

## Dioptra plano, prisma e lâmina de faces paralelas

- Aulas 33 e 34 / Pg. 568 / Tetra 2

- Aula 17 / Pg. 463 / Hexa 2

- SL 02 - Teoria
- SL 13 - Exercícios
- SL 35 - Experimentos, demonstrações e exemplos

Apresentação, orientação e tarefa: [fisicasp.com.br](http://fisicasp.com.br)

Professor Caio

## Imagens formadas em dioptros planos



# Imagens formadas em dioptros planos

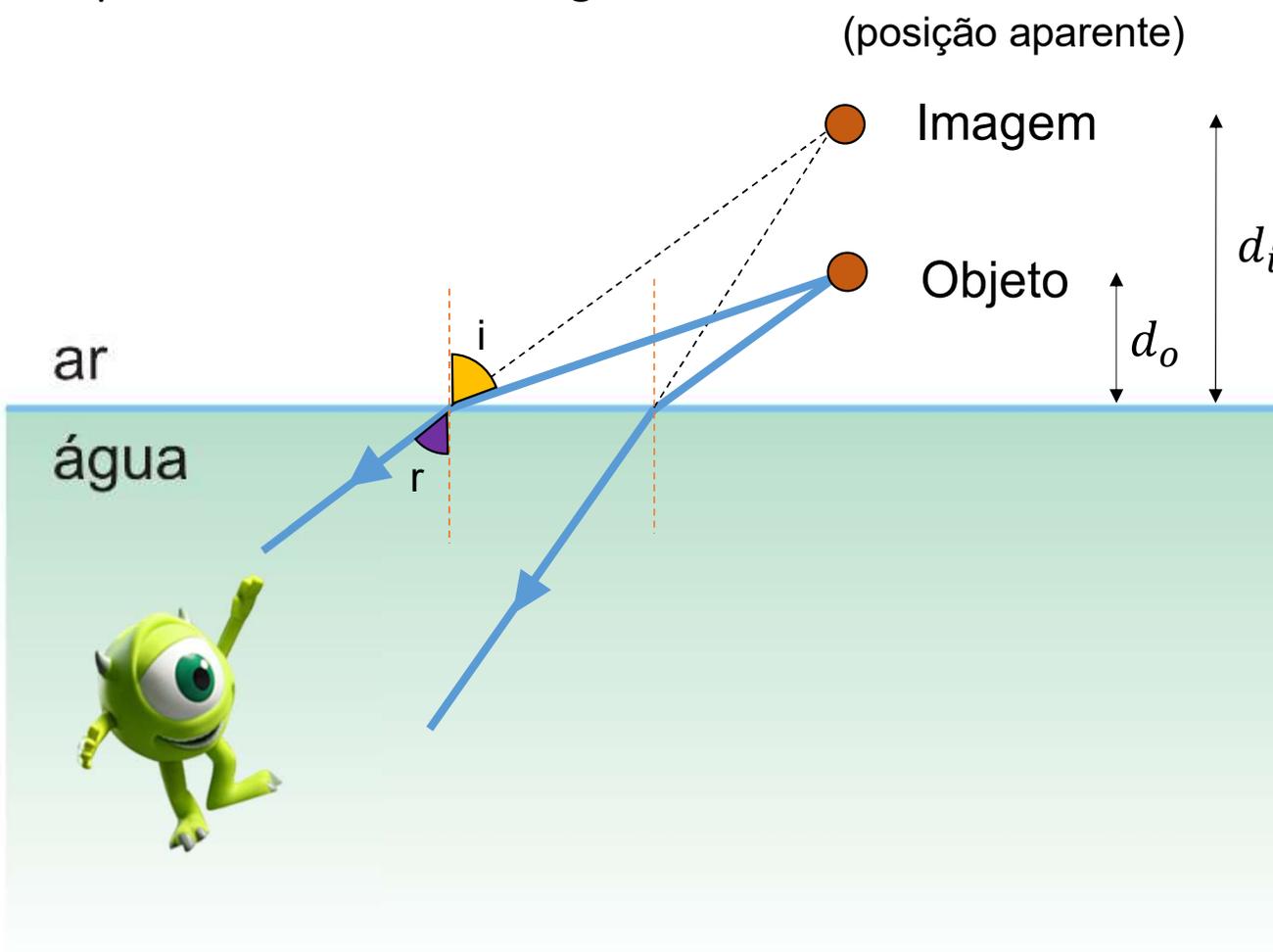
Caso I: Luz refrata para o meio mais refringente.

Para pequenos ângulos de observação ( $\theta < 10^\circ$ )

- $i$  e  $r$  pequenos

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

provém  $\ominus$   
passa  $\oplus$



## Imagens formadas em dioptros planos

Caso II: luz refrata para o meio menos refringente.

Para pequenos ângulos de observação  
( $\theta < 10^\circ$ )

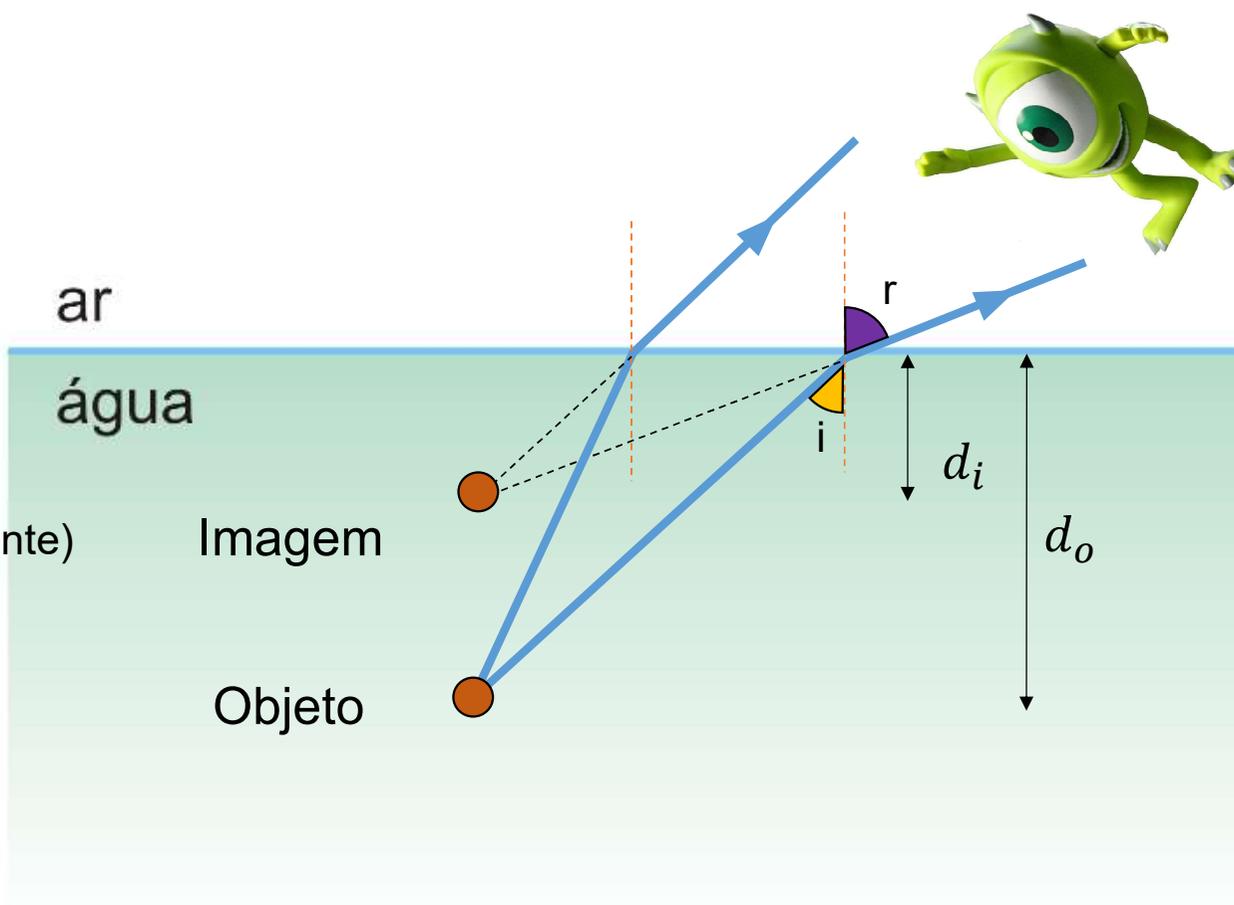
- $i$  e  $r$  pequenos

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

passa  $\ominus$

provém  $\oplus$

(posição aparente)



# Imagens formadas em dioptros planos

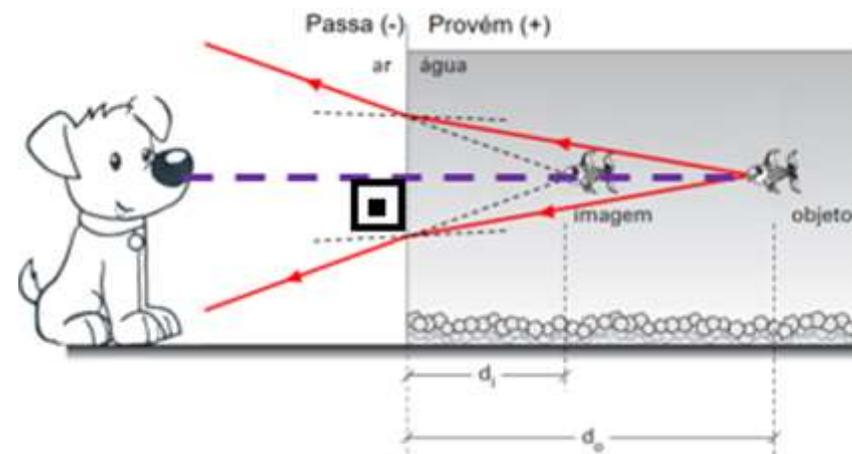
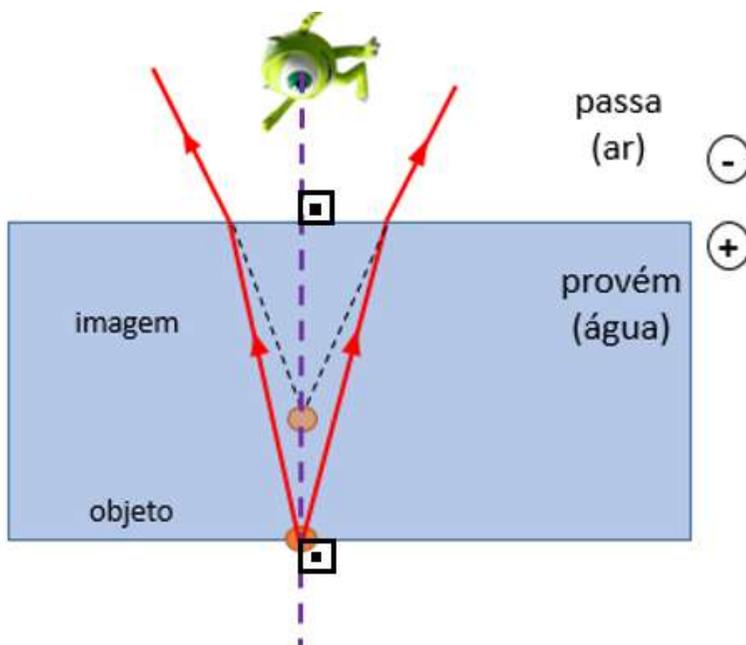
Para pequenos ângulos de observação

$$(\theta < 10^\circ)$$

- $i$  e  $r$  pequenos

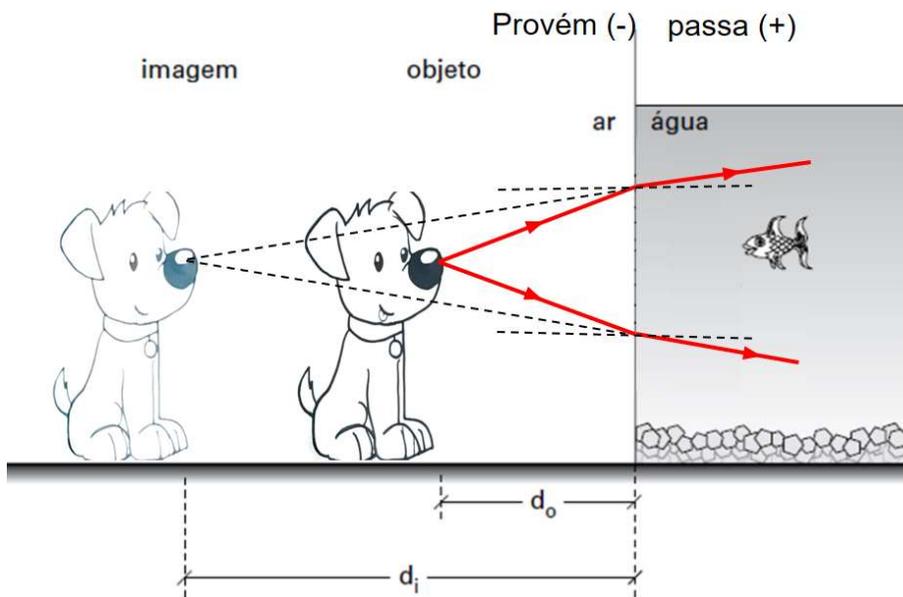
$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

- O enunciado informa que os ângulos são pequenos
- Linha de visão perpendicular ao dioptro: pequenos ângulos

