

Espelhos esféricos: estudo analítico

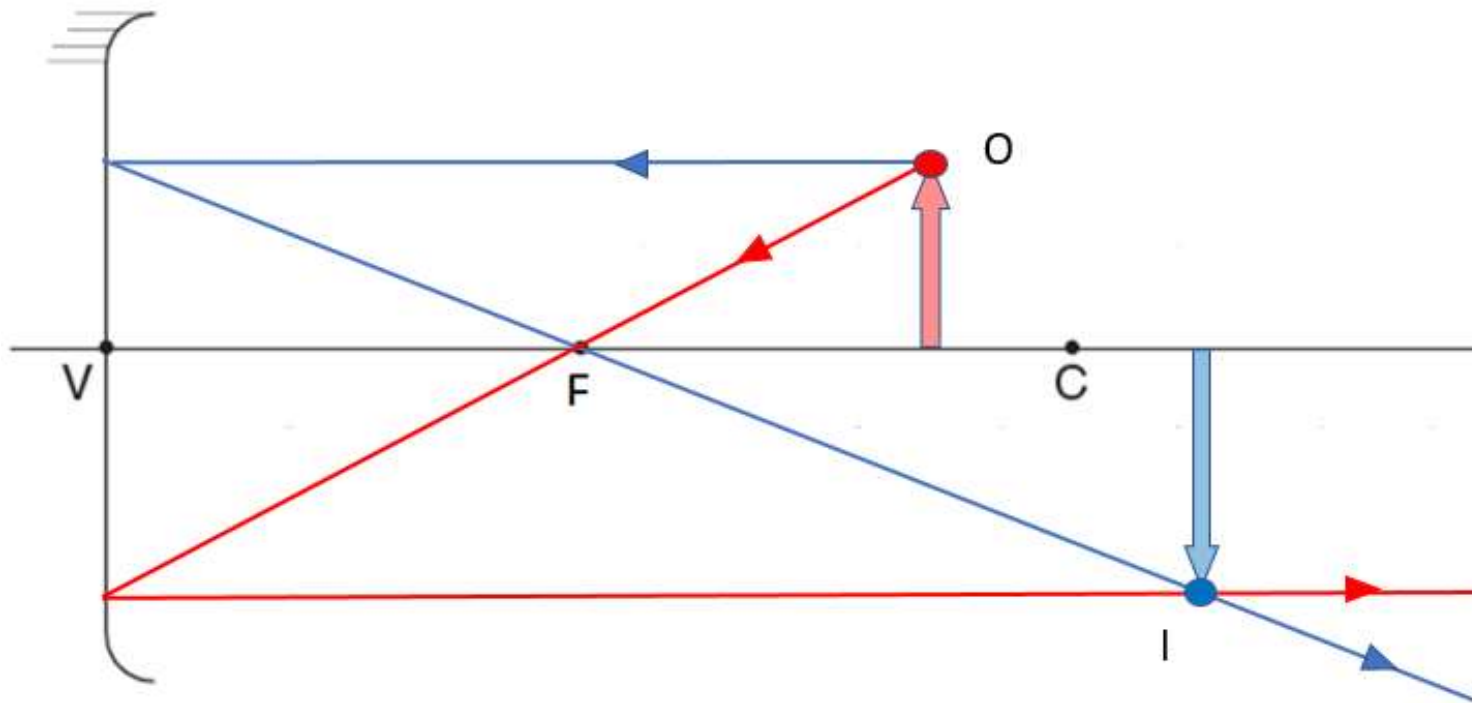
- Aulas 29 e 30 / Pg. 551 / Tetra 2
- Aulas 15 / Pg. 458 / Hexa 2
- SL 02 – Teoria
- SL 17 – Exercícios
- SL 50 – Plano focal

Apresentação, orientação e tarefa: **fisicasp.com.br**

Professor Caio

Localização no plano cartesiano

Espelho côncavo – caso 3

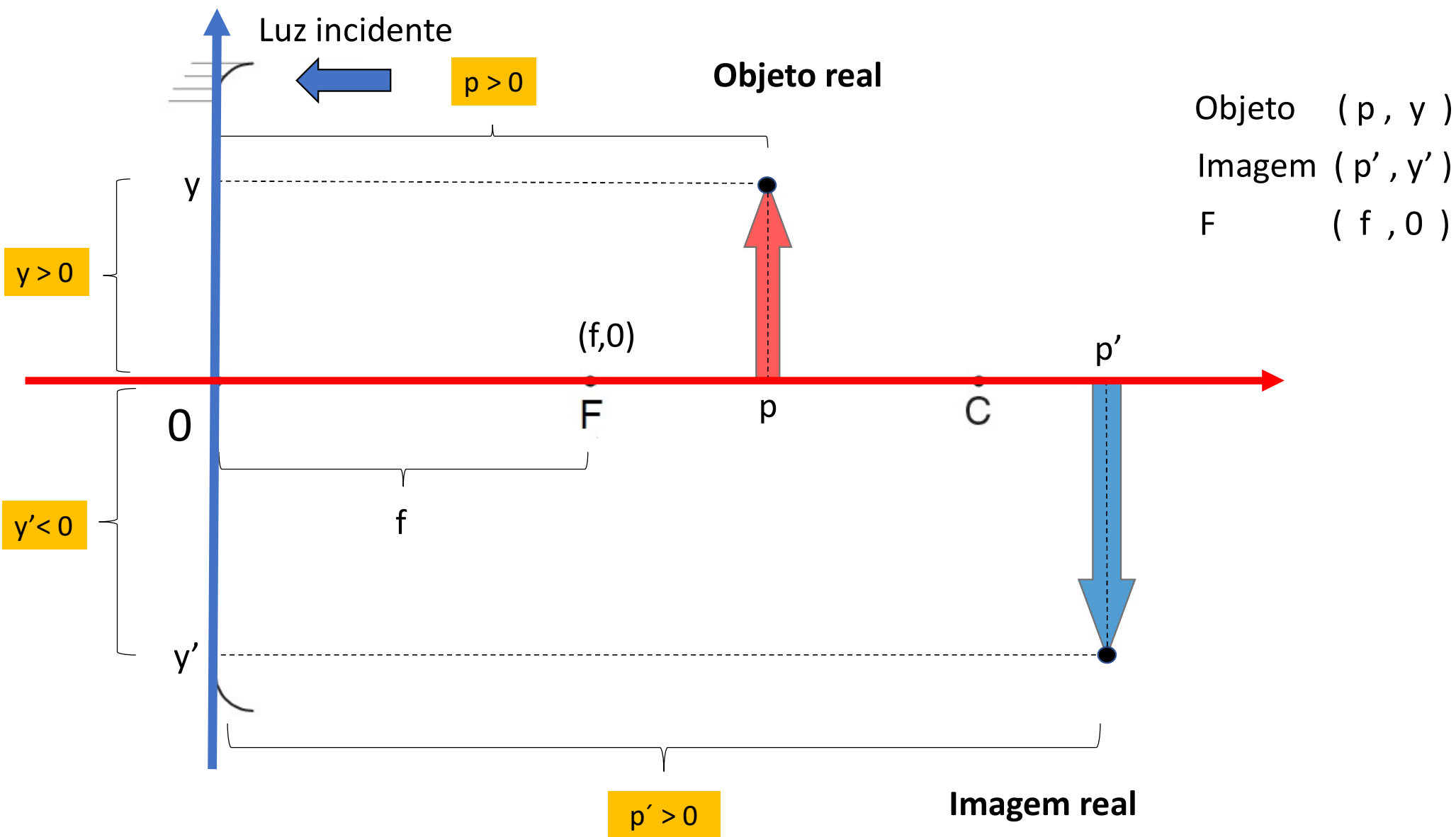


Objeto Real

- Entre F e C

Imagem

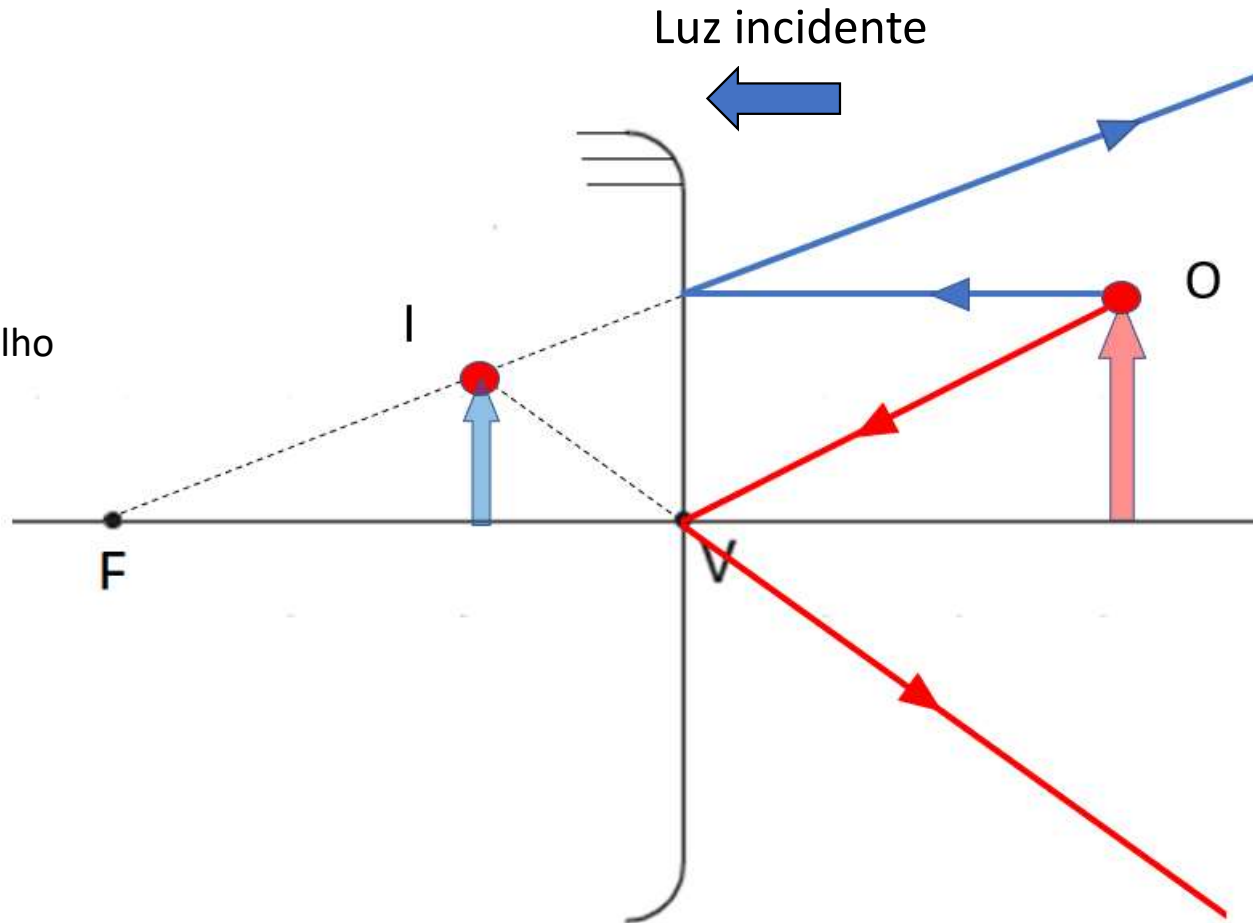
- Real
- Maior
- Invertida
- Depois de C



Espelho convexo – caso único

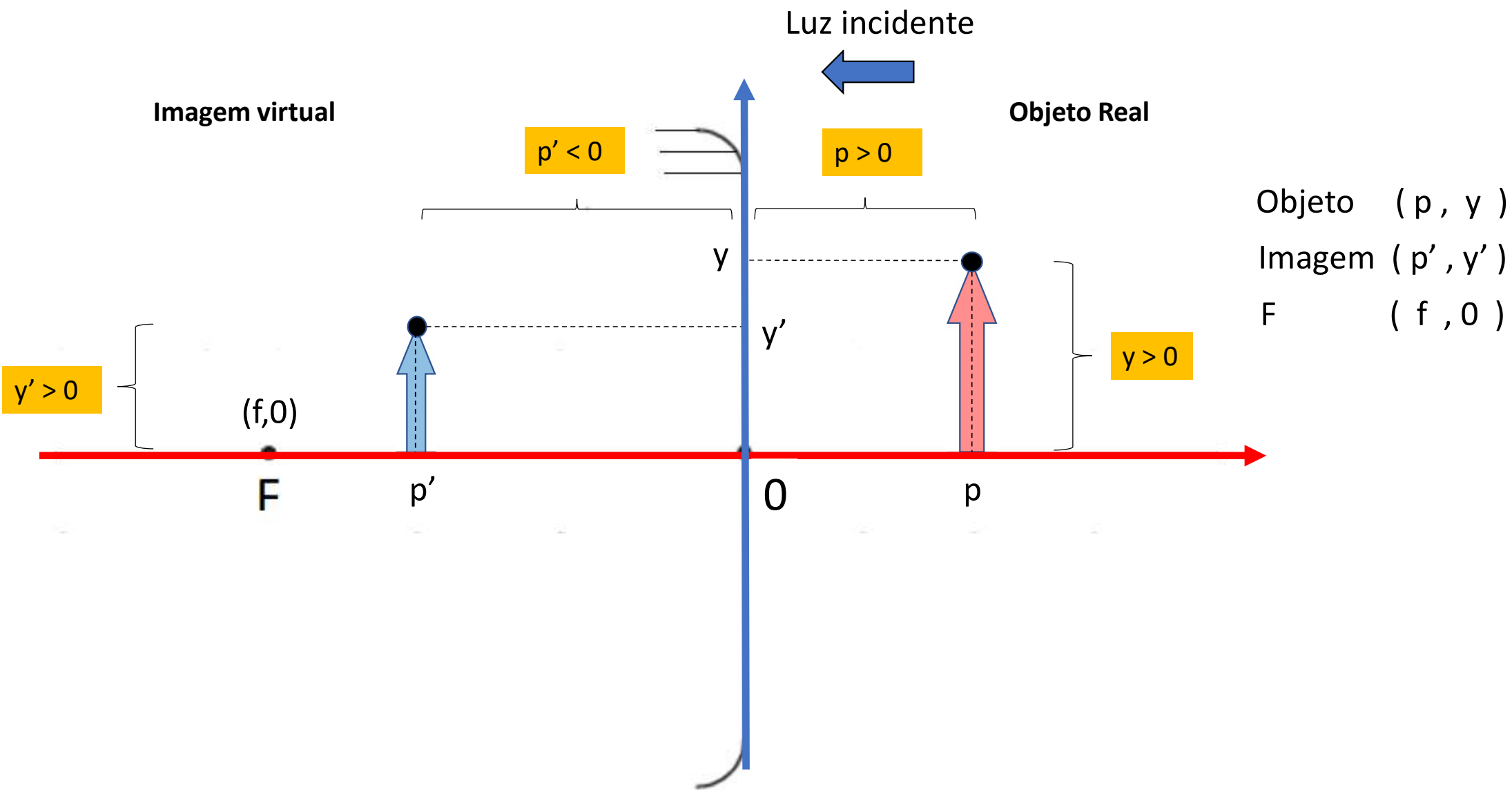
Imagem

- Virtual
- Menor
- Direita
- Atrás do espelho



Objeto Real

- Em qualquer posição



Equações e convenção de sinais

SIMBOLOGIA

Abscissas (p , p' e f)

