Aulas 9 e 10 – Cinemática do movimento circular uniforme (MCU)

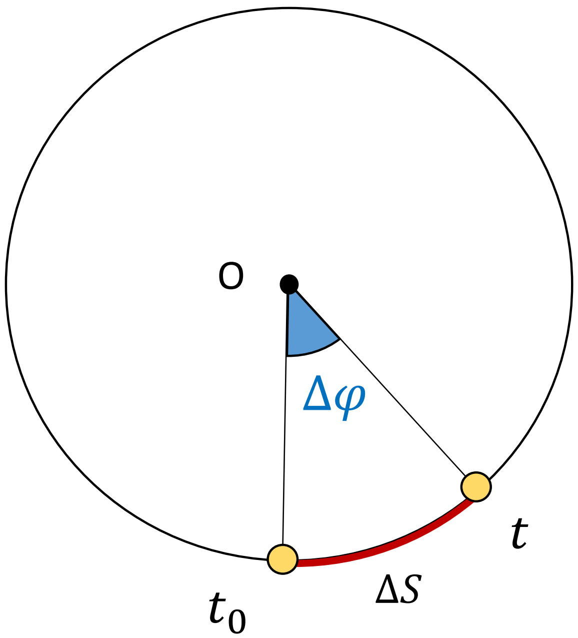
- Aprofundamento curricular / Caderno 1 / Módulo 3 / Objetivo 3 / Página 294
- Estudos avançados / Caderno 1 / Módulo 8 / Página 73

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

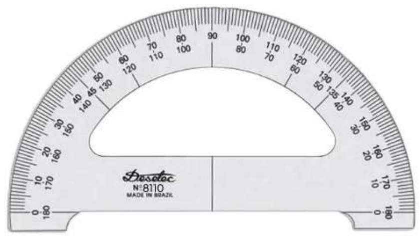
Professor Caio / Frente 3

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

1. Escalar (linear) x angular

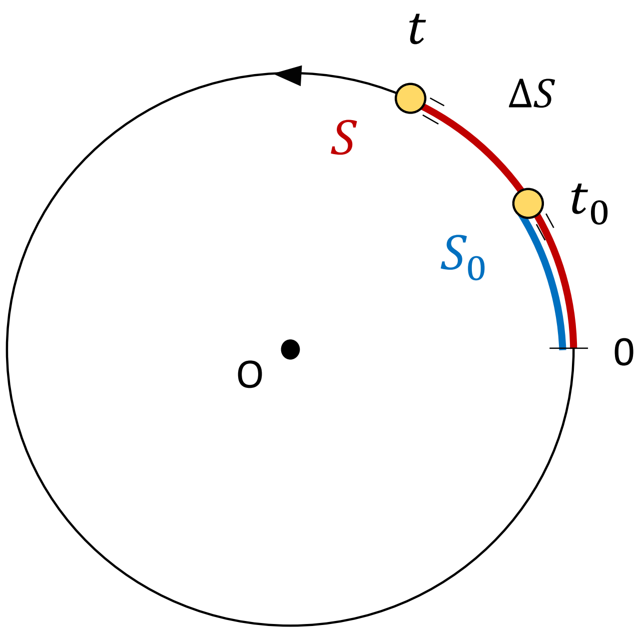


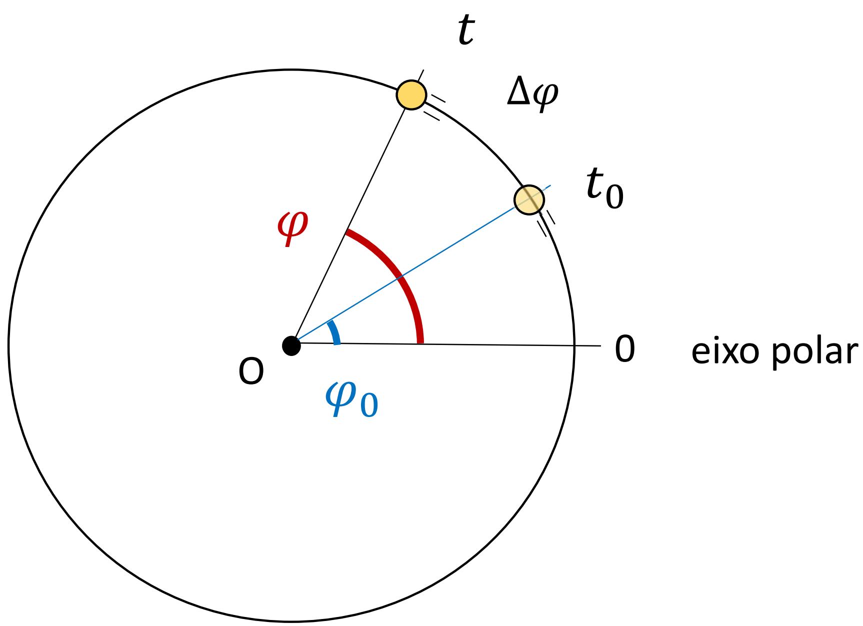
$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad SI: \frac{rad}{s}$$