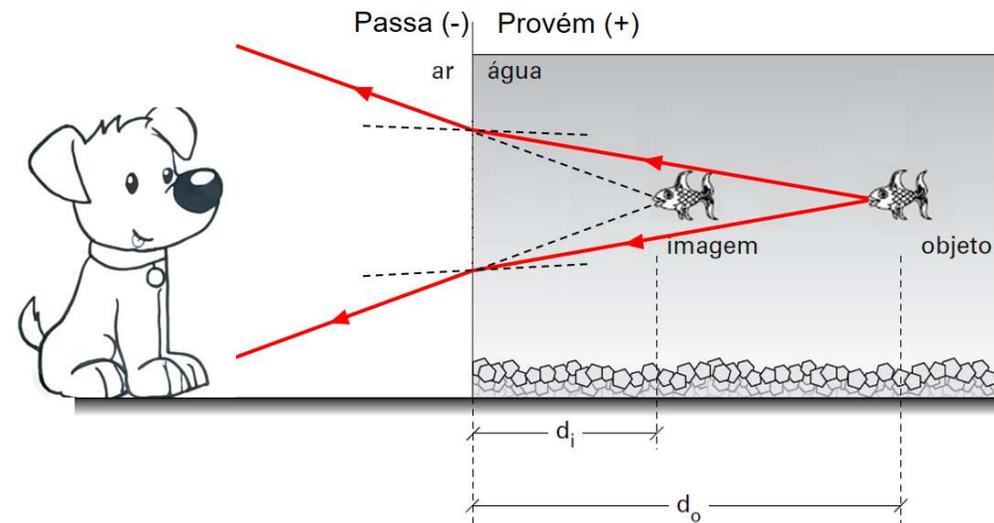


# Exemplos

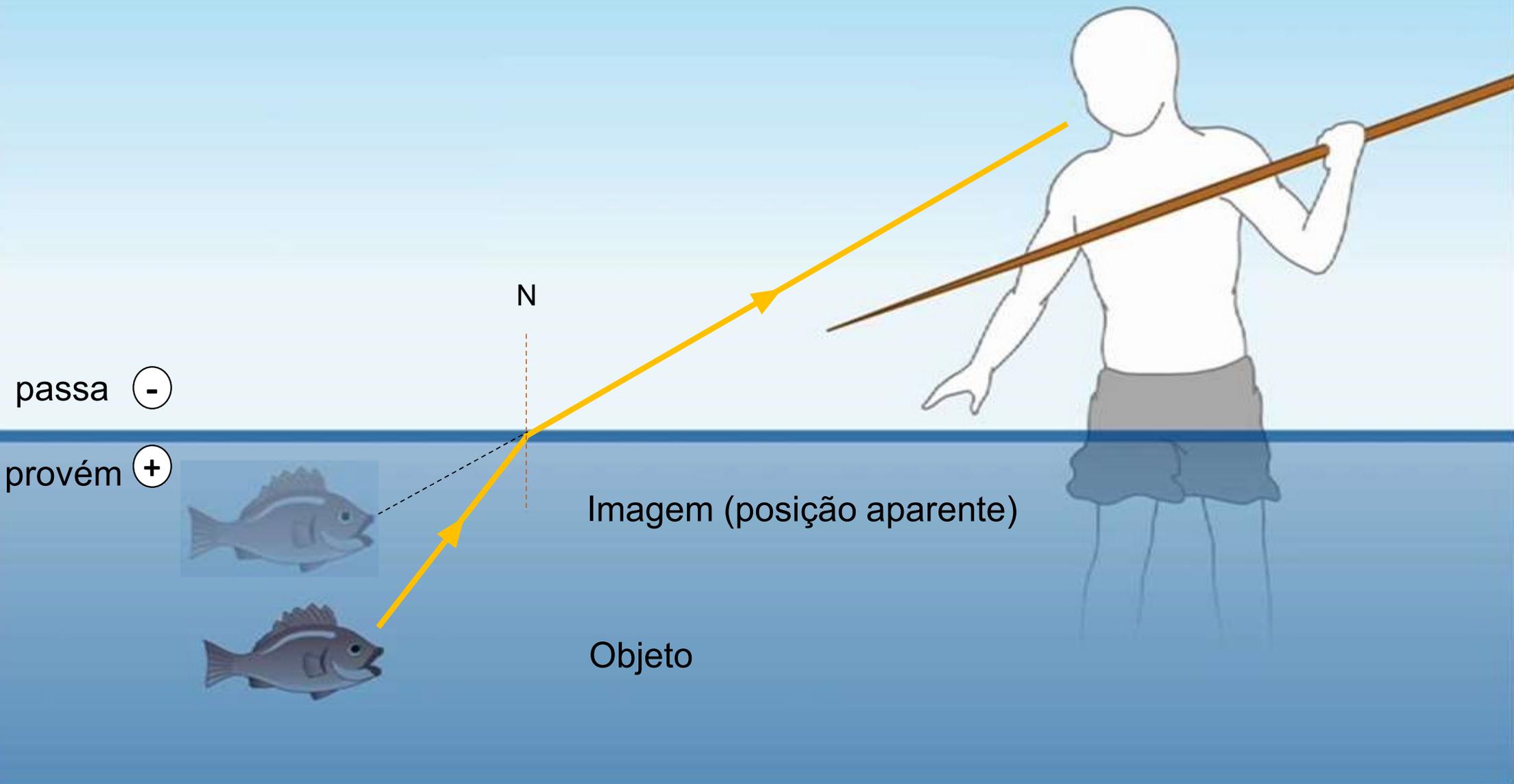
**Caso I: luz refrata para o meio mais refringente.**  
Como o peixe enxerga o cão



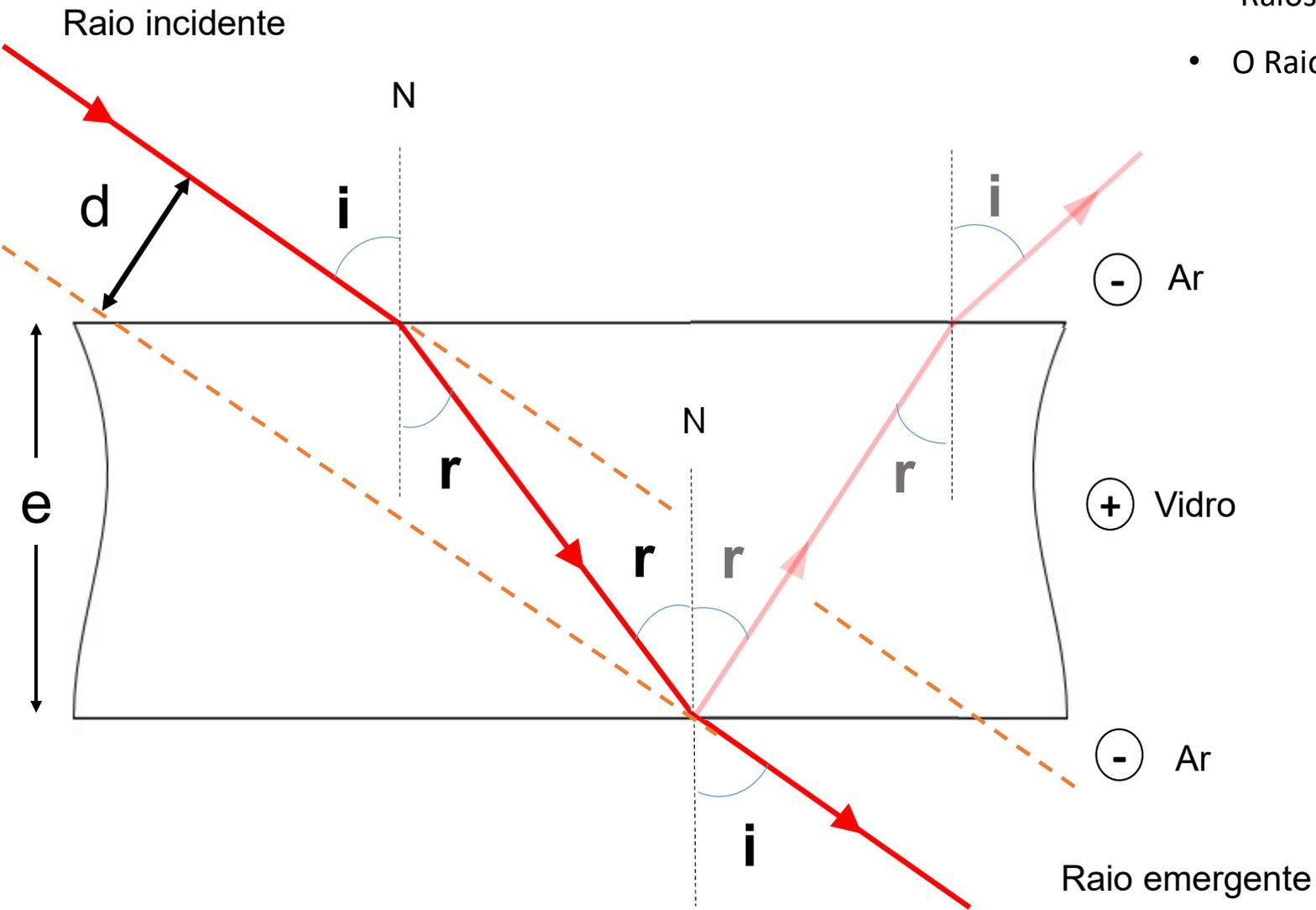
**Caso II: luz refrata para o meio menos refringente.**  
Como o cão enxerga o peixe



# Exemplos



## Lâmina de faces paralelas



- A lâmina tem espessura ( $e$ )
- Raios incidente e emergente são paralelos
- O Raio sofre um deslocamento lateral ( $d$ )

$$d = \frac{\text{sen}(i-r) \cdot e}{\text{cos } r}$$

# Prisma óptico

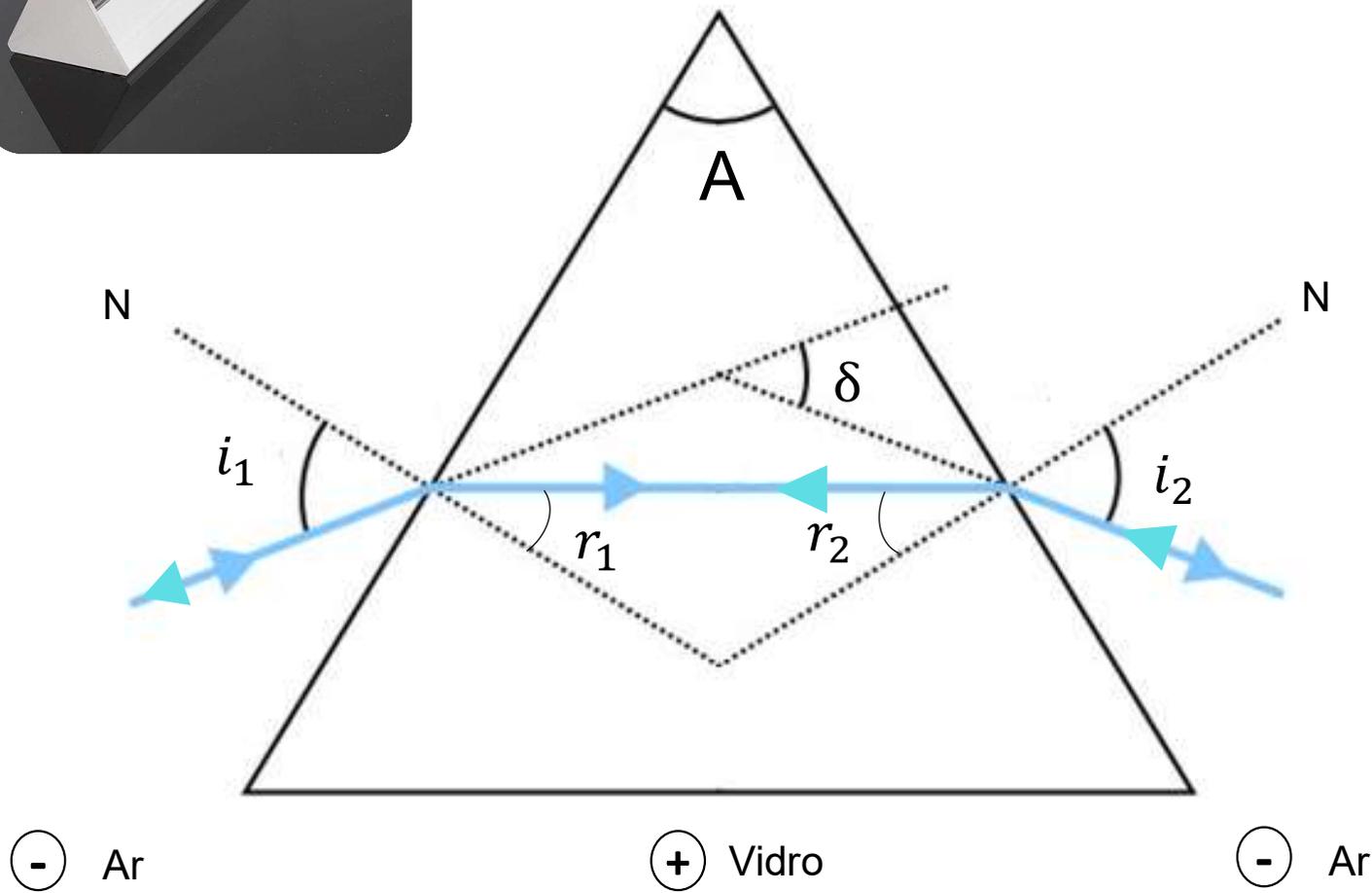


- A: ângulo de abertura ou ângulo de refringência.
- $\delta$ : ângulo de desvio.

$$\delta = i_1 + i_2 - A$$

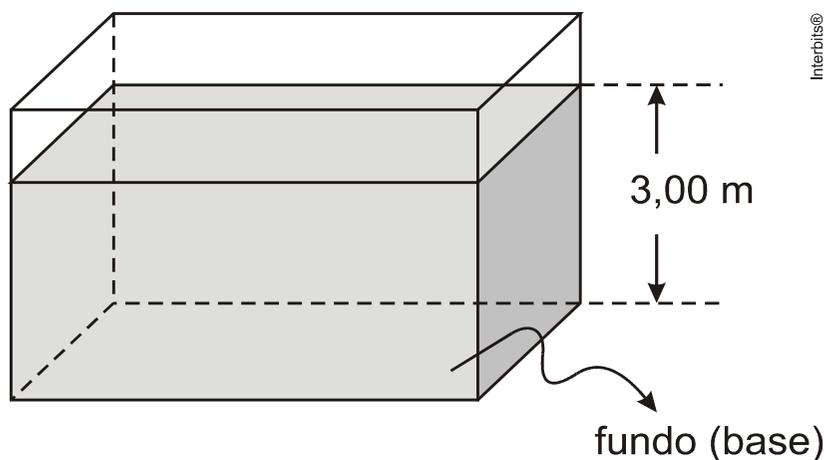
Se o desvio for mínimo ( $\delta_{\text{mín}}$ )

$$i_1 = i_2$$



# Exercícios

1. (Mackenzie 2014) Certa piscina contém água, de índice de refração absoluto igual a  $4/3$  e sua base se encontra 3m abaixo da superfície livre.



Neste caso o enunciado informou que os ângulos são pequenos, logo você pode usar

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

Quando uma pessoa, na beira da piscina, olha perpendicularmente para seu fundo (base), terá a impressão de vê-lo

Dado: Índice de refração absoluto do ar  $n = 1$ . Considere pequenos ângulos de incidência e refração.

- a) 2,25m mais próximo, em relação à profundidade real.
- b) 1,33m mais próximo, em relação à profundidade real.
- c) 0,75m mais próximo, em relação à profundidade real.
- d) 1,33m mais distante, em relação à profundidade real.
- e) 0,75m mais distante, em relação à profundidade real.

1. (Mackenzie 2014) Certa piscina contém água, de índice de refração absoluto igual a  $\frac{4}{3}$  e sua base se encontra 3m abaixo da superfície livre.

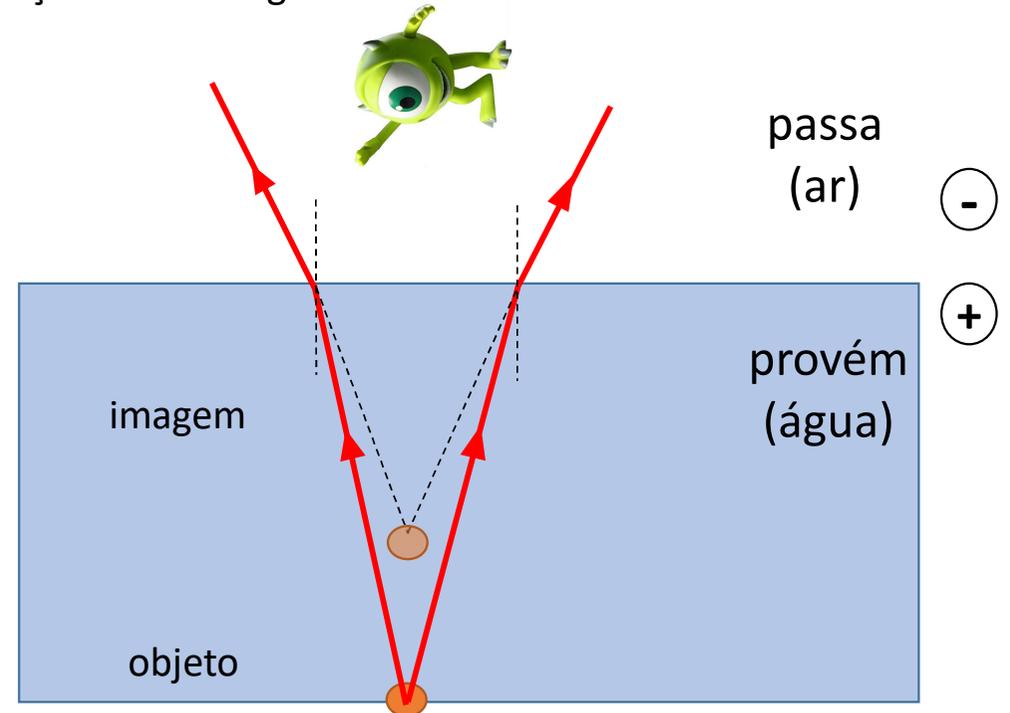
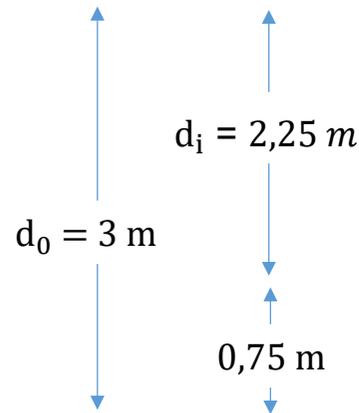
$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

$$\frac{d_i}{3} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$d_i = \frac{9}{4}$$