- $p \Rightarrow$ Objeto; distância do objeto ao espelho.
- $p' \Rightarrow$ Imagem; distância da imagem ao espelho.
- $f \Rightarrow$ Abscissa focal; distância focal;

SINAIS

Abscissas (p , p' e f) (Natureza)

- Elemento real  $\left\{ \begin{array}{l} p > 0 \\ p' > 0 \\ f > 0 \text{ (espelho côncavo)} \end{array} \right.$
- Elemento virtual  $\left\{ \begin{array}{l} p < 0 \\ p' < 0 \\ f < 0 \text{ (espelho convexo)} \end{array} \right.$

Ordenadas (y e y')

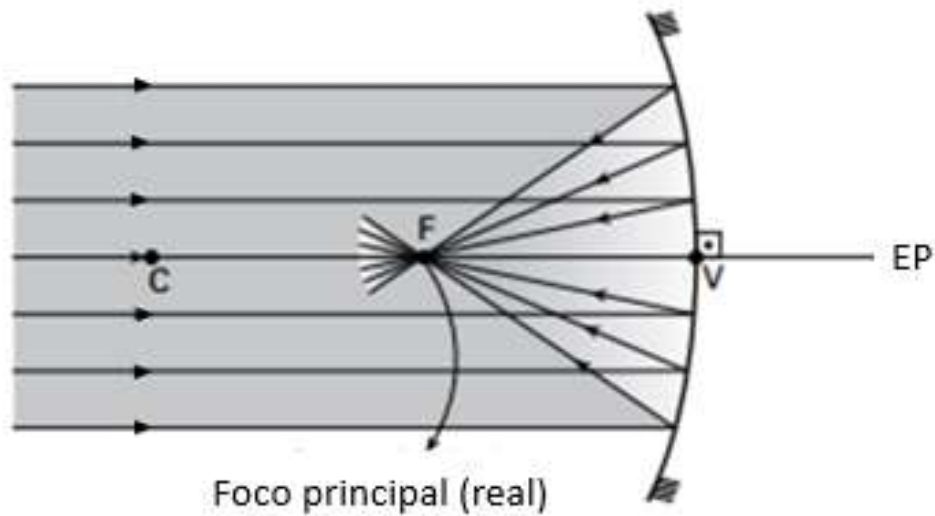
- $y \Rightarrow$ Comprimento do objeto e sua orientação.
- $y' \Rightarrow$ Comprimento da imagem e sua orientação.

Ordenadas (y e y') (Orientação)

- Elemento acima do EP  $\left\{ \begin{array}{l} y > 0 \\ y' > 0 \end{array} \right.$
- Elemento abaixo do EP  $\left\{ \begin{array}{l} y < 0 \\ y' < 0 \end{array} \right.$

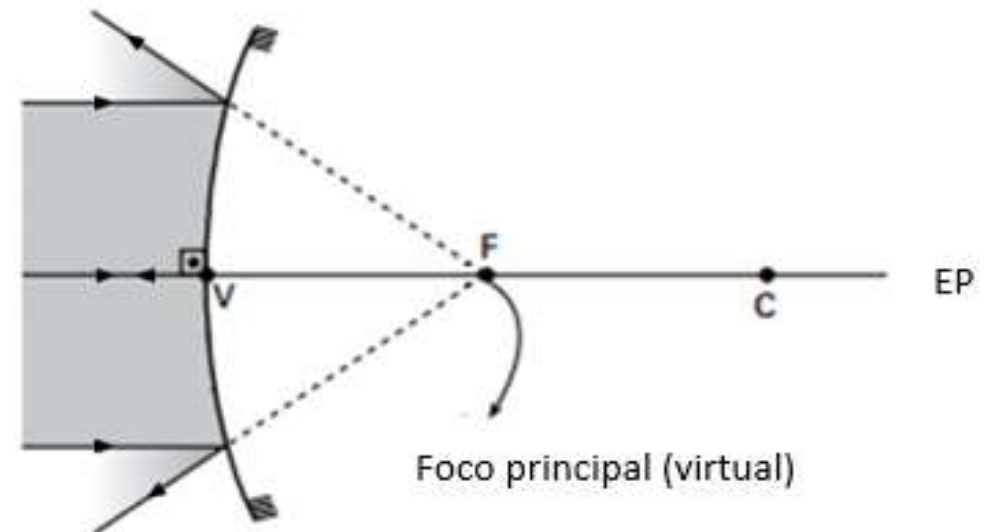
Espelhos Esféricos - focos principais

Espelho esférico côncavo



$$f > 0$$

Espelho esférico convexo



$$f < 0$$

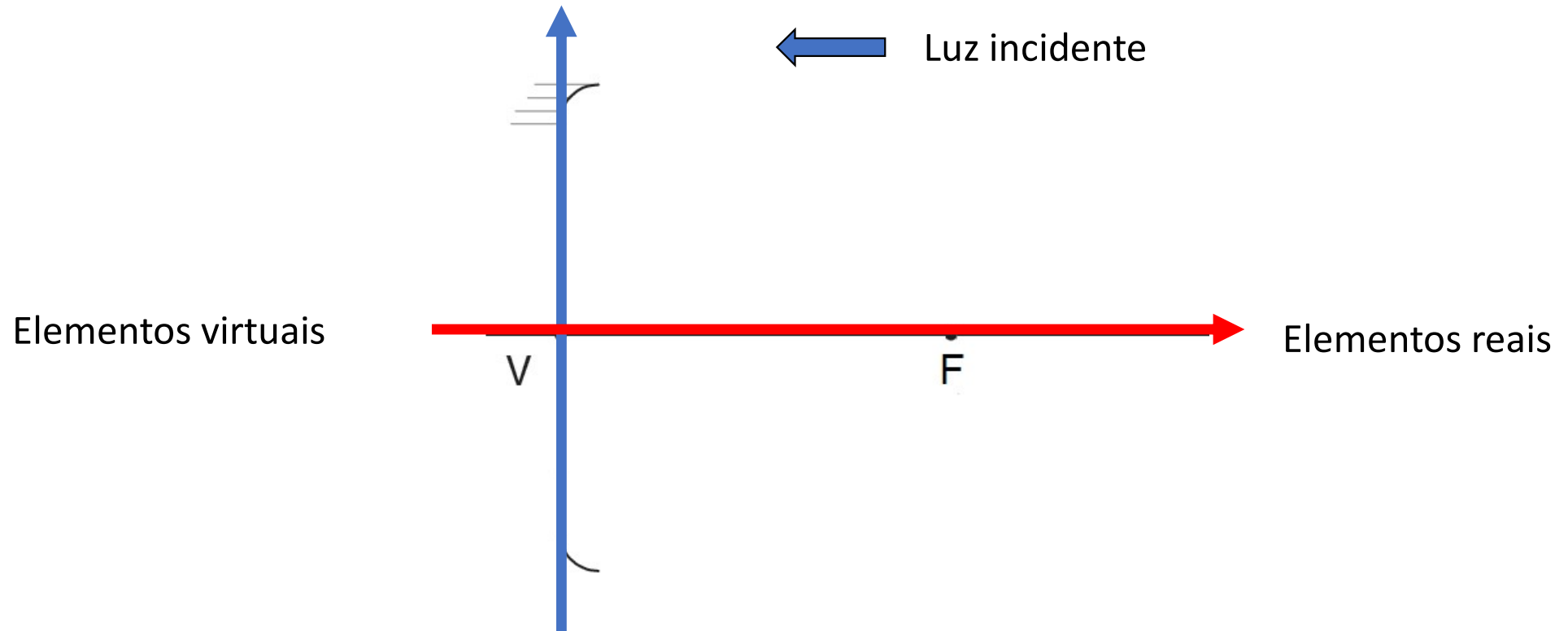
**Equação de Gauss
ou
equação dos pontos conjugados**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

**Equação do aumento
linear transversal**

$$A = \frac{y'}{y} = - \frac{p'}{p} = \frac{f}{f - p}$$

Sistema de referência



- O eixo das abscissas tem orientação contrária ao sentido da luz incidente.
- Eixo das ordenadas (y e y').
- Eixo das abscissas (p , p' e F).

Discussão do aumento linear transversal

DISCUSSÃO DO AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL

- $|A| > 1$: Ampliação
 - $|A| < 1$: Redução
 - $|A| = 1$: Objeto e imagem tem mesmo comprimento
-
- $A < 0$ (A com sinal negativo): objeto e imagem têm orientações contrárias
 - $A > 0$ (A com sinal positivo): objeto e imagem têm mesma orientação

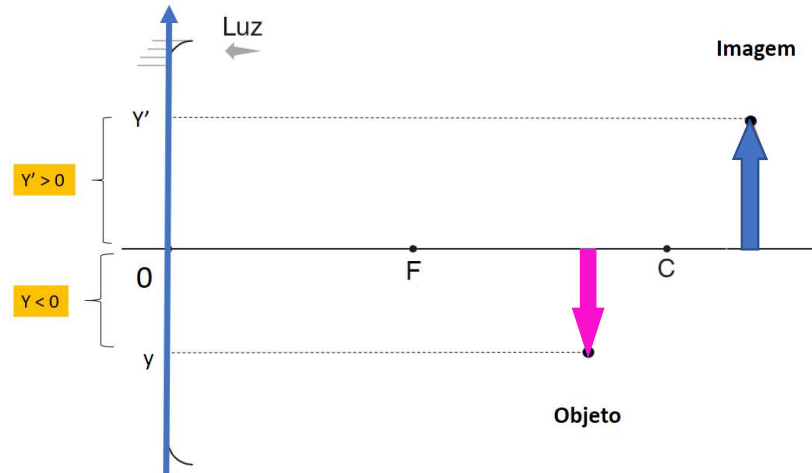
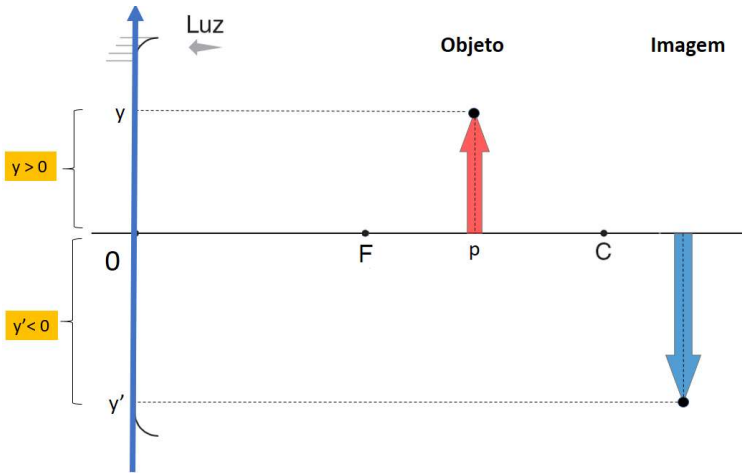
Discussão do aumento linear transversal

$A = \boxed{-} \boxed{6} \longrightarrow 6 = \frac{|y'|}{|y|} \Rightarrow |y'| = 6|y| \quad \boxed{|A| > 1 : \text{ampliação}} \quad A = \frac{y'}{y}$

$$(-) A = \frac{(-) y'}{(+) y}$$

$$(-) A = \frac{(+)}{(-)} \frac{y'}{y}$$

$A < 0$ (A com sinal negativo) objeto e imagem tem orientações contrárias



Discussão do aumento linear transversal

$$A = \boxed{+} \boxed{\frac{1}{3}} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{|y'|}{|y|} \Rightarrow |y'| = \frac{|y|}{3}$$

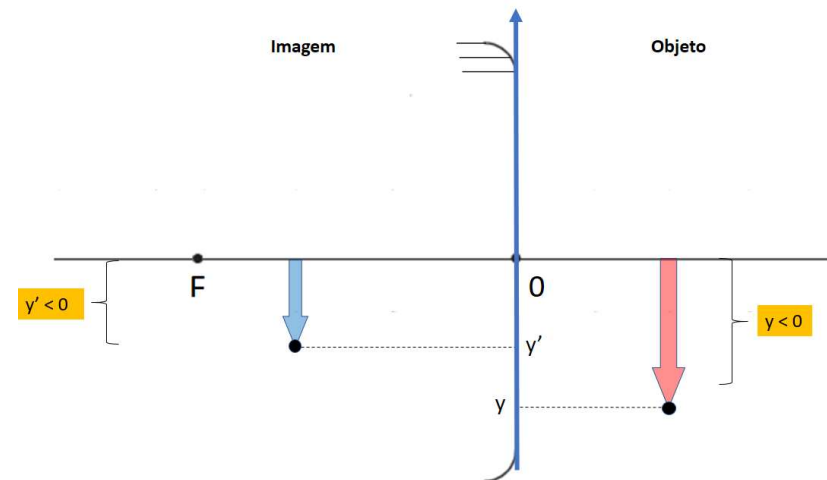
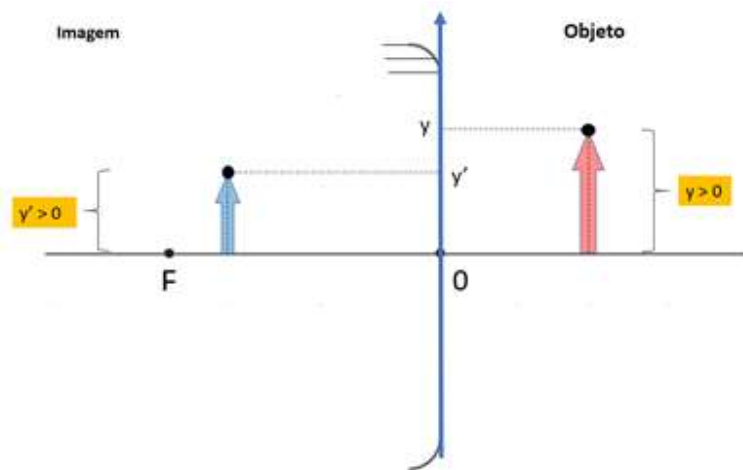
$$(+)\ A = \frac{(+)\ y'}{(+)\ y}$$

$$(+)\ A = \frac{(-)\ y'}{(-)\ y}$$

$|A| < 1$: redução

$$A = \frac{y'}{y}$$

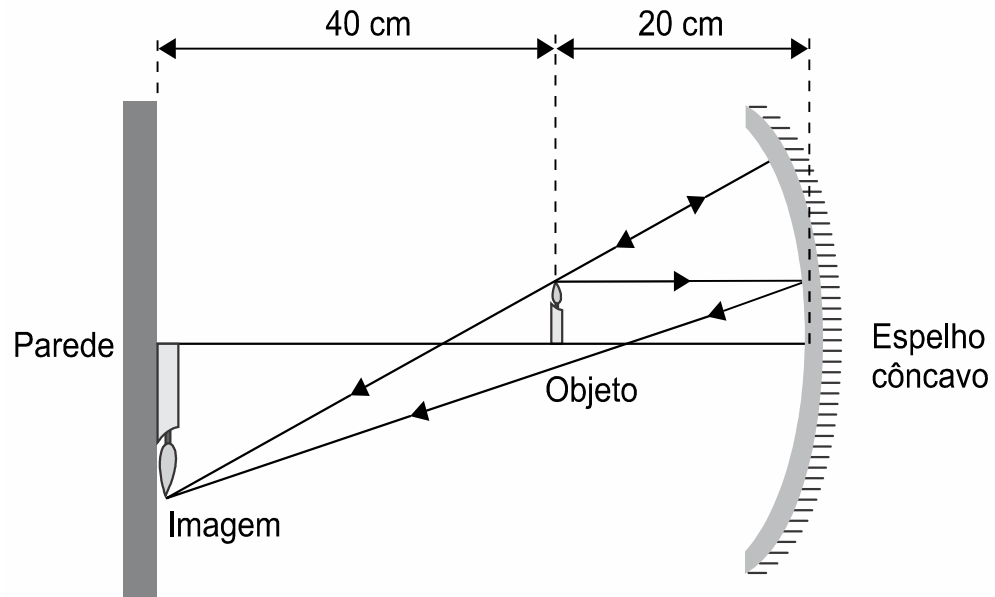
$A > 0$ (A com sinal positivo) objeto e imagem tem mesma orientação





