KEEP
CALM
AND
STUDY
PHYSICS

Aulas 7 e 8 - Movimento uniformemente variado (MUV)

- Aprofundamento Curricular / Caderno 1 / Módulo 3 / Objetivo 2 / Página 277
- Estudos Avançados / Caderno 1 / Módulo 3 / Objetivos 1 e 2 / Página 33

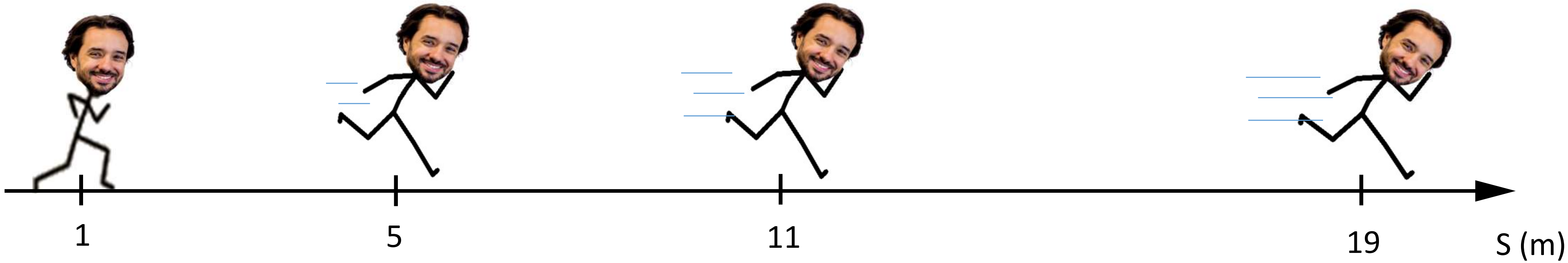
Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

Professor Caio Gomes

1. Movimento Uniformemente Variado (MUV): definição

- Em intervalos de tempo iguais, a velocidade escalar do corpo sofre variações iguais.

t (s)	$t_0 = 0$	← Δt →	$t_1 = 1$	← Δt →	$t_2 = 2$	← Δt →	$t_3 = 3$
v $(\frac{m}{s})$	$v_0 = 3$	← ΔV →	$v_1 = 5$	← ΔV →	$v_2 = 7$	← ΔV →	$v_3 = 9$



$$\underset{cte}{a} = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

2. Função horária dos espaços

$$S = S_0 + V_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} . a . (t - t_0)^2$$

- s é o espaço do ponto material medido sobre a trajetória no instante t
- s_0 é chamado de espaço inicial, o espaço do ponto material no instante inicial t_0
- V_0 é a velocidade inicial
- a é a aceleração

Para $t_0 = 0$

$$S = S_0 + V_0 . t + \frac{1}{2} a.t^2$$

E ainda:

$$\Delta s = S - S_0 = V_0 . t + \frac{1}{2} a.t^2$$

3. Função horária das velocidades

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

$$v = v_0 + a\,(t - t_0)$$

- v é a velocidade do ponto material no instante t
- v_0 é a velocidade inicial, a velocidade do ponto material no instante inicial t_0
- a é a aceleração

Para t_0 = 0

$$v = v_0 + a\,.\,t$$

4. Equação de Torricelli

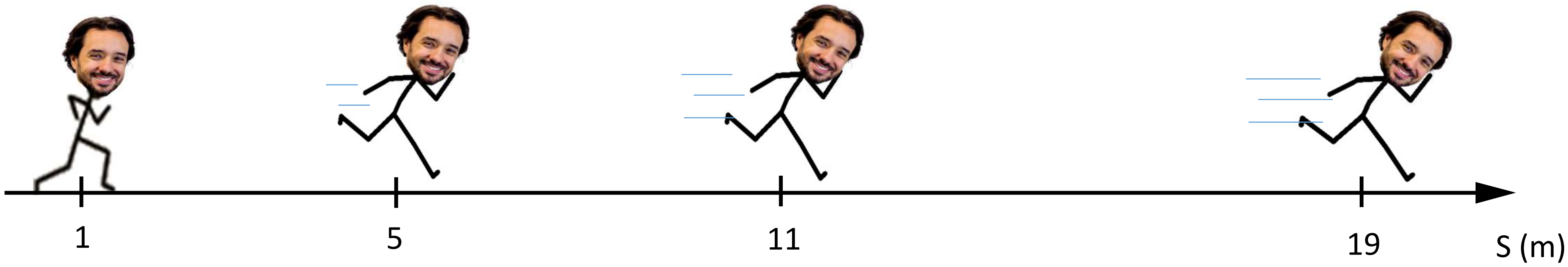
$$v^2 = v_0^2 + 2a.\Delta S$$

- v é a velocidade do ponto material
- v_0 é a velocidade inicial
- a é a aceleração
- Δs é o deslocamento escalar

5. Exemplo do Vini

- Em intervalos de tempo iguais, a velocidade escalar do corpo sofre variações iguais.

t (s)	t_0 = 0	← Δt →	t_1 = 1	← Δt →	t_2 = 2	← Δt →	t_3 = 3
v $(\frac{m}{s})$	v_0 = 3	← ΔV →	v_1 = 5	← ΔV →	v_2 = 7	← ΔV →	v_3 = 9

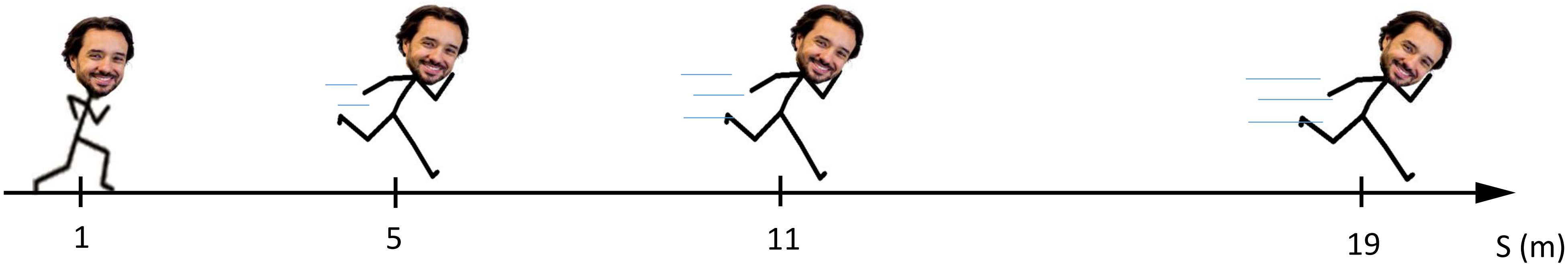


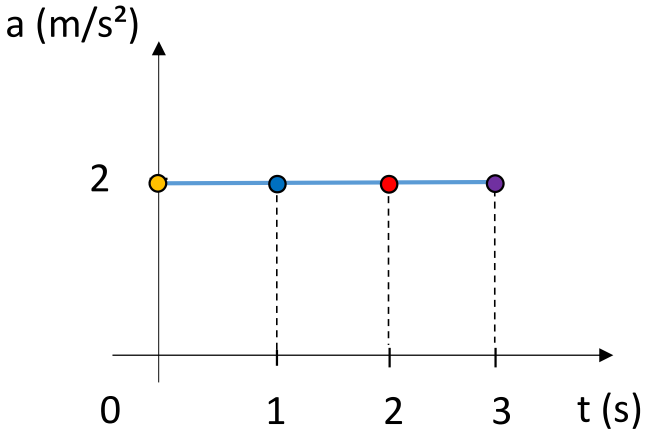
- calcule a aceleração
- represente os gráficos a x t, v x t e s x t
- escreva a equação horária da velocidade e a equação horária da posição

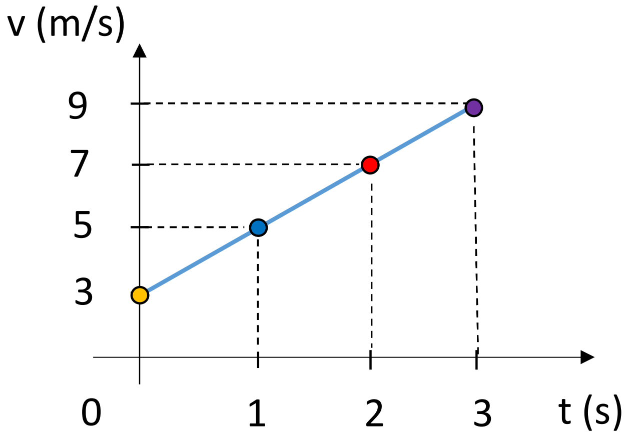
5. Exemplo do Vini

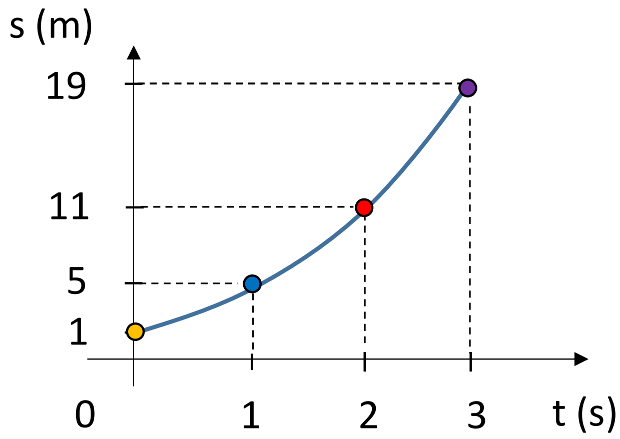
- Em intervalos de tempo iguais, a velocidade escalar do corpo sofre variações iguais.

t (s)	$t_0 = 0$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_1 = 1$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_2 = 2$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_3 = 3$
v $\left(\frac{m}{s}\right)$	$v_0 = 3$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_1 = 5$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_2 = 7$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_3 = 9$



