Comentar o caso importante da dilatação da água que muda de comportamento em torno de 4 °C. Mostrar o gráfico da densidade da água em torno dessa temperatura e a explicação microscópica para tal fenômeno, associada às ligações de hidrogênio. Um caso muito curioso e que chama a atenção dos alunos é o congelamento dos lagos no inverno em determinadas regiões do planeta, preservando a vida aquática.

RESOLUÇÕES

Exercícios de sala

1.

a) O aumento percentual é a relação entre a variação e o comprimento original multiplicado por 100:

$$p = \frac{\Delta L}{L_0} \cdot 100$$

Da equação de dilatação linear, temos:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \cdot \Delta T$$

Substituindo os valores do enunciado, temos:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = 2 \cdot 10^{-5} \cdot (40 - 15) \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_0} = 5 \cdot 10^{-4}$$

Portanto, o aumento percentual é:

$$p = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 100 \Rightarrow p = 0{,}05\%$$

b) Substituindo na equação da dilatação linear, temos:

$$L = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow L = 50 \cdot [1 + 2 \cdot 10^{-5} \cdot (40 - 15)]$$

$$L = 50 \cdot 1{,}0005 \Rightarrow L = 50{,}025 \text{ cm}$$

O mesmo resultado poderia ser obtido considerando o aumento percentual:

$$L = L_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \Rightarrow L = 50 \cdot \left(1 + \frac{0{,}05}{100}\right)$$

$$L = 50 \cdot 1{,}0005 \Rightarrow L = 50{,}025 \text{ cm}$$

2. **C**

Da equação da dilatação linear, temos:

$$L = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

Substituindo a equação anterior para B e A, temos:

$$L_A = L_0 \cdot (1 + \alpha_A \cdot \Delta\theta)$$

$$L_B = 2L_0 \cdot (1 + \alpha_B \cdot \Delta\theta) \qquad \text{(I)}$$

Considerando que $\alpha A = 2\alpha B$, temos:

$$L_A = L_0 \cdot (1 + 2\alpha_B \cdot \Delta\theta) \qquad \text{(II)}$$

Subtraindo (I) de (II):

$$L_B - L_A = 2L_0 \cdot (1 + \alpha_B \Delta\theta) - L_0 \cdot (1 + 2\alpha_B \Delta\theta)$$

$$L_B - L_A = 2L_0 + 2L_0 \cdot \alpha_B \cdot \Delta\theta - L_0 - 2L_0 \cdot \alpha_B \cdot \Delta\theta$$

$$L_B - L_A = L_0$$

3. **C**

Como as paredes não se movem, os parafusos irão se tocar quando a dilatação total (latão + aço) for igual ao comprimento do vão (5 μm). Sendo assim:

$$\Delta L_{aço} + \Delta L_{latão} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Mas $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$, portanto, substituindo essa expressão na equação acima e aplicando os valores do enunciado, temos:

$$0{,}01 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T + 0{,}03 \cdot 19 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T = 5 \cdot 10^{-6}$$

$$0{,}11 \cdot \Delta T + 0{,}57 \cdot \Delta T = 5 \Rightarrow 0{,}68 \cdot \Delta T = 5$$

$$\Delta T \cong 7{,}4 \text{ °C}$$

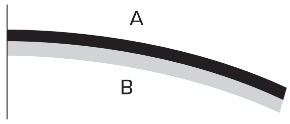
Como a temperatura inicial é 27 °C, a temperatura final é:

$$\Delta T = T_F - T_0 \Rightarrow T_F = T_0 + \Delta T$$

$$T_F = 27 \text{ °C} + 7{,}4 \text{ °C} \Rightarrow T_F = 34{,}4 \text{ °C}$$

4. **D**
Tomemos o ponto $(\Delta T, \Delta\ell) =$ (60, 1,2) e façamos substituição na equação da dilatação linear:
$$\Delta\ell = \ell_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow 1{,}2 \cdot 10^{-3} = 1 \cdot \alpha \cdot 60$$
$$\alpha = 0{,}02 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$$

5. **D**
Como o coeficiente de dilatação linear de A é maior que o de B, o aumento na temperatura do conjunto fará com que A fique maior que B. Para garantir que eles ainda estejam ligados, uma curvatura será formada, sendo que B estará no lado interno (menor arco) e A estará no lado externo (maior arco). Desta forma, as duas lâminas se curvarão para baixo, como na figura a seguir:



6. **D**
O enunciado nos oferece o coeficiente de dilatação linear (α), todavia o problema se trata de dilatação superficial. Sendo assim, é necessário obter o coeficiente de dilatação superficial (β) pela seguinte relação:
$$\beta = 2 \cdot \alpha \Rightarrow \beta = 2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5} \Rightarrow \beta = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$
Substituindo os valores na equação de dilatação superficial, temos:
$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta S = 5 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-5} \cdot [50 - (-10)]$$
$$\Delta S = 12 \cdot 10^{-5} \cdot 60 \Rightarrow \Delta S = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ m^2$$

