KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

O teorema da energia mecânica

Setor B: Aulas 17 e 18 / Pg. 439 / Alfa 3

- SL 02 - Teoria
- SL 09 - Exercícios

Apresentação, orientação e tarefa: **fisicasp.com.br**

Professor Caio

Forças conservativas

Somente:
- Força peso
- Força elástica
- Força elétrica

O trabalho não depende da trajetória

O teorema da energia potencial

$$\tau_{\text{F conservativa}} = E_{p\,(i)} - E_{p\,(f)}$$

- $\tau_{\text{F conservativa}}$: quantidade de energia potencial convertida em outra modalidade, ou vice-versa.

Forças não conservativas

Exemplos:
- Força de atrito
- Força normal
- Força F aplicada pelo prof. Fazio

O trabalho depende da trajetória

Energia mecânica

$$E_m = E_c + E_p$$

- Energia cinética
  - $E_c = \frac{1}{2} m \, . \, v^2$

- Energia potencial
  - $E_{p\ grav} = m \, . \, g \, . \, h$
  - $E_{p\ elástica} = \frac{1}{2} k \, . \, x^2$
  - $E_{p\ elétrica} = \frac{k \, . \, Q \, . \, q}{r}$

Teorema da energia mecânica

$$\tau_{\text{F não conservativas}} = \Delta E_m = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

Sistema conservativo

$$\tau_{\text{F não conservativas}} = 0$$

$$E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)} = 0$$

$$\boxed{E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)} = \text{cte}}$$

Sistema não conservativo

$$\tau_{\text{F não conservativas}} \neq 0$$

$$E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)} \neq 0$$

$$\boxed{\tau_{\text{F não conservativas}} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}}$$

Exemplo 1

A

$E_{m\,(A)} = E_{c\ (A)}$

$0 \;=\; 0$

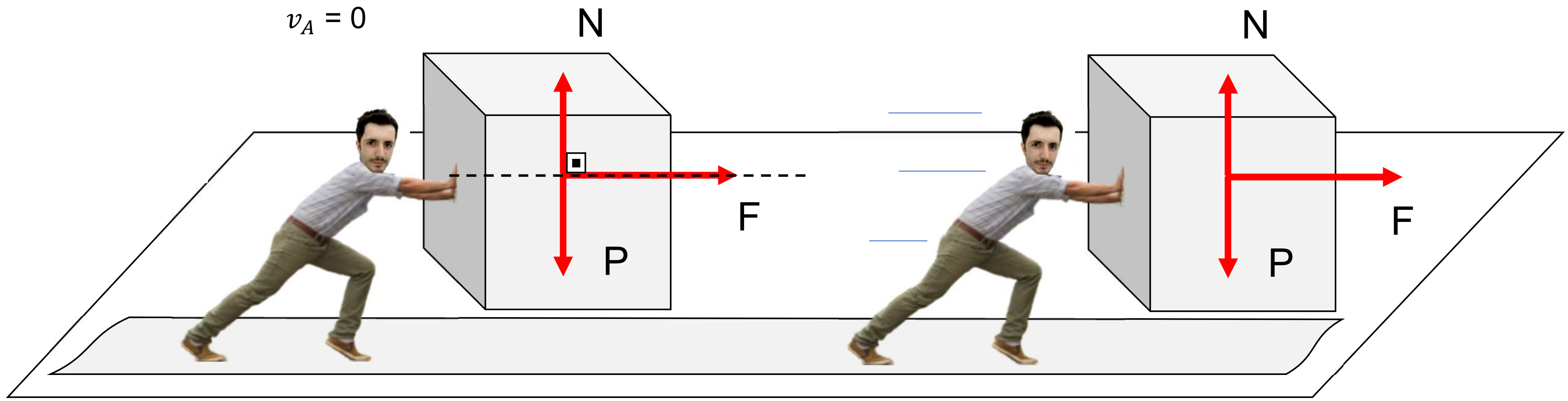
B

$E_{m\,(B)} = E_{c\ (B)}$

$500\text{ J} = 500\text{ J}$

Sem atrito entre
a pista e o bloco

$v_A = 0$



Para o bloco:

- $\tau_F = 500\,J \quad (FNC)$
- $\tau_P = 0 \quad (FNC)$
- $\tau_N = 0 \quad (FNC)$

$\tau \neq 0$ ⇒ $\tau = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)} = 500 - 0 = +\,500\text{ J}$

F não conservativas

F não conservativas

B A

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Exemplo 2

$E_{m\,(A)} = E_{p\,g\,(A)} + E_{p\,el\,(A)}$

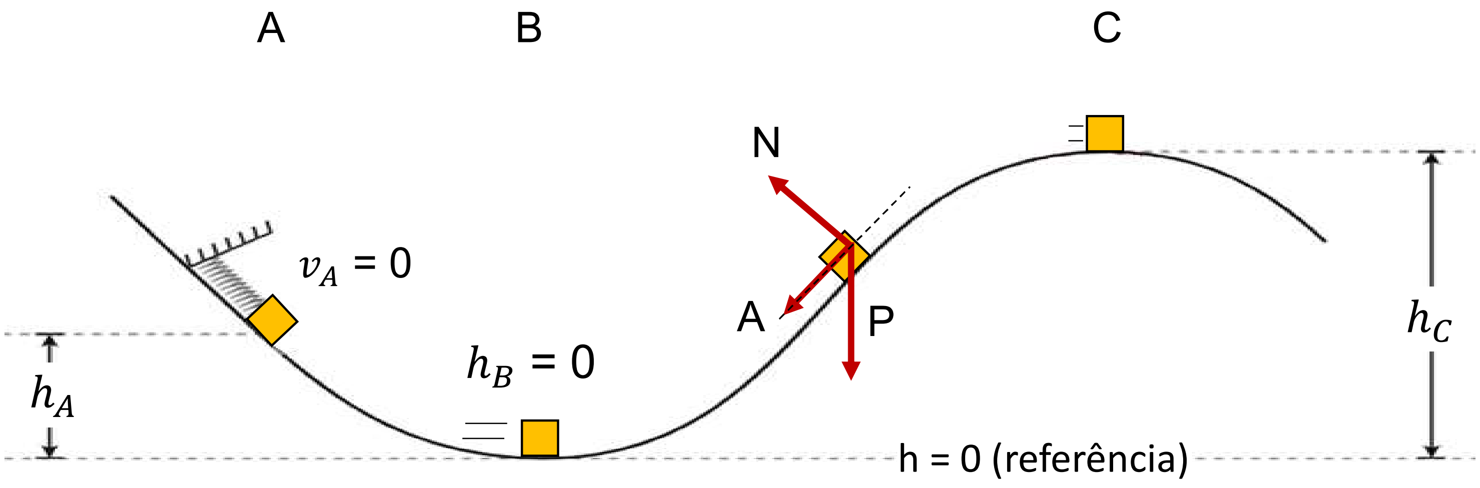
100 J = 25 J + 75 J

$E_{m\,(B)} = E_{c\,(B)}$

80 J = 80 J

$E_{m\,(C)} = E_{p\,g\,(C)} + E_{c\,(C)}$

75 J = 70 J + 5 J



Com atrito entre o bloco e a pista

- $\tau_A = -25\ J$ *(FNC)*
- $\tau_P \neq 0$ *(FC)*
- $\tau_{Fel} \neq 0$ *(FC)*
- $\tau_N = 0$ *(FNC)*

