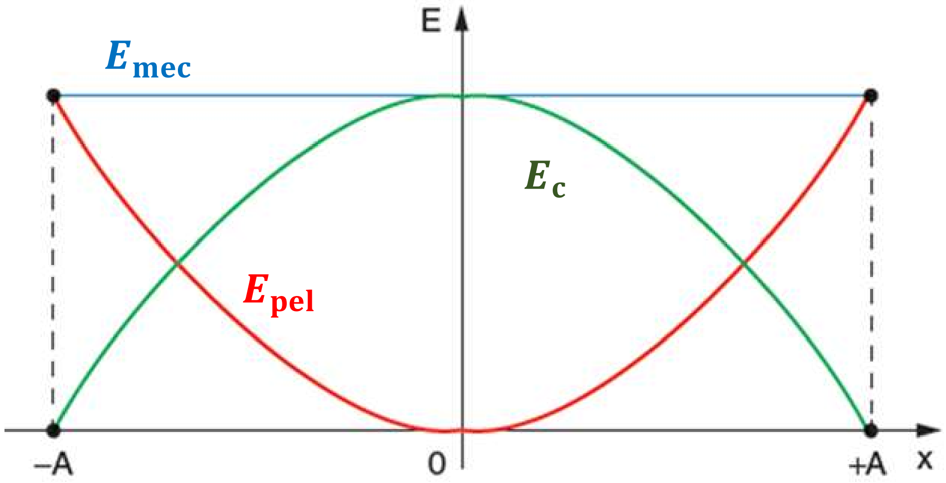
$$E_{pel} = \frac{kx^2}{2} \qquad E_c = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_{mec} = E_c + E_{pel} = \text{cte}$$



V	mín (0)	máx $\lvert\omega A\rvert$	mín (0)
a	máx $\lvert\omega^2 A\rvert$	mín (0)	máx $\lvert\omega^2 A\rvert$

Sistema massa-mola na horizontal: aprofundamento do gráfico da E_c

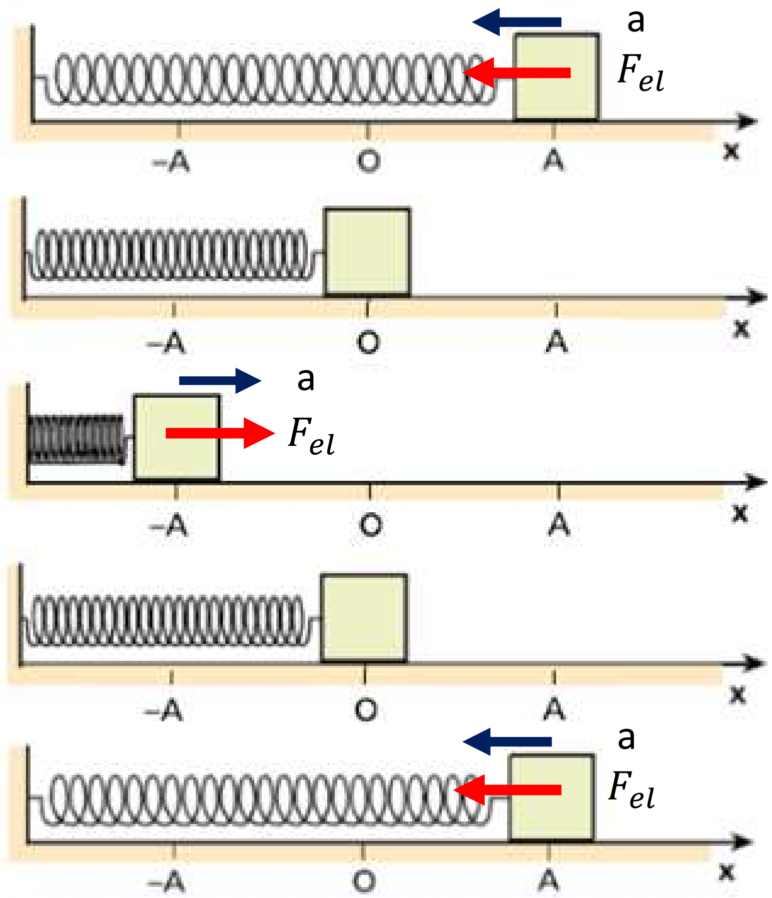


E_{pel}	*máx*	*mín* (0)	*máx*
E_c	*mín* (0)	*máx*	*mín* (0)