$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad SI: \frac{m}{s}$$

1. Escalar (linear) x angular



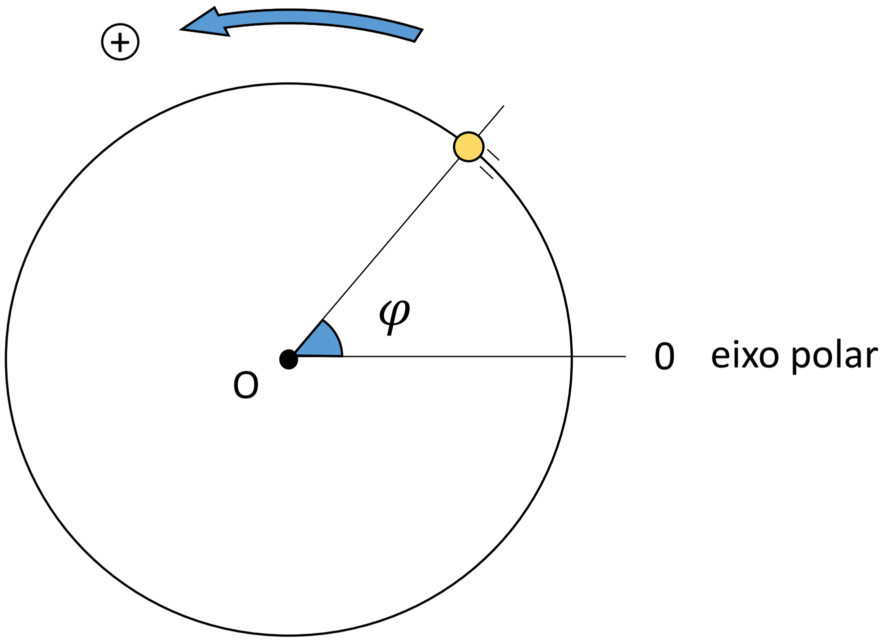


$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0} \qquad SI: \ \frac{m}{s}$$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0} \qquad SI: \ \frac{rad}{s}$$

2. Posição angular, espaço angular ou ângulo de fase (φ)

$[\varphi]$ = SI: rad



Exemplos:

1 volta = 2π rad = 360°

- $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad = 30°

- $\varphi = \frac{\pi}{4}$ rad = 45°

- $\varphi = \frac{\pi}{3}$ rad = 60°

- $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad = 90°

- $\varphi = \pi$ rad = 180°

- $\varphi = 2\pi$ rad = 360°

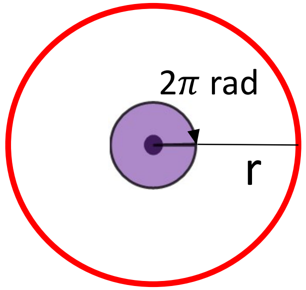
KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

3. Relação entre grandezas angulares e grandezas escalares

$$\textit{grandeza escalar} = \textit{grandeza angular} \times \textit{raio}$$

Ex: Perímetro

$$2\pi r = 2\pi \cdot r$$



$$\Delta s = \Delta\varphi \cdot r$$

SI: m = rad · m

$$v = \omega \cdot r$$

SI: $\frac{m}{s}$ = $\frac{rad}{s}$ · m

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

4. Período e frequência no MCU

- Período (T): intervalo de tempo para o ocorrer uma rotação.

$$[T] = \text{SI: s}$$

- Frequência (f): rotações por unidade de tempo.

$$f = \frac{quantidade\ de\ rot\ \text{ções}}{\Delta t} \qquad [\,f\,] = \text{SI: Hz} \qquad 1\ \text{Hz} = 1\ \frac{\text{rotação}}{\text{s}}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

