AULAS

17 e 18 O teorema da energia mecânica

HABILIDADES TRABALHADAS H17 H20 H23

NESTAS AULAS

1. Energia mecânica

$$E_M = E_C + E_{P_{grav}} + E_{P_{elást}} + E_{P_{elétr}}$$

2. Teorema da energia mecânica

$$\tau_{F_{\text{não conservativas}}} = E_M^{final} - E_M^{inicial} = \Delta E_M$$

3. Sistemas conservativos

Se $\tau_{F_{\text{não conservativas}}} = 0$ → $E_M^{final} = E_M^{inicial}$ → E_M = constante

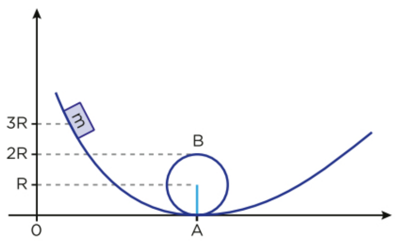
4. Sistemas não conservativos

Se $\tau_{F_{\text{não conservativas}}} \neq 0$ → $E_M^{final} \neq E_M^{inicial}$ → E_M = variável

EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

1 (UFPR) Uma pista de lançamento foi montada contendo uma parte circular, de raio R conforme mostra a figura abaixo. A pista está apoiada sobre a superfície da Terra, considerada como sendo um referencial inercial. A aceleração gravitacional no local é assumida como constante e tem módulo **g**. O ponto A está na parte mais baixa do trajeto circular, junto ao chão, e o ponto B está na parte mais alta do trajeto circular, numa altura 2R em relação ao chão. Um objeto de massa **m** está colocado no início da pista, num ponto que fica a uma altura 3R do chão, e está inicialmente em repouso. Para esse problema, todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados. O objeto inicia o movimento a partir do repouso, desce a rampa, passa pelo ponto A, executa *loop* no sentido anti-horário passando pelo ponto B, volta ao ponto A e sai pela extremidade direita da pista.

Com base nesses dados, obtenha uma expressão algébrica para o módulo da velocidade v_B do objeto quando ele passa pelo ponto B após ser liberado a partir do repouso. Na expressão, somente devem aparecer dados fornecidos no problema.



As únicas forças que agem sobre o corpo são o peso e a contato. Como não há atrito, a contato é igual à componente normal, que fica sempre perpendicular à pista.

Dessa forma: $\tau_{F_{\text{não conservativas}}} = \tau_N = 0$

Portanto, o sistema é conservativo. Assim:

$E_M^{inicial} = E_M^B \Rightarrow E_C^{inicial} + E_{P_{grav}}^{inicial} = E_C^B + E_{P_{grav}}^B$

$\Rightarrow 0 + m \cdot g \cdot h_{inicial} = \dfrac{m \cdot v_B^2}{2} + m \cdot g \cdot h_B$

Dividindo-se os dois membros por **m** e adotando-se como referência o plano horizontal que contém o ponto B ($h_{inicial}$ = 3R e h_B = 2R):

$g \cdot 3R = \dfrac{v_B^2}{2} + g \cdot 2R \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot R}$

2 (Fuvest-SP) Uma bola de massa **m** é solta do alto de um edifício. Quando está passando pela posição $y = h$, o módulo de sua velocidade é **v**. Sabendo-se que o solo, origem para a escala de energia potencial, tem coordenada $y = h_0$, tal que $h > h_0 > 0$, a energia mecânica da bola em $y = \dfrac{(h - h_0)}{2}$ é igual a

a) $\frac{1}{2}mg(h - h_0) + \frac{1}{4}mv^2$

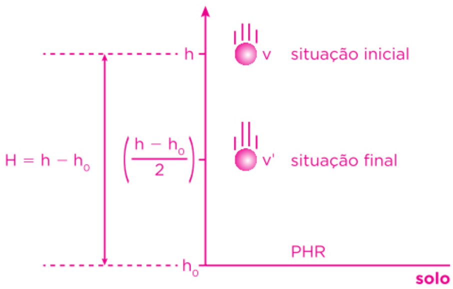
b) $\frac{1}{2}mg(h - h_0) + \frac{1}{2}mv^2$

c) $\frac{1}{2}mg(h - h_0) + 2mv^2$

d) $mgh + \frac{1}{2}mv^2$

e) $mg(h - h_0) + \frac{1}{2}mv^2$

Note e adote:
- Desconsidere a resistência do ar.
- **g** é a aceleração da gravidade.