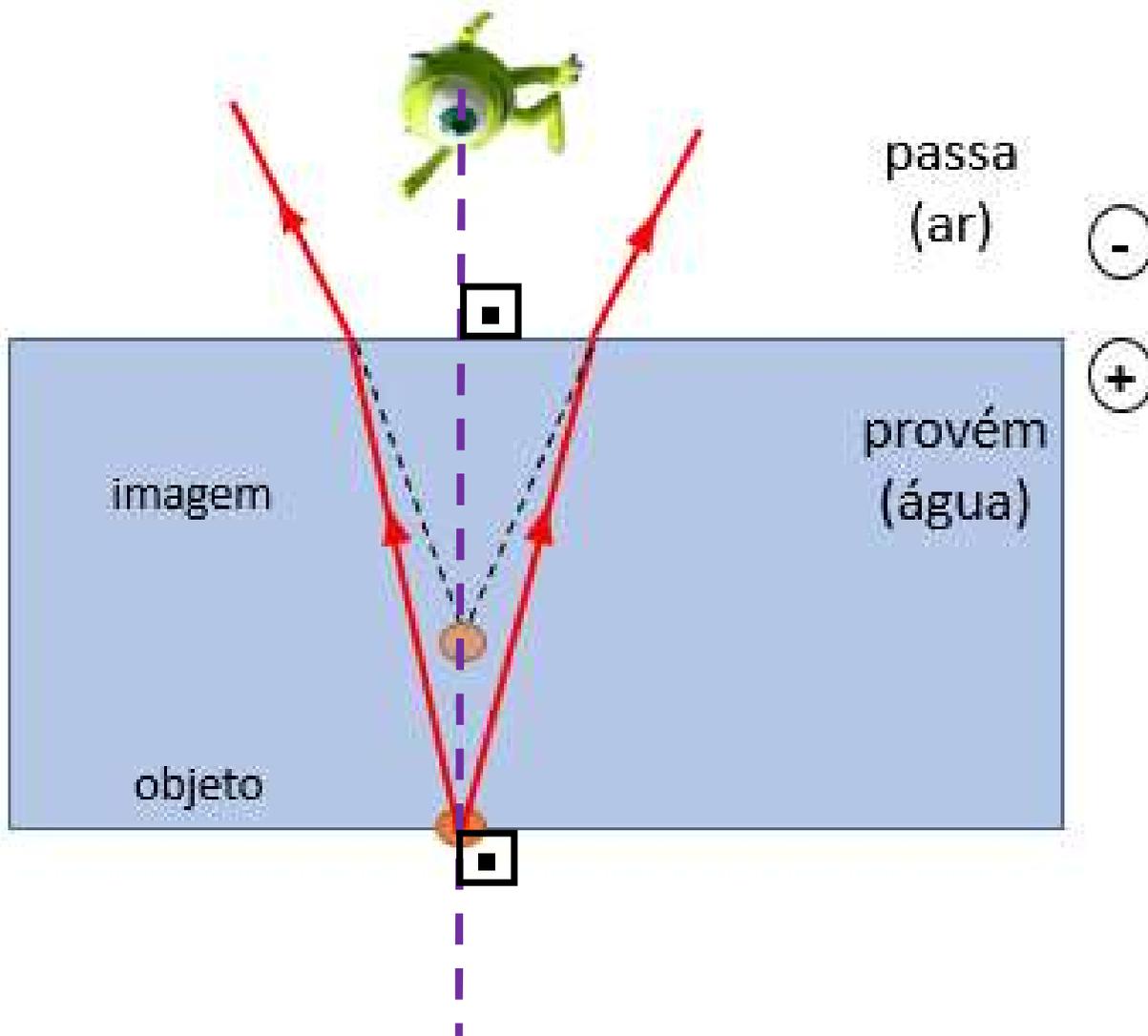
$$\frac{d_i}{3} = \frac{3}{4}$$

$$d_i = 2,25 \text{ m}$$



Quando uma pessoa, na beira da piscina, olha perpendicularmente para seu fundo (base), terá a impressão de vê-lo. Dado: Índice de refração absoluto do ar  $n = 1$ . Considere pequenos ângulos de incidência e refração.

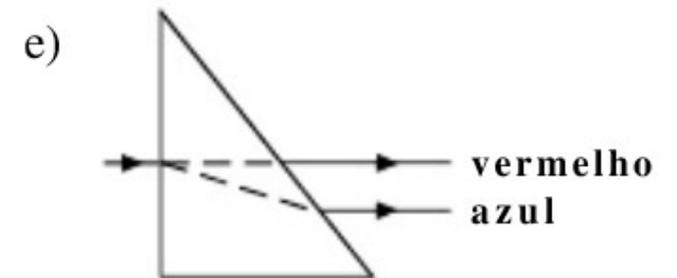
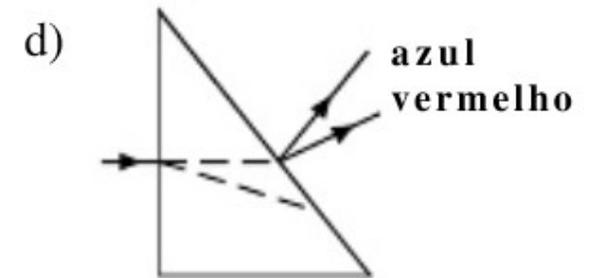
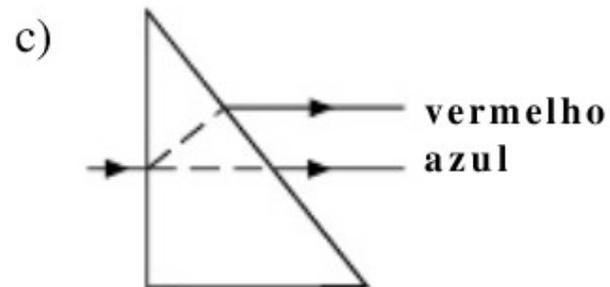
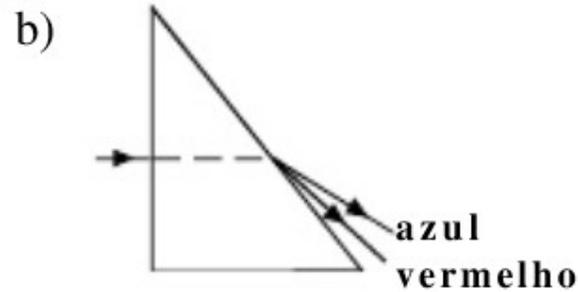
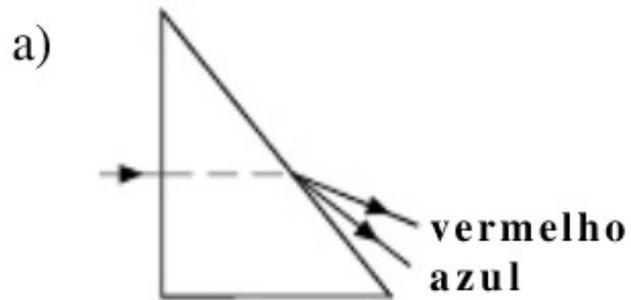
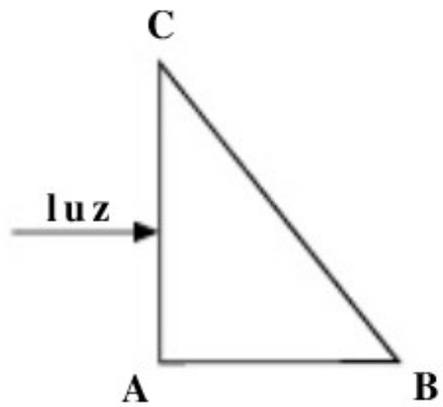
- a) 2,25m mais próximo, em relação à profundidade real.
- b) 1,33m mais próximo, em relação à profundidade real.
- c) 0,75m mais próximo, em relação à profundidade real. ←
- d) 1,33m mais distante, em relação à profundidade real.
- e) 0,75m mais distante, em relação à profundidade real.



Linha de visão perpendicular ao dioptra: pequenos ângulos

Quando uma pessoa, na beira da piscina, **olha perpendicularmente para seu fundo (base)**, terá a impressão de vê-lo. Dado: Índice de refração absoluto do ar  $n = 1$ . **Considere pequenos ângulos de incidência e refração.**

2. (FUVEST) Um feixe de luz, composto pelas cores azul e vermelho, incide perpendicularmente sobre a face AC de um prisma imerso no ar. Os índices de refração do prisma são  $n_v = 1,26$  e  $n_a = 1,53$  para o vermelho e azul, respectivamente. O prisma separa a luz emergente da face BC em dois feixes, um vermelho e outro azul. Qual a figura que melhor representa esse fenômeno ?



## Dispersão da luz branca

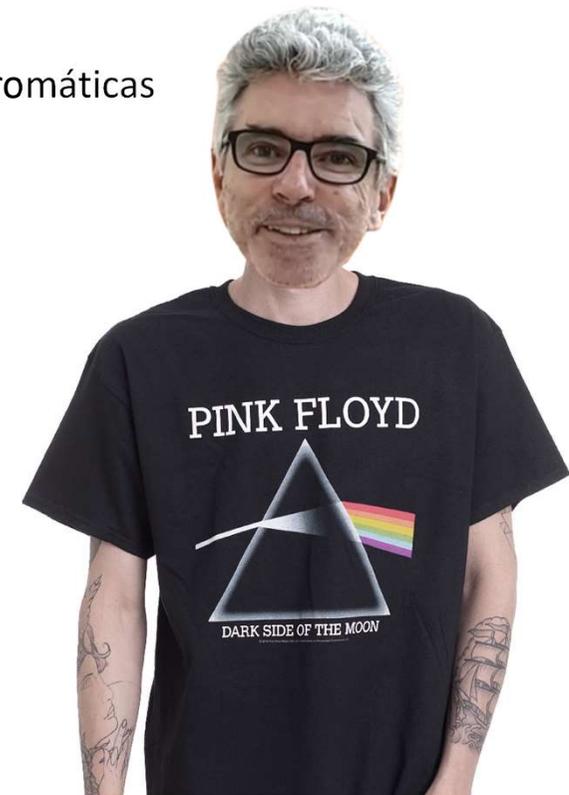


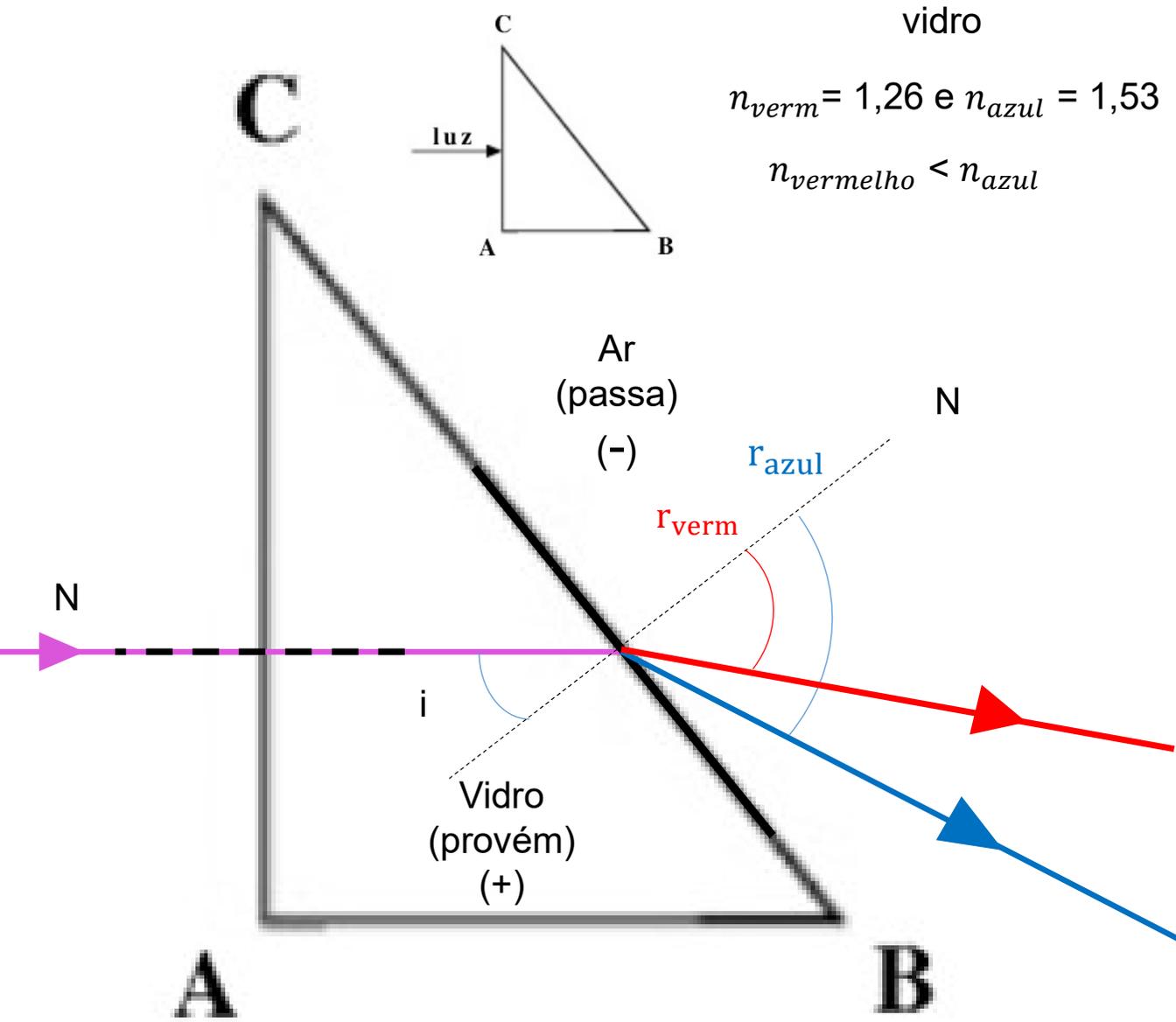
Cor mais veloz: vermelha

Cor menos veloz: violeta

Menor desvio: vermelho

Maior desvio: violeta





vidro

$$n_{verm} = 1,26 \text{ e } n_{azul} = 1,53$$

$$n_{vermelho} < n_{azul}$$

ar

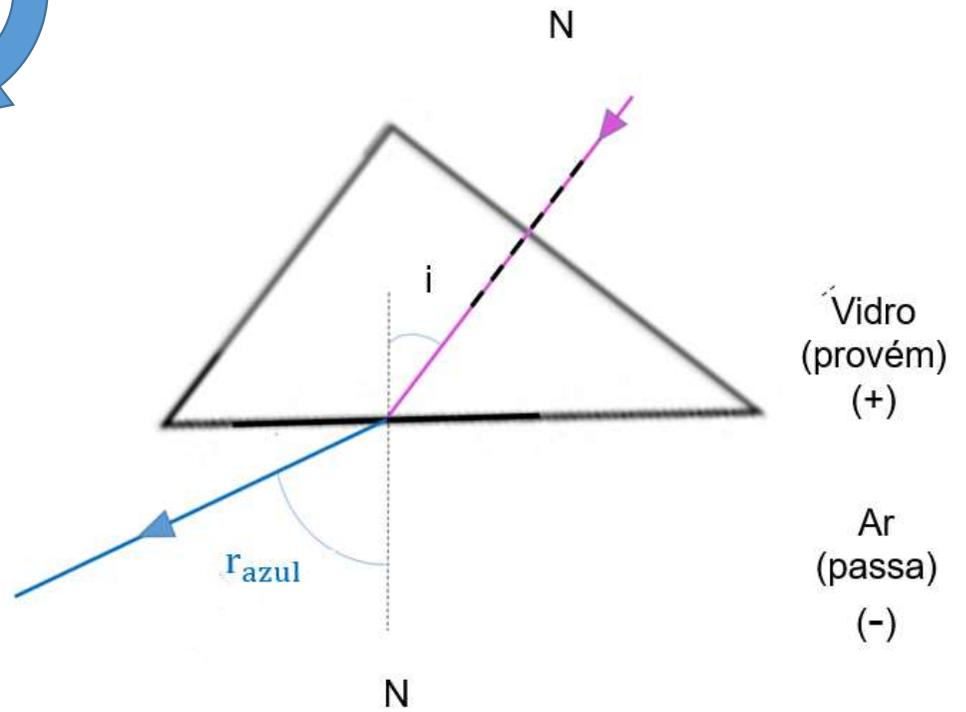
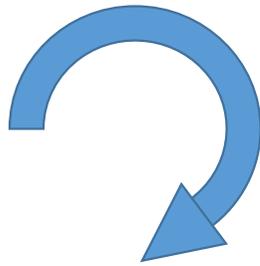
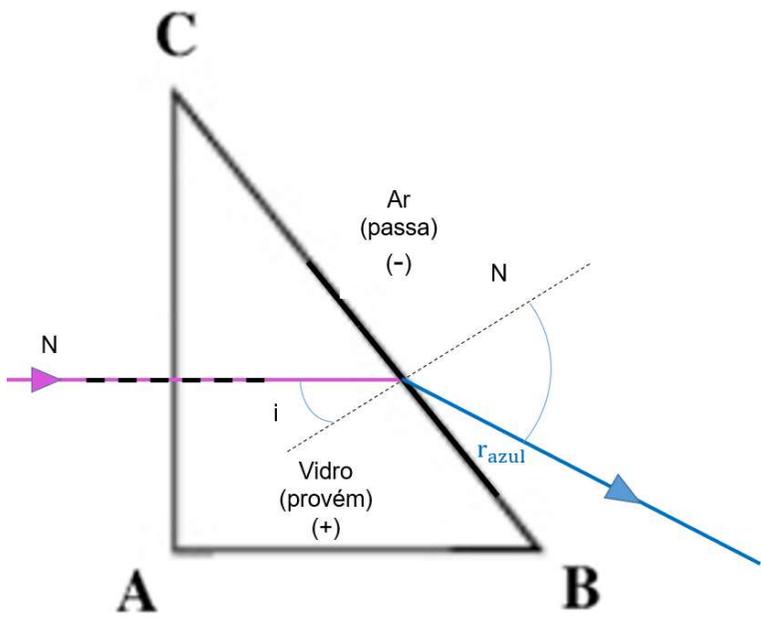
$$n_{verm} = 1 \text{ e } n_{azul} = 1$$