5. Movimento circular uniforme (MCU)

Trajetória circular

$v \ e \ \omega \ constantes$

$$v = \omega \ . \ \text{r}$$

SI: $[v] = \frac{m}{s}$

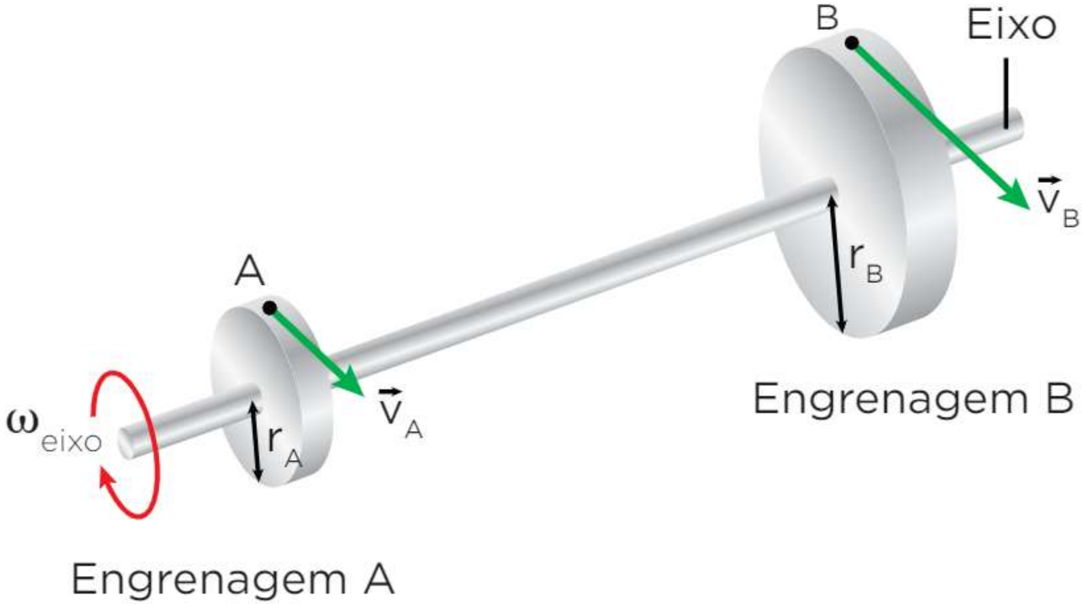
SI: $[\omega] = \frac{rad}{s}$

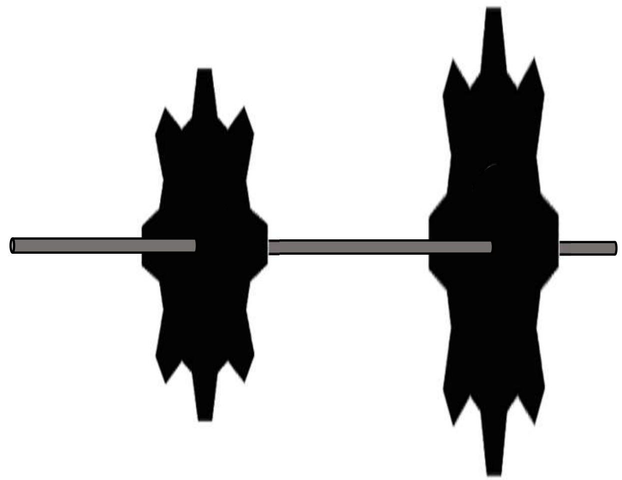
SI: [r] = m

- $v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$

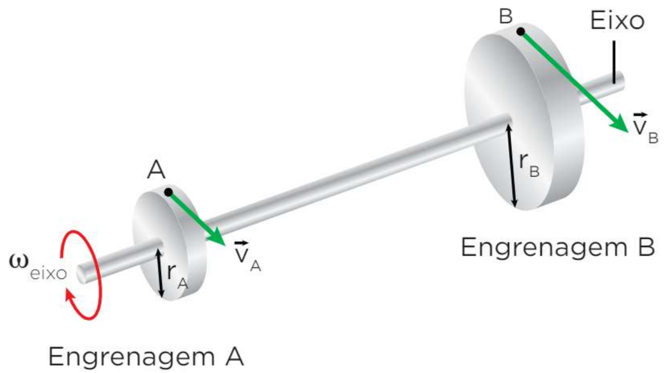
- $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