$\tau \neq 0$ ⇨ $\tau = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)} = 75 - 100 = -25$ J

F não conservativas

F não conservativas

C

A

Exemplo 3

$E_{m\,(A)} = E_{p\,g\,(A)} + E_{p\,el\,(A)}$

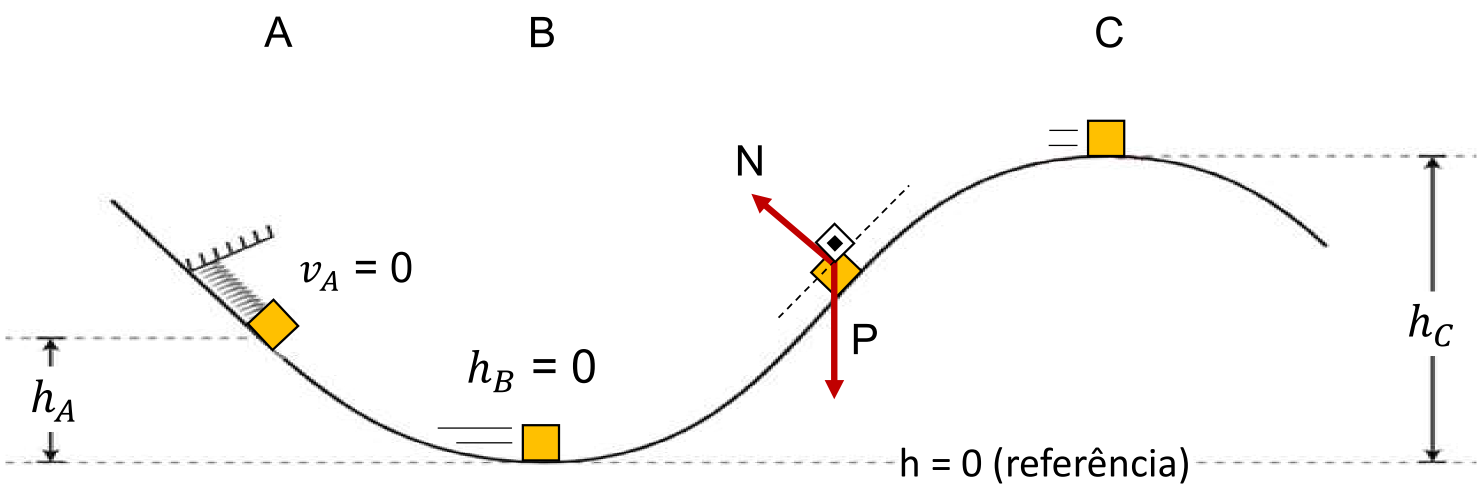
100 J = 25 J + 75 J

$E_{m\,(B)} = E_{c\,(B)}$

100 J = 100 J

$E_{m\,(C)} = E_{p\,g\,(C)} + E_{c\,(C)}$

100 J = 70 J + 30 J



Sem atrito

- $\tau_P \neq 0$ (FC)
- $\tau_{Fel} \neq 0$ (FC)
- $\tau_N = 0$ (FNC)