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{passa}}{n_{provém}}$$

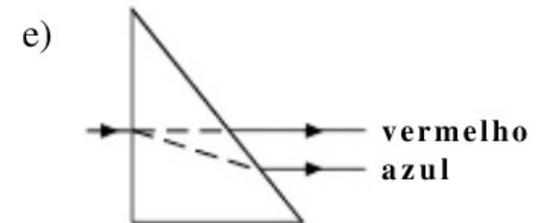
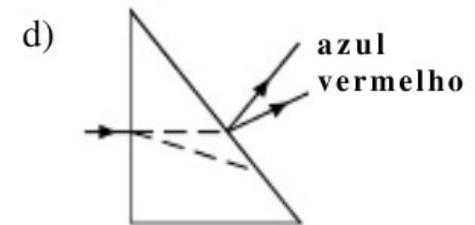
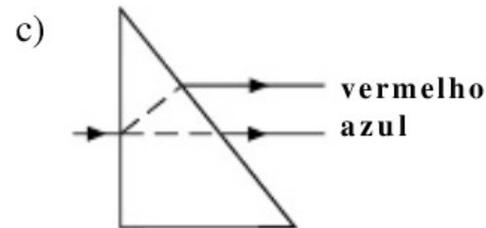
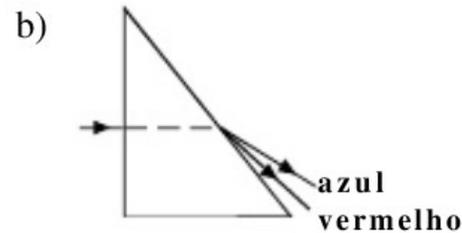
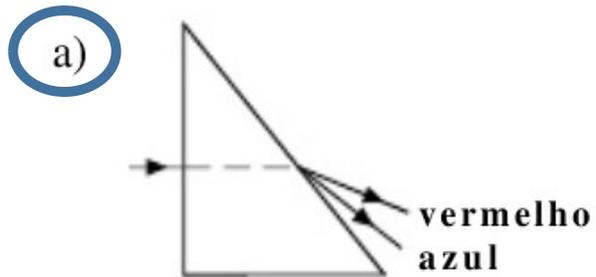
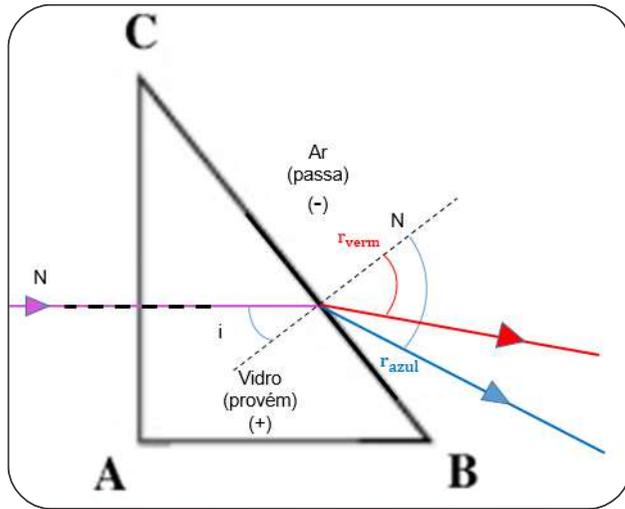
$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{ar}}{n_{vidro}}$$

$$\frac{\text{sen } r}{\text{sen } i} = \frac{n_{vidro}}{n_{ar}}$$

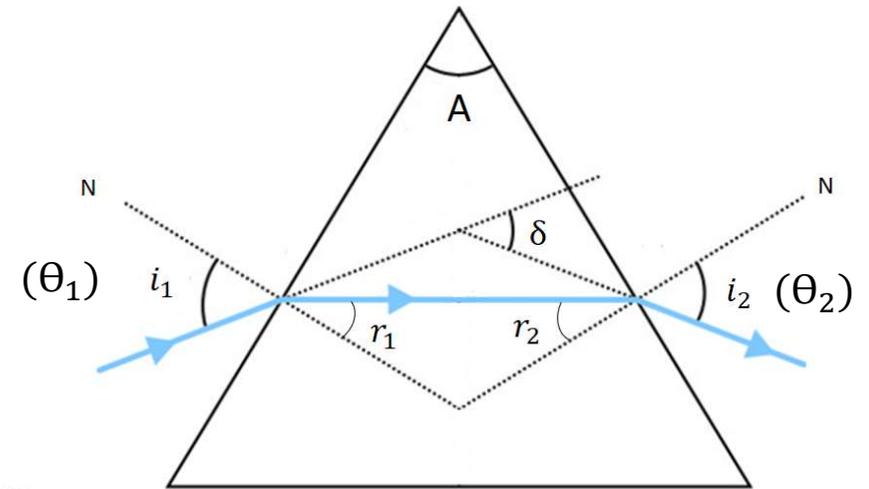
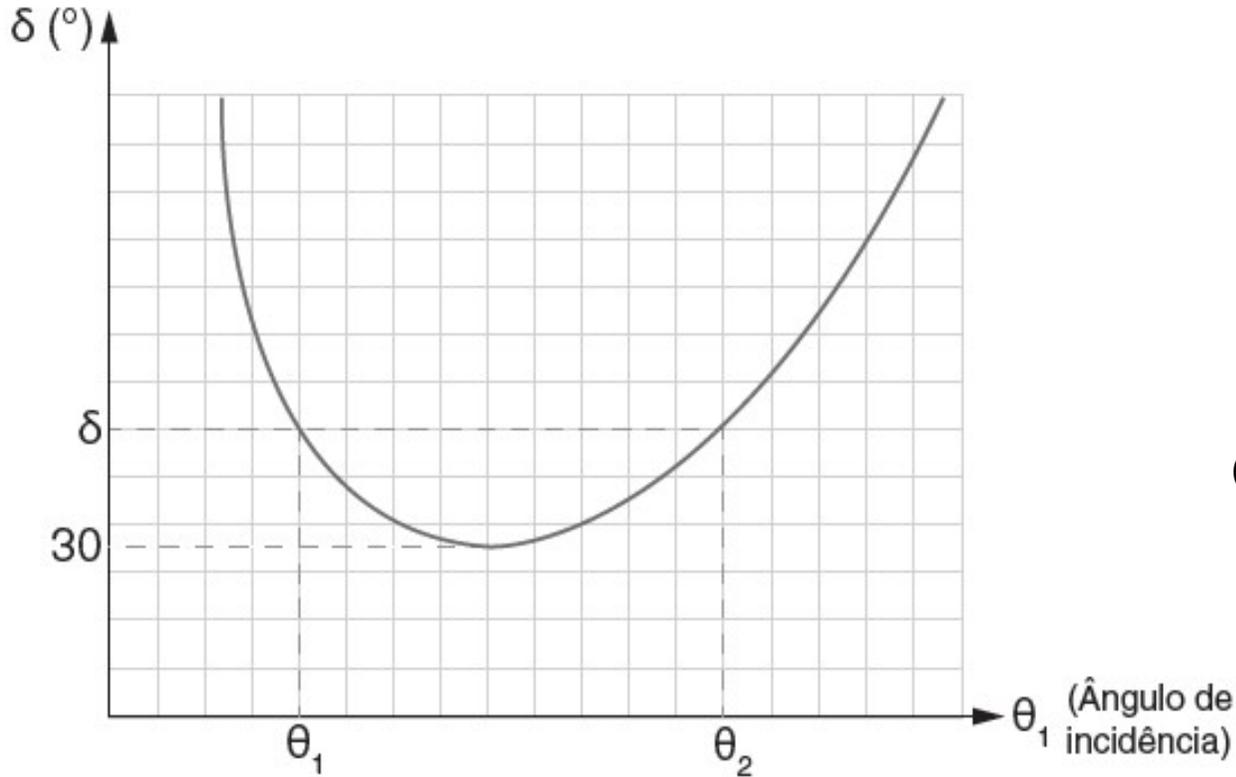
$i_{azul} = i_{vermelho}$



2. (FUVEST) Um feixe de luz, composto pelas cores azul e vermelho, incide perpendicularmente sobre a face AC de um prisma imerso no ar. Os índices de refração do prisma são  $n_v = 1,26$  e  $n_a = 1,53$  para o vermelho e azul, respectivamente. O prisma separa a luz emergente da face BC em dois feixes, um vermelho e outro azul. Qual a figura que melhor representa esse fenômeno ?



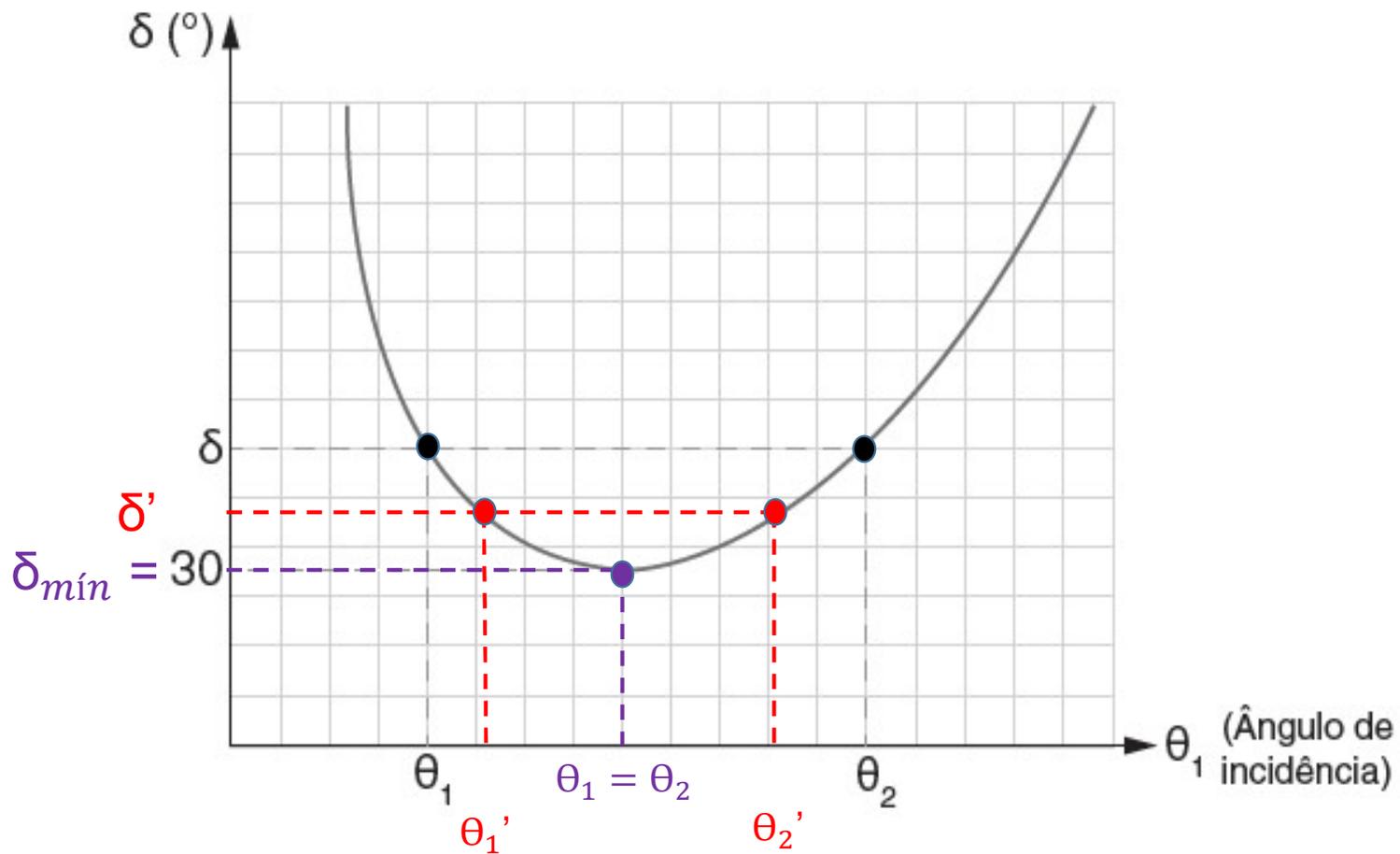
3. (Unesp) A figura representa o gráfico do desvio ( $\delta$ ) sofrido por um raio de luz monocromática que atravessa um prisma de vidro imerso no ar, de ângulo de refração  $A = 50^\circ$ , em função do ângulo de incidência  $\theta_1$ .



É dada a relação  $\delta = \theta_1 + \theta_2 - A$ , em que  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são, respectivamente, os ângulos de incidência e de emergência do raio de luz ao atravessar o prisma (pelo princípio da reversibilidade dos raios de luz, é indiferente qual desses ângulos é de incidência ou de emergência, por isso há, no gráfico, dois ângulos de incidência para o mesmo desvio  $\delta$ ).

Determine os ângulos de incidência ( $\theta_1$ ) e de emergência ( $\theta_2$ ) do prisma na situação de desvio mínimo, em que  $\delta_{\text{mín}} = 30^\circ$ .

3. (Unesp) A figura representa o gráfico do desvio ( $\delta$ ) sofrido por um raio de luz monocromática que atravessa um prisma de vidro imerso no ar, de ângulo de refração  $A = 50^\circ$ , em função do ângulo de incidência  $\theta_1$ .



Quando o desvio é mínimo,

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta$$

$$\delta = \theta_1 + \theta_2 - A$$

$$30 = \theta + \theta - 50$$

$$30 = 2\theta - 50$$

$$2\theta = 80$$

$$\theta = 40^\circ$$

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta = 40^\circ$$

$\delta = \theta_1 + \theta_2 - A$ , em que  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são, respectivamente, os ângulos de incidência e de emergência do raio

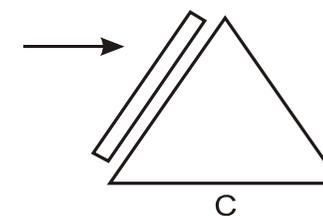
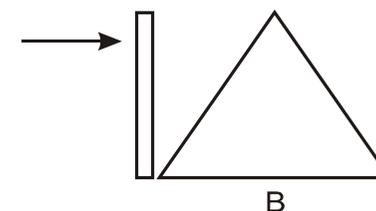
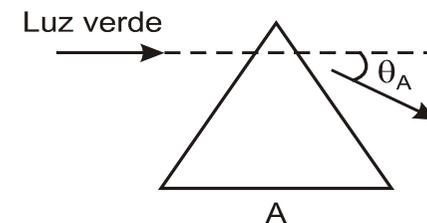
Determine os ângulos de incidência ( $\theta_1$ ) e de emergência ( $\theta_2$ ) do prisma na situação de desvio mínimo, em que  $\delta_{mín} = 30^\circ$ .