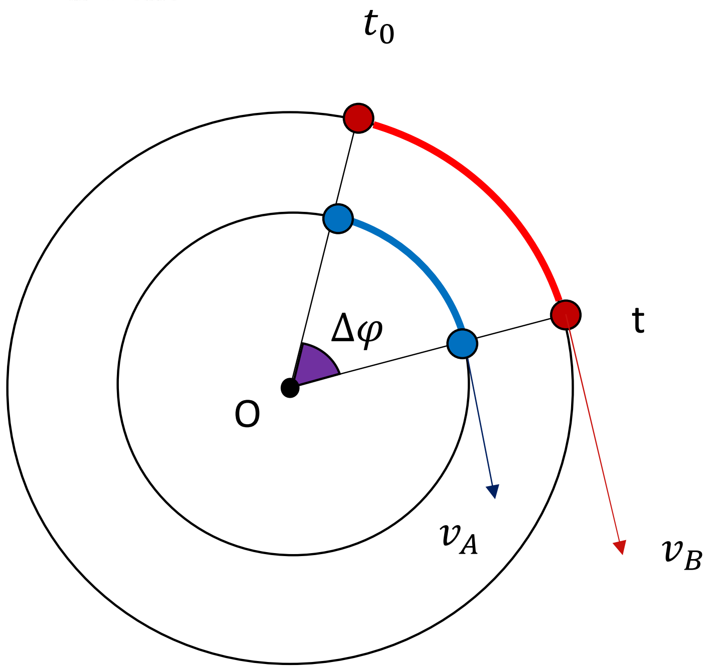
6.1. Acoplamentos: eixo





6.1 Acoplamentos: eixo





$\Delta\varphi_A = \Delta\varphi_B$ $\quad\quad$ $\Delta s_A < \Delta s_B$

$\omega_A = \omega_B$ $\quad\quad$ $v_A < v_B$

$$v = \omega \, . \, \mathrm{r}$$