Exercícios do Caio (folhinha)

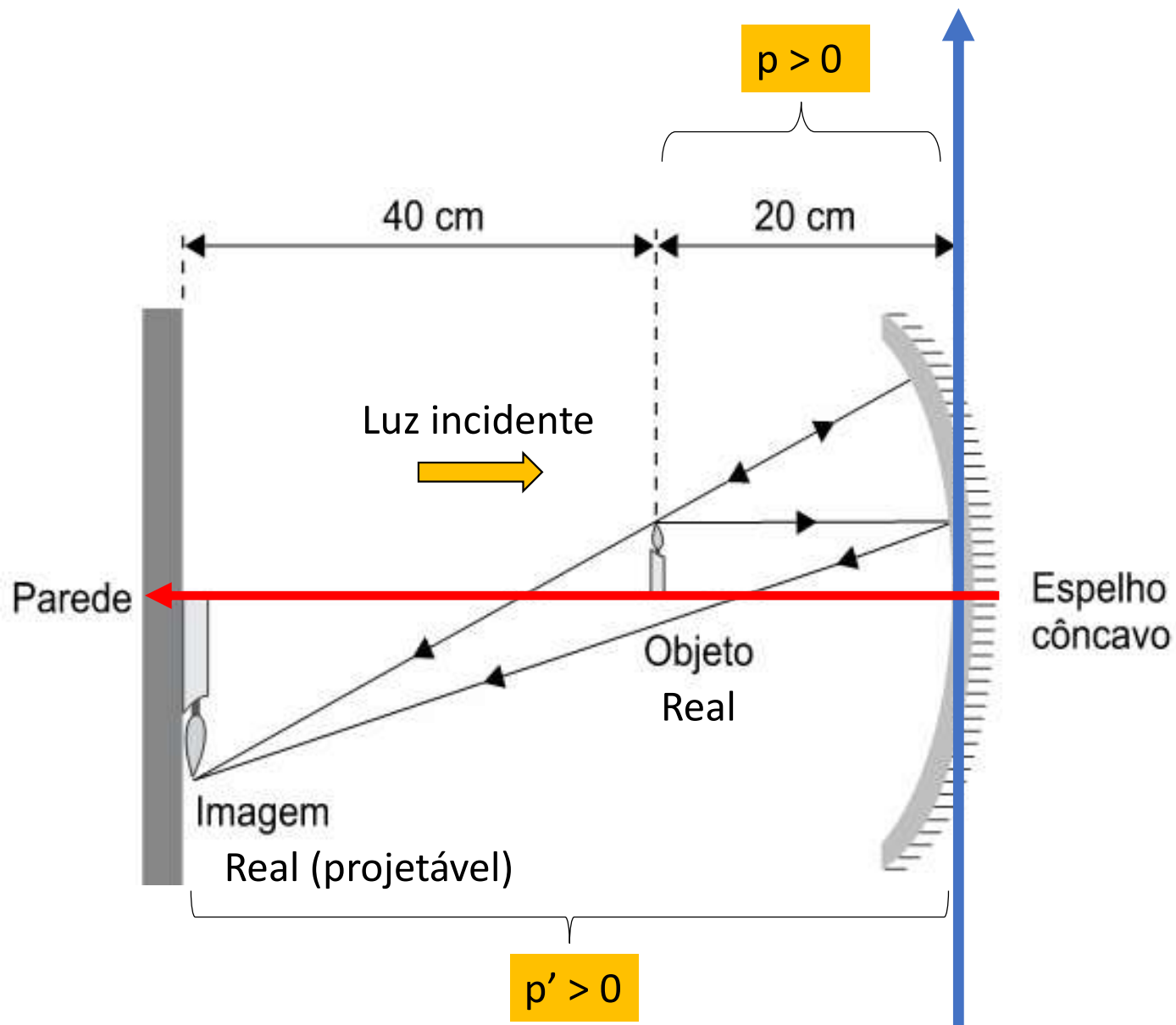
1. (Famerp 2018) Um objeto luminoso encontra-se a 40 cm de uma parede e a 20 cm de um espelho côncavo, que projeta na parede uma imagem nítida do objeto, como mostra a figura.



(www.geocities.ws. Adaptado.)

Considerando que o espelho obedece às condições de nitidez de Gauss, a sua distância focal é

- a) 15 cm
- b) 20 cm
- c) 30 cm
- d) 25 cm
- e) 35 cm



- $f = ?$
- $p = 20 \text{ cm}$
- $p' = 60 \text{ cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3 + 1}{60} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$$

$$f = + 15 \text{ cm} \quad f > 0 \text{ (espelho côncavo)}$$

2. (Puccamp 2016) Uma vela acesa foi colocada a uma distância p do vértice de um espelho esférico de 1m de distância focal. Verificou-se que o espelho projetava em uma parede uma imagem da chama desta vela, ampliada 5 vezes.

O valor de p em cm, é:

- a) 60
- b) 90
- c) 100
- d) 120
- e) 140

2. (Puccamp 2016) Uma vela acesa foi colocada a uma distância p do vértice de um **espelho esférico** de 1m de distância focal. Verificou-se que o espelho **projetava em uma parede uma imagem** da chama desta vela, **ampliada 5 vezes**.

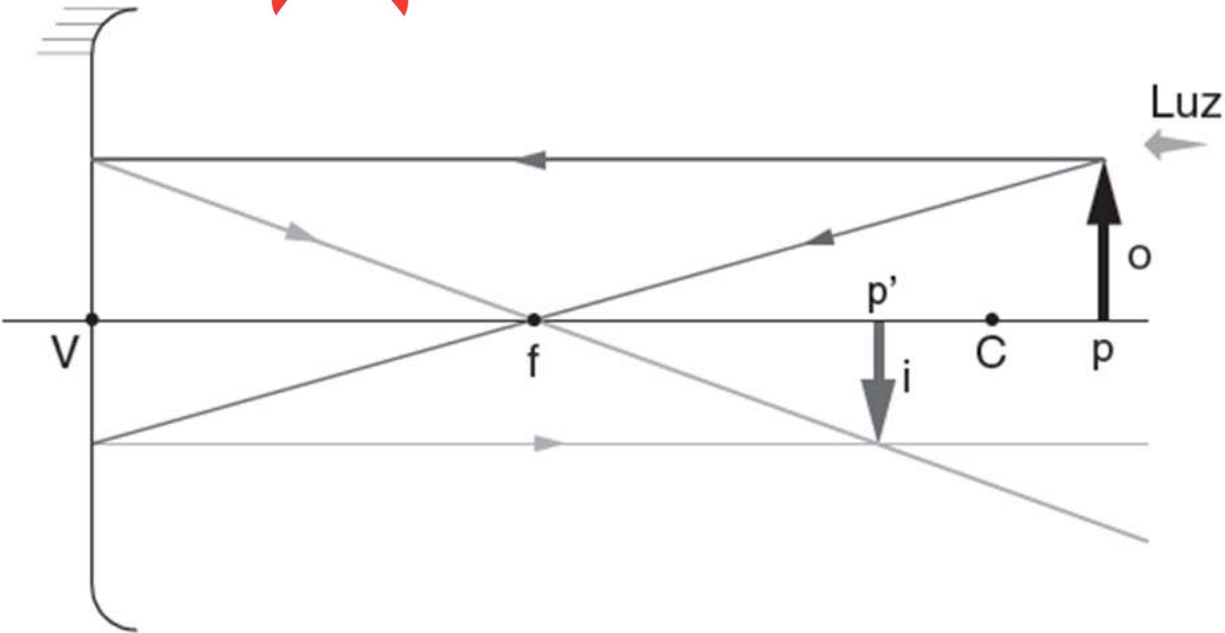
O valor de p em cm, é:

- a) 60
- b) 90
- c) 100
- d) 120
- e) 140

- Imagem projetada → natureza real
- Imagem ampliada → imagem maior

Espelho côncavo

Caso 1



Objeto Real

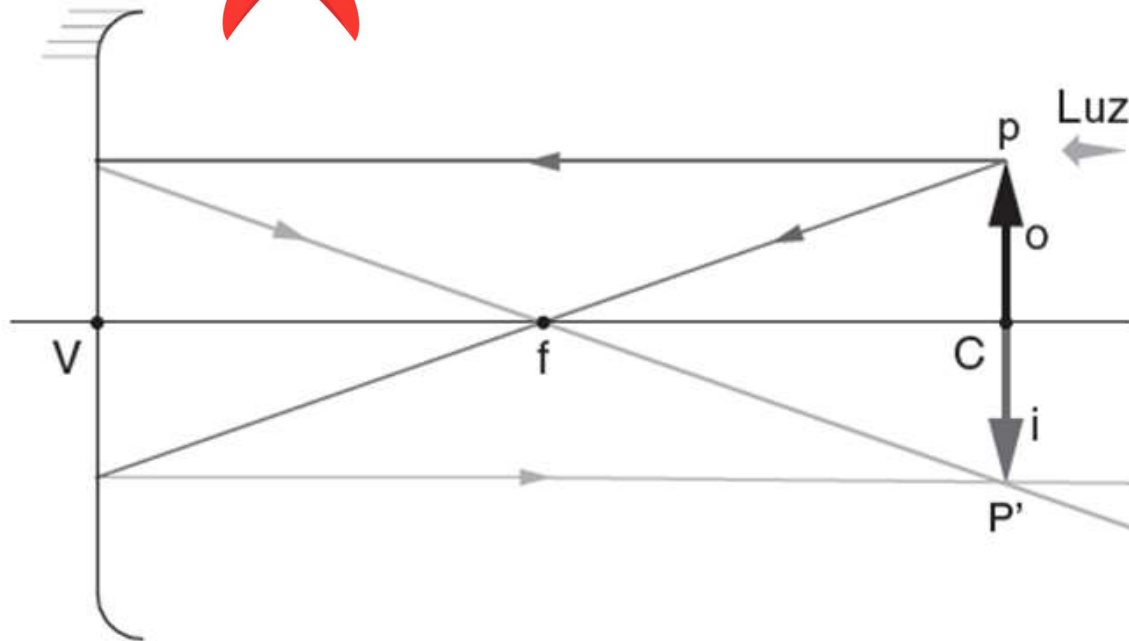
Imagem

- Real
- Menor
- Invertida

- Real
- Imagem maior

Espelho côncavo

Caso 2



Objeto Real

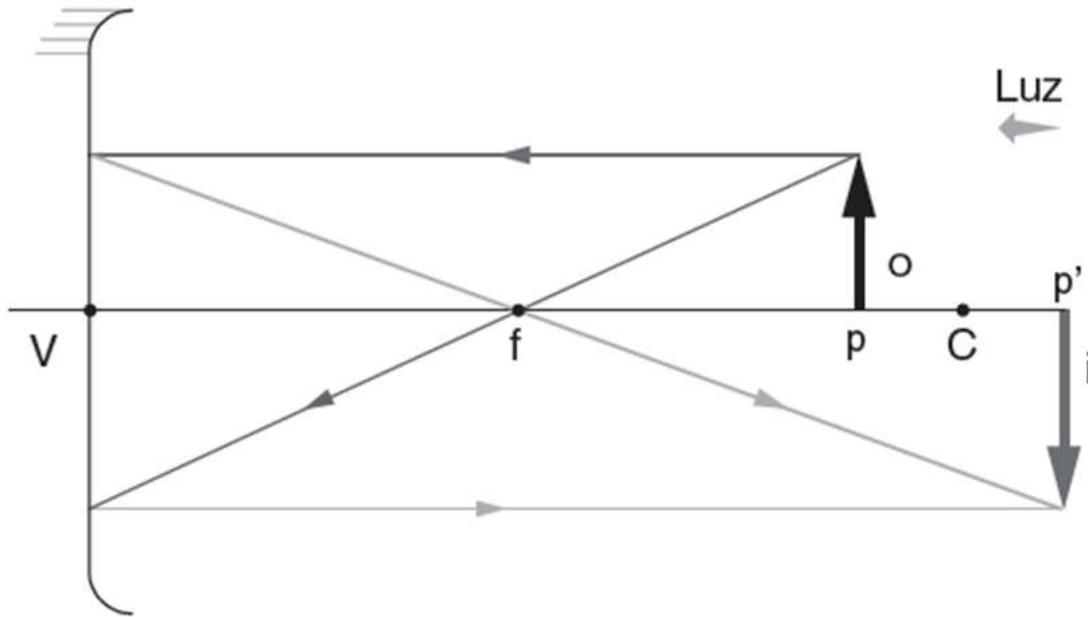
Imagem

- Real
- Do mesmo tamanho
- Invertida

- Real
- Imagem maior

Espelho côncavo

Caso 3



Objeto Real

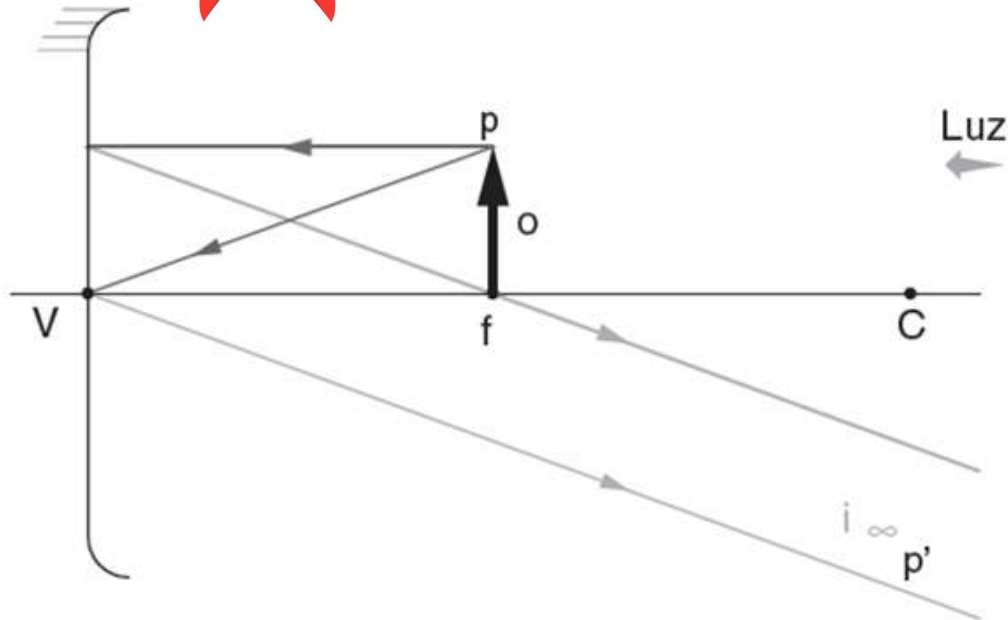
Imagem

- Real
- Maior
- Invertida

- Real
- Imagem maior

Espelho côncavo

Caso 4



Objeto Real

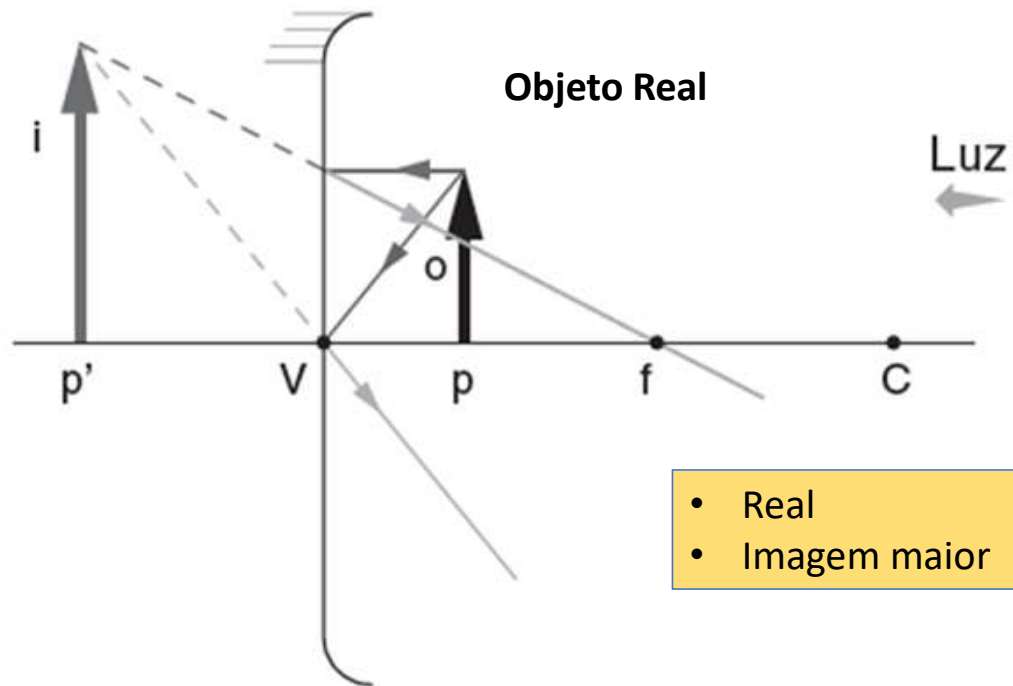
- Sobre F

Imagem

- Não há conjugação de imagem
- Imagem indeterminada

Espelho côncavo

Caso 5



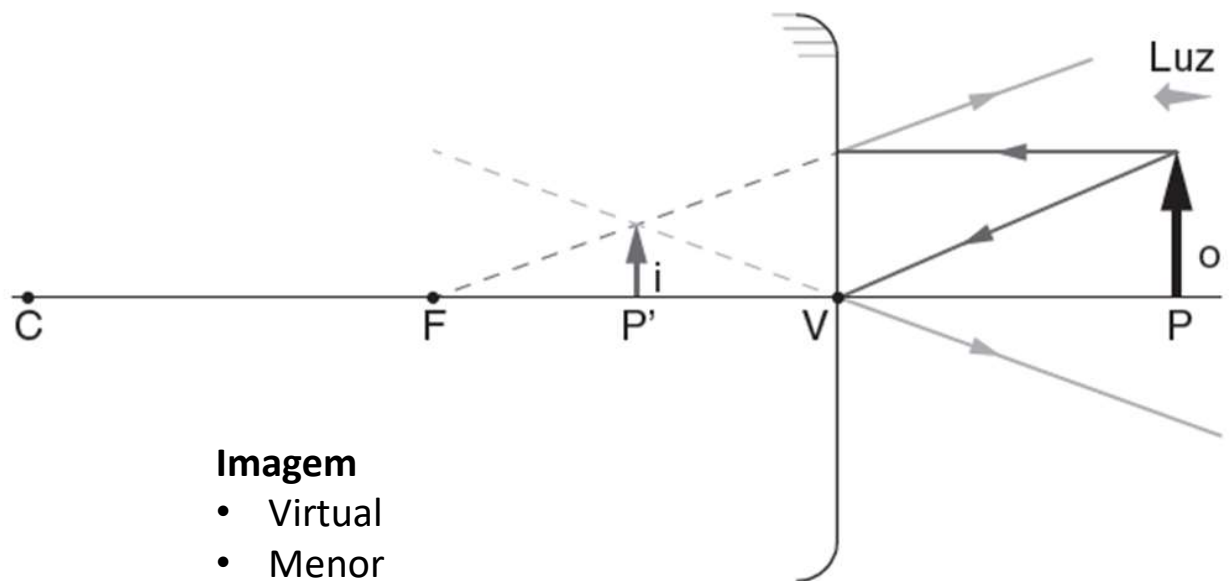
Imagem

- Virtual
- Maior
- Direita

- Real
- Imagem maior

Espelho convexo

Caso único



Imagem

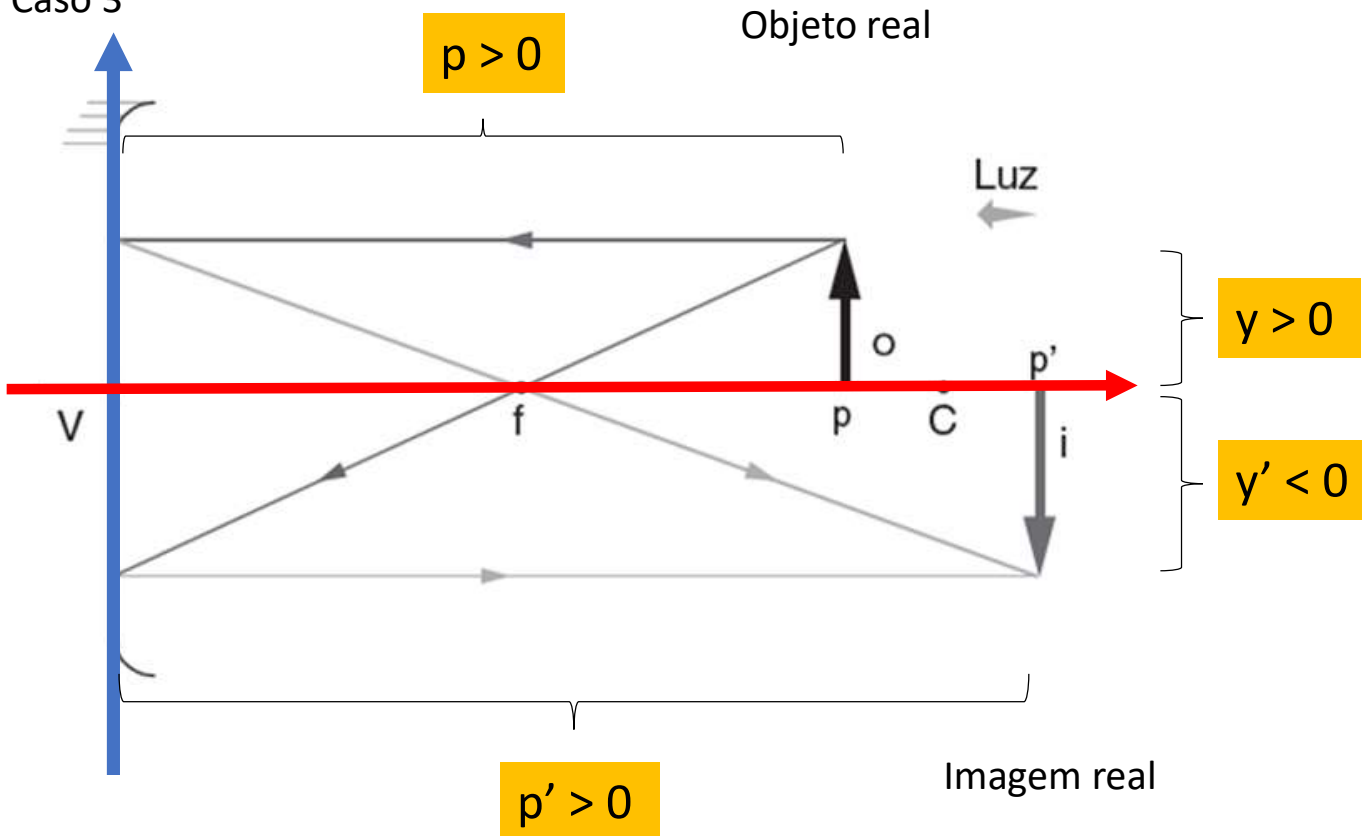
- Virtual
- Menor
- Direita

Objeto Real

- Real
- Imagem maior

2. (Puccamp 2016) Uma vela acesa foi colocada a uma distância p do vértice de um espelho esférico de 1m de distância focal. Verificou-se que o espelho projetava em uma parede uma imagem da chama desta vela, ampliada 5 vezes. O valor de p em cm, é:

Caso 3



$p = ?$ $f = 1\text{m}$ ($f > 0$, esp. côncavo)

$$y' = -5y$$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{-5y}{y} = -\frac{p'}{p}$$

$$5 = \frac{p'}{p}$$

$$p' = 5.p$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{5p}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{5+1}{5p}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{6}{5p}$$

$$p = \frac{6}{5} = 1,2\text{ m}$$

3. (Fmj 2016) Um objeto é colocado perpendicularmente sobre o eixo principal de um espelho esférico de distância focal 2m que atende às condições de nitidez de Gauss. A imagem formada é virtual e com o dobro do comprimento do objeto.

Nas condições descritas, relativas à natureza e à posição da imagem formada, determine:

- a) o tipo do espelho esférico empregado.
- b) a distância, em metros, do objeto ao vértice do espelho esférico.

3. (Fmj 2016) Um objeto é colocado perpendicularmente sobre o eixo principal de um espelho esférico de distância focal 2m que atende às condições de nitidez de Gauss. A **imagem formada é virtual e com o dobro do comprimento do objeto.**

Nas condições descritas, relativas à natureza e à posição da imagem formada, determine:

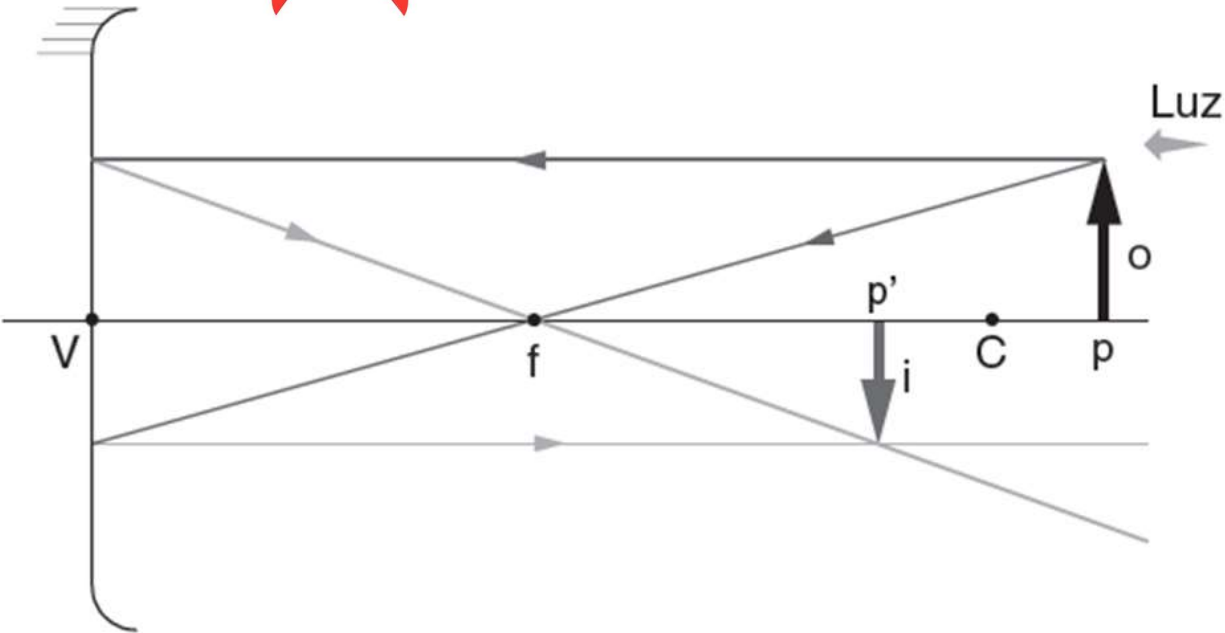
- a) o tipo do espelho esférico empregado.
- b) a distância, em metros, do objeto ao vértice do espelho esférico.