7. **C**
Quando trabalhamos um objeto com furo que tem sua temperatura alterada, deve-se imaginar o que aconteceria com o objeto de mesmo material que ocuparia exatamente o lugar do furo.
Nesse caso, o aumento da temperatura faria o furo circular dilatar e seu novo comprimento seria dado por:
$$D = D_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow D = 5 \cdot [1 + 22 \cdot 10^{-6} \cdot (125 - 25)]$$
$$D = 5 \cdot (1 + 22 \cdot 10^{-6} \cdot 100) \Rightarrow D = 5 \cdot 1{,}0022$$
$$D = 5{,}011\ cm$$

8. A superfície do paralelepípedo é soma das áreas de todas as superfícies:
$S = 2 \cdot (3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 5)$
$S = 94\ cm^2 = 94 \cdot 10^2\ mm^2$
Realizando a conversão da variação da temperatura para °C:
$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{\Delta T_F}{9} \Rightarrow \frac{\Delta T_C}{5} = \frac{36 - 72}{9} \Rightarrow \Delta T_C = -20\ °C$$
Substituindo os valores na equação da dilatação superficial, temos:
$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta S = 94 \cdot 10^2 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot (-20)$$
$$\Delta S = -7{,}52\ mm^2$$
Portanto, a superfície do objeto diminuirá em 7,52 mm^2.

9. **B**
Primeiro, consideramos as conversões entre unidades:
$1\ m^2 = 10^6\ mm^2$
$1\ dm^3 = 10^6\ mm^3$
Da equação da dilatação superficial, temos:
$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow 0{,}36 = 10^6 \cdot \beta \cdot \Delta T$$
$$\beta \cdot \Delta T = 0{,}36 \cdot 10^{-6}$$
Mas $\beta = 2\alpha$, portanto:
$$2\alpha \cdot \Delta T = 0{,}36 \cdot 10^{-6} \Rightarrow \alpha \cdot \Delta T = 1{,}8 \cdot 10^{-7}$$
Da equação da dilatação volumétrica, temos:
$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot 3\alpha \cdot \Delta T$$
$$\Delta V = 10^6 \cdot 3 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-7} \Rightarrow \Delta V = 0{,}54\ mm^3$$

10. Devemos considerar que, com o aquecimento, a massa da amostra de alumínio não se altera, ou seja $m_{(0\ °C)} = m_{(200\ °C)}$. Lembrando que a massa específica é definida por $\mu = \frac{m}{V}$, podemos escrever a relação:
$$\mu_{(200\ °C)} \cdot V_{(200\ °C)} = \mu_{(0\ °C)} \cdot V_{(0\ °C)} \qquad \text{(I)}$$
A dilatação volumétrica da amostra de alumínio pode ser equacionada da seguinte maneira:
$$V_{(200\ °C)} \cdot V_{(0\ °C)} \cdot (1 + \gamma_{Al} \cdot \Delta T) \qquad \text{(II)}$$
Substituindo (II) em (I), temos:
$$\mu_{200\ °C} \cdot V_{0\ °C} \cdot (1 + \gamma_{Al} \cdot \Delta T) = \mu_{0\ °C} \cdot V_{0\ °C}$$
$$\mu_{200\ °C} = \frac{\mu_{0\ °C}}{1 + \gamma_{Al} \cdot \Delta T} \Rightarrow \mu_{200\ °C} = \frac{2{,}7}{1 + 25 \cdot 10^{-6} \cdot (200 - 0)}$$
$$\mu_{200\ °C} \cong 2{,}68\ g/cm^3$$

11. **A**
Sendo o recipiente cilíndrico, o volume ocupado pode ser dado por $V = S \cdot h$, sendo S a seção transversal e *h* a altura.
Da equação da dilatação volumétrica, temos:
$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T \Rightarrow S \cdot \Delta h = S \cdot h_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$$
Substituindo os valores da figura 2:
$$S \cdot (52{,}1 - 50{,}0) = S \cdot 50 \cdot \gamma \cdot (70 - 35)$$
$$2{,}1 = \gamma \cdot 1\,750 \Rightarrow \gamma = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$$

12. O volume que transbordou diz respeito à dilatação aparente. Sendo assim:
$$\Delta V_{ap} = V_0 \cdot \gamma_{ap} \cdot \Delta T \Rightarrow 4{,}8 = 500 \cdot \gamma_{ap} \cdot (70 - 10)$$
$$4{,}8 = \gamma_{ap} \cdot 30\,000 \Rightarrow \gamma_{ap} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$$
Mas $\gamma_{ap} = \gamma_{Hg} - \gamma_{vidro}$:
$1{,}6 \cdot 10^{-4} = 1{,}8 \cdot 10^{-4} - \gamma_{vidro}$
$\gamma_{vidro} = 1{,}8 \cdot 10^{-4} - 1{,}6 \cdot 10^{-4}$
$\gamma_{vidro} = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$