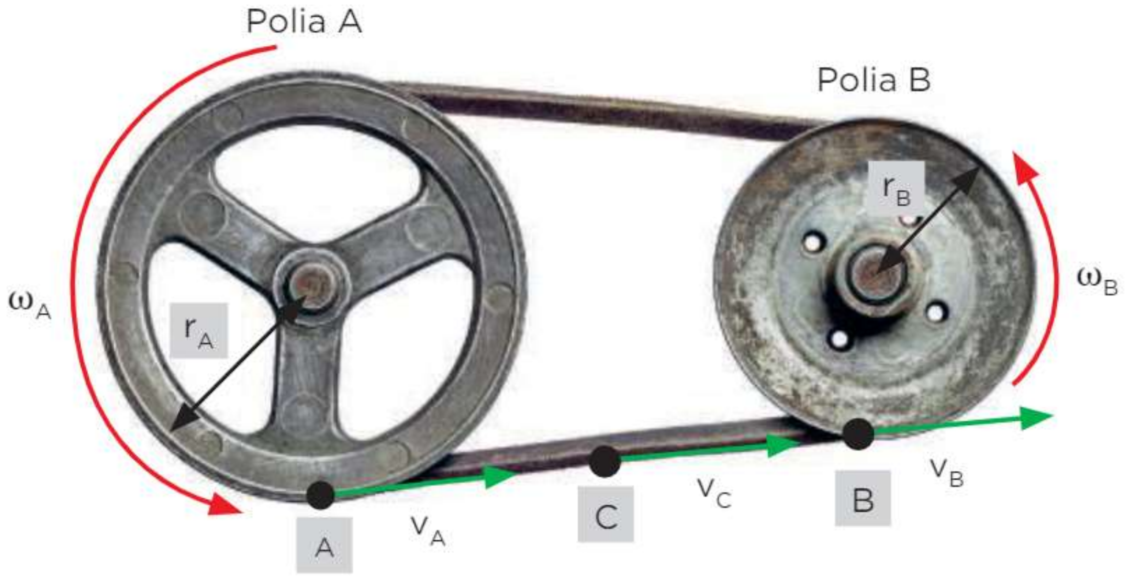
Maior velocidade escalar para B

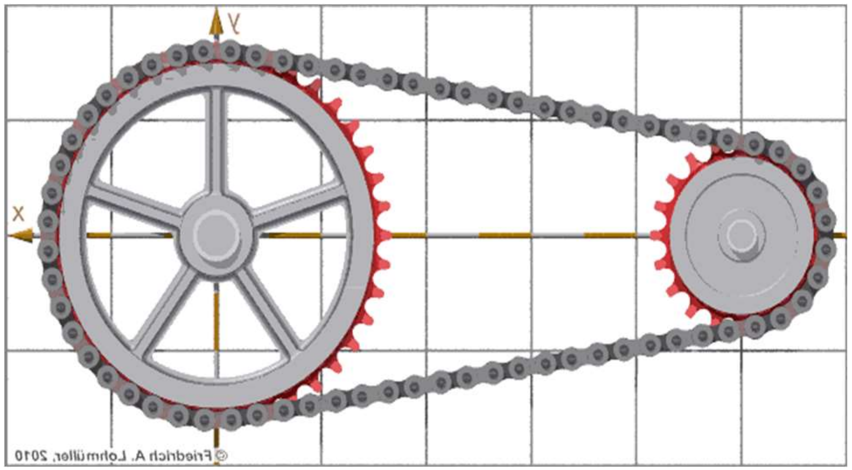
Igual para A e B

Maior raio para B

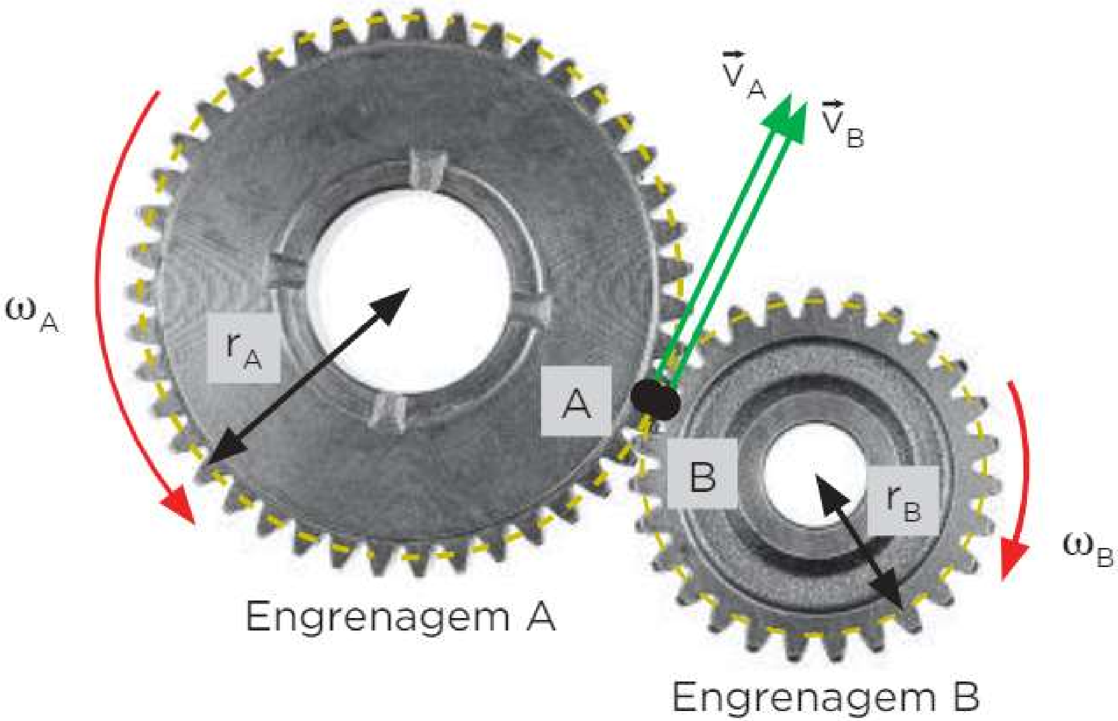
$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad v = \omega \, . \, \mathrm{r}$$