A partir do enunciado podemos montar o esquema ao lado.

Como o sistema é conservativo, a energia mecânica se conserva. Dessa forma, a energia mecânica final é igual à inicial. Adotando-se o plano horizontal como referência (PHR) em $y = h_0$:

$$E_M^{final} = E_M^{inicial}$$

$$E_M^{final} = E_C^{inicial} + E_{P_{grav}}^{inicial}$$

$$E_M^{final} = \frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot (h - h_0)$$

3 (Fuvest-SP) Helena, cuja massa é 50 kg, pratica o esporte radical *bungee jumping*. Em um treino, ela se solta da beirada de um viaduto, com velocidade inicial nula, presa a uma faixa elástica de comprimento natural $L_0 = 15$ m e constante elástica $k = 250$ N/m.

Quando a faixa está esticada 10 m além de seu comprimento natural, o módulo da velocidade de Helena é

a) 0 m/s

b) 5 m/s

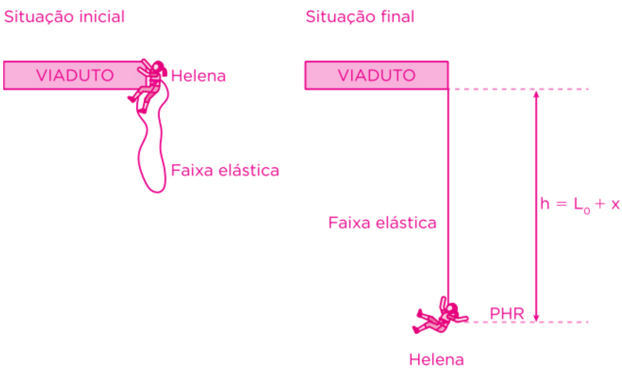
c) 10 m/s

d) 15 m/s

e) 20 m/s

Note e adote:
- Aceleração da gravidade: 10 m/s^2.
- A faixa é perfeitamente elástica; sua massa e efeitos dissipativos devem ser ignorados.

De acordo com o enunciado, temos:



As forças que agem em Helena são a força peso e a força elástica. Assim, o sistema é conservativo:

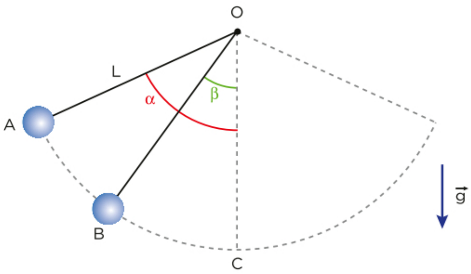
$$E_M^{final} = E_M^{inicial} \Rightarrow E_C^{final} + E_{P_{grav}}^{final} + E_{P_{elást}}^{final} = E_C^{inicial} + E_{P_{grav}}^{inicial} + E_{P_{elást}}^{inicial}$$

$$\frac{m \cdot v_f^2}{2} + 0 + \frac{k \cdot x_f^2}{2} = 0 + m \cdot g \cdot h_i + 0$$

Substituindo-se os valores:

$$\frac{50 \cdot v_f^2}{2} + \frac{250 \cdot 10^2}{2} = 50 \cdot 10 \cdot (15 + 10) \Rightarrow v_f = 0$$

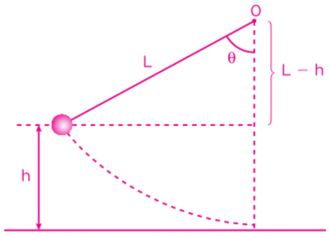
4 (FCMSCSP) Um pêndulo é constituído de uma pequena esfera de massa **m** presa por meio de um fio ideal de comprimento L a um ponto fixo O. A esfera é abandonada do repouso do ponto A, com o fio inclinado de um ângulo α com a vertical. Depois de passar algumas vezes pelo ponto C, a esfera para instantaneamente no ponto B, com o fio inclinado de um ângulo β com a vertical.