$\tau = 0$ ⇨ $E_{m\,(A)} = E_{m\,(B)} = E_{m\,(C)}$

F não conservativas

$E_{m\,(A)} = E_{p\,g\,(A)} + E_{p\,el\,(A)}$

100 J = 25 J + 75 J

$E_{m\,(B)} = E_{c\,(B)}$

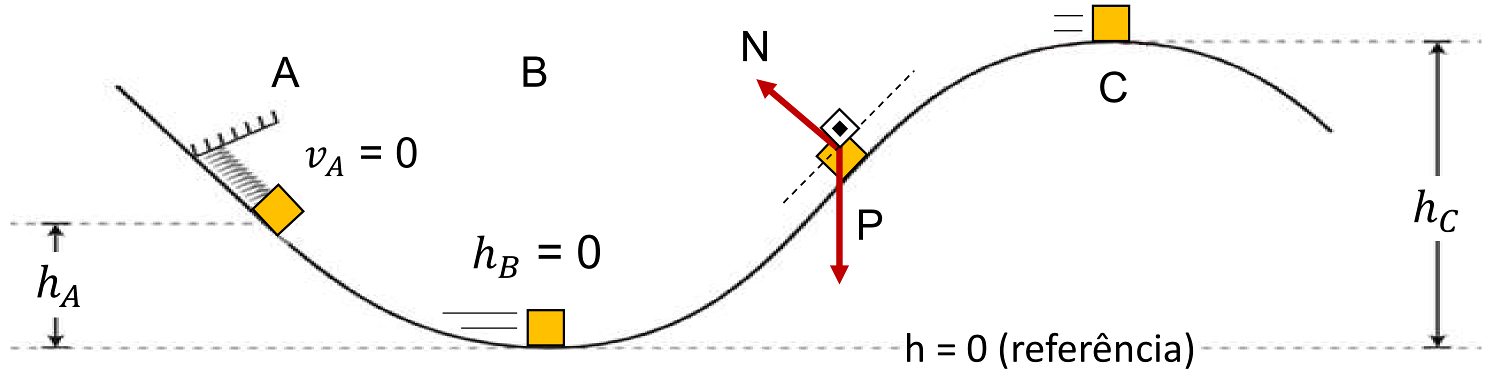
100 J = 100 J

$E_{m\,(C)} = E_{p\,g\,(C)} + E_{c\,(C)}$

100 J = 70 J + 30 J

Sem atrito

- $\tau_P \neq 0$
- $\tau_{Fel} \neq 0$
- $\tau_N = 0$



$E_{m\,(A)} = E_{p\,g\,(A)} + E_{p\,el\,(A)}$

100 J = 25 J + 75 J

$E_{m\,(B)} = E_{c\,(B)}$

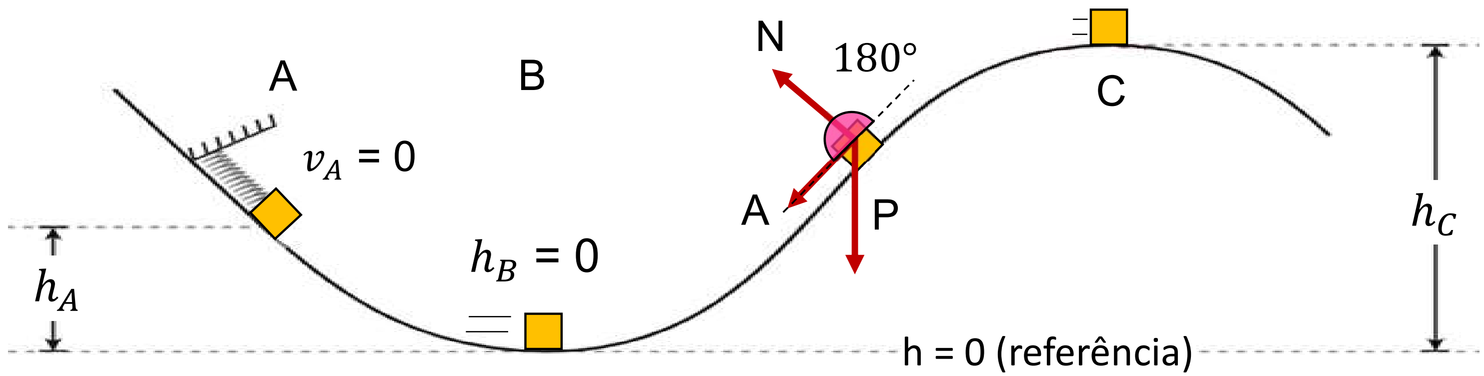
80 J = 80 J

$E_{m\,(C)} = E_{p\,g\,(C)} + E_{c\,(C)}$

75 J = 70 J + 5 J

Com atrito

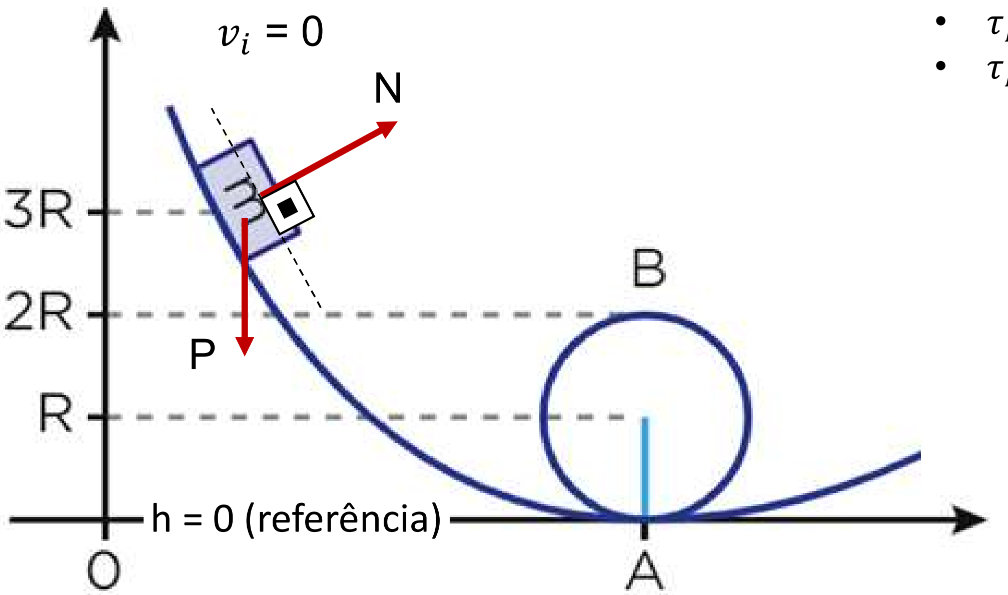
- $\tau_P \neq 0$
- $\tau_{Fel} \neq 0$
- $\tau_N = 0$
- $\tau_A = -25\,J$



Exercícios da apostila

1. (UFPR) Uma pista de lançamento foi montada contendo uma parte circular, de raio R conforme mostra a figura abaixo. A pista está apoiada sobre a superfície da Terra, considerada como sendo um referencial inercial. A aceleração gravitacional no local é assumida como constante e tem módulo g. O ponto A está na parte mais baixa do trajeto circular, junto ao chão, e o ponto B está na parte mais alta do trajeto circular, numa altura 2R em relação ao chão. Um objeto de massa m está colocado no início da pista, num ponto que fica a uma altura 3R do chão, e está inicialmente em repouso. Para esse problema, todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados. O objeto inicia o movimento a partir do repouso, desce a rampa, passa pelo ponto A, executa loop no sentido anti-horário passando pelo ponto B, volta ao ponto A e sai pela extremidade direita da pista. Com base nesses dados, obtenha uma expressão algébrica para o módulo da velocidade v_B do objeto quando ele passa pelo ponto B após ser liberado a partir do repouso. Na expressão, somente devem aparecer dados fornecidos no problema.

1. (UFPR) Uma pista de lançamento foi montada contendo uma parte circular, de raio R conforme mostra a figura abaixo. A pista está apoiada sobre a superfície da Terra, considerada como sendo um referencial inercial. A aceleração gravitacional no local é assumida como constante e tem módulo g. O ponto A está na parte mais baixa do trajeto circular, junto ao chão, e o ponto B está na parte mais alta do trajeto circular, numa altura 2R em relação ao chão. Um objeto de massa m está colocado no início da pista, num ponto que fica a uma altura 3R do chão, e está inicialmente em repouso. Para esse problema, todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados. O objeto inicia o movimento a partir do repouso, desce a rampa, passa pelo ponto A, executa loop no sentido anti-horário passando pelo ponto B, volta ao ponto A e sai pela extremidade direita da pista. Com base nesses dados, obtenha uma expressão algébrica para o módulo da velocidade v_B do objeto quando ele passa pelo ponto B após ser liberado a partir do repouso. Na expressão, somente devem aparecer dados fornecidos no problema.