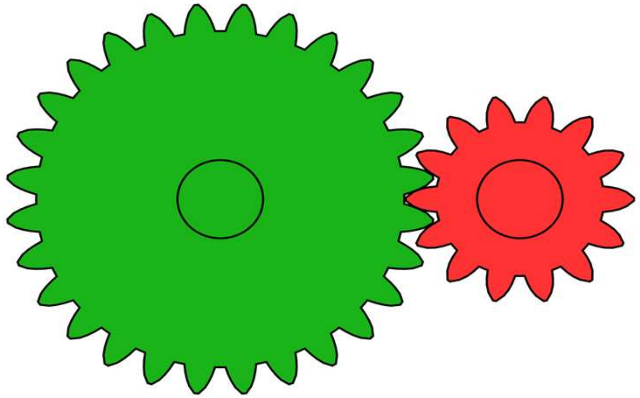
6.2. Acoplamentos: correias e correntes



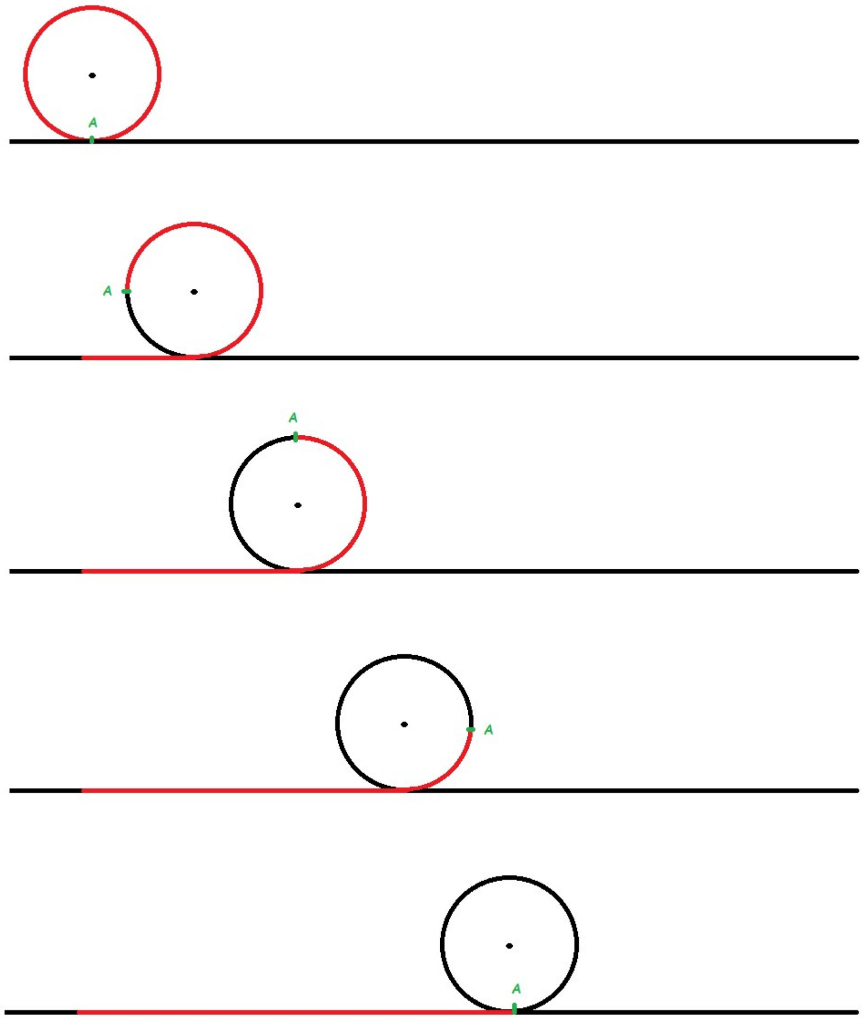


6.3. Acoplamentos: engrenagens em contato





7. Exemplo da roda sobre uma superfície



$$\Delta S_{\text{Roda}} = \Delta S_{\text{Ponto } A}$$

Centro da roda em relação ao chão | Ponto A em relação ao centro da circunferência

$$V_{\text{Roda}} = V_{\text{Ponto } A}$$

Centro da roda em relação ao chão | Ponto A em relação ao centro da circunferência