$$E_{mec} = E_c + E_{pel} = \text{cte}$$

$$E_c = \text{cte} - E_{pel}$$

$$E_c = \text{cte} - \frac{kx^2}{2}$$



Mola esticada

Mola relaxada

Mola comprimida

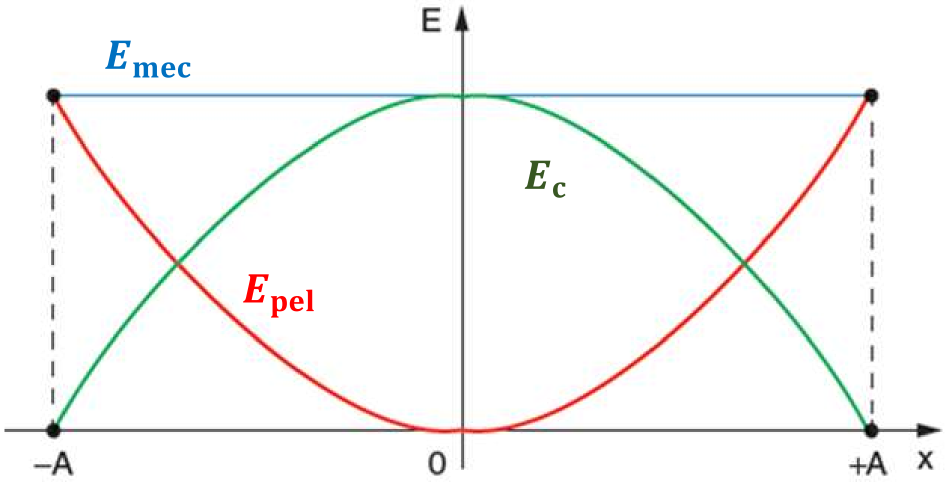
Mola relaxada

Mola esticada

V	mín (0)	máx $\lvert\omega A\rvert$	mín (0)
a	máx $\lvert\omega^2 A\rvert$	mín (0)	máx $\lvert\omega^2 A\rvert$

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Sistema massa-mola na horizontal: cálculo da energia mecânica