Sem atrito

- $\tau_P \neq 0$ (FC)
- $\tau_N = 0$ (FNC)

$\tau = 0$ F não conservativas $\Rightarrow$ $E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$

$$E_{m\,(B)} = E_{m\,(i)}$$

$$E_{c\,(B)} + E_{p\,g\,(B)} = E_{p\,g\,(i)}$$

$$\frac{\cancel{m}.v^2_B}{2} + \cancel{m}.g.h_B = \cancel{m}.g.h_i$$

$$\frac{v^2_B}{2} + g.(2R) = g.(3R)$$

$$\frac{v^2_B}{2} = 3g.R - 2gR$$

$$\frac{v^2_B}{2} = g.R$$

$$v^2_B = 2g.R$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2gR}}$$

3. (Fuvest-SP) Helena, cuja massa é 50 kg, pratica o esporte radical bungee jumping. Em um treino, ela se solta da beirada de um viaduto, com velocidade inicial nula, presa a uma faixa elástica de comprimento natural L_0 = 15 m e constante elástica k = 250 N/m. Quando a faixa está esticada 10 m além de seu comprimento natural, o módulo da velocidade de Helena é

a) 0 m/s
b) 5 m/s
c) 10 m/s
d) 15 m/s
e) 20 m/s

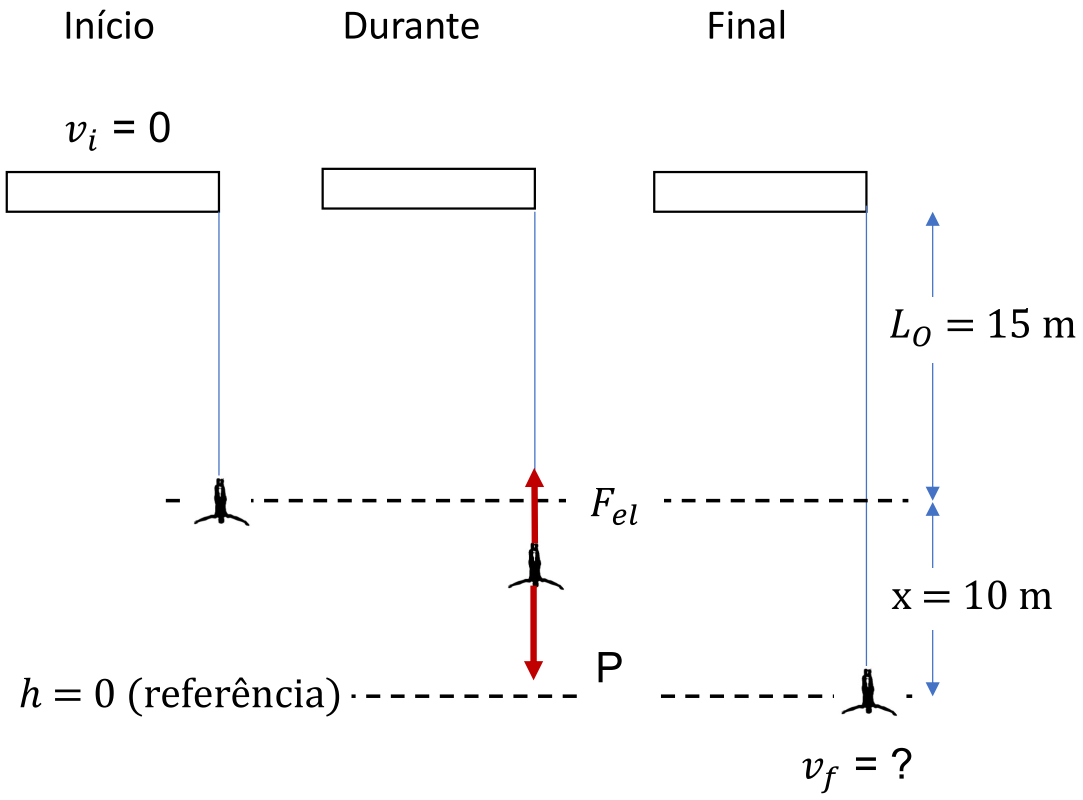
Note e adote:
. Aceleração da gravidade: 10 m/s².
. A faixa é perfeitamente elástica; sua massa e efeitos dissipativos devem ser ignorados.

3. (Fuvest-SP) Helena, cuja massa é 50 kg, pratica o esporte radical bungee jumping. Em um treino, ela se solta da beirada de um viaduto, com velocidade inicial nula, presa a uma faixa elástica de comprimento natural L_0 = 15 m e constante elástica k = 250 N/m. Quando a faixa está esticada 10 m além de seu comprimento natural, o módulo da velocidade de Helena é

Sem atrito

- $\tau_P \neq 0$ (FC)
- $\tau_{F\,el} \neq 0$ (FC)

$\tau = 0$ F não conservativas $\Rightarrow E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$



$$E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$

$$E_{p\,el\,(f)} + E_{c\,(f)} = E_{p\,g\,(i)}$$

$$\frac{k\,.\,x^2}{2} + \frac{m\,.v^2{}_f}{2} = mgh_{(i)}$$

$$\frac{250\,.\,10^2}{2} + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 50.10.25$$