4. (Fuvest 2014) Um prisma triangular desvia um feixe de luz verde de um ângulo  $\theta_A$  em relação à direção de incidência, como ilustra a figura A, abaixo.

Se uma placa plana, do mesmo material do prisma, for colocada entre a fonte de luz e o prisma, nas posições mostradas nas figuras B e C, a luz, ao sair do prisma, será desviada, respectivamente, de ângulos  $\theta_B$  e  $\theta_C$  em relação à direção de incidência indicada pela seta.

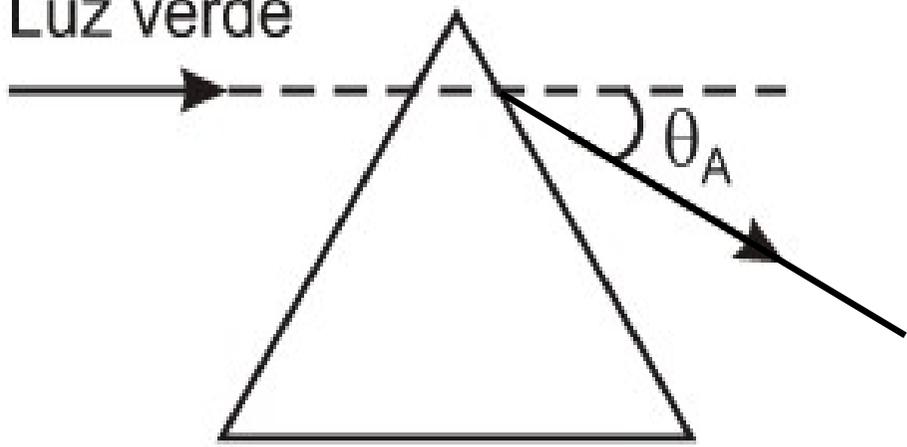
Os desvios angulares serão tais que

- a)  $\theta_A = \theta_B = \theta_C$
- b)  $\theta_A > \theta_B > \theta_C$
- c)  $\theta_A < \theta_B < \theta_C$
- d)  $\theta_A = \theta_B > \theta_C$
- e)  $\theta_A = \theta_B < \theta_C$

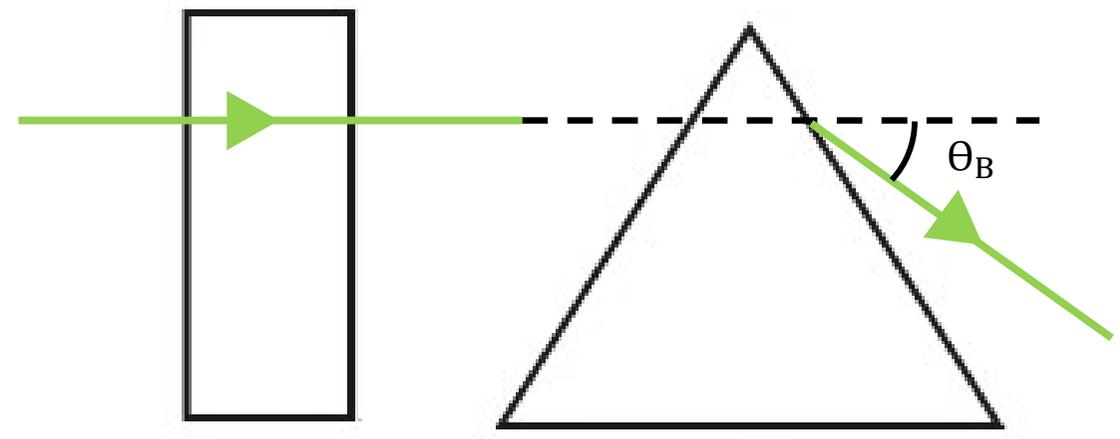


Interbits®

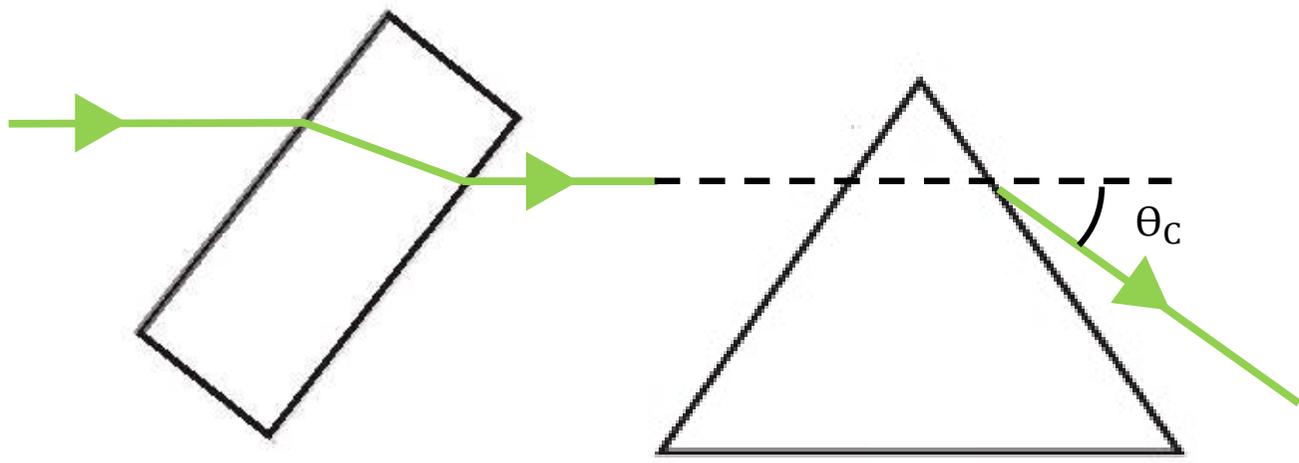
Luz verde



A



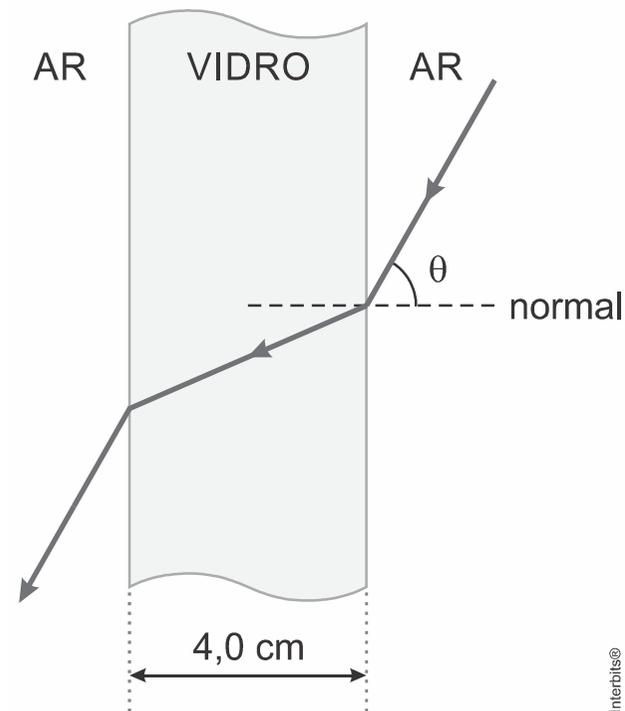
B



C

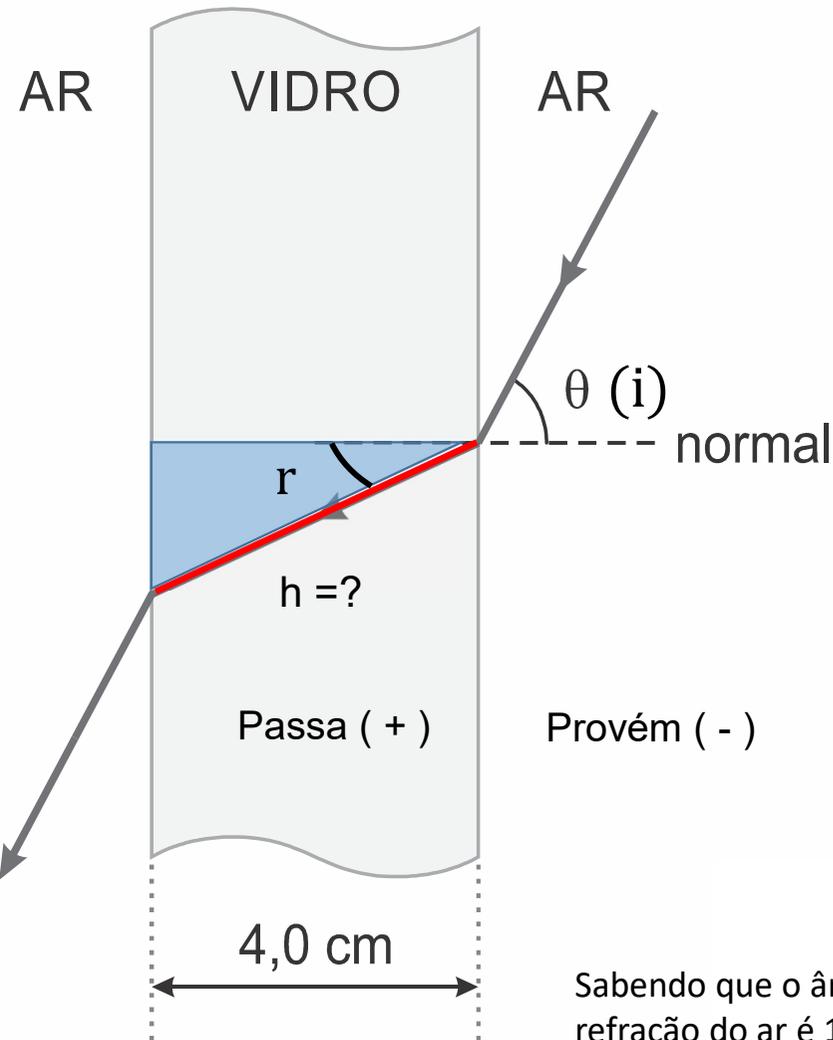
- a)  $\theta_A = \theta_B = \theta_C$  ←  $\theta_A = \theta_B = \theta_C$
- b)  $\theta_A > \theta_B > \theta_C$
- c)  $\theta_A < \theta_B < \theta_C$
- d)  $\theta_A = \theta_B > \theta_C$
- e)  $\theta_A = \theta_B < \theta_C$

5. (Ufrj 2009) Um raio luminoso proveniente do ar atravessa uma placa de vidro de 4 cm de espessura e índice de refração 1,5.



Sabendo que o ângulo de incidência  $\theta$  do raio luminoso é tal que  $\sin \theta = 0,90$  e que o índice de refração do ar é 1,0, calcule a distância que a luz percorre ao atravessar a placa.

5. (Ufrj 2009) Um raio luminoso proveniente do ar atravessa uma placa de vidro de 4 cm de espessura e índice de refração 1,5.



$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

$$\frac{0,9}{\text{sen } r} = \frac{1,5}{1}$$

$$\text{sen } r = \frac{0,9}{1,5} = 0,6$$

$$(\text{sen } r)^2 + (\cos r)^2 = 1$$

$$(0,6)^2 + (\cos r)^2 = 1$$

$$0,36 + (\cos r)^2 = 1$$

$$(\cos r)^2 = 1 - 0,36 = 0,64$$

$$\cos r = 0,8$$

$$\cos r = 0,8 = \frac{ca}{h}$$

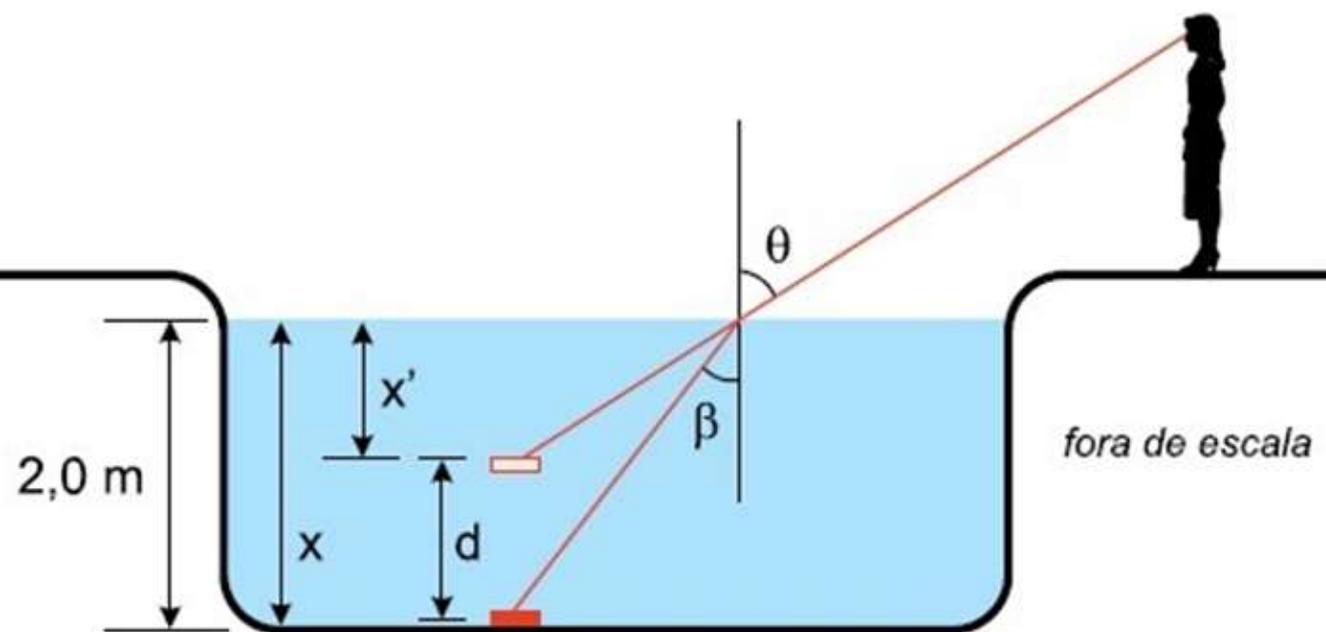
$$0,8 = \frac{4}{h} \rightarrow \boxed{h = 5 \text{ cm}}$$

Sabendo que o ângulo de incidência  $\theta$  do raio luminoso é tal que  $\text{sen } \theta = 0,90$  e que o índice de refração do ar é 1,0, calcule a distância que a luz percorre ao atravessar a placa.

6. (FAMERP) - Uma pessoa observa uma moeda no fundo de uma piscina que contém água até a altura de 2,0 m. Devido à refração, a pessoa vê a imagem da moeda acima da sua posição real, como ilustra a figura. Considere os índices de refração absolutos do ar e da água iguais a 1,0 e  $\frac{4}{3}$ , respectivamente.

a) Considerando  $\sin \theta = 0,80$ , qual o valor do seno do ângulo  $\beta$ ?

b) Determine a quantos centímetros acima da posição real a pessoa vê a imagem da moeda.



Neste caso o enunciado **não** informou que os ângulos são pequenos, logo você **não** pode usar

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

6. (FAMERP) - Uma pessoa observa uma moeda no fundo de uma piscina que contém água até a altura de 2,0 m. Devido à refração, a pessoa vê a imagem da moeda acima da sua posição real, como ilustra a figura. Considere os índices de refração absolutos do ar e da água iguais a 1,0 e  $4/3$ , respectivamente.