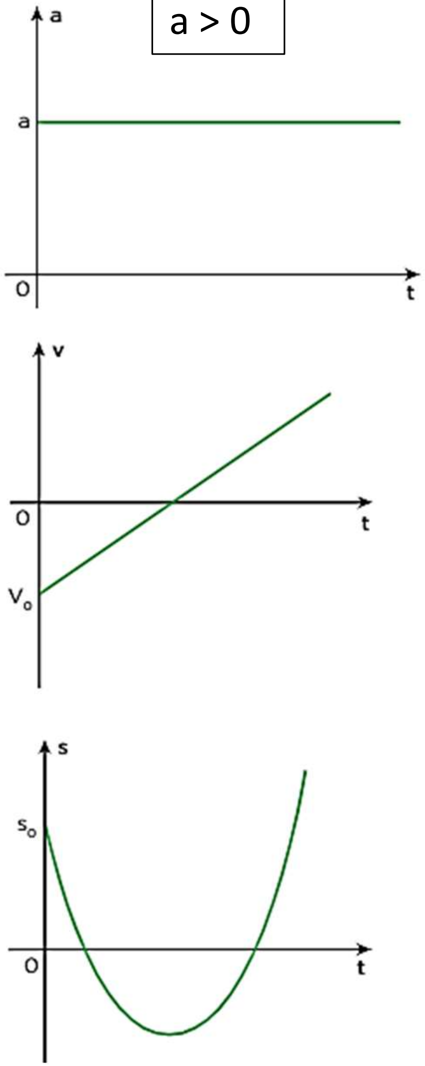




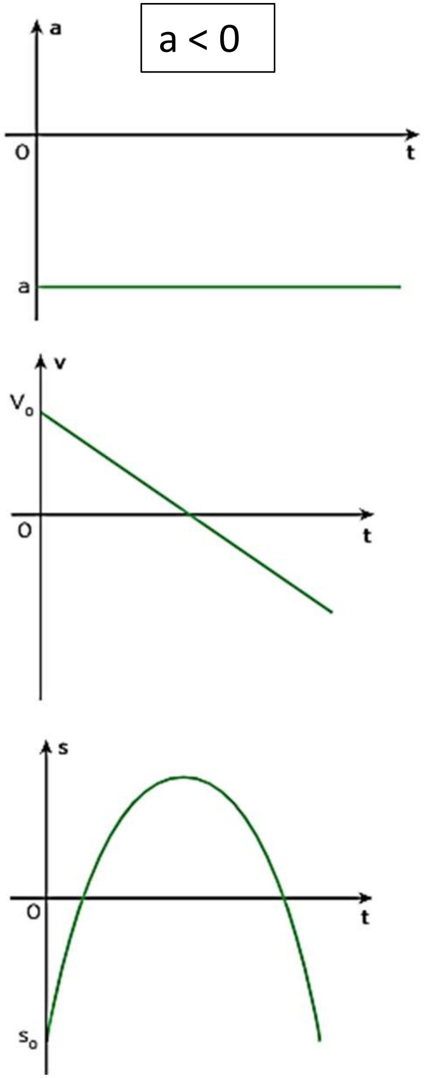


6. Gráficos

a > 0



a < 0



MUV

$$a_{cte} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$v = v_0 + a \,.\, t$$

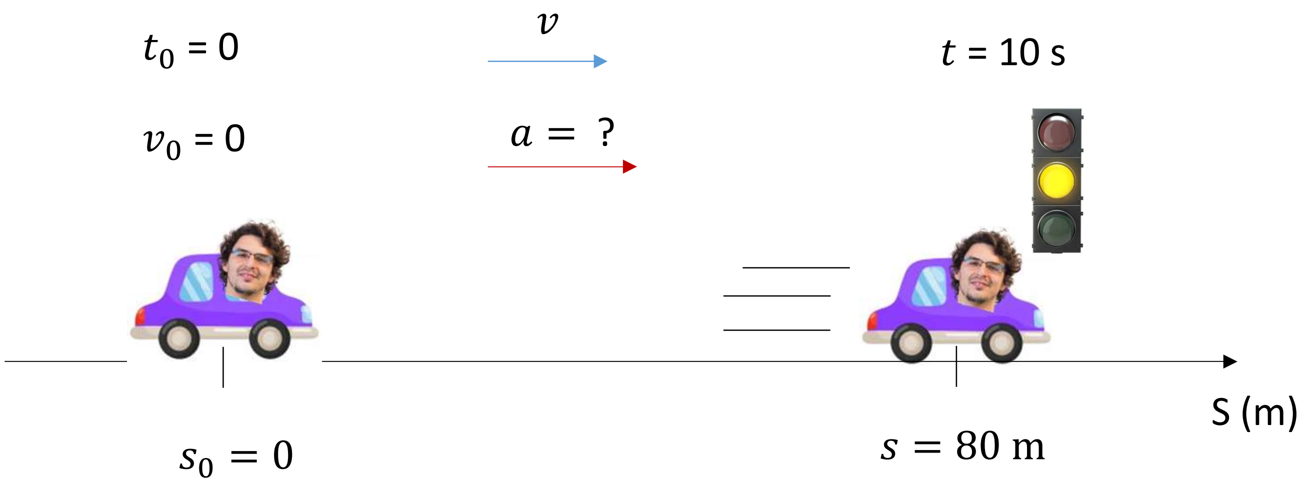
$$S = S_0 + V_0 . t + \frac{1}{2} a . t^2$$

$$v^2 = v_0{}^2 + 2a . \Delta S$$

7. Exercícios do Caio

Exemplo de aplicação da função horária dos espaços

1. O carro do professor PH está em repouso e a 80 metros de um semáforo que irá fechar em 10s. Calcule a aceleração mínima necessária para que nosso mestre consiga chegar ao semáforo ainda aberto.



$$S = \cancelto{0}{S_0} + \cancelto{0}{V_0}.t + \frac{1}{2}a.t^2$$

$$80 = V_0.t + \frac{1}{2}.a.10^2$$

$$80 = a.50$$

$$\boxed{a = 1{,}6\ m/s^2}$$

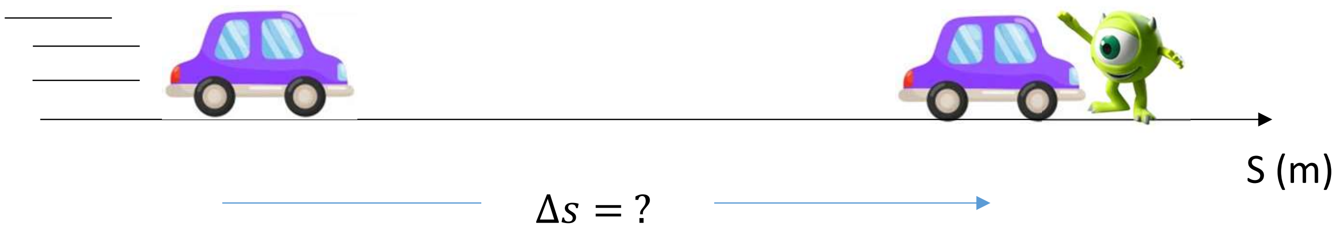
Exemplo de aplicação da equação de Torricelli

2. Um carro viajava com velocidade inicial de 30 m/s quando um animal invadiu a pista à frente. Sabendo que, após acionado o pedal de freio, o módulo da aceleração do carro foi de 5 m/s² e que o carro parou um pouquinho antes do animal, calcule a distância percorrida durante a frenagem. Despreze o tempo de reação do motorista.

$a = -5\ m/s^2$ ←

$v_0 = +30\ m/s$ →

$v = 0$



$$v^2 = v_0^2 + 2a.\Delta S$$

$$0^2 = 30^2 + 2(-5).(\Delta S)$$

$$0 = 900 - 10.(\Delta S)$$

$$1\cancel{0}.\Delta S = 90\cancel{0}$$

$$\boxed{\Delta S = 90\ m}$$

A distância percorrida durante a frenagem foi de 90 m

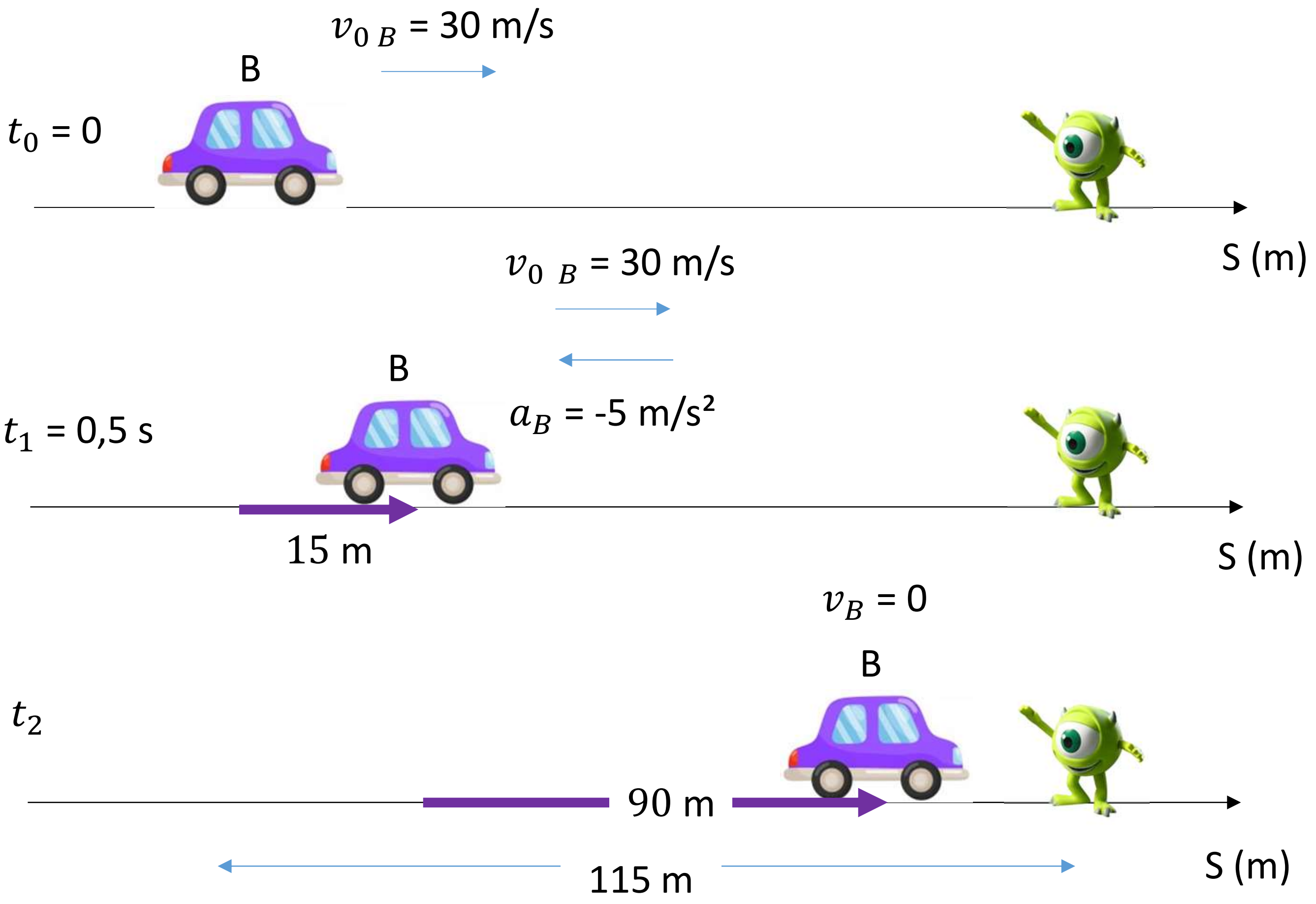
3. Uma das recomendações do Detran para evitar colisões traseiras é a regra dos dois segundos. Para o motorista saber se está a uma distância segura do veículo da frente, deve observar um objeto de referência, como uma árvore próxima à estrada ou uma placa, passando pelo veículo, e contar pausadamente “cinquenta e um, cinquenta e dois”. Se esse objeto passar por ele após a contagem, pode-se considerar a distância segura. Dois carros trafegam em uma rodovia com a mesma velocidade de 108 km/h e separados por dois segundos. De repente, um animal invade a pista 115 m à frente do primeiro carro. O tempo de reação do motorista do carro da frente, ou seja, o intervalo de tempo entre ele ver o animal na pista e pisar no freio, é de 0,5 s. Sabendo que, após acionado o pedal de freio, o módulo da aceleração do carro da frente foi de 5 m/s^2, responda:

a) O motorista do carro da frente conseguiu evitar o acidente?

b) O motorista de trás leva 1 s para reagir ao ver as luzes de freio do carro da frente. Qual deve ser a menor aceleração em módulo desse veículo para evitar a colisão com o carro da frente?

...De repente, **um animal invade a pista 115 m à frente do primeiro carro. O tempo de reação do motorista do carro da frente, ou seja, o intervalo de tempo entre ele ver o animal na pista e pisar no freio, é de 0,5 s. Sabendo que, após acionado o pedal de freio, o módulo da aceleração do carro da frente foi de 5 m/s²**, responda:

a) O motorista do carro da frente conseguiu evitar o acidente?



Reação (t_0 a t_1)

$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \Delta S = v \cdot \Delta t = 30 \cdot 0{,}5 = 15$ m

Brecada (t_1 a t_2)

$v^2 = v_0^{\,2} + 2a.\Delta S$

$0^2 = 30^2 + 2(-5).(\Delta S)$

$0 = 900 - 10.(\Delta S)$

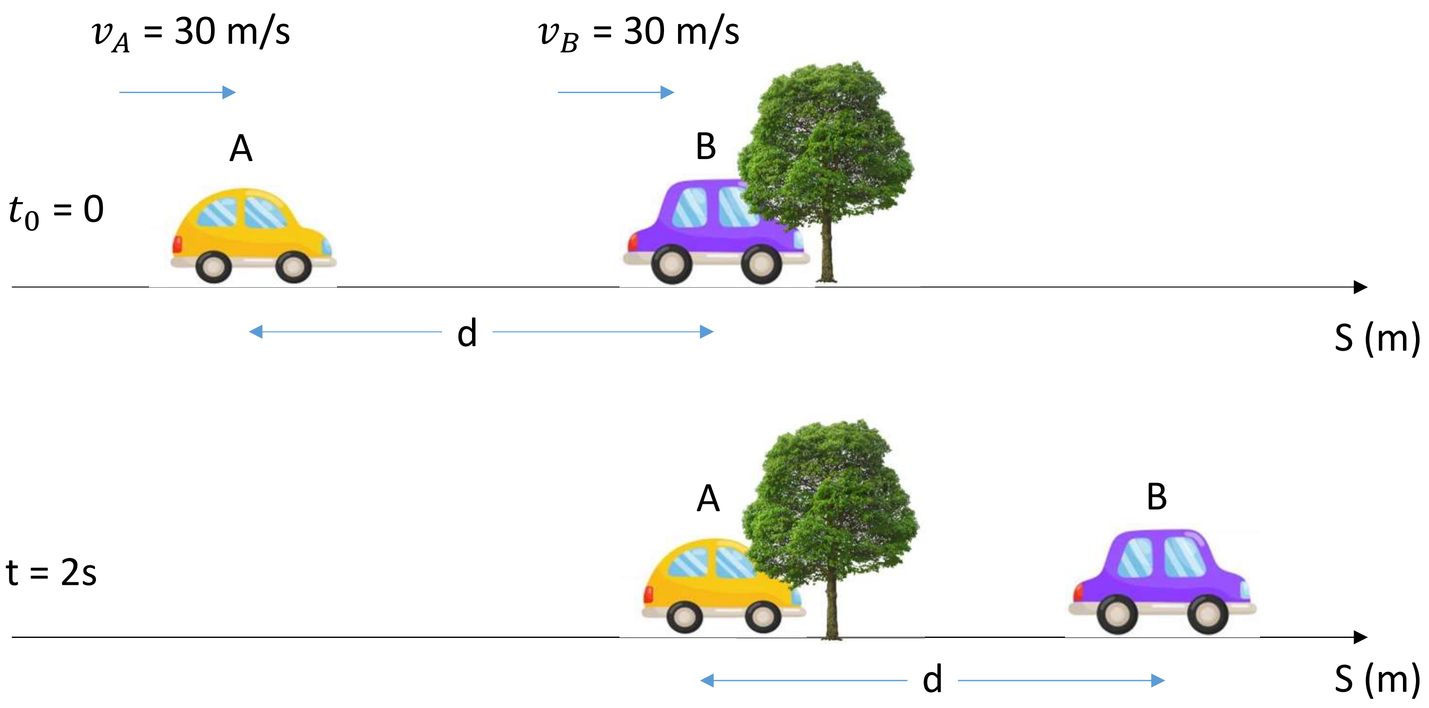
$1\cancel{0}.\Delta S = 90\cancel{0}$

$\Delta S = 90\ m$

$\Delta S_{total} = 15 + 90 = 105\ m$

O motorista da frente evitou o acidente.

Uma das recomendações do Detran para evitar colisões traseiras é a regra dos dois segundos. Para o motorista saber se está a uma distância segura do veículo da frente, deve observar um objeto de referência, como uma árvore próxima à estrada ou uma placa, passando pelo veículo, e contar pausadamente “cinquenta e um, cinquenta e dois”. Se esse objeto passar por ele após a contagem, pode-se considerar a distância segura. Dois carros trafegam em uma rodovia com a mesma velocidade de 108 km/h e separados por dois segundos.



$$108 \text{ km/h} \xrightarrow{\div 3,6} 30 \text{ m/s}$$

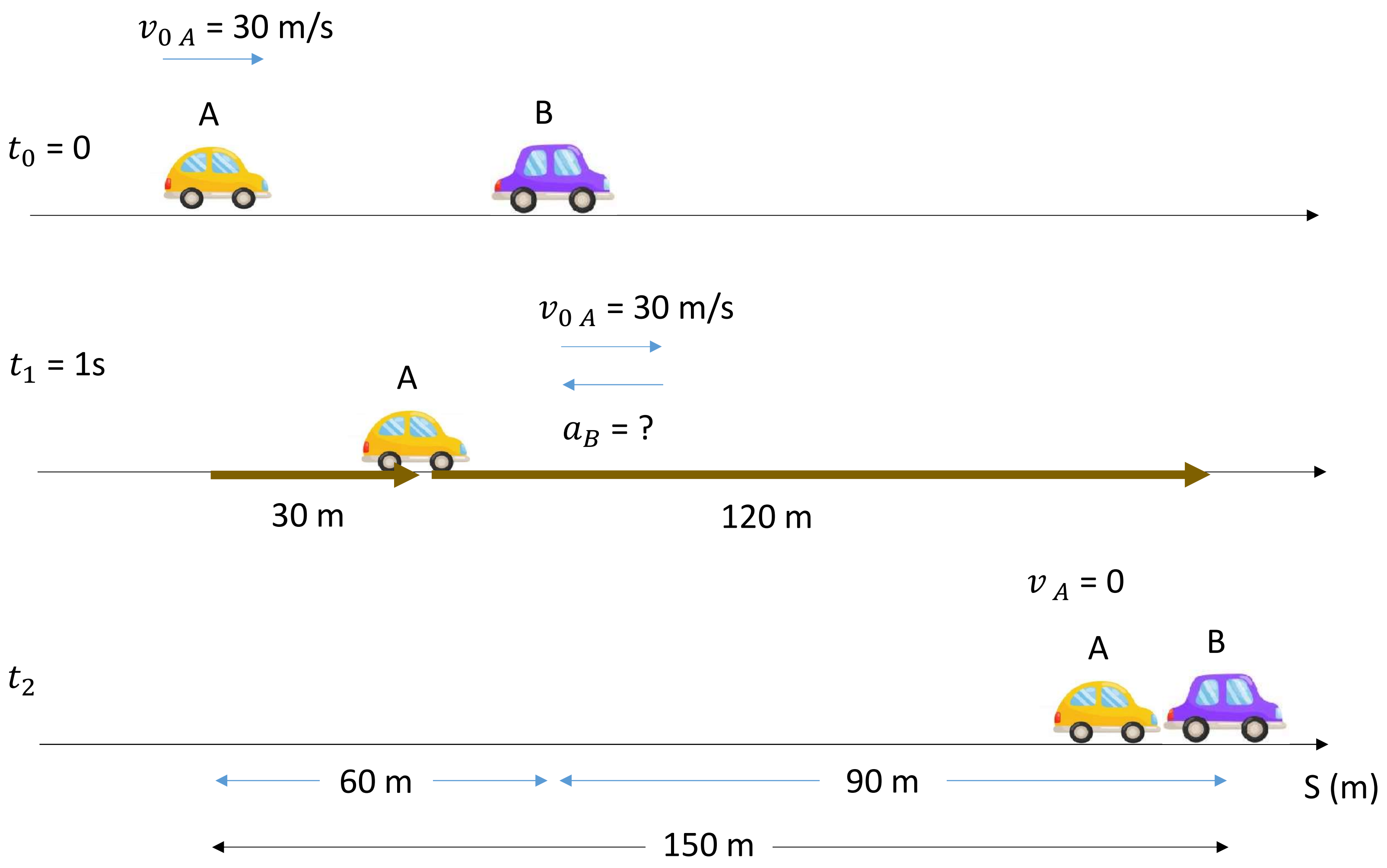
$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \Delta S = v \cdot \Delta t$$

$$d = v \cdot \Delta t$$

$$d = 30 \cdot 2$$

$$\boxed{d = 60 \text{ m}}$$

b) O motorista de trás leva 1 s para reagir ao ver as luzes de freio do carro da frente. Qual deve ser a menor aceleração em módulo desse veículo para evitar a colisão com o carro da frente?