Imagem

- Virtual
- Imagem maior

Espelho côncavo

Caso 1



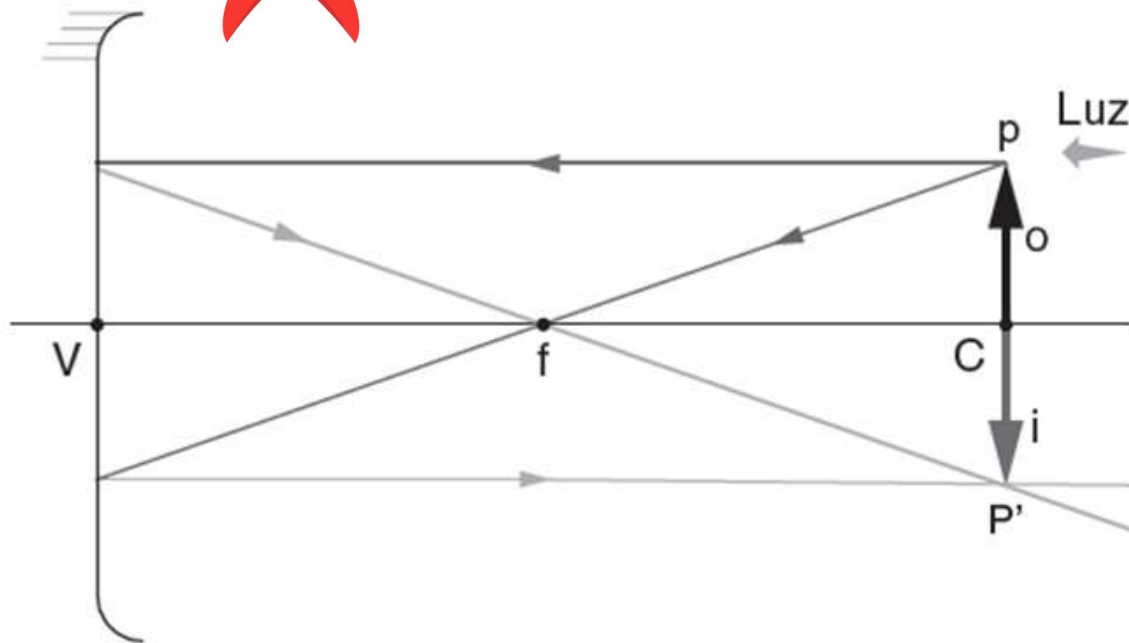
Objeto Real

- Imagem
- Real
 - Menor
 - Invertida

- Imagem
- Virtual
 - Imagem maior

Espelho côncavo

Caso 2



Objeto Real

Imagem

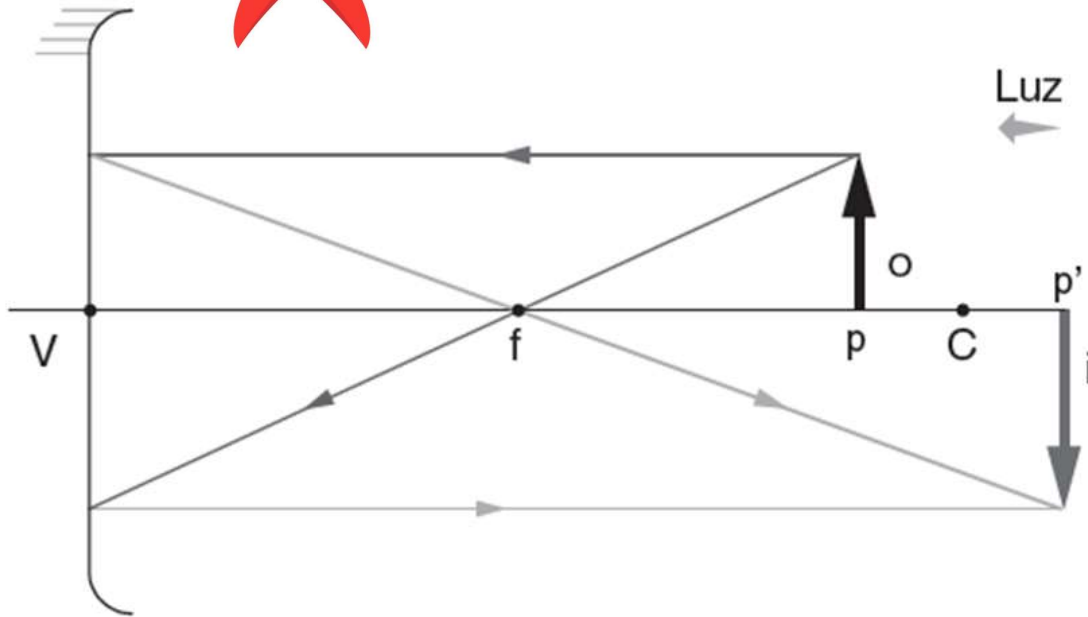
- Real
- Do mesmo tamanho
- Invertida

Imagem

- Virtual
- Imagem maior

Espelho côncavo

Caso 3



Objeto Real

Imagem

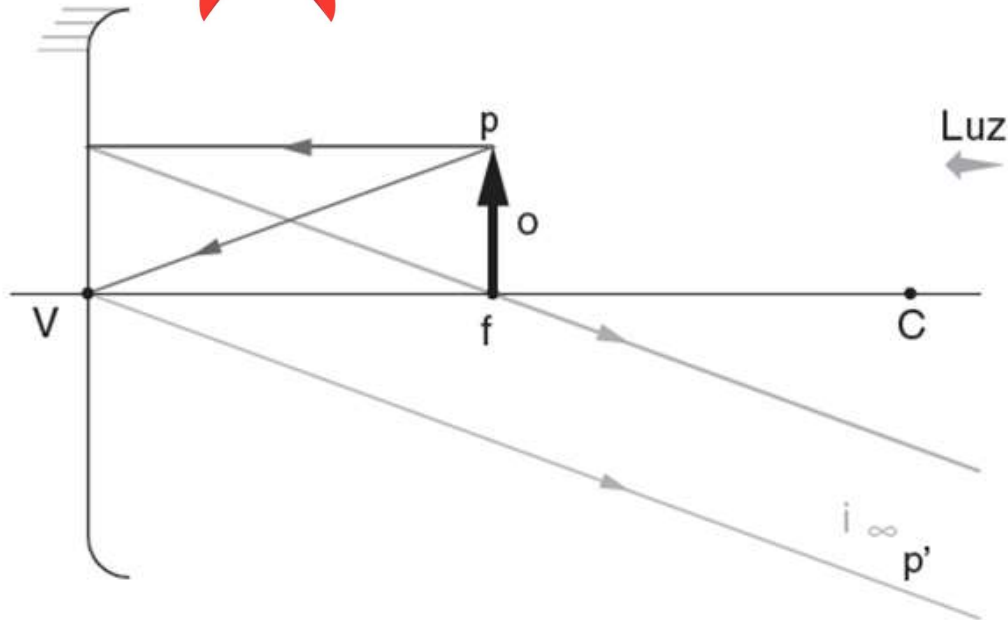
- Real
- Maior
- Invertida

Imagem

- Virtual
- Imagem maior

Espelho côncavo

Caso 4



Objeto Real

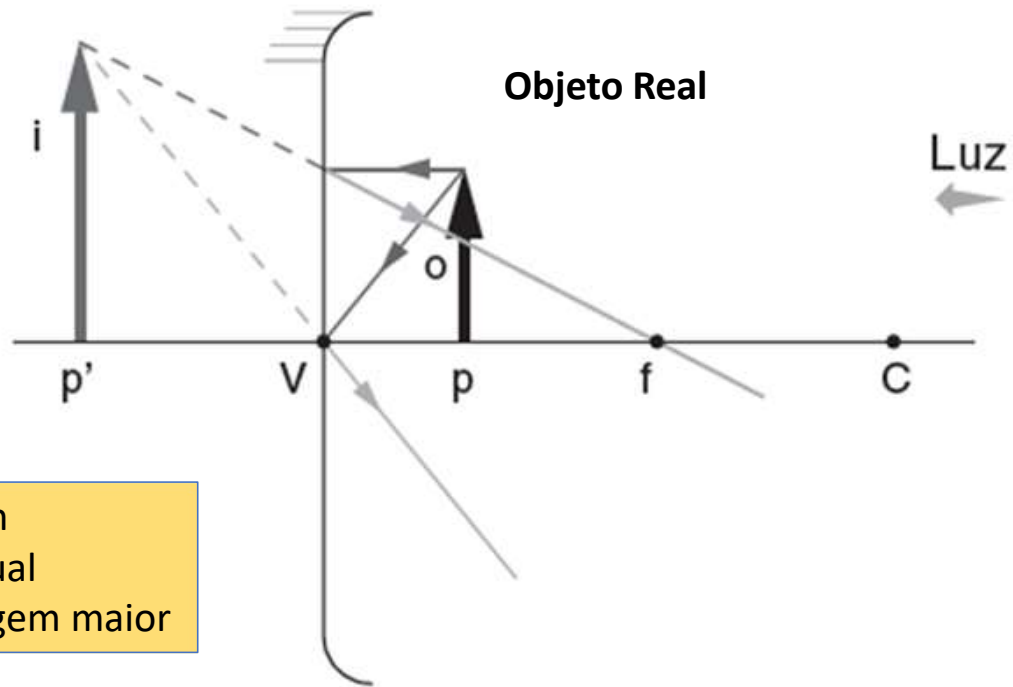
- Sobre F

Imagem

- Não há conjugação de imagem
- Imagem indeterminada

Espelho côncavo

Caso 5



Imagem

- Virtual
- Maior
- Direita

Imagem

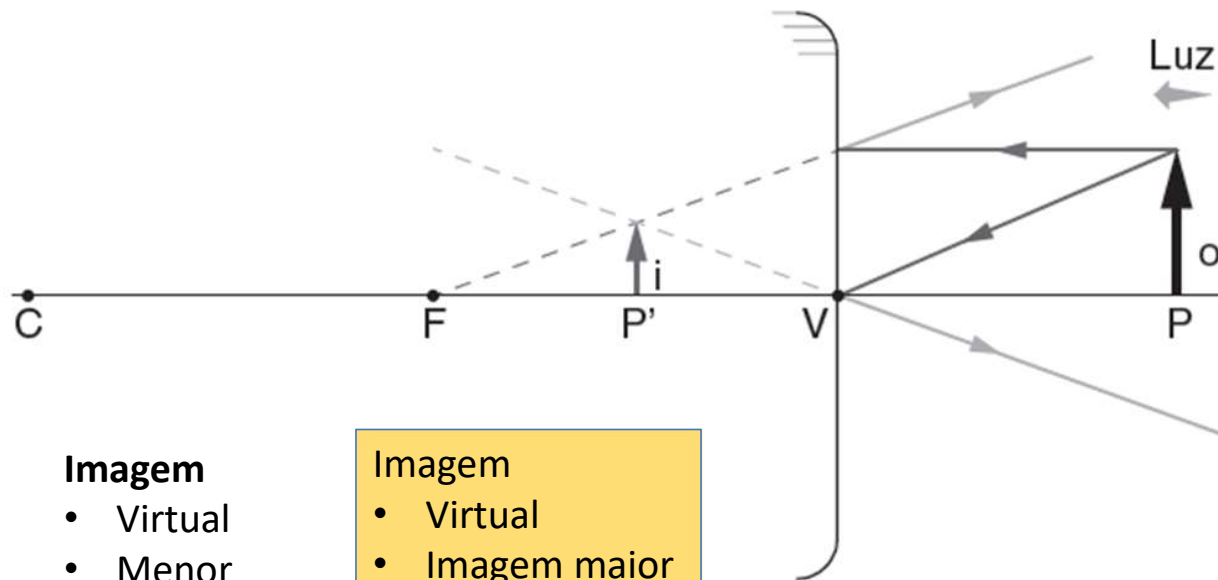
- Virtual
- Imagem maior

Espelho convexo

Caso único



Objeto Real



Imagem

- Virtual
- Menor
- Direita

Imagem

- Virtual
- Imagem maior

3. (Fmj 2016) Um objeto é colocado perpendicularmente sobre o eixo principal de um espelho esférico de distância focal 2m que atende às condições de nitidez de Gauss. A imagem formada é virtual e com o dobro do comprimento do objeto.

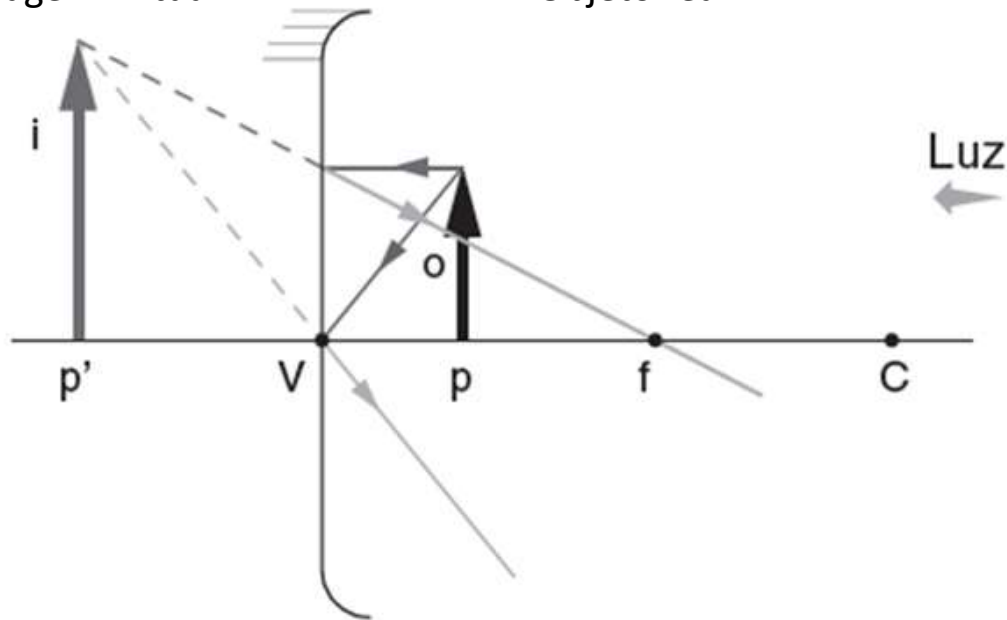
Nas condições descritas, relativas à natureza e à posição da imagem formada, determine:

a) o tipo do espelho esférico empregado.