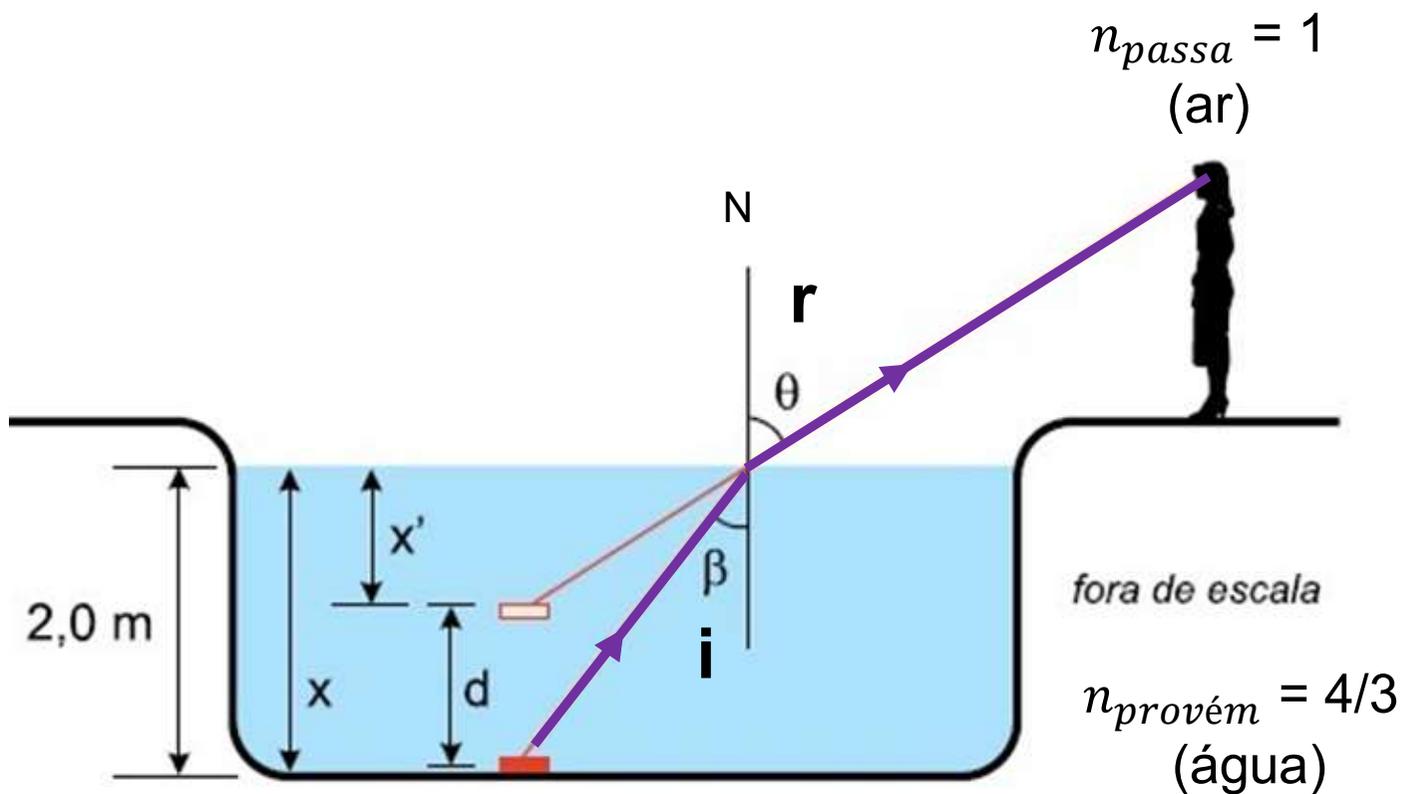
a) Considerando  $\text{sen } \theta = 0,80$ , qual o valor do seno do ângulo  $\beta$ ?

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

$$\frac{\text{sen } \beta}{0,8} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

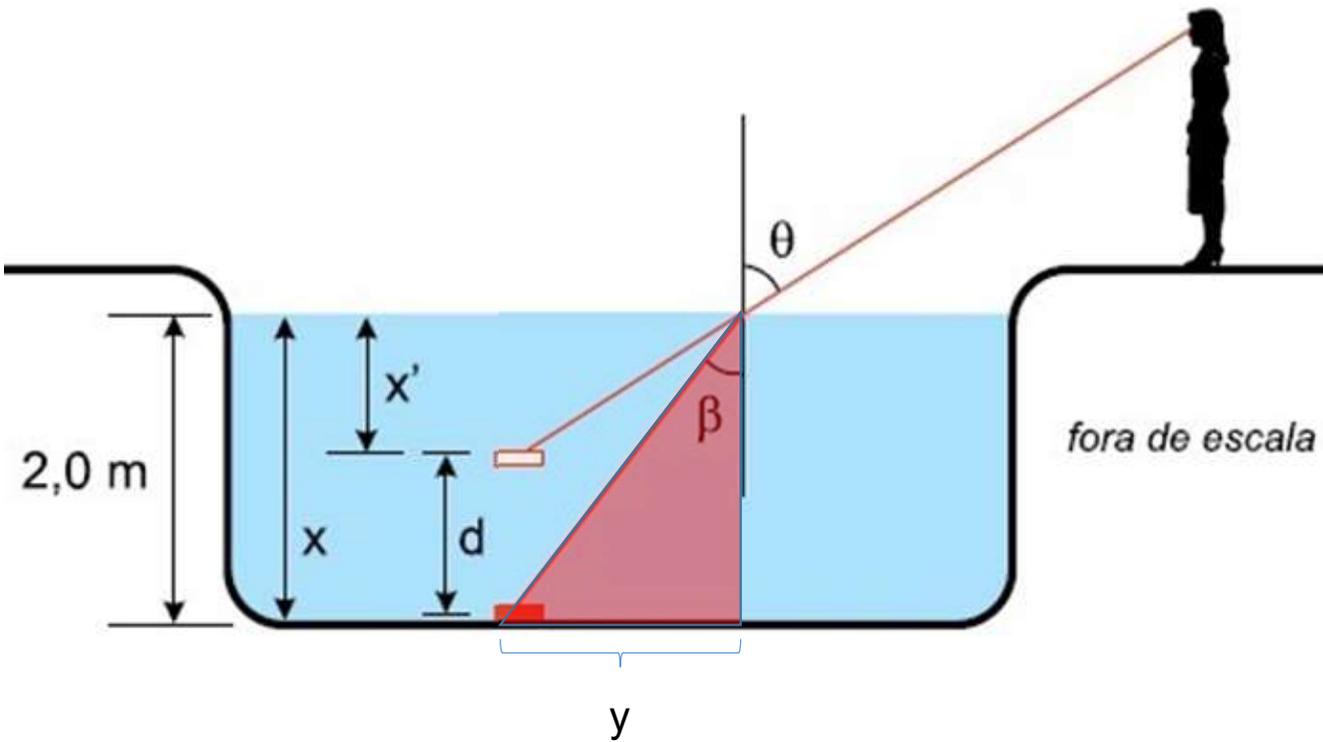
$$\text{sen } \beta = \frac{3}{4} \cdot 0,8$$

$$\text{sen } \beta = 0,6$$



6. (FAMERP) - Uma pessoa observa uma moeda no fundo de uma piscina que contém água até a altura de 2,0 m. Devido à refração, a pessoa vê a imagem da moeda acima da sua posição real, como ilustra a figura. Considere os índices de refração absolutos do ar e da água iguais a 1,0 e  $\frac{4}{3}$ , respectivamente.

b) Determine a quantos centímetros acima da posição real a pessoa vê a imagem da moeda.



$$\text{sen } \beta = 0,6$$

$$(\text{sen } \beta)^2 + (\text{cos } \beta)^2 = 1$$

$$0,36 + (\text{cos } \beta)^2 = 1$$

$$(\text{cos } \beta)^2 = 0,64$$

$$\text{cos } \beta = 0,8$$

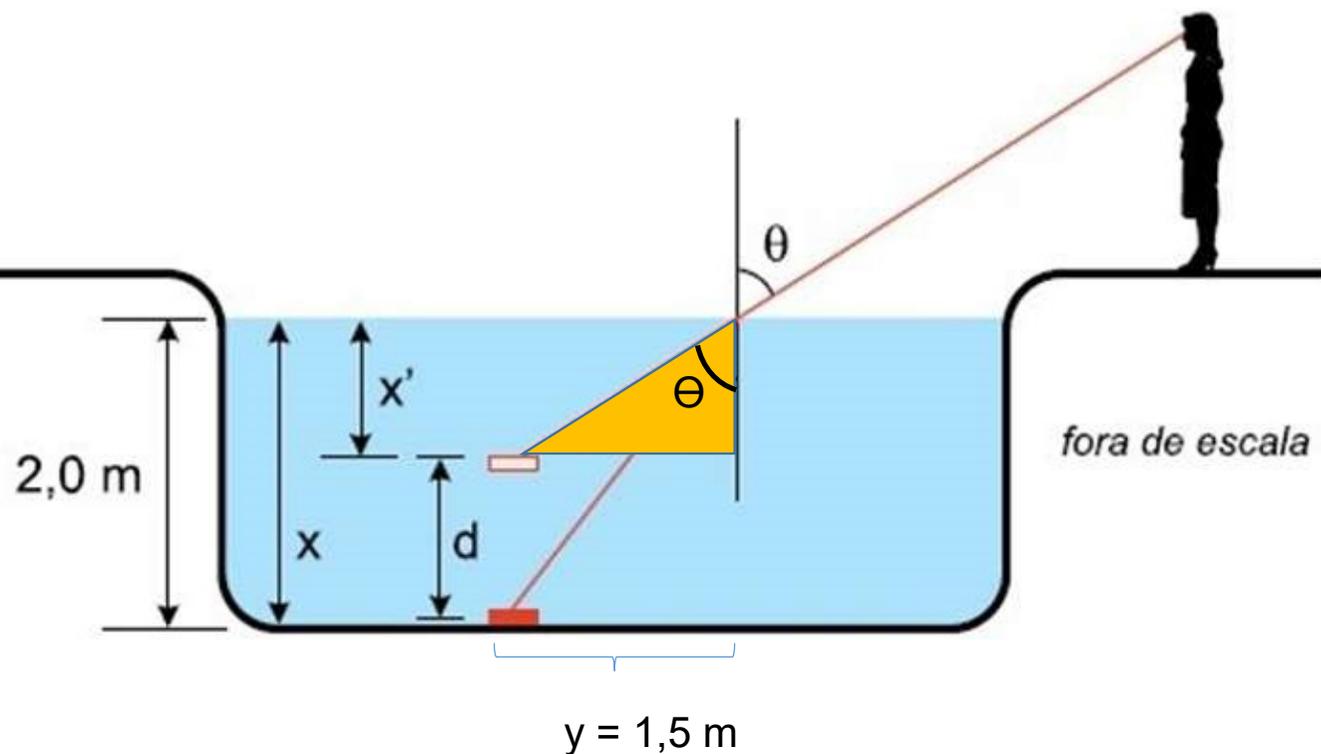
$$\text{tg } \beta = \frac{\text{sen } \beta}{\text{cos } \beta} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{tg } \beta = \frac{CO}{CA}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{y}{2} \rightarrow \boxed{y = 1,5 \text{ m}}$$

6. (FAMERP) - Uma pessoa observa uma moeda no fundo de uma piscina que contém água até a altura de 2,0 m. Devido à refração, a pessoa vê a imagem da moeda acima da sua posição real, como ilustra a figura. Considere os índices de refração absolutos do ar e da água iguais a 1,0 e  $\frac{4}{3}$ , respectivamente.

b) Determine a quantos centímetros acima da posição real a pessoa vê a imagem da moeda.



$$d = 2 - x' \quad \Rightarrow \quad x' = 2 - d$$

$$\text{sen } \theta = 0,8 \quad \text{cos } \theta = 0,6$$

$$d = ?$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{CO}{CA}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{1,5}{2 - d}$$

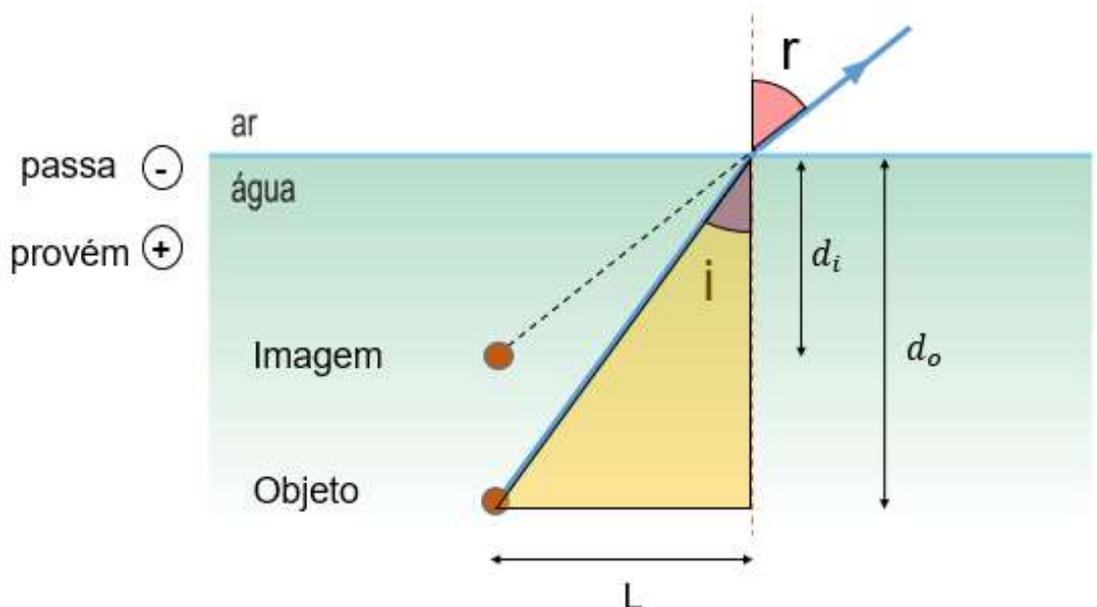
$$8 - 4d = 4,5$$

$$8 - 4,5 = 4d$$

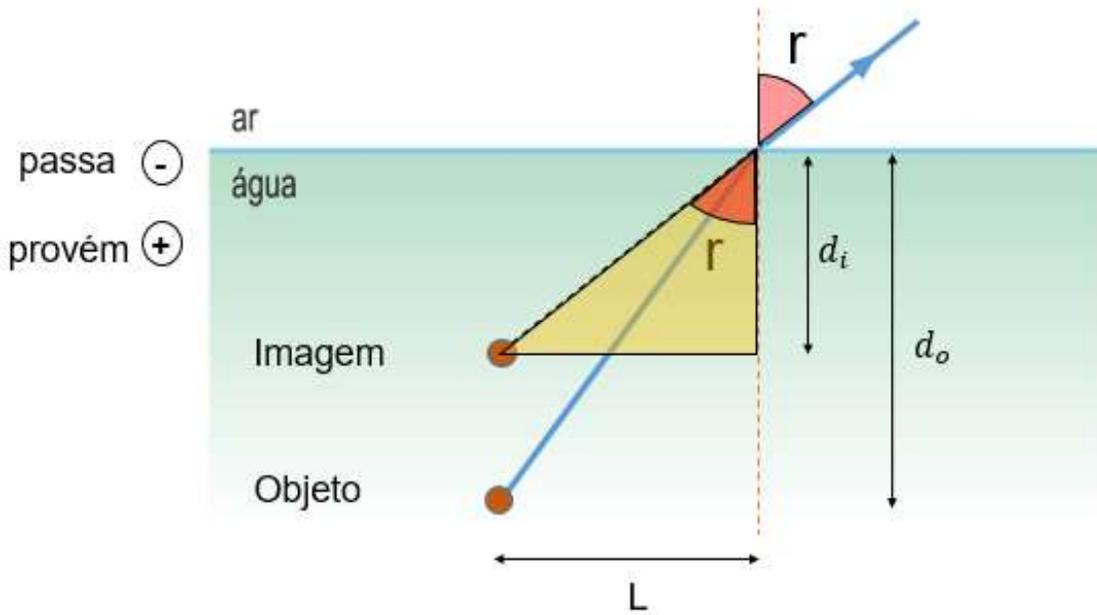
$$3,5 = 4d$$

$$d = 0,875 \text{ m}$$

## Imagem formada por um diopetro plano: deduções e detalhamento



$$\tan i = \frac{L}{d_o}$$



$$\tan r = \frac{L}{d_i}$$

Para pequenos ângulos (vide próxima tela)

$$\text{sen } \theta \cong \tan \theta$$

$$\text{sen } i \cong \tan i = \frac{L}{d_o}$$

$$\text{sen } r \cong \tan r = \frac{L}{d_i}$$

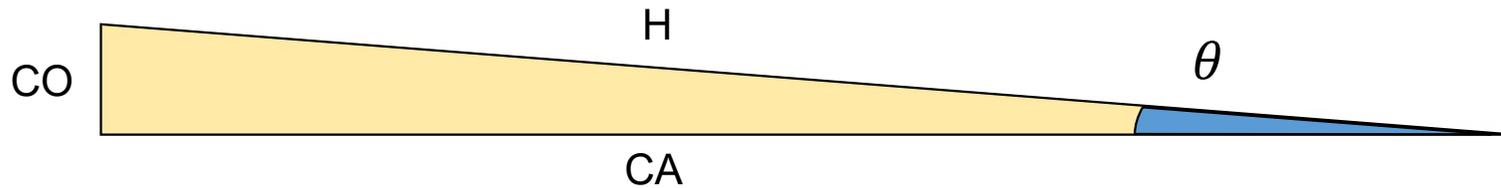
De acordo com a lei de Snell

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

~~$$\frac{\frac{L}{d_o}}{\frac{L}{d_i}} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$~~