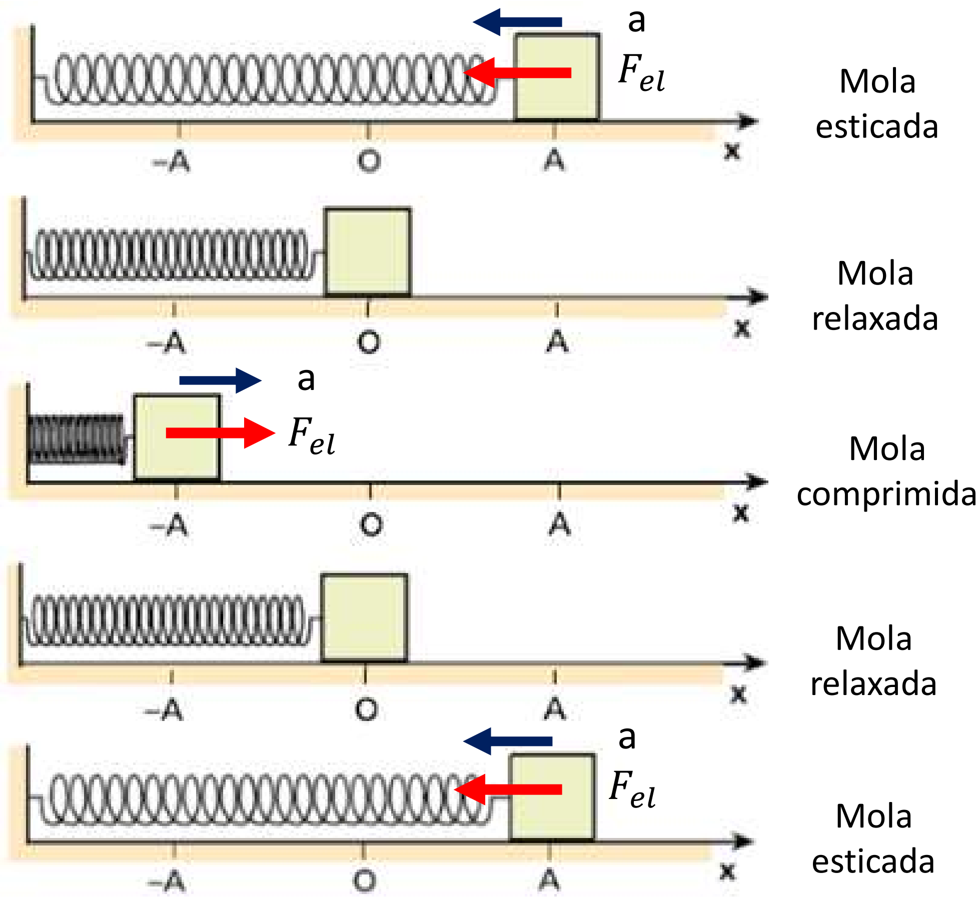


E_{pel}	*máx*	*mín* (0)	*máx*
E_c	*mín* (0)	*máx*	*mín* (0)

Como calcular a E_m ? $x = A$ → $E_{pel\,(máx)}$ e $E_c = 0$

$$E_{mec} = \cancelto{0}{E_c} + E_{pel}$$

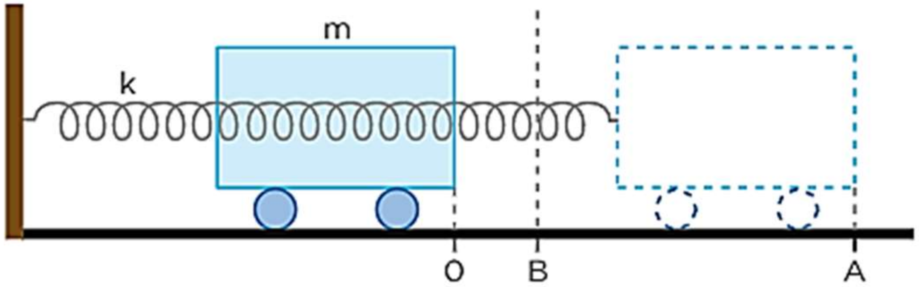
$$E_{mec} = 0 + \frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_{mec} = \frac{kA^2}{2}$$



V	mín (0)	máx $\lvert \omega A \rvert$	mín (0)
a	máx $\lvert \omega^2 A \rvert$	mín (0)	máx $\lvert \omega^2 A \rvert$

Exercícios

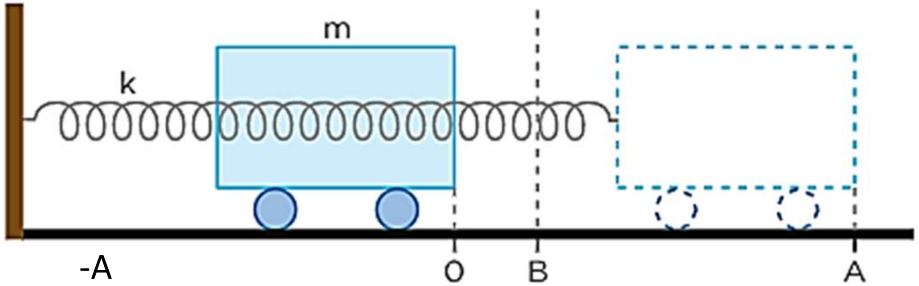
1. (Unicamp-SP) Um corpo de massa m está preso em uma mola de constante elástica k e em repouso no ponto O. O corpo é então puxado até a posição A e depois solto. O atrito é desprezível. Sendo m = 10 kg, k = 40 N/m, π = 3,14, pede-se:



a) o período de oscilação do corpo;

b) o número de vezes que um observador, estacionário no ponto B, vê o corpo passar por ele, durante um intervalo de 15,7 segundos

1. (Unicamp-SP) Um corpo de massa m está preso em uma mola de constante elástica k e em repouso no ponto O. O corpo é então puxado até a posição A e depois solto. O atrito é desprezível. Sendo m = 10 kg, k = 40 N/m, π = 3,14, pede-se:



a) o período de oscilação do corpo;

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2.(3{,}14)\sqrt{\frac{1\cancel{0}}{4\cancel{0}}} = \cancel{2}.(3{,}14).\frac{1}{\cancel{2}} \rightarrow \boxed{T = 3{,}14\ s}$$

b) o número de vezes que um observador, estacionário no ponto B, vê o corpo passar por ele, durante um intervalo de 15,7 segundos

Parte de A e retorna: 1 oscilação completa

Δt = T = 3,14 s

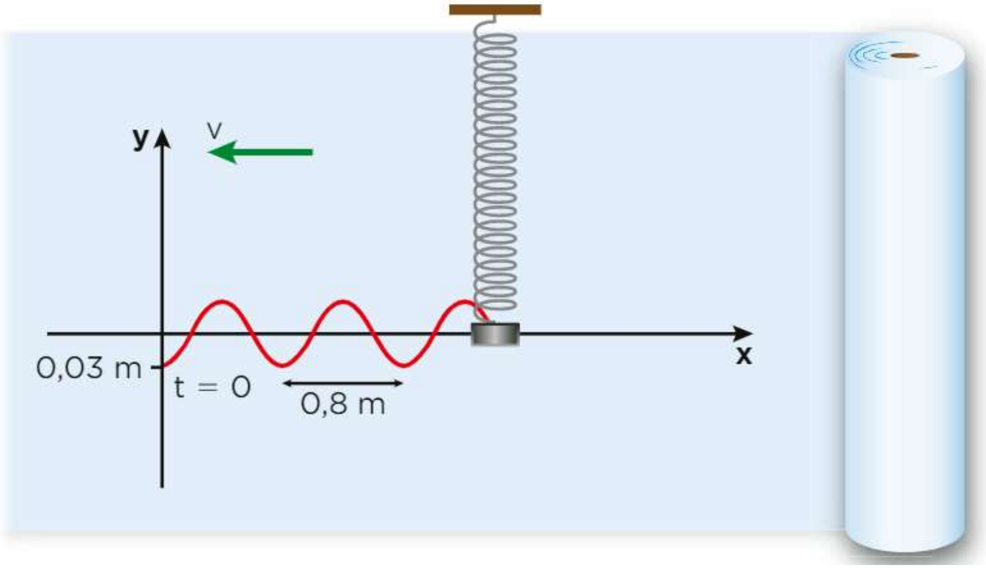
Passa por B duas vezes

3,14 s ---------- passa 2 vezes
15,7 s ----------- x

3,14 . x = 15,7 . 2

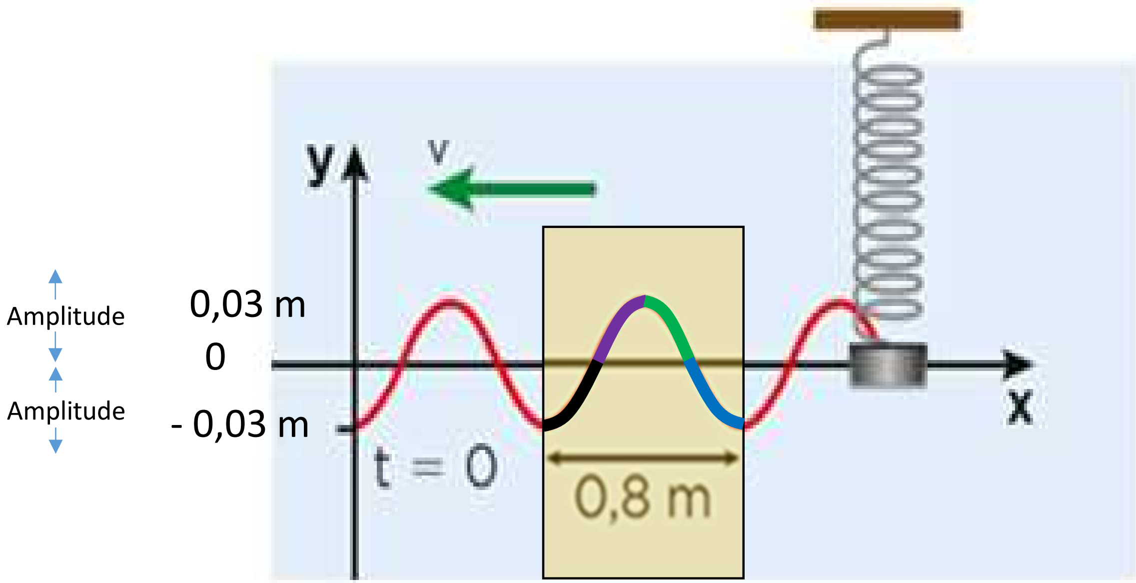
$$\boxed{x = \frac{15{,}7 . 2}{3{,}14} = 10 \text{ vezes}}$$