$$12500 + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 12500$$

$$\frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 0$$

$$\boxed{v_f = 0}$$

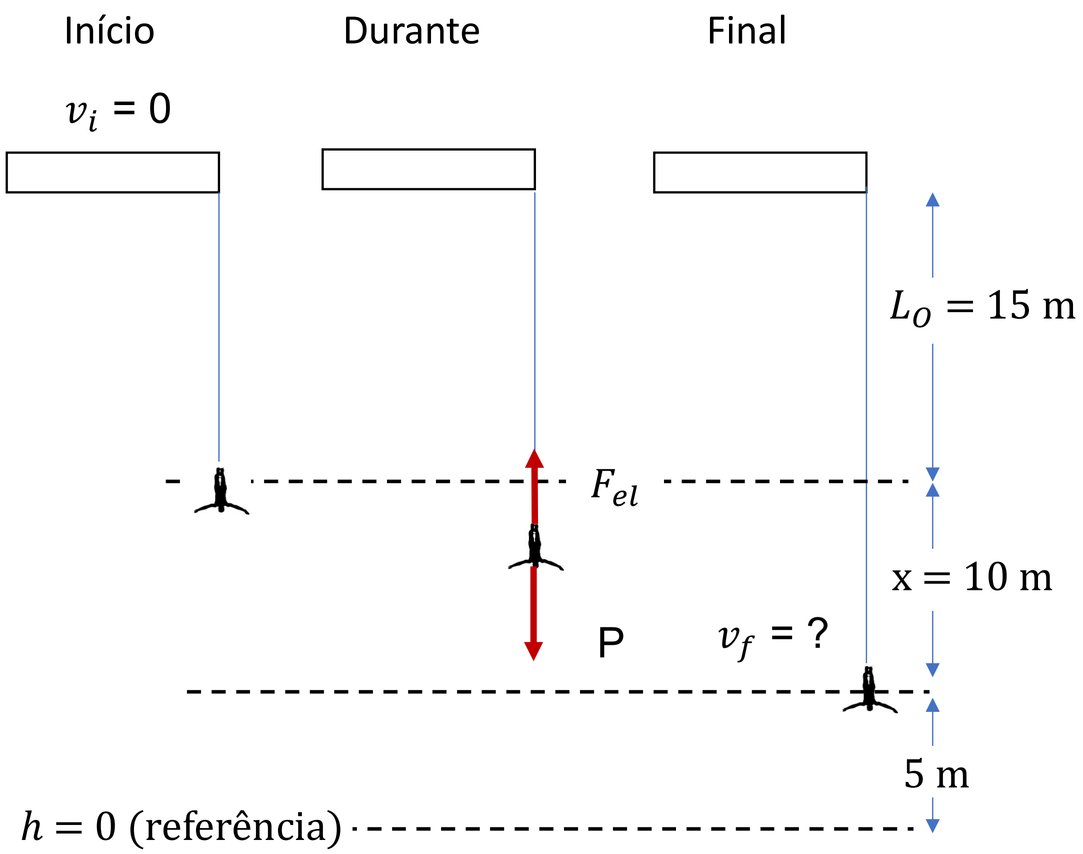
E se a altura de referência for colocada 5 m abaixo da posição final de Helena?

Salvo alguma especificidade do enunciado, a mudança na referência não altera o resultado!

Sem atrito

- $\tau_P \neq 0$ *(FC)*
- $\tau_{F\,el} \neq 0$ *(FC)*

$\tau = 0$ F não conservativas $\Rightarrow E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$



$$E_{p\,el\,(f)} + E_{p\,g\,(f)} + E_{c\,(f)} = E_{p\,g\,(i)}$$

$$\frac{k\,.\,x^2}{2} + \frac{m\,.v^2{}_f}{2} + mgh_{(f)} = mgh_{(i)}$$

$$\frac{250\,.\,10^2}{2} + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} + 50.10.5 = 50.10.30$$

$$12500 + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} + 2500 = 15000$$

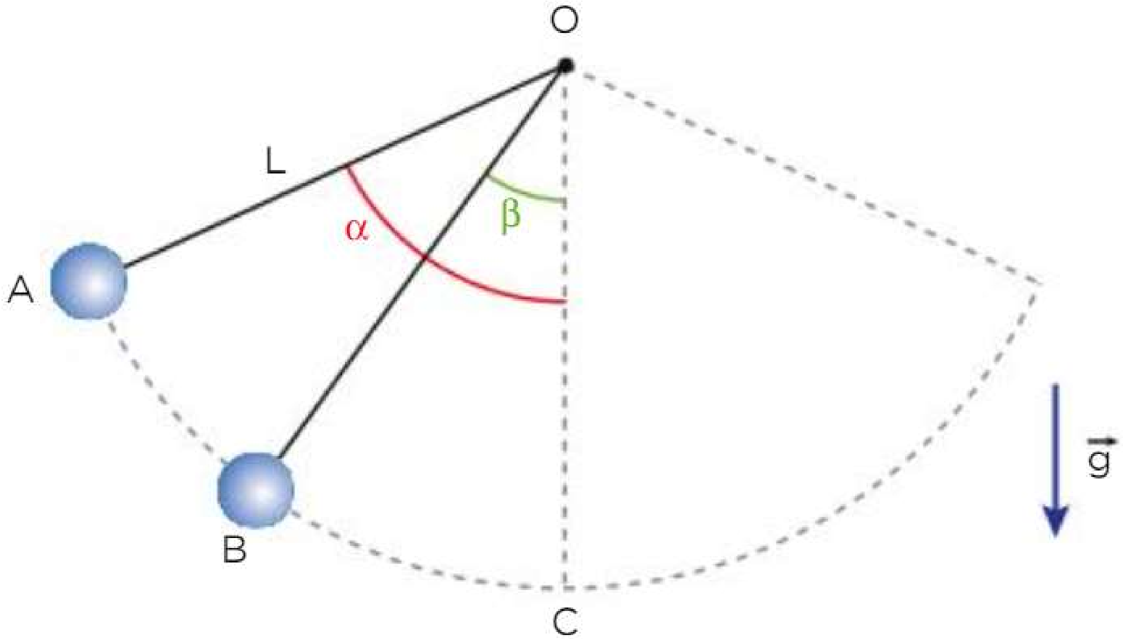
$$15000 + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 15000$$

$$\frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 0 \qquad \boxed{v_f = 0}$$

4. (FCMSCSP) Um pêndulo é constituído de uma pequena esfera de massa m presa por meio de um fio ideal de comprimento L a um ponto fixo O. A esfera é abandonada do repouso do ponto A, com o fio inclinado de um ângulo a com a vertical. Depois de passar algumas vezes pelo ponto C, a esfera para instantaneamente no ponto B, com o fio inclinado de um ângulo b com a vertical.