Reação (t_0 a t_1)

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \Delta S = v \,.\, \Delta t$$

$$\Delta S = 30 \,.\, 1 = 30 \text{ m}$$

Brecada (t_1 a t_2)

$$v^2 = {v_0}^2 + 2a.\Delta S$$

$$0^2 = 30^2 + 2a.(120)$$

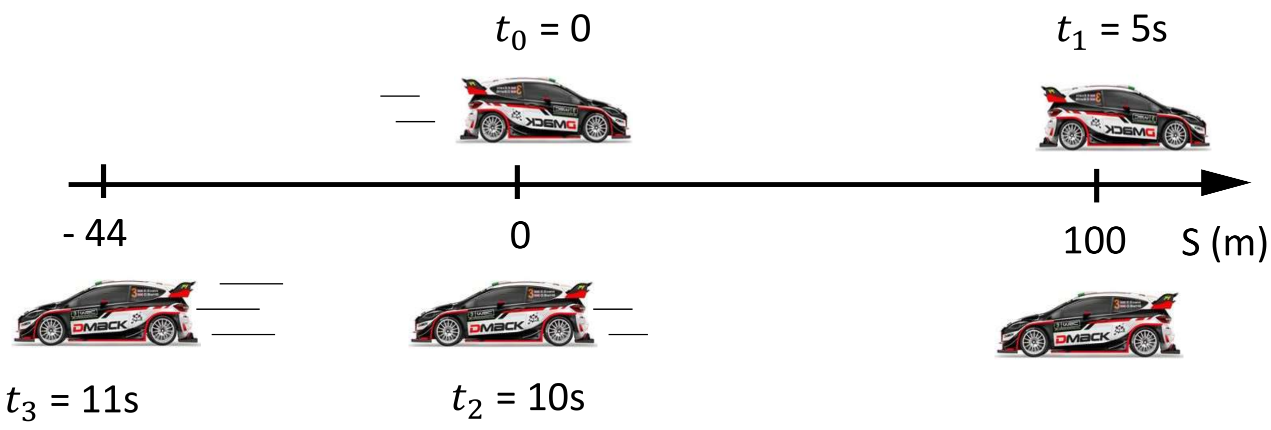
$$0 = 900 + 240.a$$

$$-900 = 240.a$$

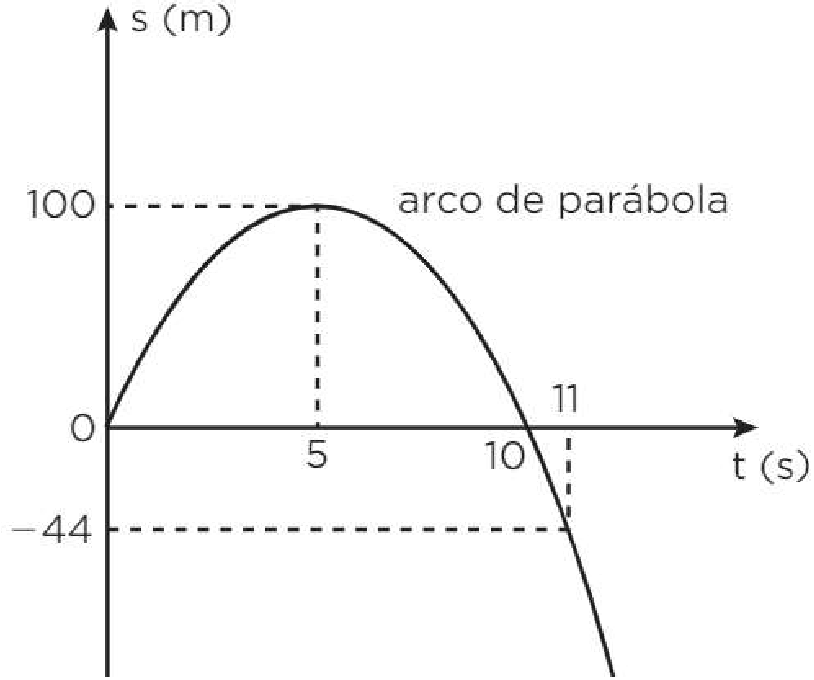
$$a = \frac{-900}{240} = -3{,}75 \text{ m/s}^2$$

$$\boxed{|a| = 3{,}75 \text{ m/s}^2}$$

4. Ken Block é um piloto de rally e de powerslide estadunidense que faz diversas manobras com carros de rally em áreas bastante inusitadas, como em um pátio de uma fábrica ou em regiões desérticas.



Em uma manobra, Ken breca bruscamente e inverte o sentido do movimento de seu carro. O gráfico a seguir descreve esse movimento.



A partir do gráfico:

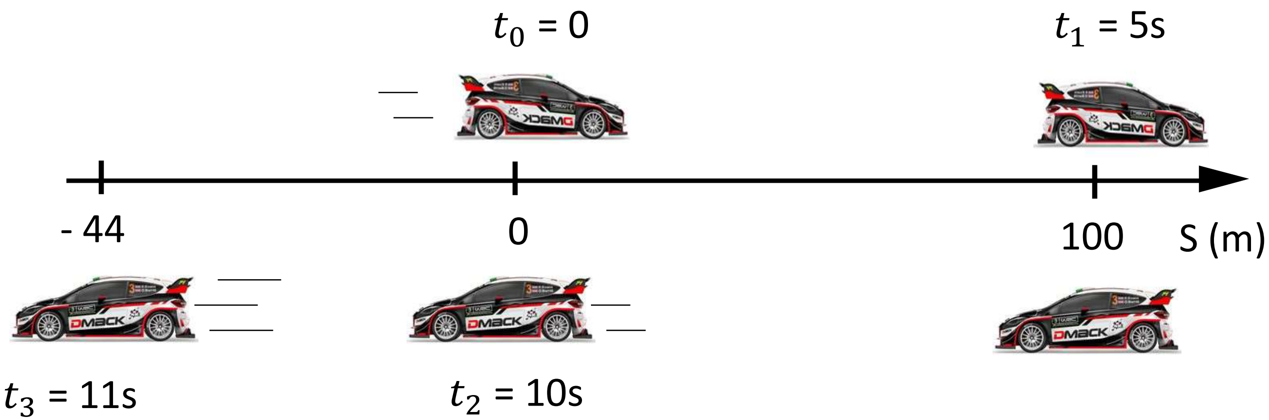
a) qual o tipo de movimento realizado pelo carro do piloto?

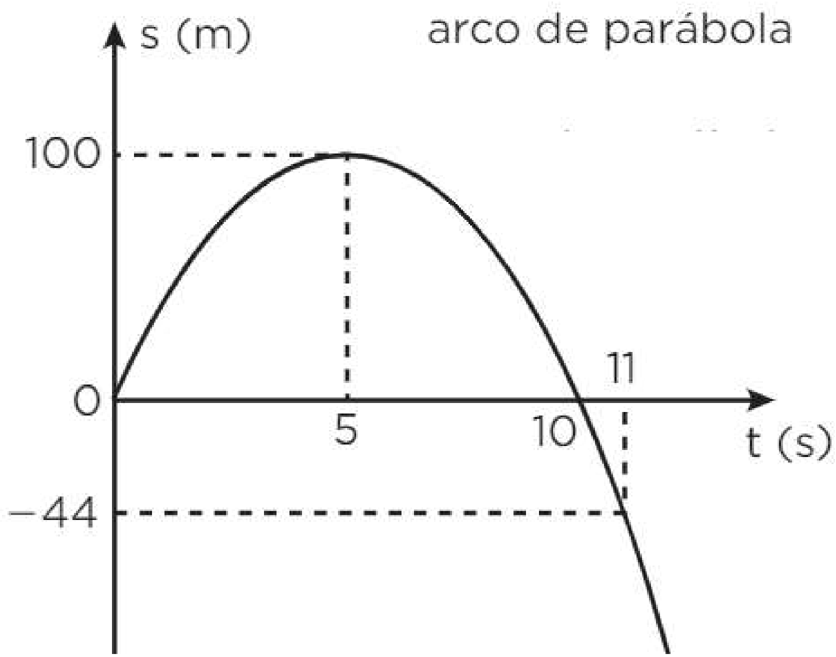
b) determine a função horária dos espaços desse movimento.

c) determine a função horária das velocidades desse movimento.

d) construa o gráfico velocidade x tempo desse movimento.

Em uma manobra, Ken breca bruscamente e inverte o sentido do movimento de seu carro. O gráfico a seguir descreve esse movimento.





a) qual o tipo de movimento realizado pelo carro do piloto?

Movimento uniformemente variado, pois o gráfico s x t é um arco de parábola.