2. (UEL-PR) Um corpo de massa 0,200 kg é pendurado numa mola de massa desprezível e constante elástica k. Em seguida, ele é puxado mais 0,03 m para baixo e é solto para oscilar livremente na vertical, ao longo do eixo y. Quando o corpo é solto, um cronômetro é acionado e, ao mesmo tempo, uma fita de papel, disposta no plano vertical, passa a se mover para a esquerda com velocidade constante v = 0,40 m/s. Uma grafite presa ao corpo registra, no papel, as posições y do referido corpo, em função do tempo t. O desenho registrado no papel é equivalente ao de uma onda transversal que se propaga para a direita com a velocidade v = 0,40 m/s. Considere π = 3,14. Utilize a unidade N/m para k, e a unidade metro para y. A constante elástica k da mola e a equação da onda são, respectivamente:

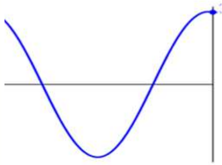


a) k = 1,972 e y = 0,03 cos (πt)
b) k = 1,972 e y = -0,03 cos (0,5t)
c) k = 19,72 e y = -0,03 cos (πt)
d) k = 1,972 e y = 0,03 cos [π(t + 1)]
e) k = 19,72 e y = 0,03 cos [π(2t + 0,5)]

- m = 0,200 kg
- puxado mais 0,03 m para baixo
- uma fita de papel passa a se mover para a esquerda com velocidade constante v = 0,40 m/s.
- Considere π = 3,14
- A constante elástica k da mola e a equação da onda são?



1 oscilação completa
Δt = T = ?