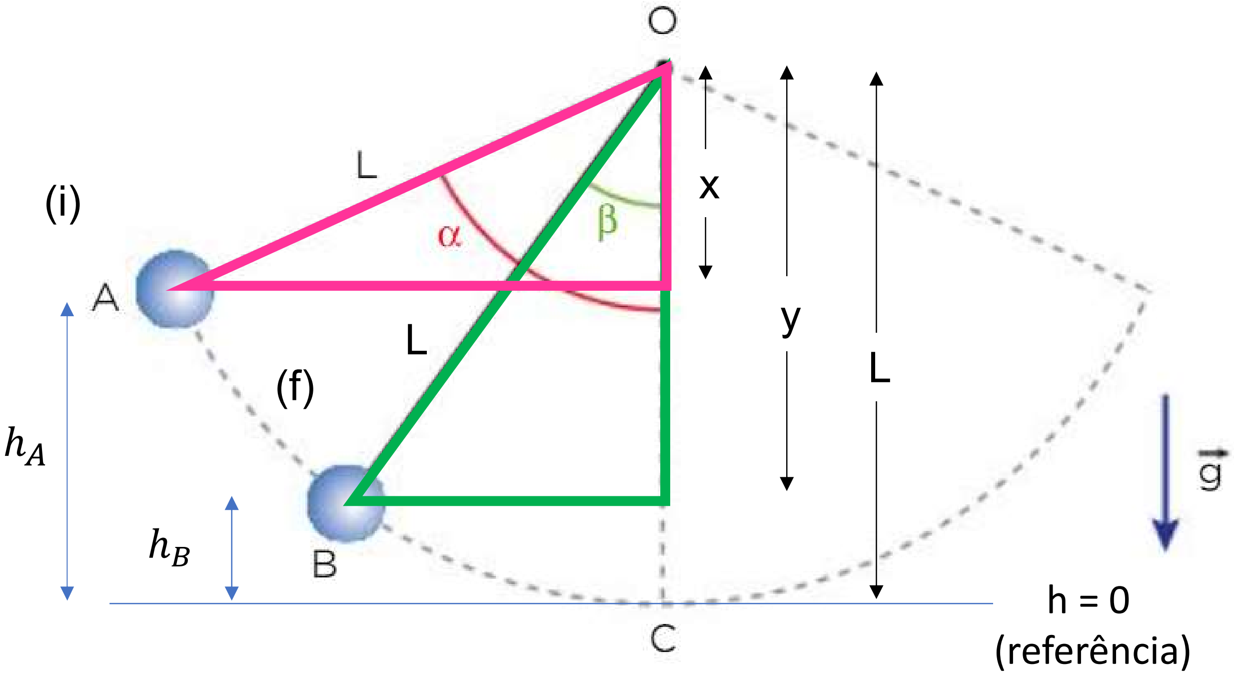
Considerando sen α = 0,9, cos α = 0,4, sen β = 0,6 e cos β = 0,8, a energia mecânica dissipada, desde o início das oscilações até a parada instantânea no ponto B, foi igual a

a) 0,8 mgL
b) 0,4 mgL
c) 0,2 mgL
d) 0,5 mgL
e) 0,6 mgL



4. (FCMSCSP) Um pêndulo é constituído de uma pequena esfera de massa m presa por meio de um fio ideal de comprimento L a um ponto fixo O. A esfera é abandonada do repouso do ponto A, com o fio inclinado de um ângulo α com a vertical. Depois de passar algumas vezes pelo ponto C, a esfera para instantaneamente no ponto B, com o fio inclinado de um ângulo β com a vertical.

Considerando sen α = 0,9, **cos α = 0,4**, sen β = 0,6 e **cos β = 0,8**, a energia mecânica dissipada, desde o início das oscilações até a parada instantânea no ponto B, foi igual a



$$\cos\alpha = \frac{CA}{HIP}$$

$$0{,}4 = \frac{x}{L}$$

$$x = 0{,}4L$$

$$h_A = L - x$$

$$h_A = L - 0{,}4L$$

$$h_A = 0{,}6L$$

$$\cos\beta = \frac{CA}{HIP}$$

$$0{,}8 = \frac{y}{L}$$

$$y = 0{,}8L$$

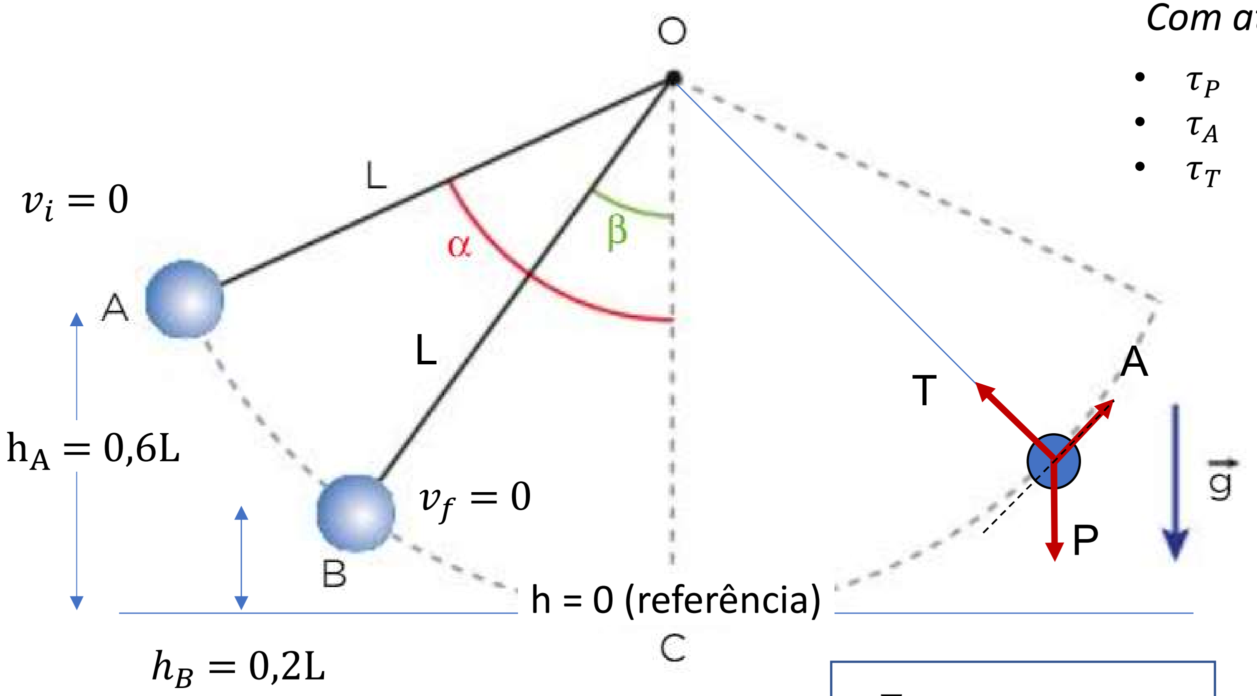
$$h_A = L - y$$

$$h_A = L - 0{,}8L$$

$$h_B = 0{,}2L$$

4. (FCMSCSP) Um pêndulo é constituído de uma pequena esfera de massa m presa por meio de um fio ideal de comprimento L a um ponto fixo O. A esfera é abandonada do repouso do ponto A, com o fio inclinado de um ângulo α com a vertical. Depois de passar algumas vezes pelo ponto C, a esfera para instantaneamente no ponto B, com o fio inclinado de um ângulo β com a vertical.