Considerando sen α = 0,9, cos α = 0,4, sen β = = 0,6 e cos β = 0,8, a energia mecânica dissipada, desde o início das oscilações até a parada instantânea no ponto B, foi igual a

a) 0,8 mgL
b) 0,4 mgL
c) 0,2 mgL
d) 0,5 mgL
e) 0,6 mgL

Inicialmente, é possível determinar um ângulo θ no qual a velocidade da esfera é igual a zero:



$$\cos\theta = \frac{L-h}{L} \Rightarrow h = L\cdot(1-\cos\theta)$$

A energia mecânica nessa posição é dada por:

$$E_M = E_C + E_{P_{grav}} \Rightarrow E_M = 0 + m\cdot g\cdot h \Rightarrow E_M = m\cdot g\cdot L\cdot(1-\cos\theta)$$

Quando a esfera é abandonada no ponto A, $\theta = \alpha$:

$$E_M^A = m\cdot g\cdot L\cdot(1-\cos\alpha) \Rightarrow E_M^A = m\cdot g\cdot L\cdot(1-0{,}4) \Rightarrow E_M^A = 0{,}6\cdot m\cdot g\cdot L$$

Ao parar no ponto B, a energia mecânica da esfera é:

$$E_M^B = m\cdot g\cdot L\cdot(1-\cos\beta) \Rightarrow E_M^B = m\cdot g\cdot L\cdot(1-0{,}8) \Rightarrow E_M^B = 0{,}2\cdot m\cdot g\cdot L$$

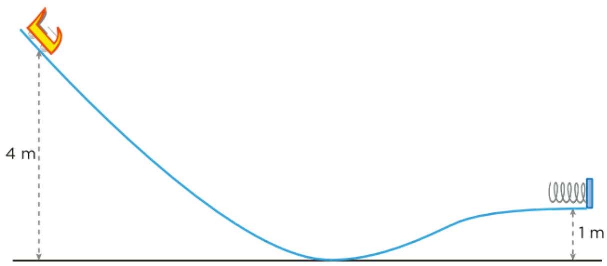
A energia dissipada é dada por:

$$E_{diss} = E_M^A - E_M^B = 0{,}6\cdot m\cdot g\cdot L - 0{,}2\cdot m\cdot g\cdot L$$

$$\therefore E_{diss} = 0{,}4\cdot m\cdot g\cdot L$$

5 Em um brinquedo de *playground*, um carrinho, de massa igual a 50 kg, é abandonado de uma altura de 4 m, percorre uma pista, e atinge uma mola no final do percurso. No carrinho cabem duas crianças, de 35 kg cada uma.

Quando o carrinho para devido à ação da mola, uma trava é acionada, permitindo a saída das crianças. Na posição indicada na figura, a velocidade do carrinho é igual a 3,6 km/h. Considere como referência para a energia potencial gravitacional a altura da mola no final do percurso. Sabendo-se que a mola é comprimida de 1 m, e que houve uma dissipação de 20% da energia mecânica inicial ao longo do movimento, a constante elástica da mola utilizada é igual a:



a) 1464 N/m
b) 2928 N/m
c) 4392 N/m
d) 5856 N/m
e) 7320 N/m

Como há dissipação de 20% de energia:

$$E_M^{final} = 0{,}8\cdot E_M^{inicial}$$

$$E_C^{final} + E_{P_{grav}}^{final} + E_{P_{elást}}^{final} = 0{,}8\cdot\left(E_C^{inicial} + E_{P_{grav}}^{inicial} + E_{P_{elást}}^{inicial}\right)$$

Adotando o plano horizontal de referência na altura em que está localizada a mola:

$$0 + 0 + E_{P_{elást}}^{final} = 0{,}8\cdot\left(E_C^{inicial} + E_{P_{grav}}^{inicial} + 0\right)$$

$$\frac{k\cdot x_f^2}{2} = 0{,}8\cdot\left(\frac{m\cdot v_i^2}{2} + m\cdot g\cdot h_i\right) \Rightarrow \frac{k\cdot 1^2}{2} = 0{,}8\cdot\left(\frac{120\cdot 1^2}{2} + 120\cdot 10\cdot 3\right) \Rightarrow k = 5856 \text{ N/m}$$