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T^2 = (2\pi)^2 \cdot \frac{m}{k}$$

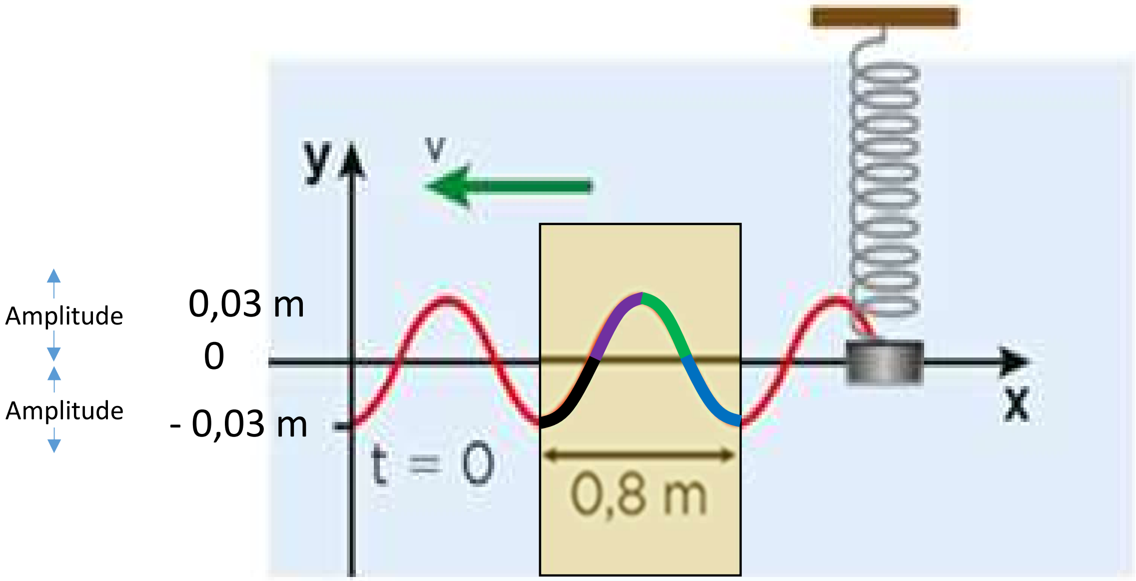
$$k = (2\pi)^2 \cdot \frac{m}{T^2}$$

$$k = (2.3{,}14)^2 \cdot \frac{0{,}2}{2^2}$$

$$k = (6{,}28)^2 \cdot \frac{0{,}2}{4}$$

$$\boxed{k \cong 1{,}97 \ \frac{N}{m}}$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{0{,}8}{0{,}4} = 2\text{ s} \quad \boxed{\therefore T = 2\text{ s}}$$



1 oscilação completa

Δt = T = 2s

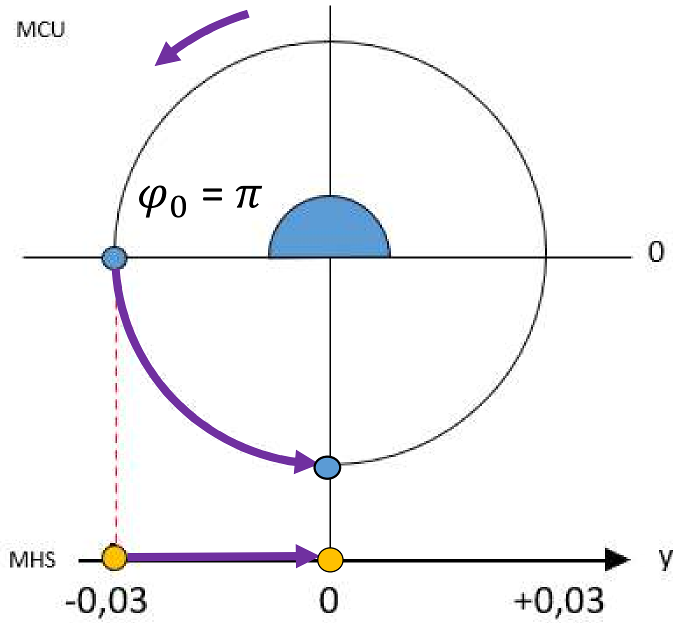
y = A.cos (ωt + φ_0)