Espelho côncavo – caso 5

Imagem virtual

Objeto real

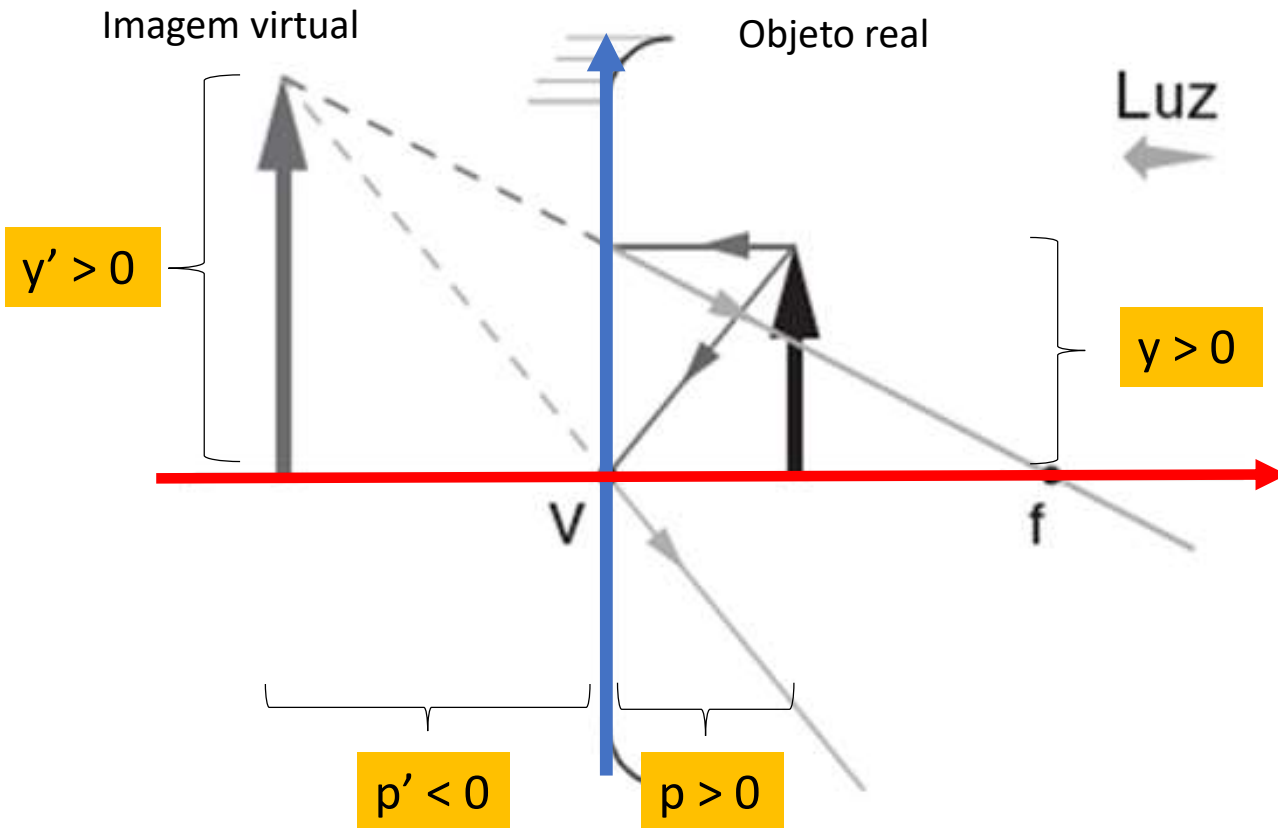


O espelho empregado é o esférico côncavo

3. (Fmj 2016) Um objeto é colocado perpendicularmente sobre o eixo principal de um espelho esférico de distância focal 2m que atende às condições de nitidez de Gauss. A imagem formada é virtual e com o dobro do comprimento do objeto.

b) a distância, em metros, do objeto ao vértice do espelho esférico.

Espelho côncavo – caso 5



$$p = ? \quad f = 2\text{m} \quad y' = 2y$$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{2y}{y} = -\frac{p'}{p}$$

$$2 = -\frac{p'}{p}$$

$$p' = -2p$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-2p}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2-1}{2p}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2p}$$

$$p = 1\text{m}$$

4. Determine o raio de curvatura, em cm, de um espelho esférico que obedece às condições de nitidez de Gauss e que conjuga de um determinado objeto uma imagem direita, de tamanho igual a $\frac{1}{3}$ do tamanho do objeto e situada sobre o eixo principal desse espelho. Sabe-se que distância entre a imagem e o objeto é de 80 cm.

- a) 15
- b) 30
- c) 60
- d) 90

4. Determine o raio de curvatura, em cm, de um espelho esférico que obedece às condições de nitidez de Gauss e que conjuga de um determinado objeto uma **imagem direita, de tamanho igual a $1/3$ do tamanho do objeto** e situada sobre o eixo principal desse espelho. Sabe-se que distância entre a imagem e o objeto é de 80 cm.