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}}$$

## Para pequenos ângulos



Se o ângulo  $\theta$  tende a zero, o comprimento CO também tende a zero.

$$\theta \cong 0$$

$$CO \cong 0$$

$$\tan \theta = \frac{CO}{H} \cong \frac{0}{H} = 0$$

$$\tan \theta = \frac{CO}{CA} \cong \frac{0}{CA} = 0$$

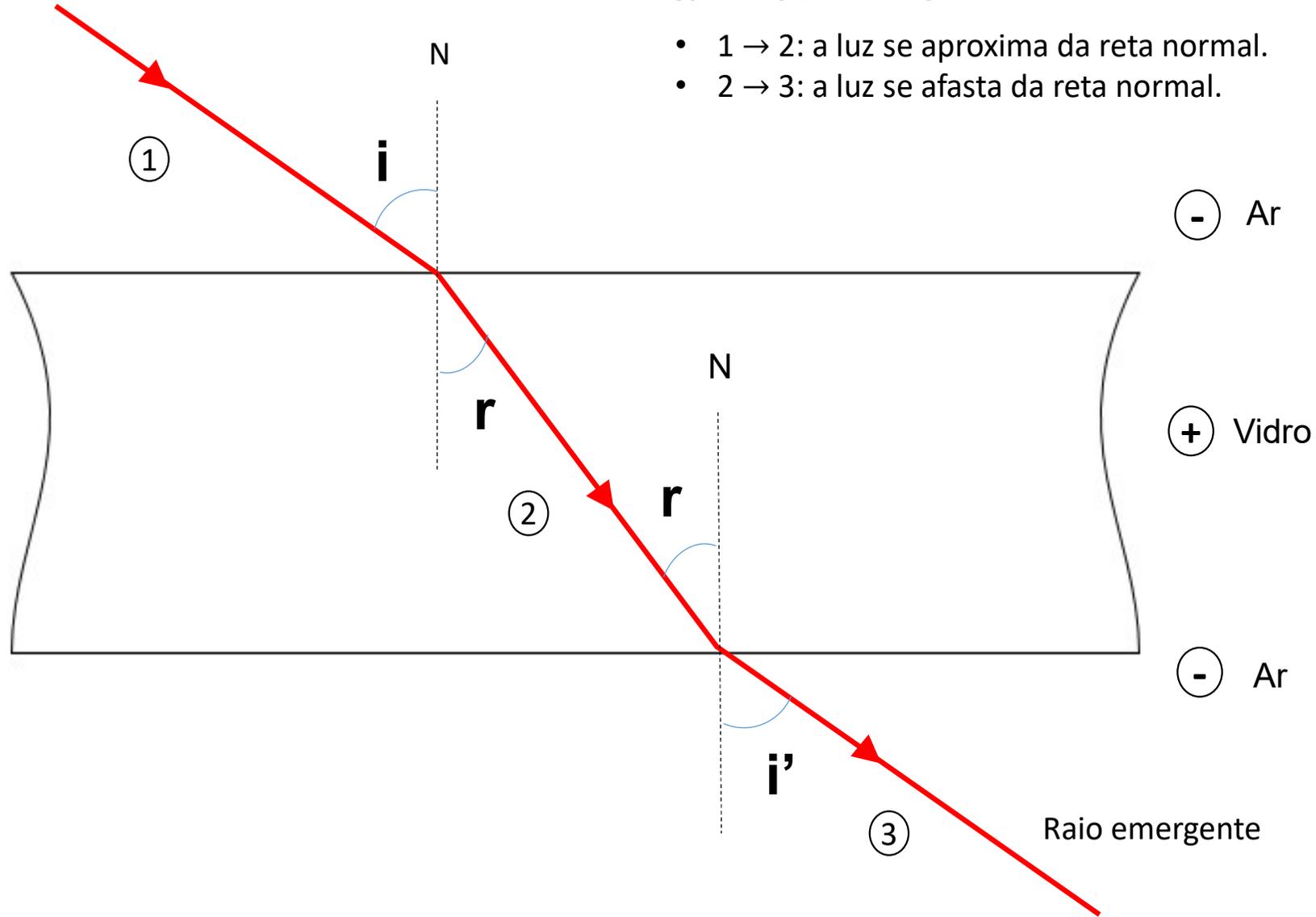
$$\theta \cong \sin \theta \cong \tan \theta \cong 0$$

## Lâmina de faces paralelas: deduções e detalhamento

Raio incidente

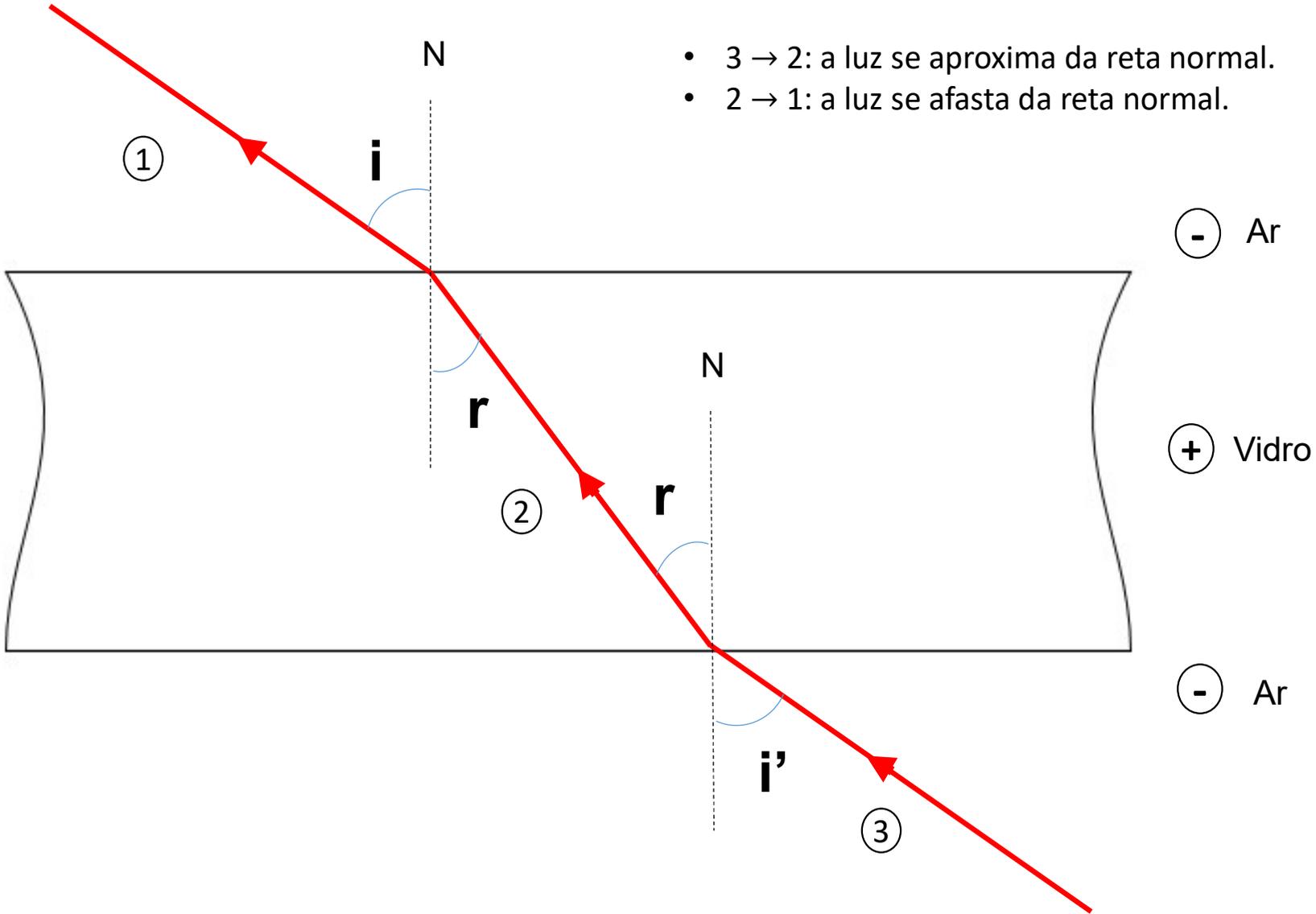
Caminho 1 → 2 → 3

- 1 → 2: a luz se aproxima da reta normal.
- 2 → 3: a luz se afasta da reta normal.

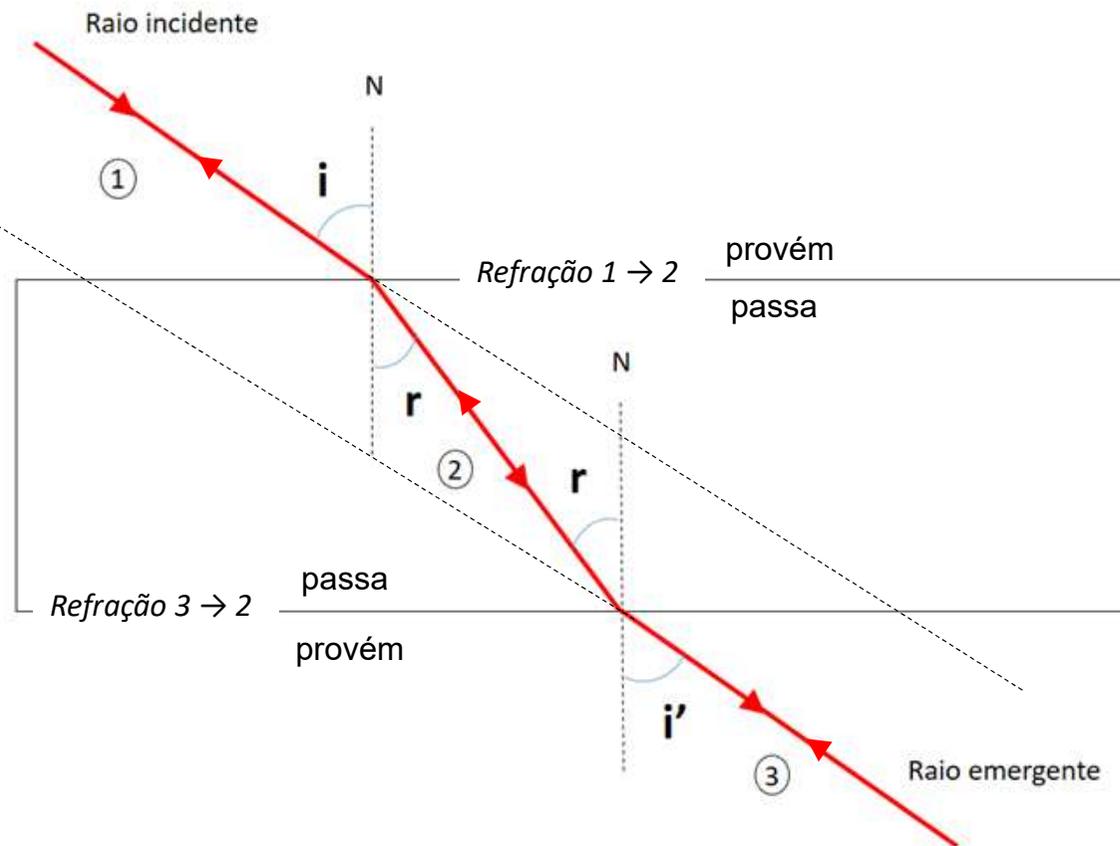


Caminho 3 → 2 → 1

- 3 → 2: a luz se aproxima da reta normal.
- 2 → 1: a luz se afasta da reta normal.



- Os ângulos  $r$  são congruentes, pois são alternos internos.
- De acordo com o princípio da reversibilidade dos raios de luz, o raio pode seguir o caminho 123 ou 321, e sua trajetória permanecerá a mesma.
- Além disso, podemos aplicar a lei de Snell-Descartes nas duas refrações:



Refração 1 → 2

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{\text{vidro (passa)}}}{n_{\text{ar (provém)}}$$

Refração 3 → 2

$$\frac{\text{sen } i'}{\text{sen } r} = \frac{n_{\text{vidro (passa)}}}{n_{\text{ar (provém)}}$$

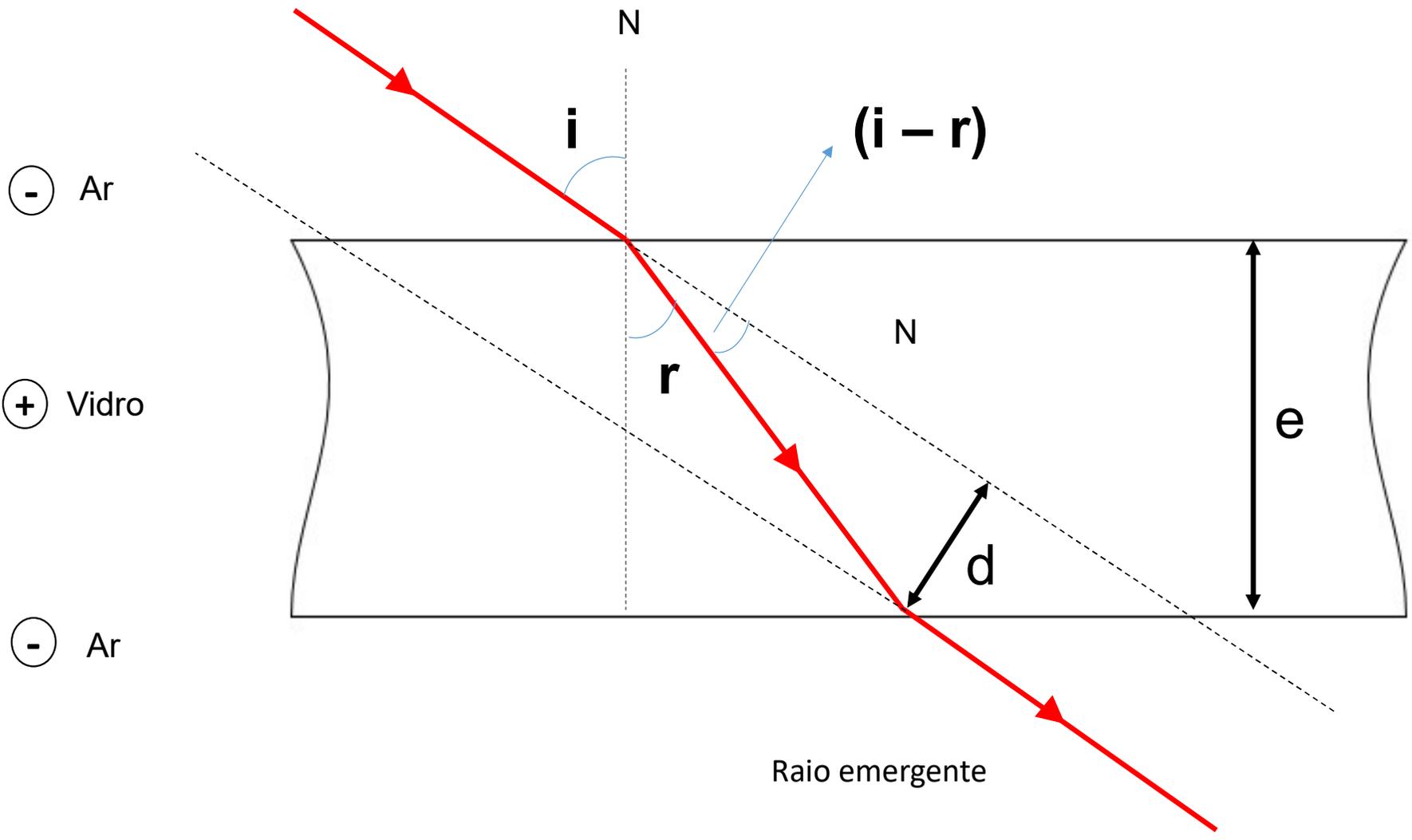
$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\text{sen } i'}{\text{sen } r}$$

$$i = i'$$

os raios incidente e emergente são paralelos

# Deslocamento lateral (d)

os raios incidente e emergente são paralelos



## Deslocamento lateral (d)

- A lâmina tem espessura  $e$ .
- No interior da lâmina a luz percorre uma distância de comprimento  $h$ .
- O raio emergente sofrerá um deslocamento lateral  $d$  em relação ao raio incidente.