A = 0,03 m

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{rad}{s}$$

y = 0,03.cos (π.t + φ_0)

Para t = 0 $\rightarrow$ y = - 0,03 m



y = 0,03.cos (π.t + π)

$\boxed{y = 0{,}03.\cos \pi(t + 1)}$

$\boxed{k \cong 1{,}97 \frac{N}{m}}$

Alternativa d

Indique a soma das alternativas corretas

3 (UEPG-PR) Um objeto de massa m = 0,1 kg está preso a uma mola de constante elástica $k = 0{,}4\pi^2$ N/m. A mola é esticada em 10 cm, pela aplicação de uma força externa, o conjunto é então solto e começa a oscilar, efetuando um movimento harmônico simples. Na ausência de forças dissipativas, assinale o que for correto.

(01) O período do movimento é 1 s.

(02) A amplitude de oscilação é 10 cm.

(04) A energia potencial elástica da mola quando ela está esticada em 10 cm é $4 \cdot 10^{-2} \cdot \pi^2$ J.

(08) O módulo da força elástica exercida pela mola para um alongamento de 10 cm é $2 \cdot 10^{-2} \cdot \pi^2$ N.

(16) A energia cinética do objeto no ponto de equilíbrio é $4 \cdot 10^{-2} \cdot \pi^2$ J.

(01) Correta.

Sendo m = 0,1 kg e $k = 0{,}4\pi^2$ N/m:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{0{,}4\pi^2}} \therefore T = 1\ \text{s}$$

(02) Correta.

De acordo com o enunciado, a amplitude de oscilação é 10 cm.

(04) Incorreta.

Sendo x = 0,10 m e $k = 0{,}4\pi^2$ N/m:

$$E_{P_{elást}} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow E_{P_{elást}} = \frac{0{,}4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}1^2}{2} \therefore E_{P_{elást}} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2\ \text{J}$$

(08) Incorreta.

Sendo x = 0,10 m e $k = 0{,}4\pi^2$ N/m:

$$F = k \cdot x \Rightarrow F = 0{,}4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}1 \therefore F = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \pi^2\ \text{N}$$

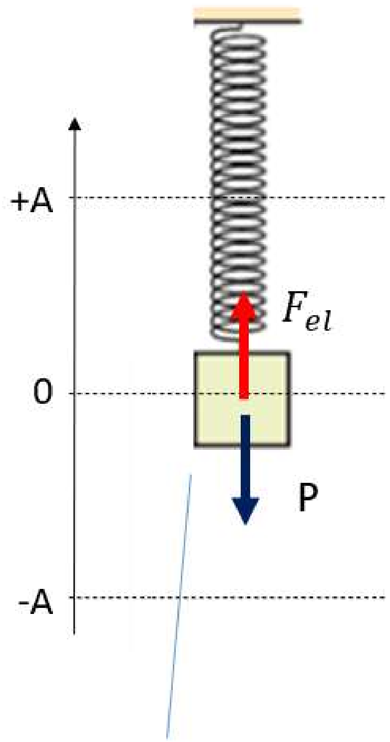
(16) Incorreta.

Quando a mola está totalmente esticada, o sistema só possui energia potencial elástica, e seu valor é $2 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2$ J. Essa energia é totalmente convertida em energia cinética quando o corpo está passando pelo ponto de equilíbrio. Logo, a energia cinética no ponto de equilíbrio é igual a $2 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2$ J.

Resposta: 01 + 02 = 03

Dicas para tarefa

Ex 17 - TM



Na posição de equilíbrio: P = F_{el}

Ex 20 - TC

Dica 1: ω é a frequência angular ou pulsação

Dica 2: Ao movimentar o bloco para esquerda ou para a direita, as molas apresentarão a mesma deformação. Podemos trocar as duas molas por uma única mola de constante elástica equivalente.