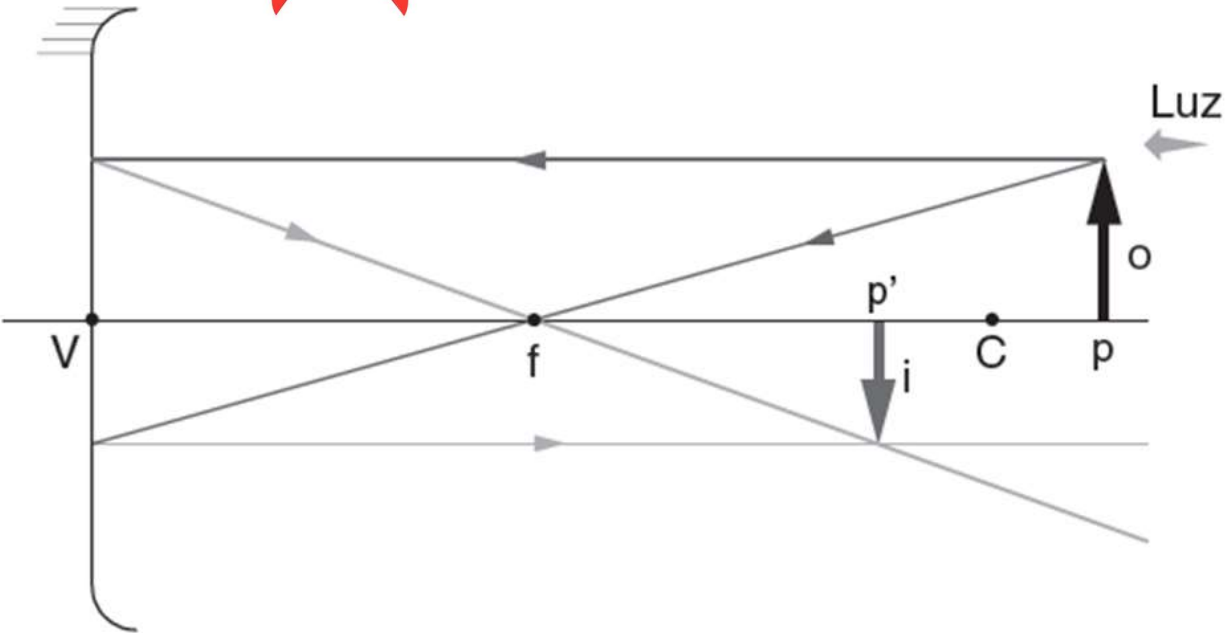
- a) 15
- b) 30
- c) 60
- d) 90

Imagem

- Imagem menor
- Direita

Espelho côncavo

Caso 1



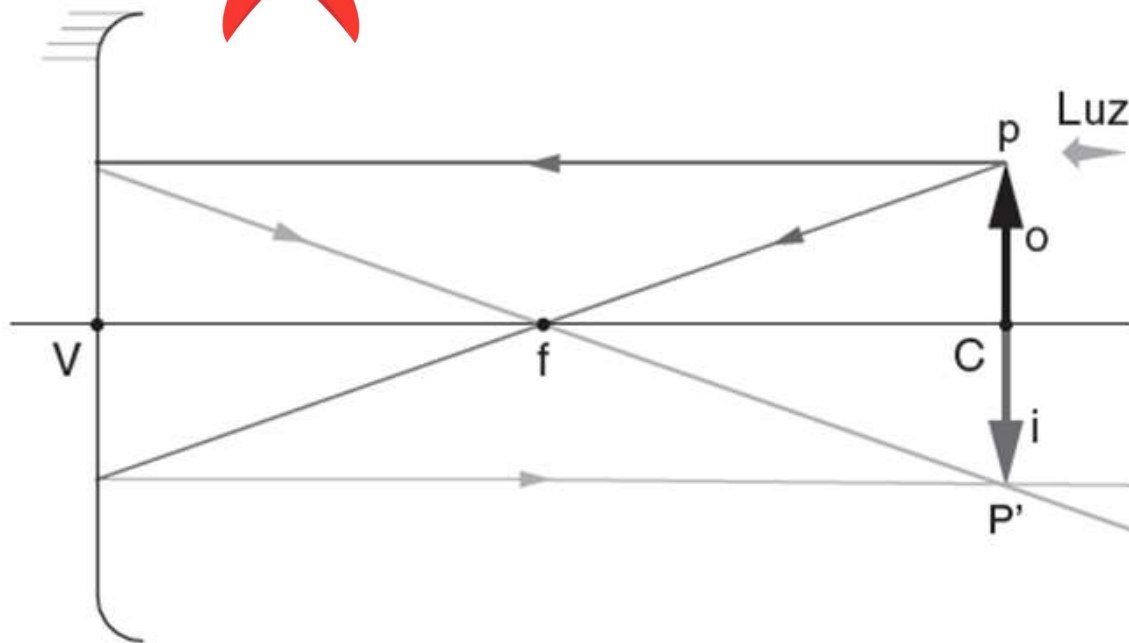
Objeto Real

- Imagem
- Real
 - Menor
 - Invertida

- Imagem
- Imagem menor
 - Direita

Espelho côncavo

Caso 2



Objeto Real

Imagem

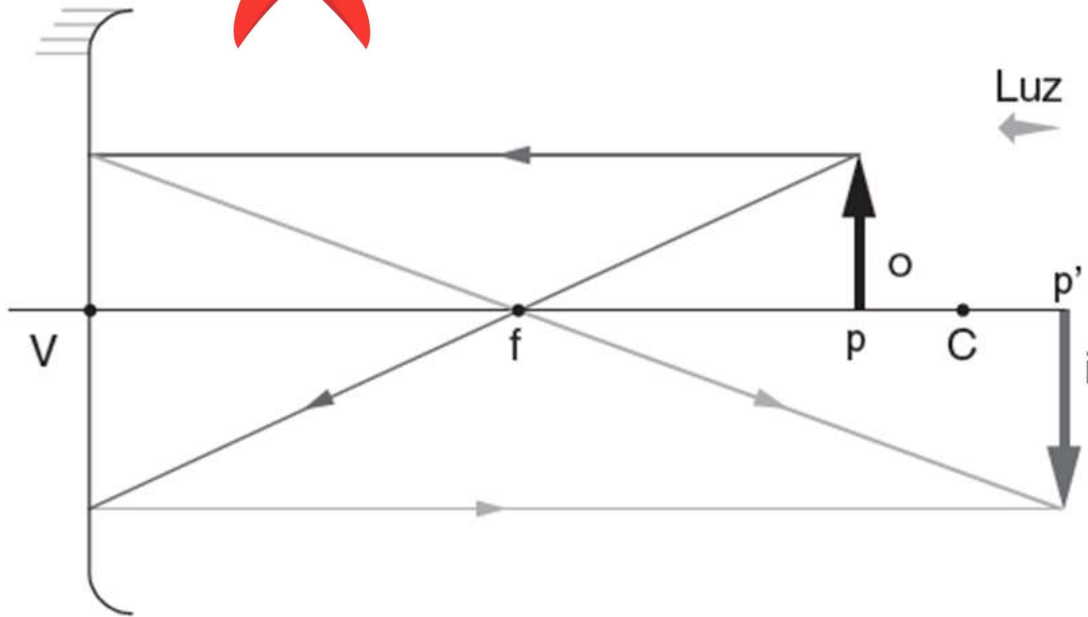
- Real
- Do mesmo tamanho
- Invertida

Imagem

- Imagem menor
- Direita

Espelho côncavo

Caso 3



Objeto Real

Imagem

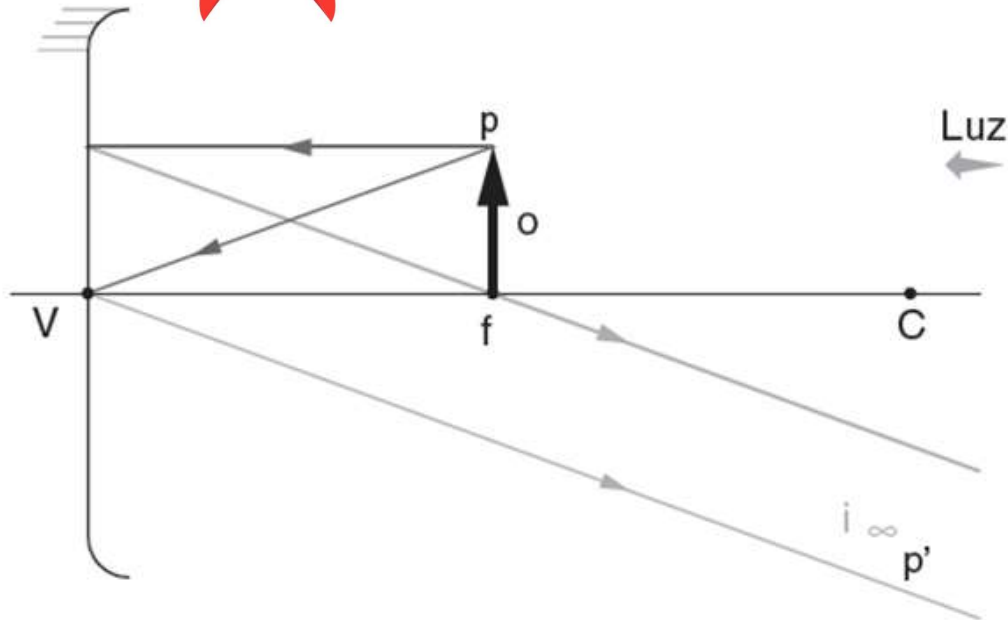
- Real
- Maior
- Invertida

Imagem

- Imagem menor
- Direita

Espelho côncavo

Caso 4



Objeto Real

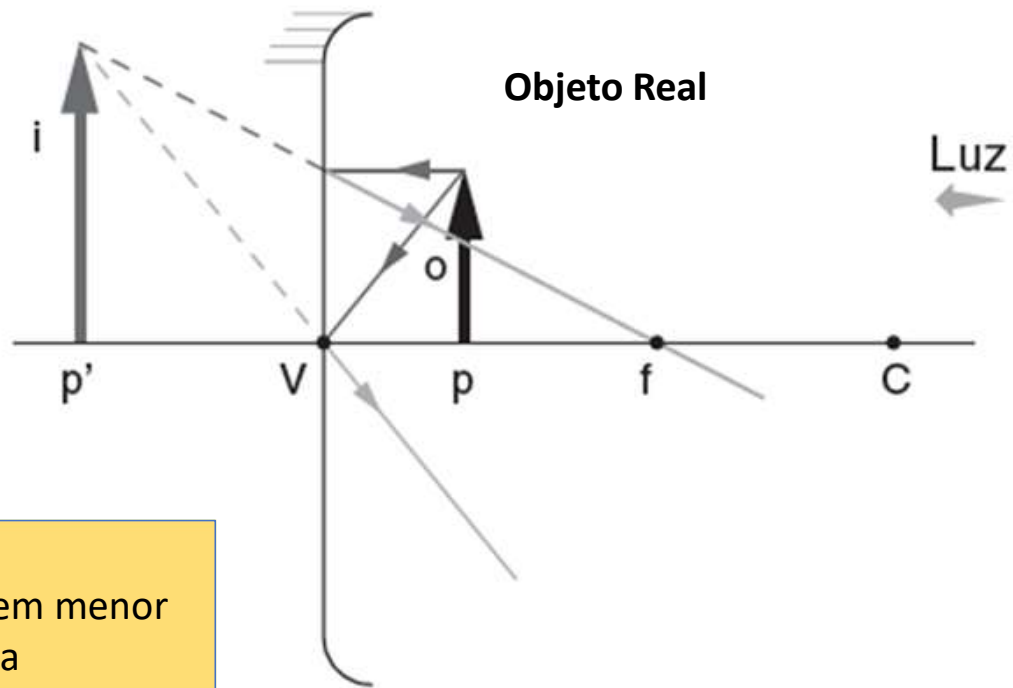
- Sobre F

Imagem

- Não há conjugação de imagem
- Imagem indeterminada

Espelho côncavo

Caso 5



Imagem

- Virtual
- Maior
- Direita

Imagem

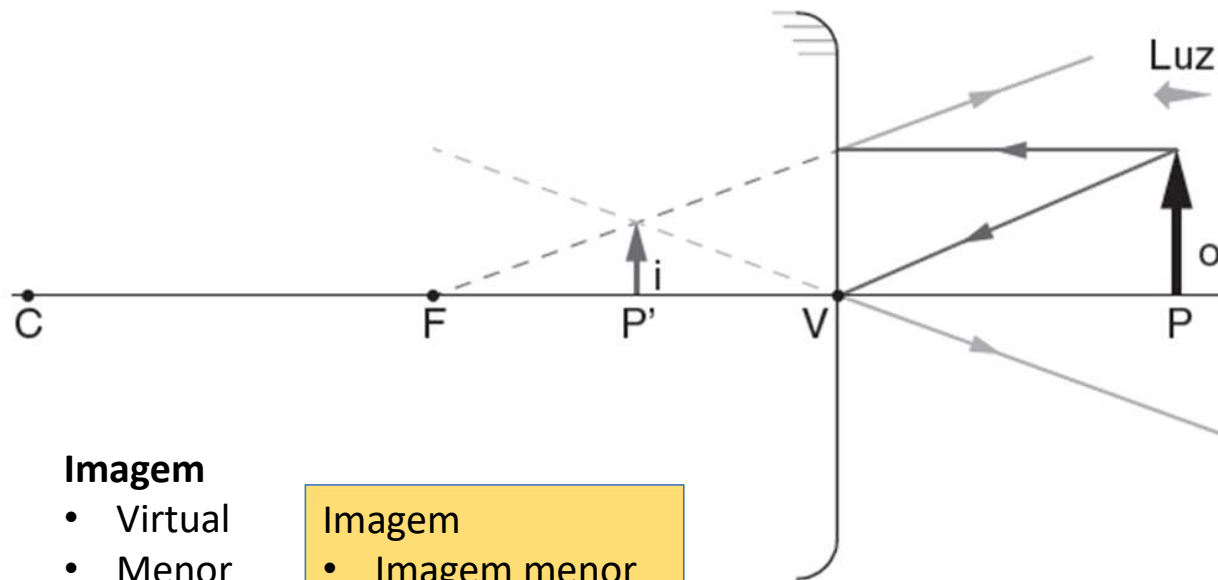
- Imagem menor
- Direita

Espelho convexo

Caso único



Objeto Real



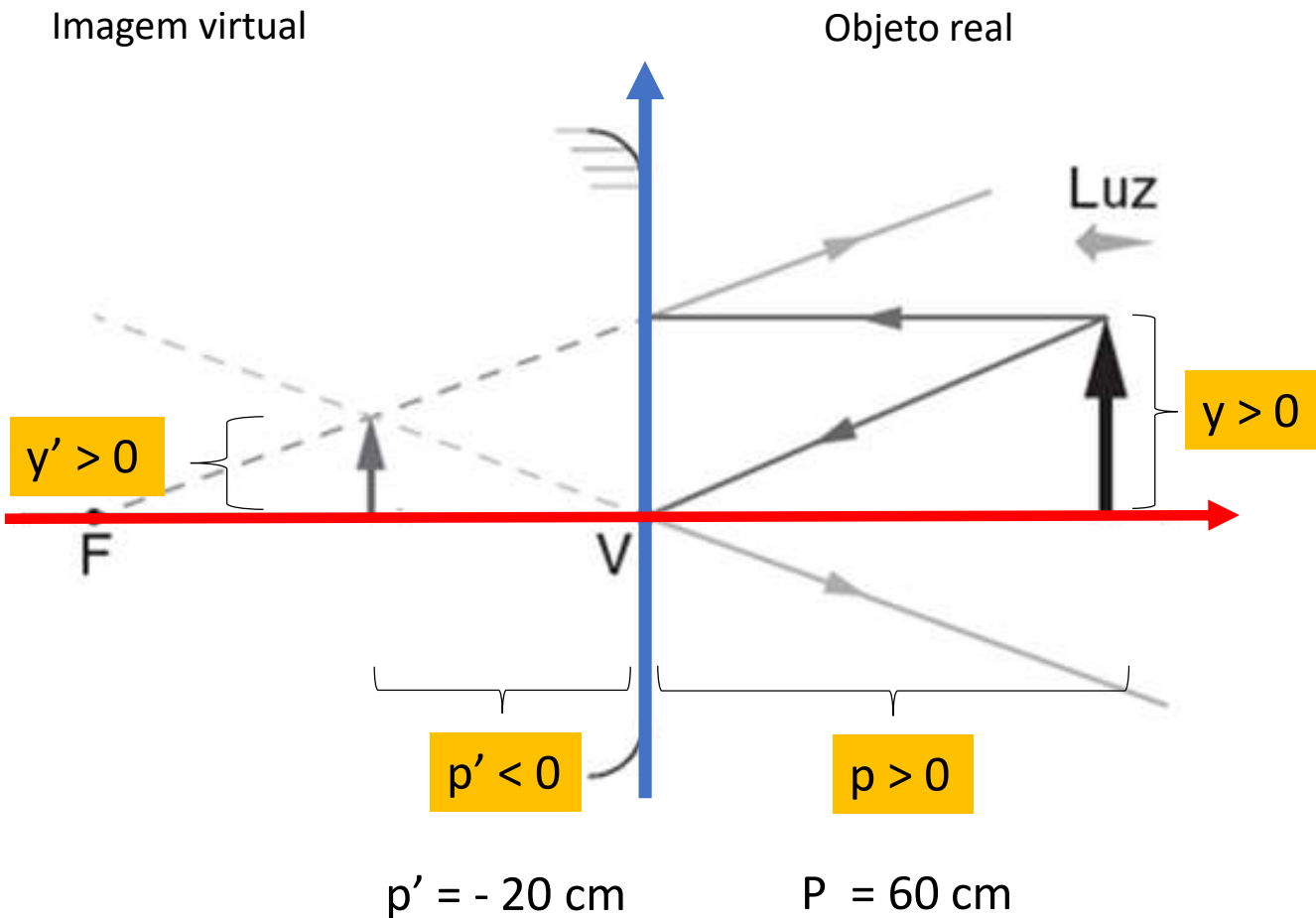
Imagem

- Virtual
- Menor
- Direita

Imagem

- Imagem menor
- Direita

4. Determine o raio de curvatura, em cm, de um espelho esférico que obedece às condições de nitidez de Gauss e que conjuga de um determinado objeto uma imagem direita, de tamanho igual a $\frac{1}{3}$ do tamanho do objeto e situada sobre o eixo principal desse espelho. Sabe-se que distância entre a imagem e o objeto é de 80 cm.



$$R = 2.f = ? \quad |p'| + |p| = 80 \quad y' = \frac{y}{3}$$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{y}{y \cdot 3} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{1}{3} = -\frac{p'}{p}$$

$$p = -3p'$$

$$|p'| + |3p'| = 80$$

$$|4p'| = 80$$

$$|p'| = 20 \text{ cm}$$

$$|p| = 60 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{60} - \frac{1}{20} = \frac{1-3}{60}$$

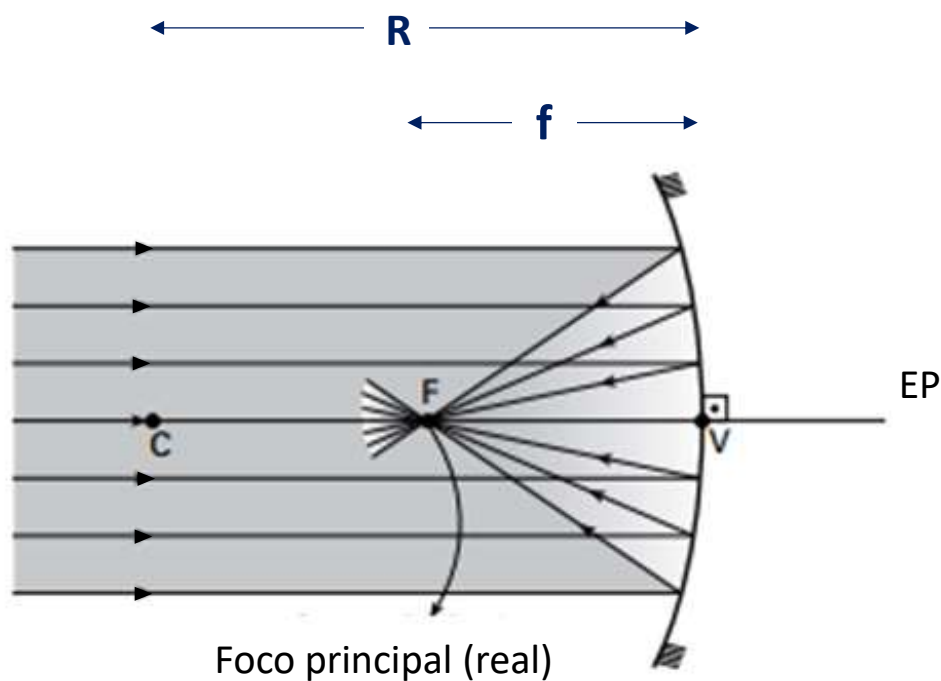
$$\frac{1}{f} = -\frac{2}{60} = -\frac{1}{30}$$

$$f = -30 \text{ cm}$$

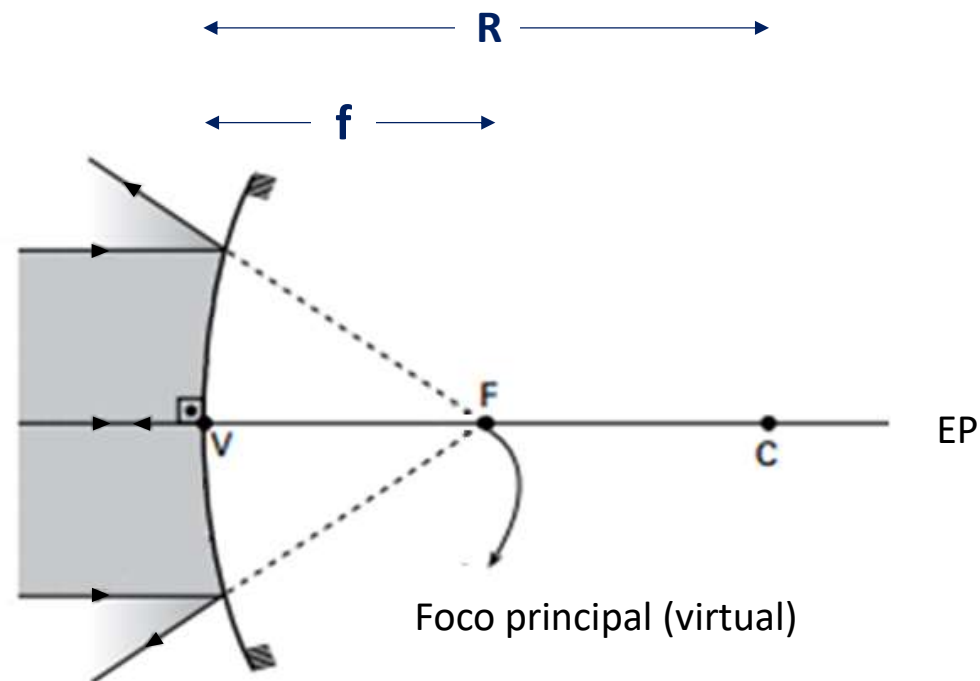
$$R = 2.f = 2 \cdot 30 = 60 \text{ cm}$$

Focos principais

Eselho esférico côncavo

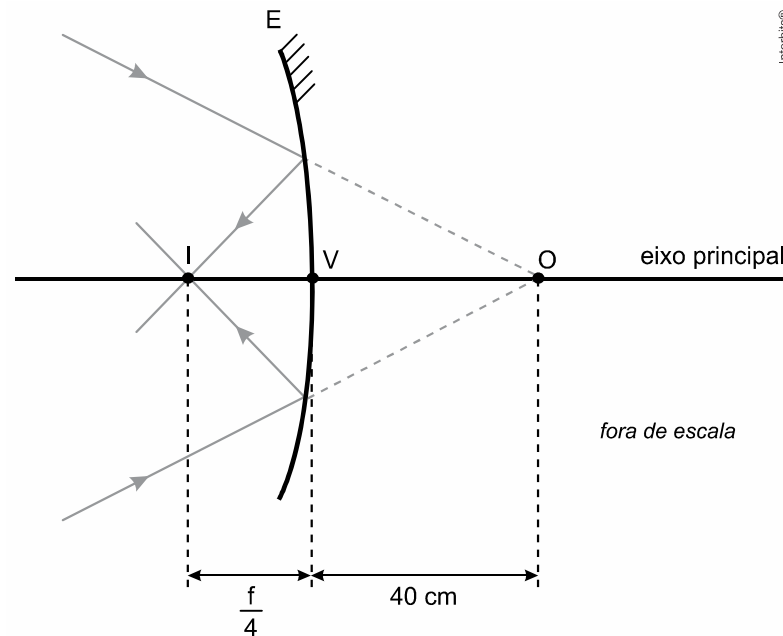


Eselho esférico convexo



$$FV = \frac{CV}{2} \rightarrow \text{distância focal} = \frac{\text{raio de curvatura}}{2} \rightarrow f = \frac{R}{2}$$