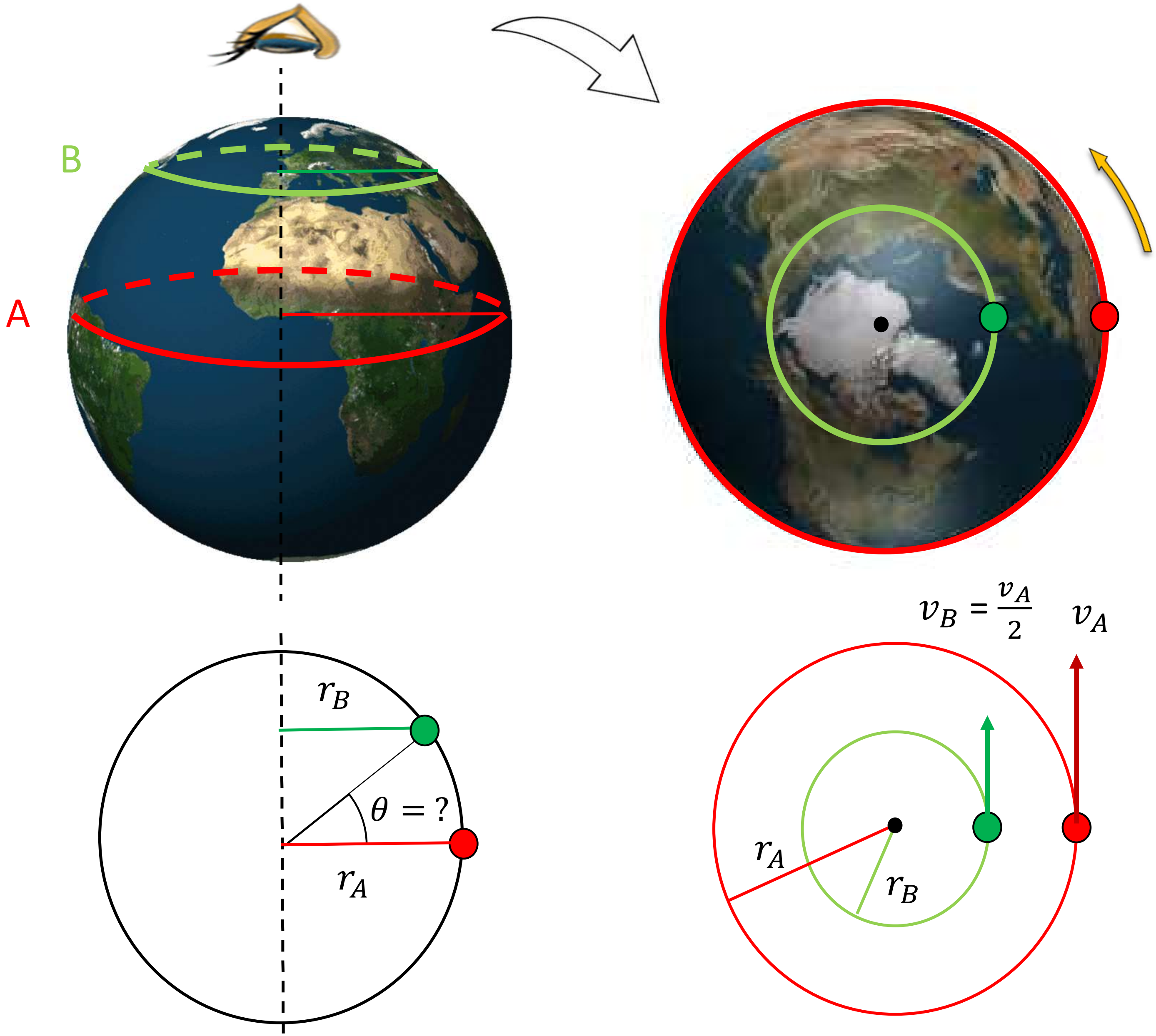
Exercícios do Caio

1. Um corpo descreve um MCU de raio 50 cm com período igual a 2 s. Determine:

a) a frequência, em Hz.
b) a frequência angular, em rpm.
c) a velocidade angular, em rad/s.
d) a velocidade linear, em m/s.

2. Considere o movimento de rotação de dois objetos presos a superfície da Terra sendo um deles no equador e o outro em uma latitude norte acima do equador considerando somente a rotação da Terra para que a velocidade tangencial do objeto que está a norte seja metade da velocidade do que está no equador sua atitude deve ser

a) 60°
b) 45°
c) 30°
d) 0,5°



B
A
r_B
$\theta = ?$
r_A
$v_B = \frac{v_A}{2}$
v_A
r_A
r_B

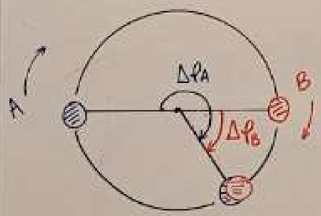
3. Dois atletas correm em uma pista circular de raio 50 m, com velocidades escalares constantes e iguais a 10,8 km/h e 9 km/h. Eles iniciaram suas corridas no mesmo instante e em posições diametralmente opostas. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos, sabendo-se que eles se movimentam no mesmo sentido, valem, respectivamente (considere $\pi = 3$):

a) 300 s e 300 s
b) 300 s e 600 s
c) 300 s e 900 s
d) 900 s e 300 s
e) 900 s e 600 s

Ex.3

- $\omega_A = \frac{V_A}{r_A} = \frac{3}{50} = 0{,}06\ \frac{rad}{s}$
- $\omega_B = \frac{V_B}{r_B} = \frac{2{,}5}{50} = 0{,}05\ \frac{rad}{s}$