Dica 3: A força elástica exercida pela mola equivalente vai ser a soma das forças exercidas por cada mola.

Dica 4:

$$F_{el\,(eq)} = F_{el\,(1)} + F_{el\,(2)}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eq}}}$$

$$F_{el\,(eq)} = k_{eq} . x_{eq}$$

$$F_{el\,(1)} = k_1 . x_1$$

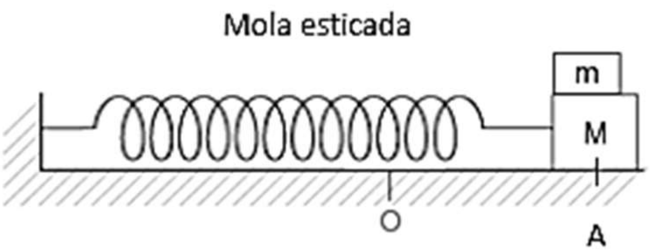
$$F_{el\,(2)} = k_2 . x_2$$

$$x_{eq} = x_1 = x_2$$

Ex 21 - TC

Dica 1: Analise a situação em uma das extremidades, pois nelas ocorre a maior chance de escorregamento.

Dica 2: Marque as forças que agem sobre os dois blocos e suas acelerações.



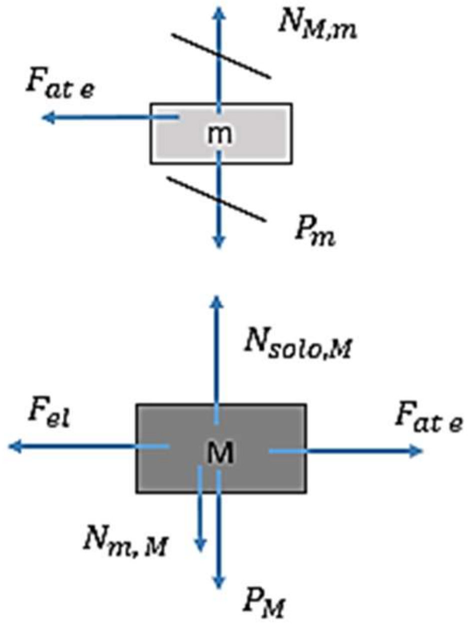
$\vec{R} = m \,.\, \vec{\gamma}$ ← v

← γ

$\gamma = a_t = |a|$ ← R_M e R_m

Para que não ocorra deslizamento entre os blocos

$(a_m = a_M = a)$



Dica 3:

Para o bloco m

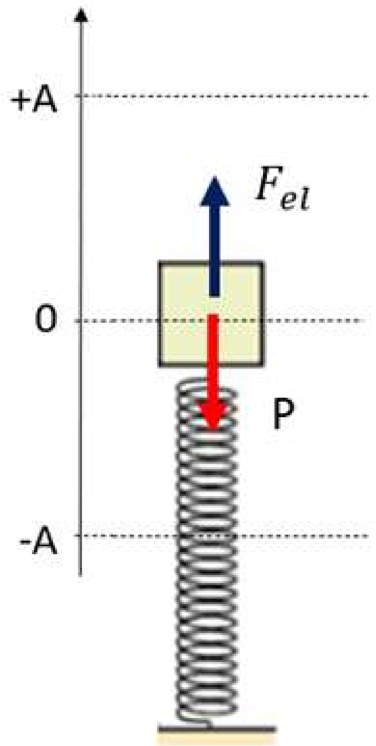
$F_{at\ e} = m \,.\, |a|$ $\qquad |a| = \omega^2 . \,|x|$

$F_{at\ e} = \mu \,.\, N$ $\qquad \omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_{total}}{k}}$

$f = \dfrac{1}{T}$

Ex 23 - TC



Na posição de
equilíbrio: P = F_{el}