Considerando sen α = 0,9, cos α = 0,4, sen β = 0,6 e cos β = 0,8, a **energia mecânica dissipada**, desde o início das oscilações até a parada instantânea no ponto B, foi igual a



Com atrito

- $\tau_P \neq 0$ *(FC)*
- $\tau_A \neq 0$ *(FNC)*
- $\tau_T = 0$ *(FNC)*

$$\underset{\text{F não conservativas}}{\tau} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

$$\underset{\text{FNC}}{\tau} = E_{p\,g\,(f)} - E_{p\,g\,(i)}$$

$$\underset{\text{FNC}}{\tau} = mgh_{(f)} - mgh_{(i)}$$

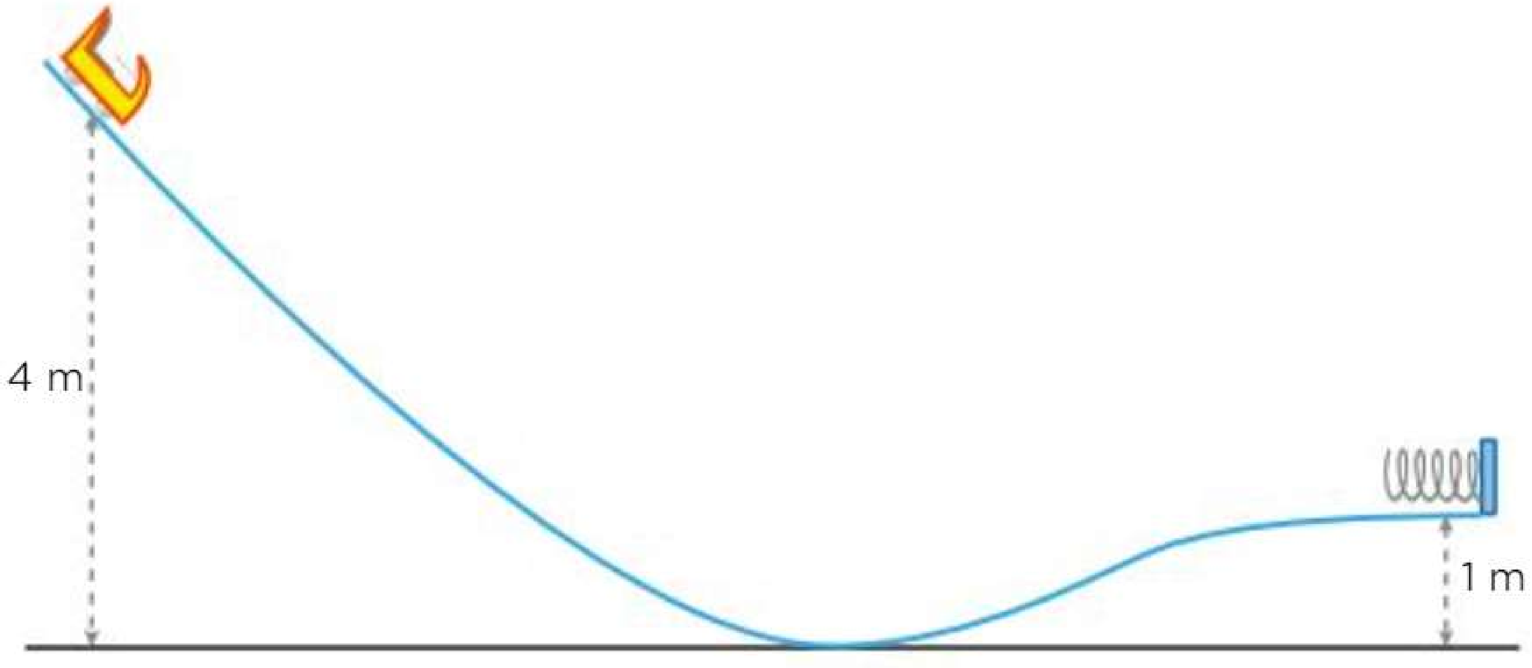
$$\underset{\text{FNC}}{\tau} = mg(h_{(f)} - h_{(i)})$$

$$\boxed{E_{m\,(diss)} = \underset{\text{FNC (Atrito)}}{\tau}}$$

$$\boxed{E_{m\,(diss)} = \underset{\text{FNC}}{\tau} = \text{mg}.(0{,}4\text{L}) = 0{,}4\ \text{mgL}}$$

5. Em um brinquedo de playground, um carrinho, de massa igual a 50 kg, é abandonado de uma altura de 4 m, percorre uma pista, e atinge uma mola no final do percurso. No carrinho cabem duas crianças, de 35 kg cada uma. Quando o carrinho para devido à ação da mola, uma trava é acionada, permitindo a saída das crianças. Na posição indicada na figura, a velocidade do carrinho é igual a 3,6 km/h. Considere como referência para a energia potencial gravitacional a altura da mola no final do percurso. Sabendo-se que a mola é comprimida de 1 m, e que houve uma dissipação de 20% da energia mecânica inicial ao longo do movimento, a constante elástica da mola utilizada é igual a:

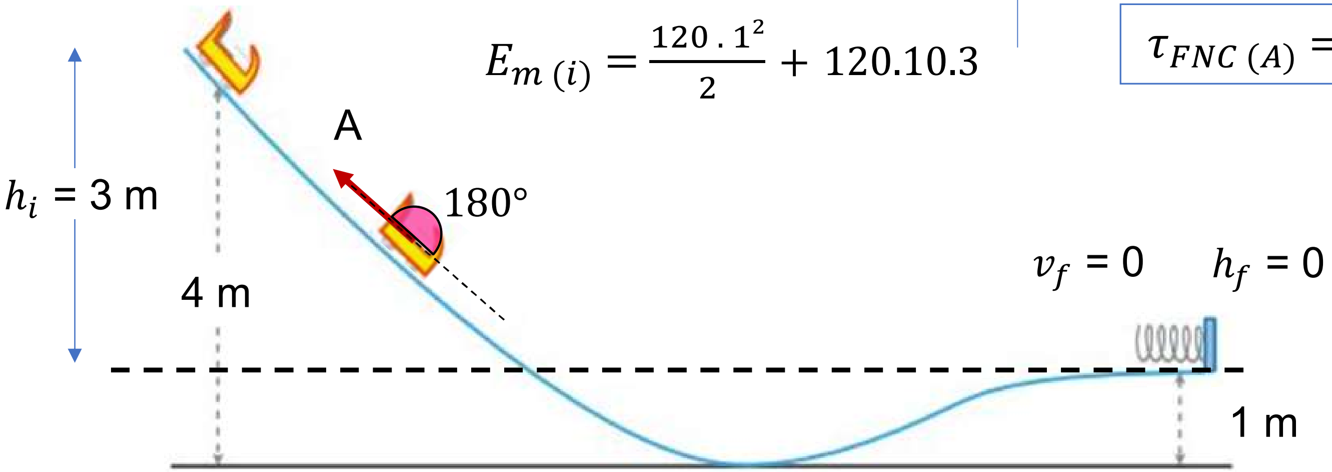
a) 1 464 N/m
b) 2 928 N/m
c) 4 392 N/m
d) 5 856 N/m
e) 7 320 N/m