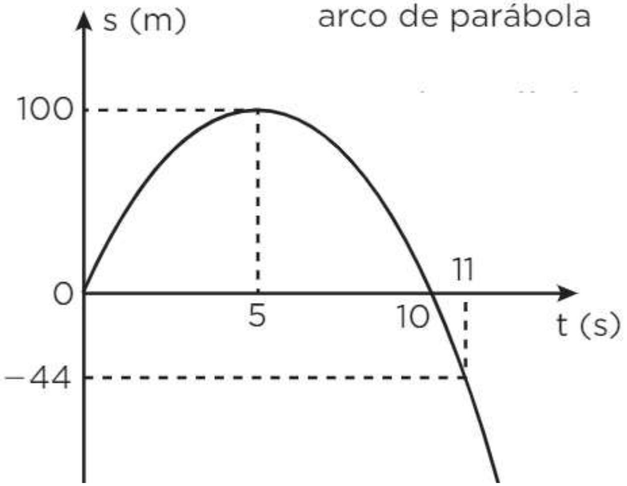
b) determine a função horária dos espaços desse movimento

$$S = \overset{0}{S_0} + V_0 . t + \frac{1}{2} . a . t^2$$

- $S_0 = 0$
- $V_0 = ?$
- $a = ?$

$$S = 40 . t + \frac{1}{2} . (-8) . t^2$$

$$\boxed{S = 40 . t - 4.t^2}$$



t = 5 → S = 100

$$100 = V_0 . (5) + \frac{1}{2} . a . (5)^2$$

$$100 = 5 . V_0 + 12{,}5.a \quad \text{(I)}$$

t = 10 → S = 0

$$0 = V_0 . (10) + \frac{1}{2} . a . (10)^2$$

$$0 = 10 . V_0 + 50.a$$

$$10 . V_0 + 50.a = 0$$

$$1\cancel{0} . V_0 = -5\cancel{0}.a$$

$$V_0 = -5a \quad \text{(II)}$$

$$\boxed{V_0 = -5(-8) = 40 \text{ m/s}}$$

$Subst$ (I) em (II)

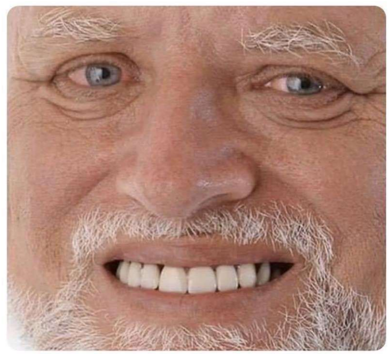
$$100 = 5(-5a) + 12{,}5.a$$

$$100 = -25a + 12{,}5.a$$

$$100 = -12{,}5.a$$

$$\frac{100}{-12{,}5} = a$$

$$\boxed{a = -8 \text{ m/s}^2}$$



Em uma manobra, Ken breca bruscamente e inverte o sentido do movimento de seu carro. O gráfico a seguir descreve esse movimento.

c) determine a função horária das velocidades desse movimento.

$v = v_0 + a.t$

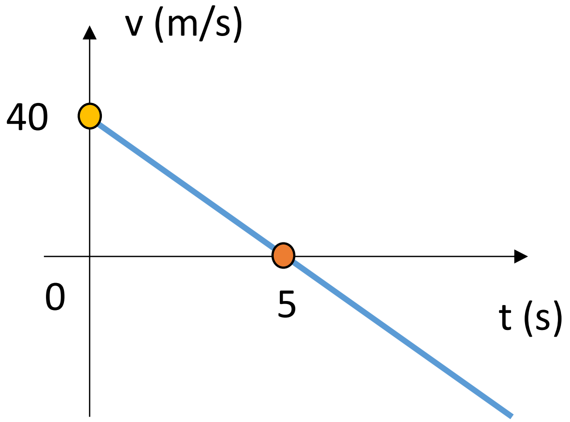
- V_0 = 40 m/s
- a = - 8 m/s²

$v = 40 + (-8).t$

$\boxed{v = 40 - 8t}$

Em uma manobra, Ken breca bruscamente e inverte o sentido do movimento de seu carro. O gráfico a seguir descreve esse movimento.

d) construa o gráfico velocidade x tempo desse movimento.



$v = 40 - 8t$

$t = 0 \rightarrow v = ?$

$v = 40 - 8(0)$

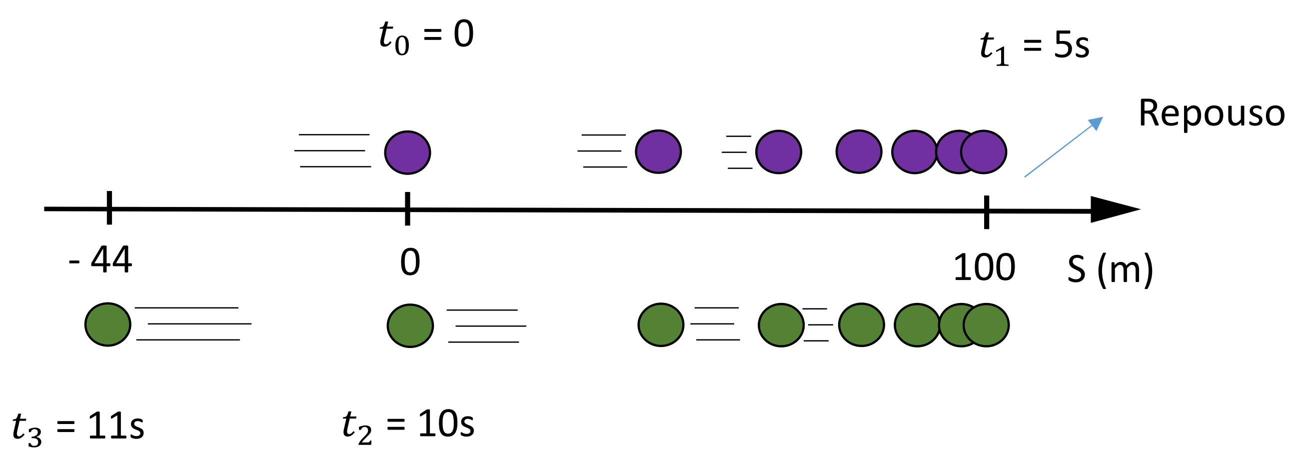
$v = 40\ m/s$

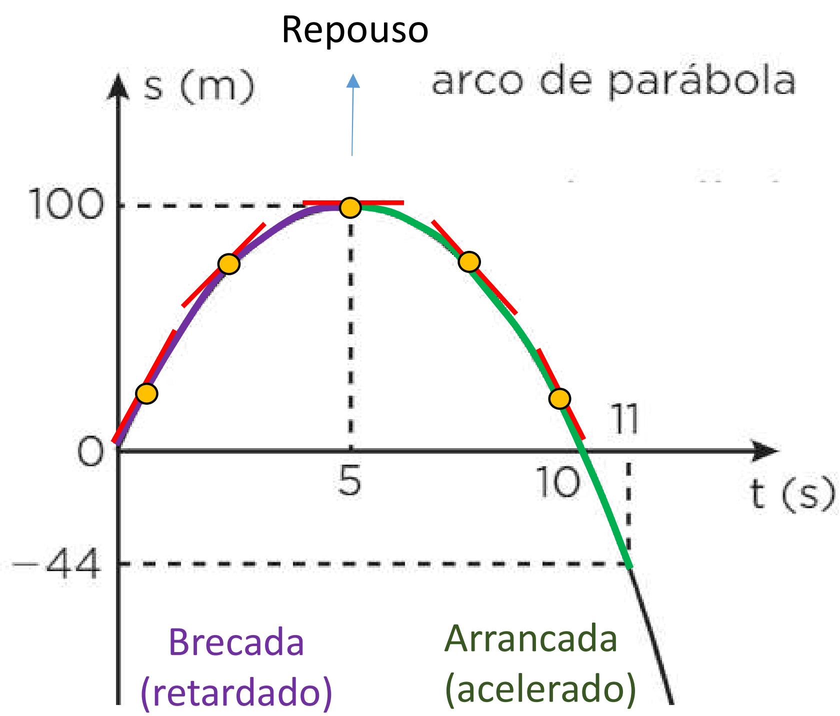
$t = 5 \rightarrow v = ?$

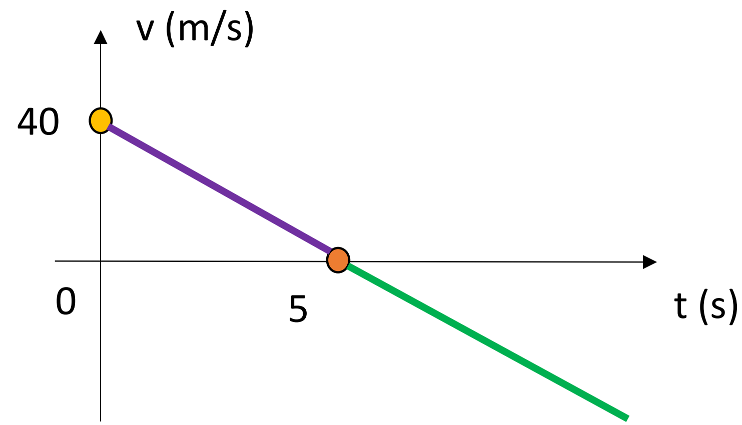
$v = 40 - 8(5)$

$v = 0$

Visão geral do movimento







$\boxed{a = -\,8\ m/s^2}$
cte

5. Um garoto arremessa uma pedra verticalmente para cima na boca de um poço com velocidade em módulo igual a 6 m/s. Sabendo que o módulo da aceleração da pedra é igual a 10 m/s² e que a distância entre a boca do poço e a superfície da água é igual a 18,2 metros, determine:

Note e adote: $g = 10\ m/s^2$ / despreze a resistência do ar / oriente a trajetória para cima

a) Sabendo que a velocidade do som no ar é 340 m/s, determine quanto tempo após o lançamento o garoto escutará o barulho da pedra atingindo a água.

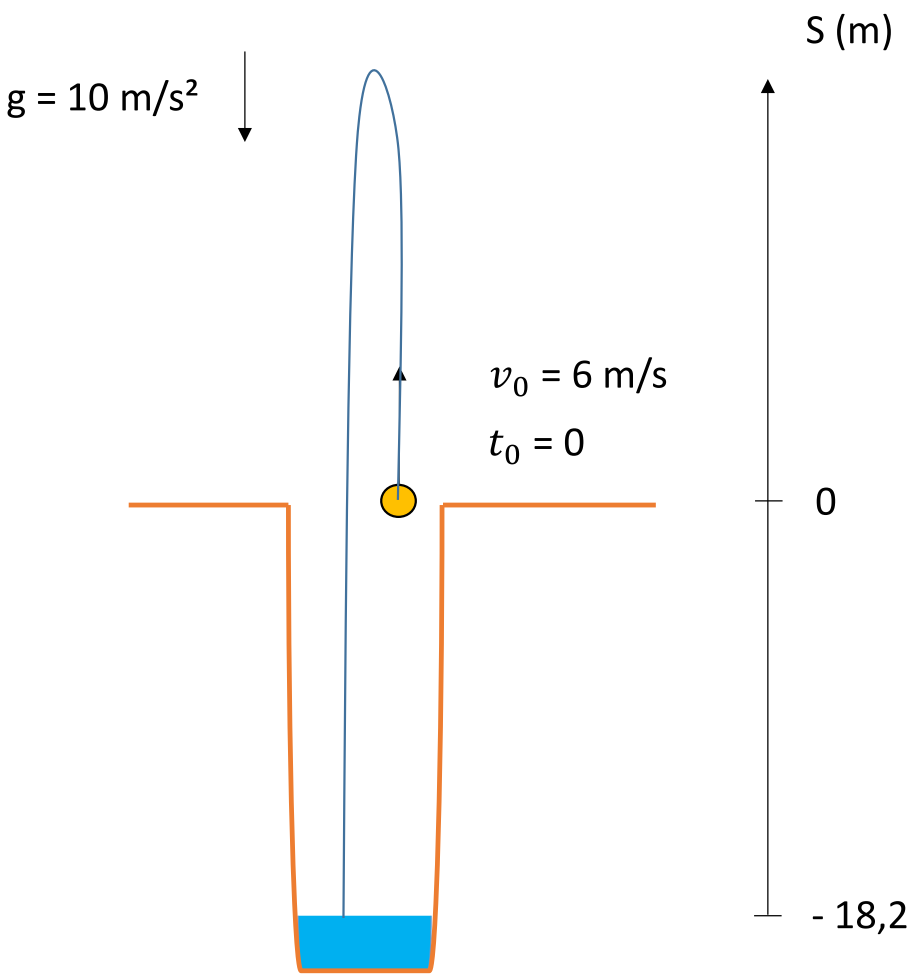
b) A velocidade da pedra quando estiver à altura de 1 metro acima da boca do poço.

c) A velocidade da pedra quando estiver a 3,2 metros abaixo da boca do poço.

d) A velocidade da pedra quando estiver a uma altura de 2 metros acima da boca do poço.

e) A altura máxima atingida pela pedra, medida a partir da boca do poço.