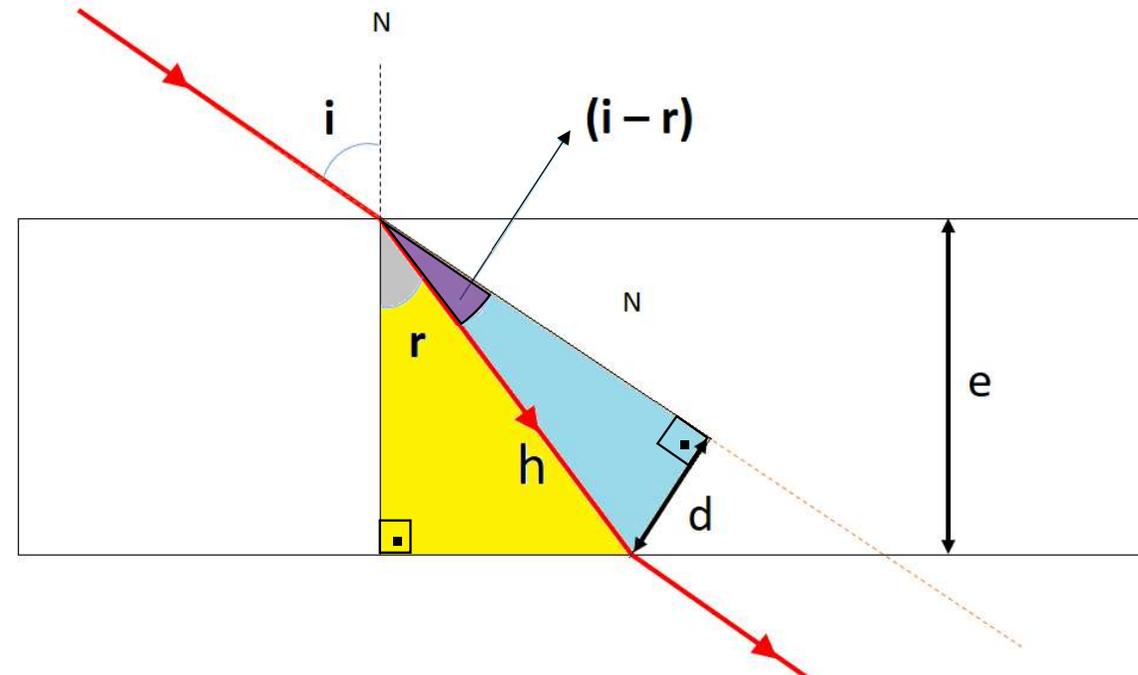
$$\cos r = \frac{e}{h}$$

$$h = \frac{e}{\cos r}$$

$$\text{sen } (i - r) = \frac{d}{h}$$

$$d = \text{sen } (i - r) \cdot h$$

$$d = \frac{\text{sen } (i - r) \cdot e}{\cos r}$$

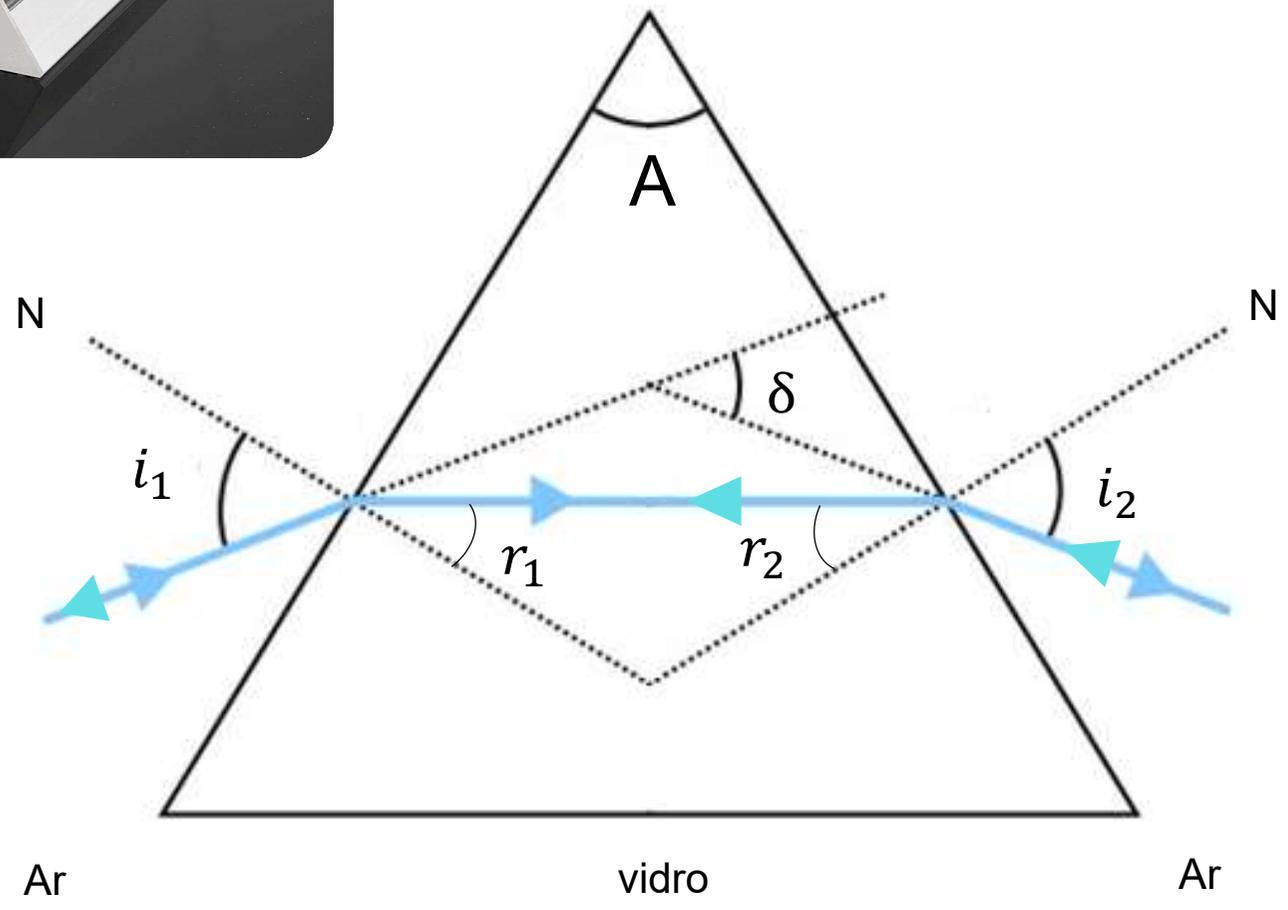


# Prisma óptico: deduções e detalhamento

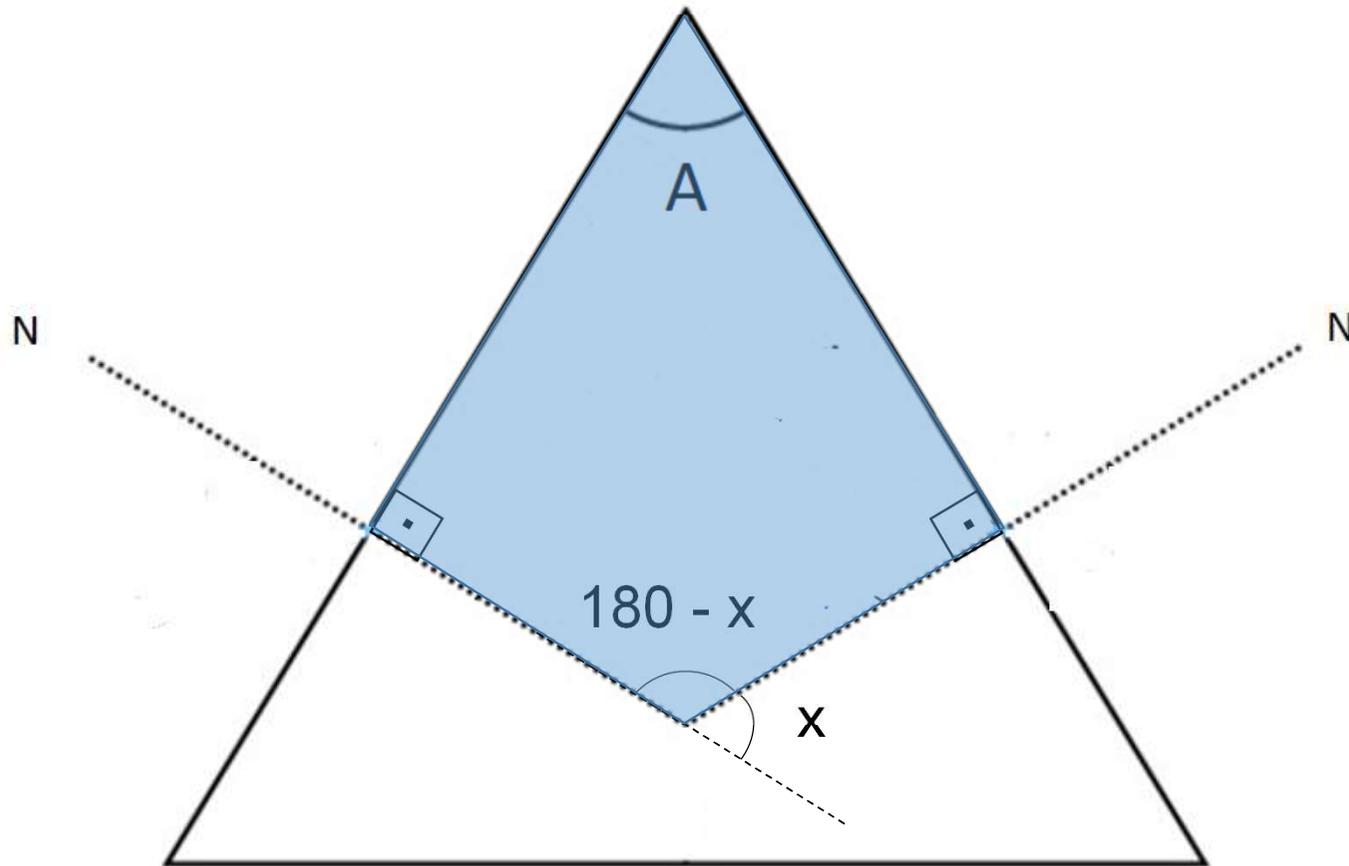


- A: ângulo de abertura ou ângulo de refringência.
- $\delta$ : ângulo de desvio.

$$\delta = i_1 + i_2 - A$$



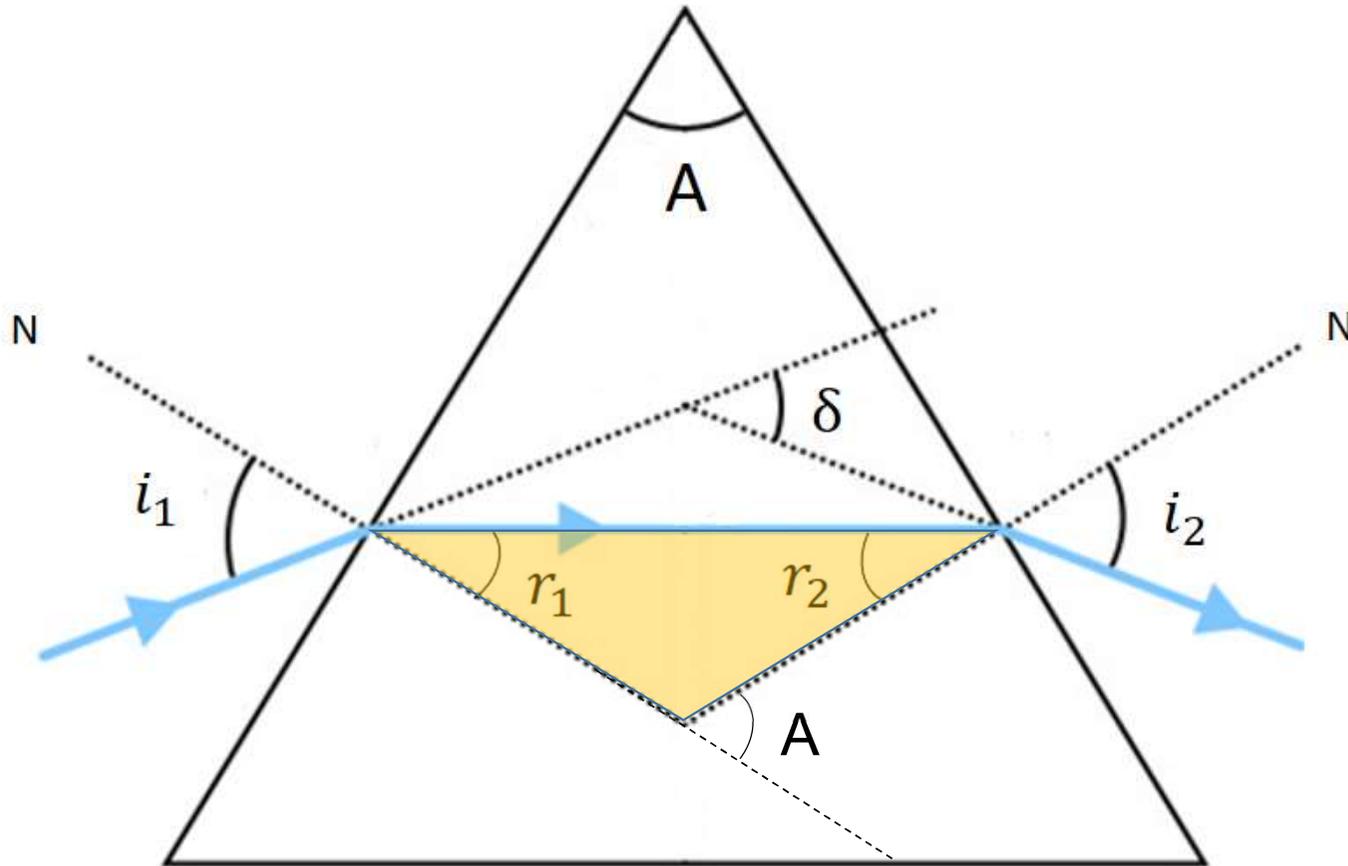
## Cálculo do ângulo de desvio ( $\delta$ )



$$A + 90 + 90 + (180 - x) = 360$$

$$x = A$$

## Cálculo do ângulo de desvio ( $\delta$ )



$$A = r_1 + r_2$$

## Cálculo do ângulo de desvio ( $\delta$ )

$$A = r_1 + r_2$$

$$\delta = y + z$$

$$y = i_1 - r_1$$

$$z = i_2 - r_2$$

$$\delta = (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2)$$

$$\delta = i_1 + i_2 - r_1 - r_2$$

$$\delta = i_1 + i_2 - (r_1 + r_2)$$

$$\delta = i_1 + i_2 - A$$