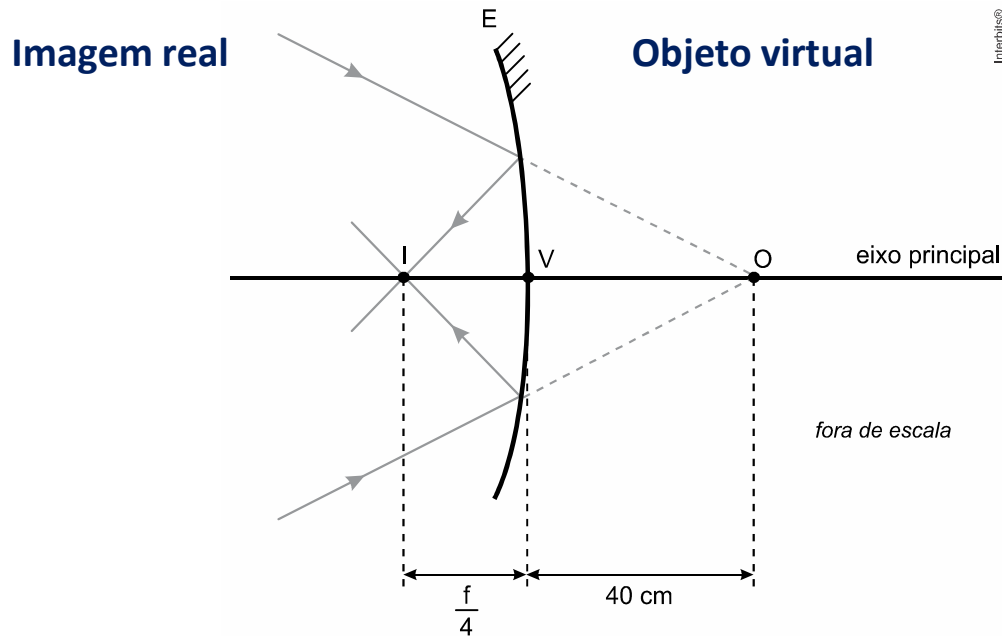
5. (Famema 2017) Na figura, O é um ponto objeto virtual, vértice de um pincel de luz cônico convergente que incide sobre um espelho esférico côncavo E de distância focal f . Depois de refletidos no espelho, os raios desse pincel convergem para o ponto I sobre o eixo principal do espelho, a uma distância $f/4$ de seu vértice.



Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss, é correto afirmar que a distância focal desse espelho é igual a

- a) 150 cm
- b) 160 cm
- c) 120 cm
- d) 180 cm
- e) 200 cm

5. (Famema 2017) Na figura, O é um ponto objeto virtual, vértice de um pincel de luz cônico convergente que incide sobre um espelho esférico côncavo E de distância focal f . Depois de refletidos no espelho, os raios desse pincel convergem para o ponto I sobre o eixo principal do espelho, a uma distância $f/4$ de seu vértice.



$$p = -40 \text{ cm}, \quad p' = \frac{f}{4} \quad \text{e} \quad f = ?$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-40} + \frac{1}{\frac{f}{4}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-40} + \frac{4}{f}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{4}{f} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{3}{f}$$

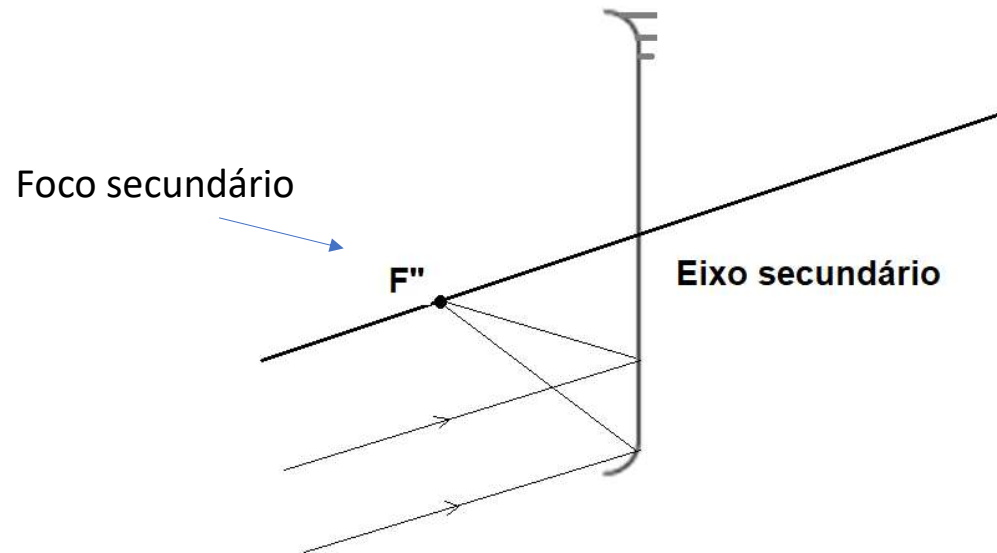
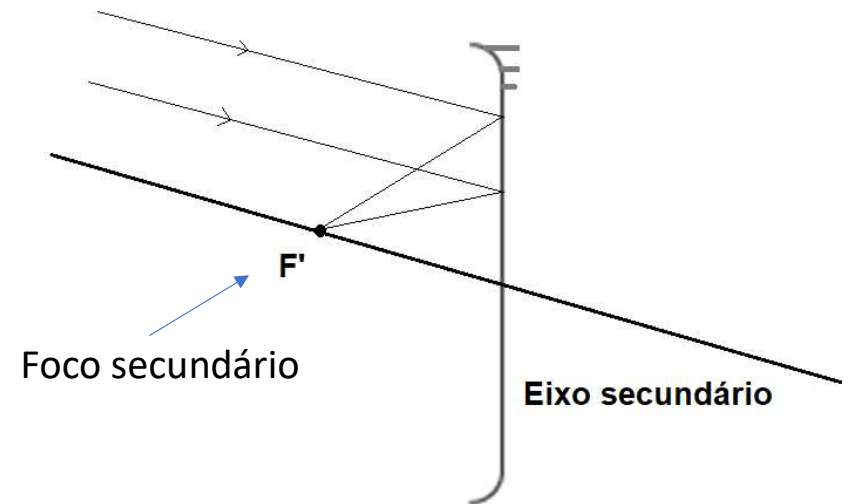
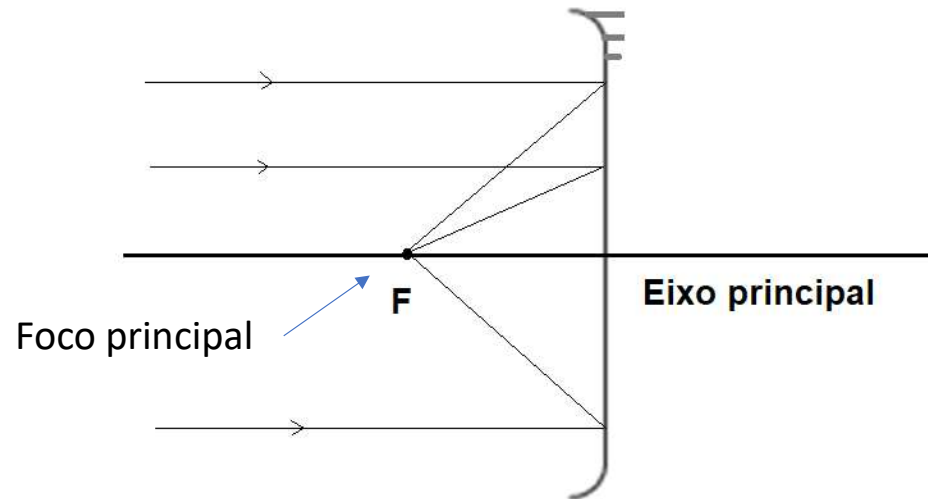
$$f = 120 \text{ cm}$$

Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss, é correto afirmar que a distância focal desse espelho é igual a

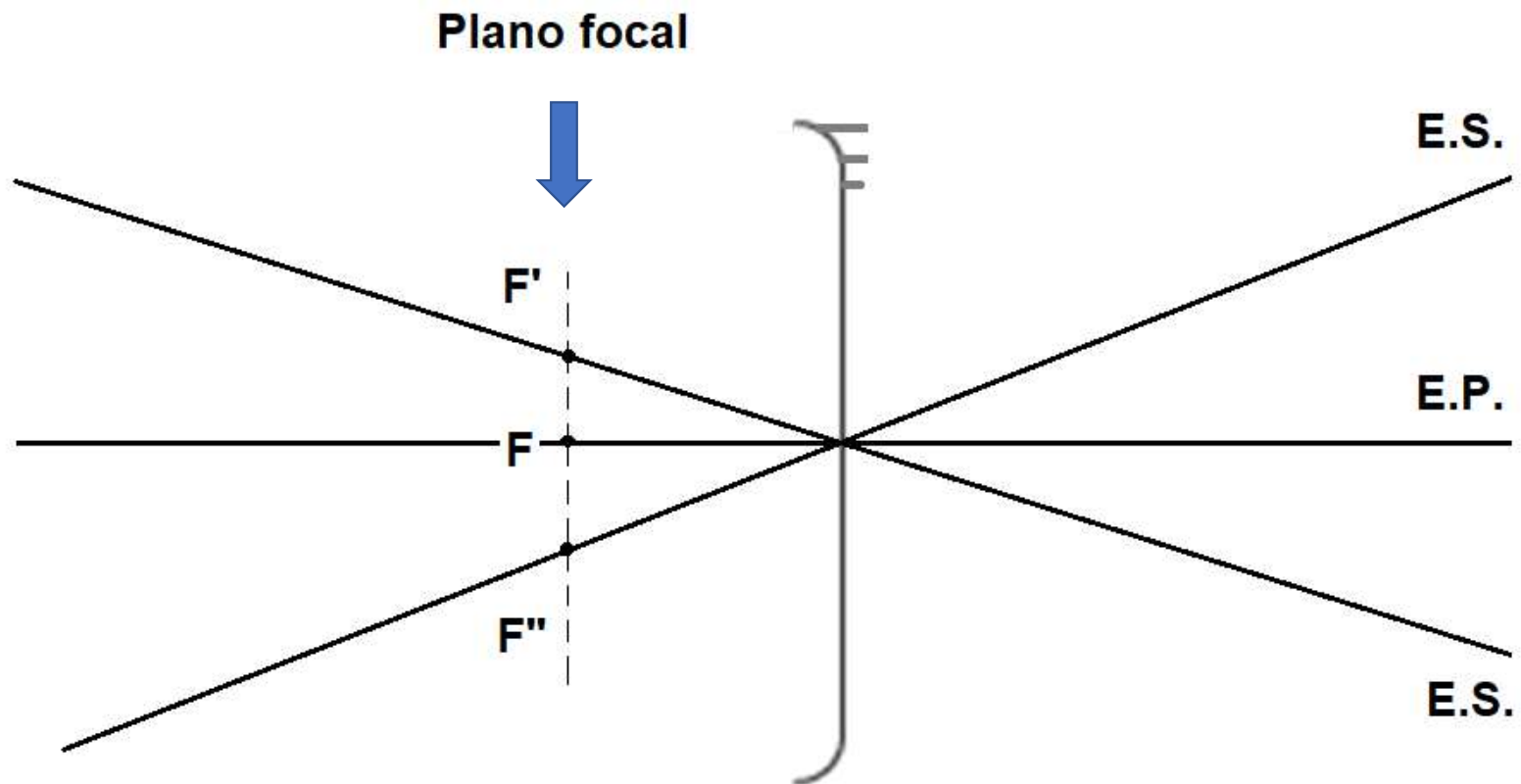
- a) 150 cm b) 160 cm **c) 120 cm** d) 180 cm e) 200 cm

Plano focal de um espelho côncavo

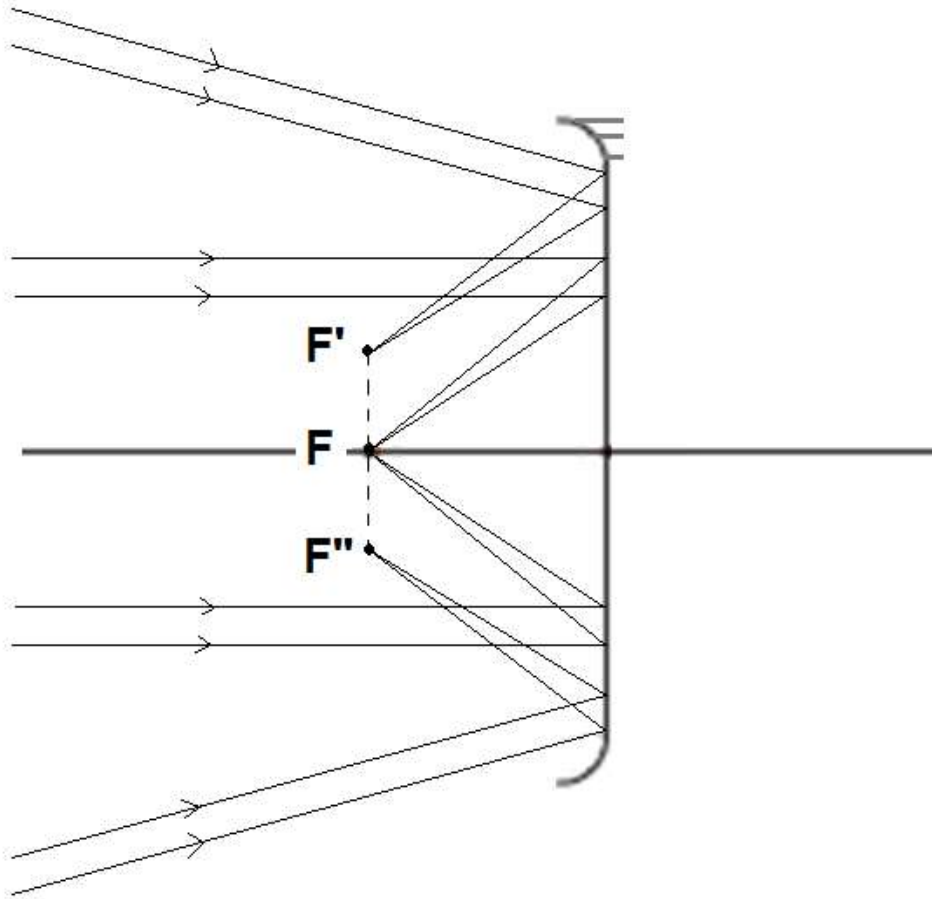
Eixos secundários



O plano focal de um espelho côncavo



O plano focal de um espelho côncavo



Para objetos extensos e distantes, a imagem se forma no plano foca.