5. Um garoto arremessa uma pedra verticalmente para cima na boca de um poço com velocidade em módulo igual a 6 m/s. Sabendo que o módulo da aceleração da pedra é igual a 10 m/s² e que a distância entre a boca do poço e a superfície da água é igual a 18,2 metros, determine:



$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

- S_0 = 0 m
- a = - 10 m/s²
- V_0 = 6 m/s

$S = 0 + 6 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-10) \cdot t^2$

$\boxed{S = 6t - 5t^2}$

$v = v_0 + a \cdot t$

$v = 6 + (-10) \cdot t$

$\boxed{v = 6 - 10t}$

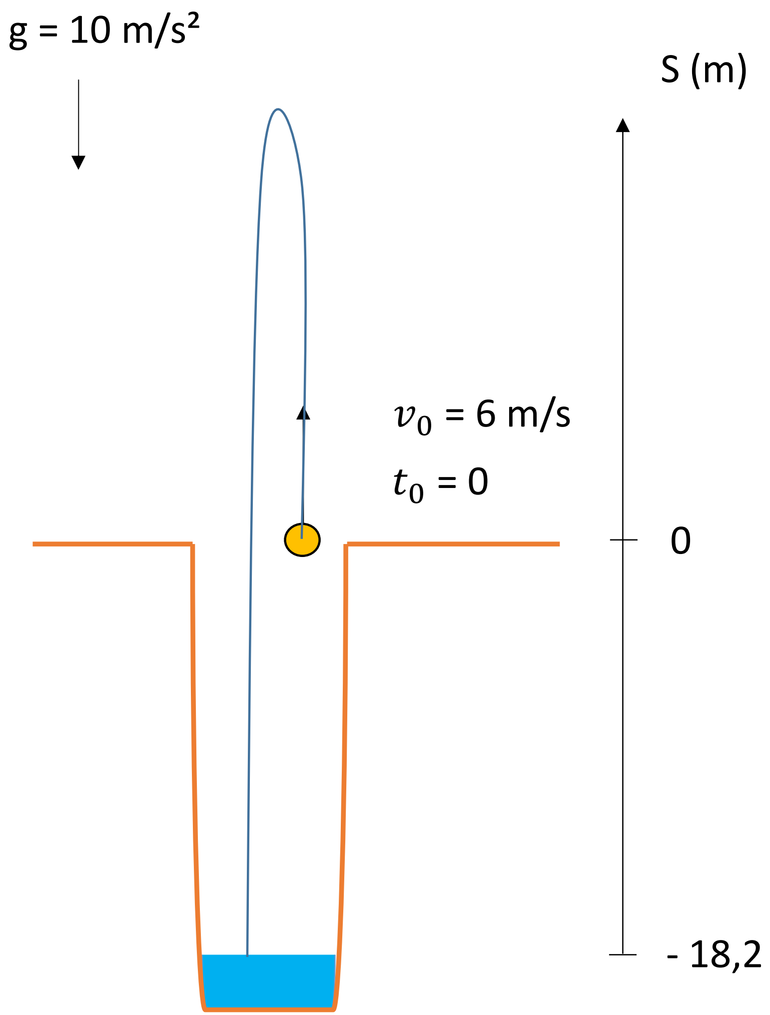
$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta S$

$v^2 = 6^2 + 2(-10) \cdot \Delta S$

$\boxed{v^2 = 36 - 20 \cdot \Delta S}$

a) Sabendo que a velocidade do som no ar é 340 m/s, determine quanto tempo após o lançamento o garoto escutará o barulho da pedra atingindo a água.

$$\boxed{\Delta t = \Delta t_{pedra} + \Delta t_{som} = 2{,}6 + 0{,}05 = 2{,}65\text{s}}$$



Para pedra

$S = -18{,}2 \text{ m} \rightarrow t = ?$

$S = 6t - 5t^2$

$-18{,}2 = 6t - 5t^2$

$5t^2 - 6t - 18{,}2 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4.(5).(-18{,}2)$

$\Delta = 36 + 364 = 400$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

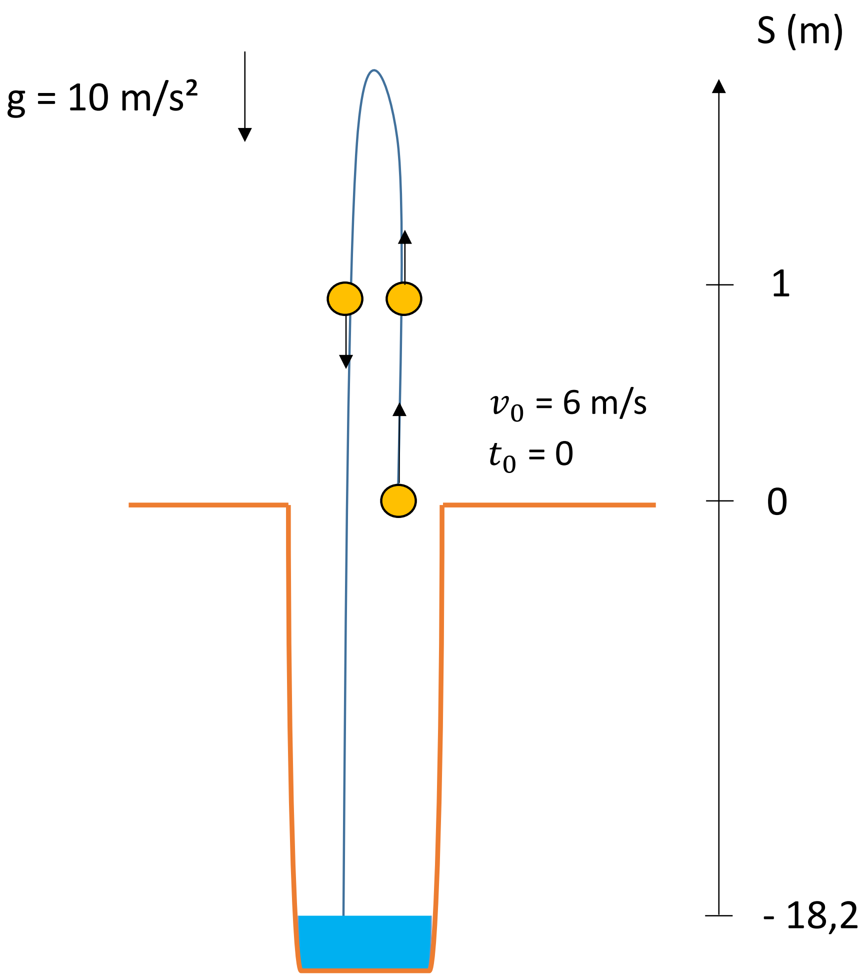
$$t' = \frac{-(-6) - \sqrt{400}}{2.5} = \frac{6 - 20}{10} = \frac{-14}{10} = -1{,}4\ s$$ ✗

$$t'' = \frac{-(-6) + \sqrt{400}}{2.5} = \frac{6 + 20}{10} = \frac{26}{10} = \mathbf{2{,}6\ s}$$ ✓

Para o som

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{18{,}2}{340} \cong \mathbf{0{,}05\ s}$$

b) A velocidade da pedra quando estiver à altura de 1 metro acima da boca do poço.



$v^2 = 36 - 20.\Delta S$ $\Delta S = (S' - S)$

ΔS = 1 m $\rightarrow$ v = ?

$v^2 = 36 - 20.(1 - 0)$

$v^2 = 36 - 20$

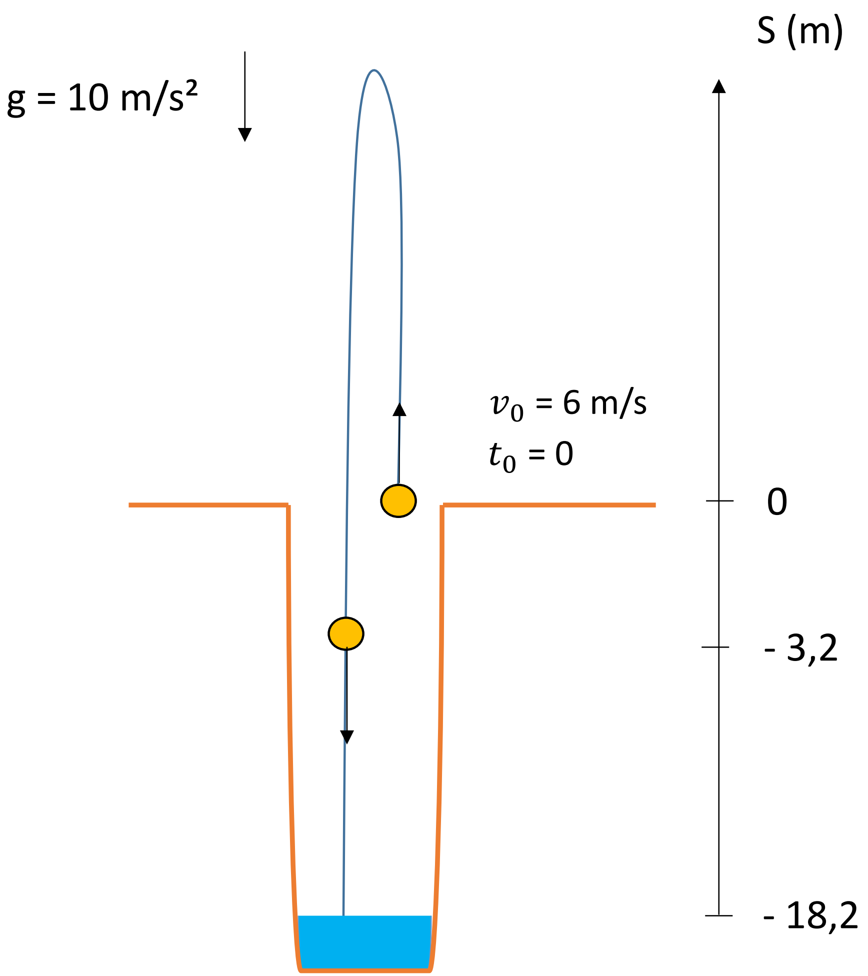
$v^2 = 16$

$v = +4\ m/s$

ou

$v = -4\ m/s$

c) A velocidade da pedra quando estiver a 3,2 metros abaixo da boca do poço.