5. Em um brinquedo de playground, um carrinho, de massa igual a 50 kg, é abandonado de uma altura de 4 m, percorre uma pista, e atinge uma mola no final do percurso. No carrinho cabem duas crianças, de 35 kg cada uma. Quando o carrinho para devido à ação da mola, uma trava é acionada, permitindo a saída das crianças. Na posição indicada na figura, a velocidade do carrinho é igual a 3,6 km/h. Considere como referência para a energia potencial gravitacional a altura da mola no final do percurso. Sabendo-se que a mola é comprimida de 1 m, e que houve uma dissipação de 20% da energia mecânica inicial ao longo do movimento, a constante elástica da mola utilizada é igual a:

MUITA ATENÇÃO!

$v_i = 3{,}6 \text{ km/h}$
$= 1 \text{ m/s}$



Referência do enunciado

$$E_{\text{m (i)}} = E_{c\,(i)} + E_{p\,g\,(i)}$$

$$E_{m\,(i)} = \frac{m\,.v^2{}_i}{2} + \text{m.g.}h_i$$

$$E_{m\,(i)} = \frac{120\,.\,1^2}{2} + 120.10.3$$

$$E_{m\,(i)} = 3600 \text{ J}$$

$$\tau_{FNC\,(A)} = -\,0{,}2\,(3600)$$

$$\boxed{\tau_{FNC\,(A)} = -\,720\text{J}}$$

Referência chão

$$E_{\text{m (i)}} = E_{c\,(i)} + E_{p\,g\,(i)}$$

$$E_{m\,(i)} = \frac{m\,.v^2{}_i}{2} + \text{m.g.}h_i$$

$$E_{m\,(i)} = \frac{120\,.\,1^2}{2} + 120.10.4$$

$$E_{m\,(i)} = 4860 \text{ J}$$

$$\tau_{FNC\,(A)} = -\,0{,}2\,(4860)$$

$$\boxed{\tau'_{FNC\,(A)} = -\,972\text{J}}$$

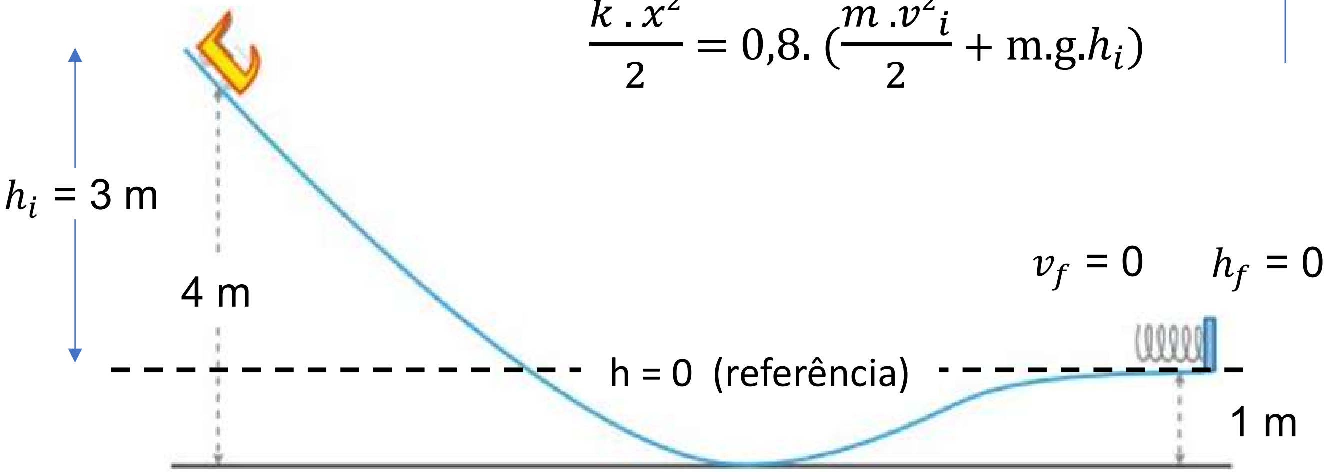
5. Em um brinquedo de playground, um carrinho, de massa igual a 50 kg, é abandonado de uma altura de 4 m, percorre uma pista, e atinge uma mola no final do percurso. No carrinho cabem duas crianças, de 35 kg cada uma. Quando o carrinho para devido à ação da mola, uma trava é acionada, permitindo a saída das crianças. Na posição indicada na figura, a velocidade do carrinho é igual a 3,6 km/h. Considere como referência para a energia potencial gravitacional a altura da mola no final do percurso. Sabendo-se que a mola é comprimida de 1 m, e que houve uma dissipação de 20% da energia mecânica inicial ao longo do movimento, a constante elástica da mola utilizada é igual a:

$$E_{m\,(f)} = 0{,}8.\,E_{m\,(i)}$$

$$E_{p\,el\,(f)} = 0{,}8.\,(E_{c\,(i)} + E_{p\,g\,(i)})$$

$$\frac{k\,.\,x^2}{2} = 0{,}8.\,(\frac{m\,.v^2{}_i}{2} + \mathrm{m.g.}h_i)$$

$v_i = 3{,}6\ \mathrm{km/h} = 1\ \mathrm{m/s}$



$$\frac{k\,.\,1^2}{2} = 0{,}8.\,(\frac{120\,.\,1^2}{2} + 120.10.3)$$

$$\frac{k}{2} = 0{,}8.\,(60 + 3600)$$

$$\frac{k}{2} = 0{,}8.\,(3660)$$

$$\frac{k}{2} = 2928$$

$$\boxed{\mathrm{k} = 5856\ \mathrm{N/m}}$$