$v^2 = 36 - 20.\Delta S$ $\qquad$ $\Delta S = (S' - S)$

ΔS = -3,2 m $\rightarrow$ v = ?

$v^2 = 36 - 20.(-3,2 - 0)$

$v^2 = 36 + 64$

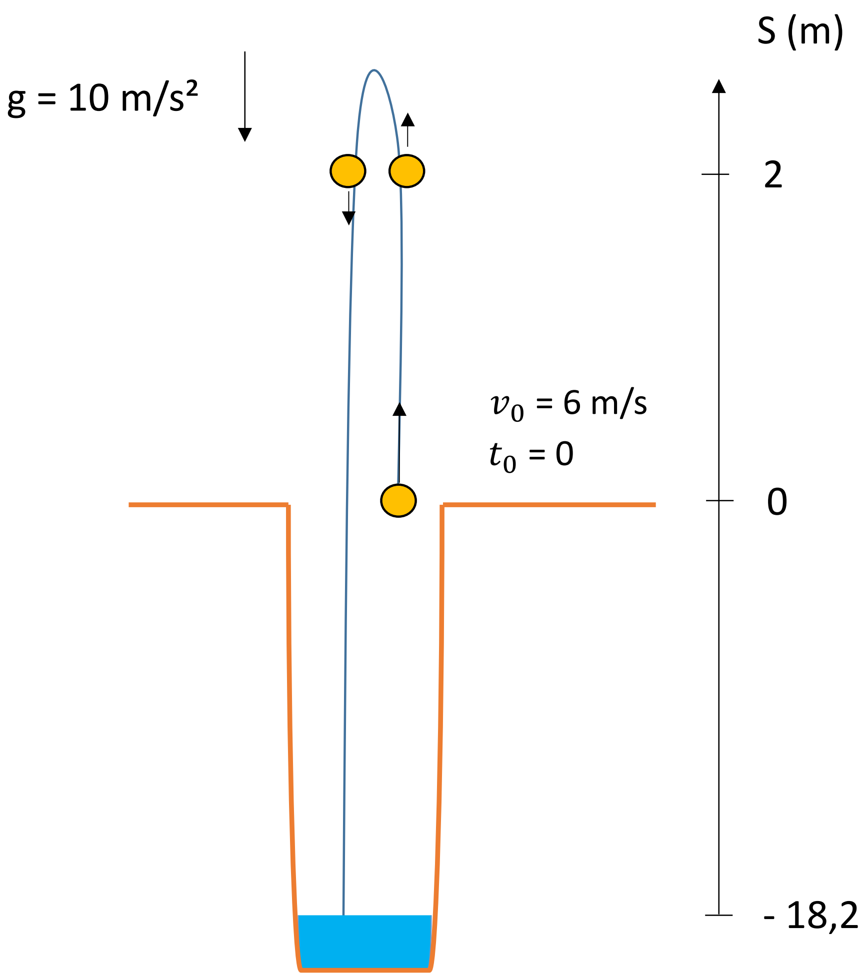
$v^2 = 100$

$v = +10\ m/s$

ou

$\boxed{v = -10\ m/s}$

d) A velocidade da pedra quando estiver a uma altura de 2 metros acima da boca do poço.



$v^2 = 36 - 20.\Delta S$ $\qquad$ $\Delta S = (S' - S)$

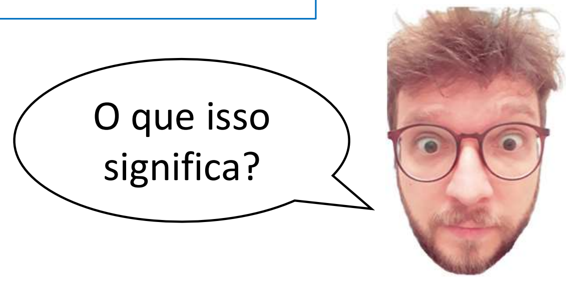
ΔS = 2,0 m $\rightarrow$ v = ?

$v^2 = 36 - 20.(2 - 0)$

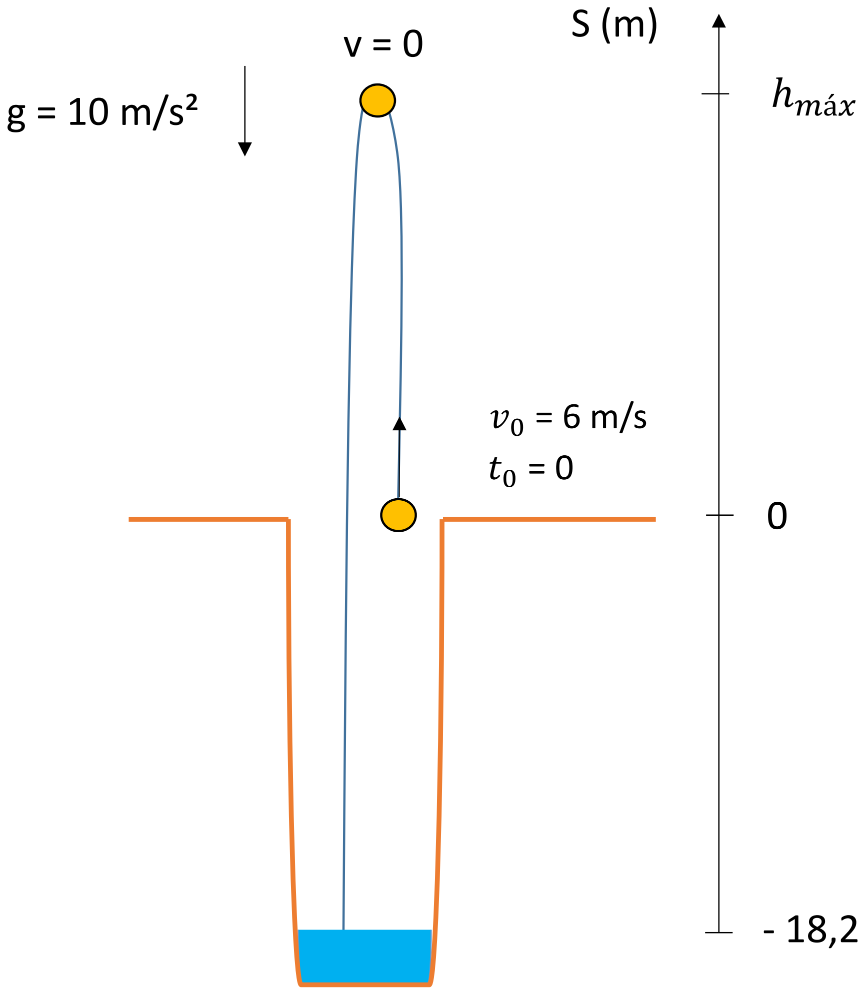
$v^2 = 36 - 40$

$v^2 = -4$

Não existe resposta no conjunto dos números reais.



e) A altura máxima atingida pela pedra, medida a partir da boca do poço.



$v^2 = 36 - 20.\Delta S$ $\qquad$ $\Delta S = (S' - S)$

$\Delta S = ? \rightarrow v = 0$

$0^2 = 36 - 20.(h - 0)$

$0 = 36 - 20.(h)$

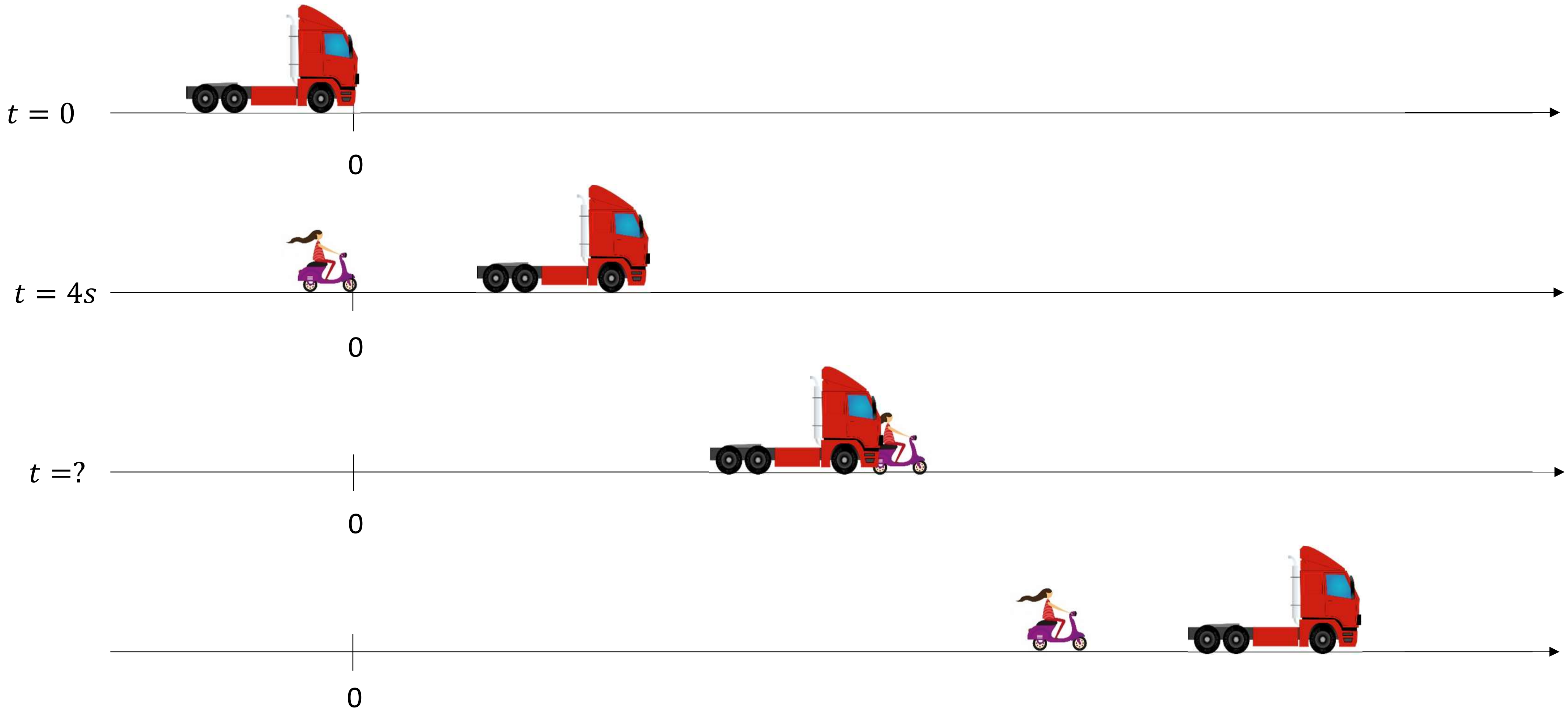
$20.h = 36$

$h = \frac{36}{20}$

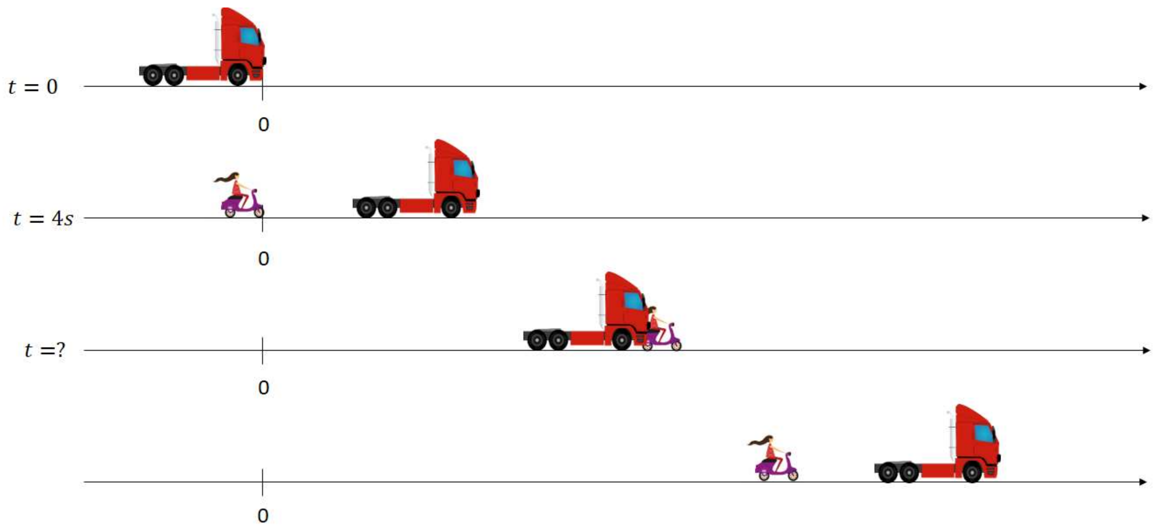
$\boxed{h_{máx} = 1{,}8 \text{ m}}$

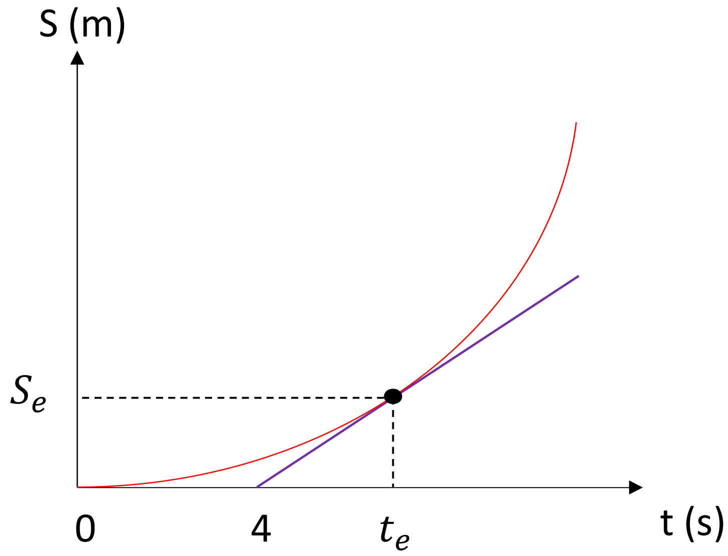
6. (Alguma olímpiada da qual o Caio não se lembra) Um caminhão parte do repouso e em movimento retilíneo uniformemente variado com aceleração de 2 m/s^2. Após 4s uma motocicleta passa pelo mesmo ponto de partida do caminhão, em movimento retilíneo uniforme e com velocidade V. Calcule o menor valor de V para que a motocicleta alcance o caminhão.

6. (Alguma olímpiada da qual o Caio não se lembra) Um caminhão parte do repouso e em movimento retilíneo uniformemente variado com aceleração de 2 m/s². Após 4s uma motocicleta passa pelo mesmo ponto de partida do caminhão, em movimento retilíneo uniforme e com velocidade V. Calcule o menor valor de V para que a motocicleta alcance o caminhão.



6. (Alguma olímpiada da qual o Caio não se lembra) Um caminhão parte do repouso e em movimento retilíneo uniformemente variado com aceleração de 2 m/s². Após 4s uma motocicleta passa pelo mesmo ponto de partida do caminhão, em movimento retilíneo uniforme e com velocidade V. Calcule o menor valor de V para que a motocicleta alcance o caminhão.





$S = S_0 + v \cdot \Delta t$

$S = S_0 + v \cdot (t - t_0)$

$S_m = 0 + v \cdot (t - 4)$

$S_m = v \cdot (t - 4)$

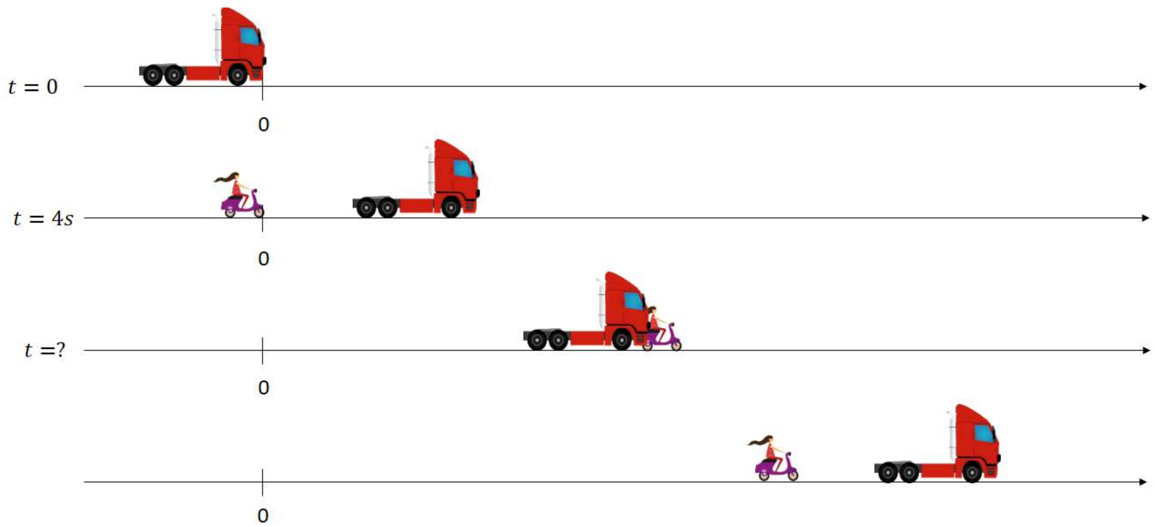
$S = S_0 + v \cdot \Delta t + \frac{a}{2} \cdot \Delta t^2$

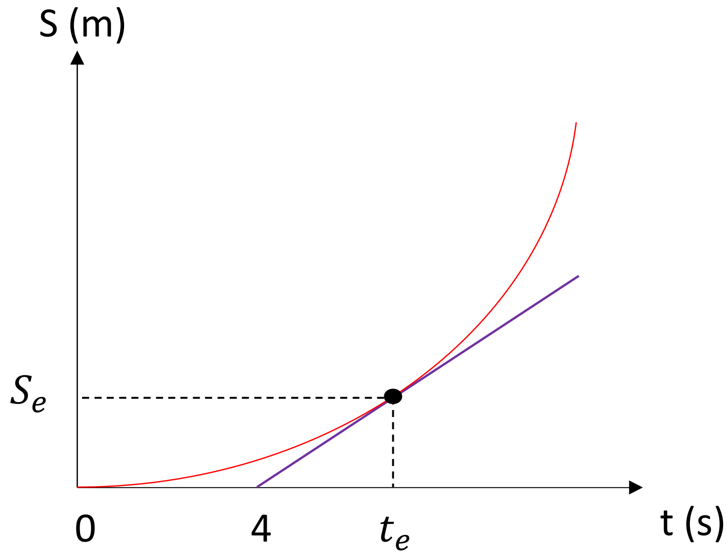
$S = S_0 + v \cdot (t - t_0) + \frac{a}{2} \cdot (t - t_0)^2$

$S_c = 0 + 0 \cdot (t - 0) + \frac{2}{2} \cdot (t - 0)^2$

$S_c = t^2$

6. (Alguma olímpiada da qual o Caio não se lembra) Um caminhão parte do repouso e em movimento retilíneo uniformemente variado com aceleração de 2 m/s². Após 4s uma motocicleta passa pelo mesmo ponto de partida do caminhão, em movimento retilíneo uniforme e com velocidade V. Calcule o menor valor de V para que a motocicleta alcance o caminhão.





$S_m = v \cdot (t - 4)$

$S_c = t^2$

No encontro

$S_c = S_m$

$t^2 = v \cdot (t - 4)$

$t^2 = vt - 4v$

$t^2 - vt + 4v = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$

$\Delta = (-v)^2 - 4(1)(4v) = 0$

$v^2 - 16v = 0$

$v \cdot (v - 16) = 0$

$v = 0$ ou

$\boxed{v = 16 \text{ m/s}}$