* Primeiro encontro



$\Delta\varphi_A - \Delta\varphi_B = \pi$

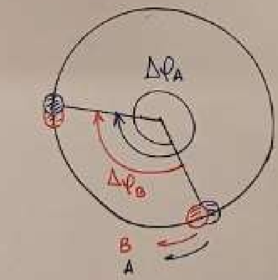
$\omega_A \cdot \Delta t - \omega_B \cdot \Delta t = \pi$

$0{,}06\Delta t - 0{,}05\Delta t = \pi$

$0{,}1\Delta t = 3$

$\Delta t = \frac{3}{0{,}1} = 300s$

* Segundo encontro



$\Delta\varphi_A - \Delta\varphi_B = 2\pi$

$\omega_A \cdot \Delta t - \omega_B \cdot \Delta t = 2\pi$

$0{,}06 \cdot \Delta t - 0{,}05\Delta t = 2\pi$

$0{,}01\Delta t = 6$

$\Delta t = 600s$

t_0

$t_1 = 300s$ (1º enc) $+300s$

$t_2 = 900s$ (2º enc) $+600s$

alt. m: C//

4. Considere agora que os dois atletas do exercício anterior se movimentem em sentidos contrários. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos valem, aproximadamente (considere $\pi = 3$):

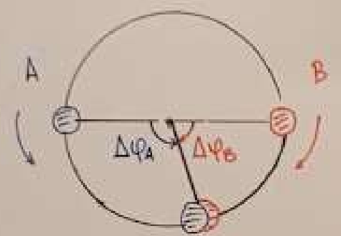
a) 27,3 s e 54,5 s
b) 27,3 s e 81,8 s
c) 54,5 s e 81,8 s
d) 81,8 s e 54,3 s
e) 81,8 s e 136,4 s

Ex. 4

- $\omega_A = \dfrac{V_A}{r_A} = \dfrac{3}{50} = 0{,}06 \ \dfrac{rad}{s}$

- $\omega_B = \dfrac{V_B}{r_B} = \dfrac{2{,}5}{50} = 0{,}05 \ \dfrac{rad}{s}$

* Primeiro encontro



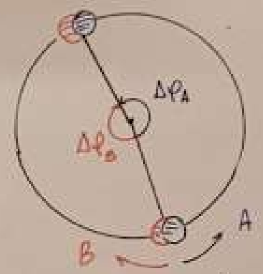
$$\Delta\varphi_A + \Delta\varphi_B = \pi$$

$$\omega_A . \Delta t + \omega_B \Delta t = \pi$$

$$0{,}06\Delta t + 0{,}05\Delta t = 3$$

$$\Delta t = \frac{3}{0{,}11} \cong 27{,}3s$$

* Segundo encontro



$$\Delta\varphi_A + \Delta\varphi_B = 2\pi$$

$$\omega_A . \Delta t + \omega_B . \Delta t = 2\pi$$

$$0{,}06\Delta t + 0{,}05\Delta t = 2\pi$$

$$0{,}11\Delta t = 6$$

$$\Delta t = \frac{6}{0{,}11} \cong 54{,}5s$$

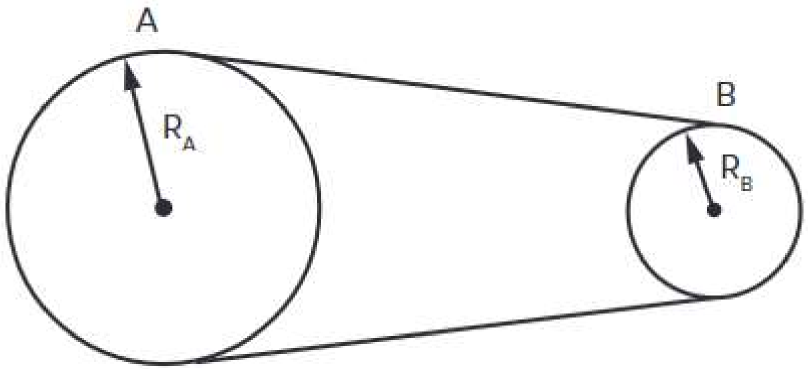
$t_0 = 0$

$t_1 = 27{,}3s$ (1º enc) $+27{,}3s$

$t_2 = 81{,}8s$ (2º enc) $+54{,}5s$

Resp: alt. b

5. (EsPCEx-SP) Duas polias, A e B, ligadas por uma correia inextensível, têm raios r_A = 60 cm e r_B = 20 cm, conforme o desenho abaixo.

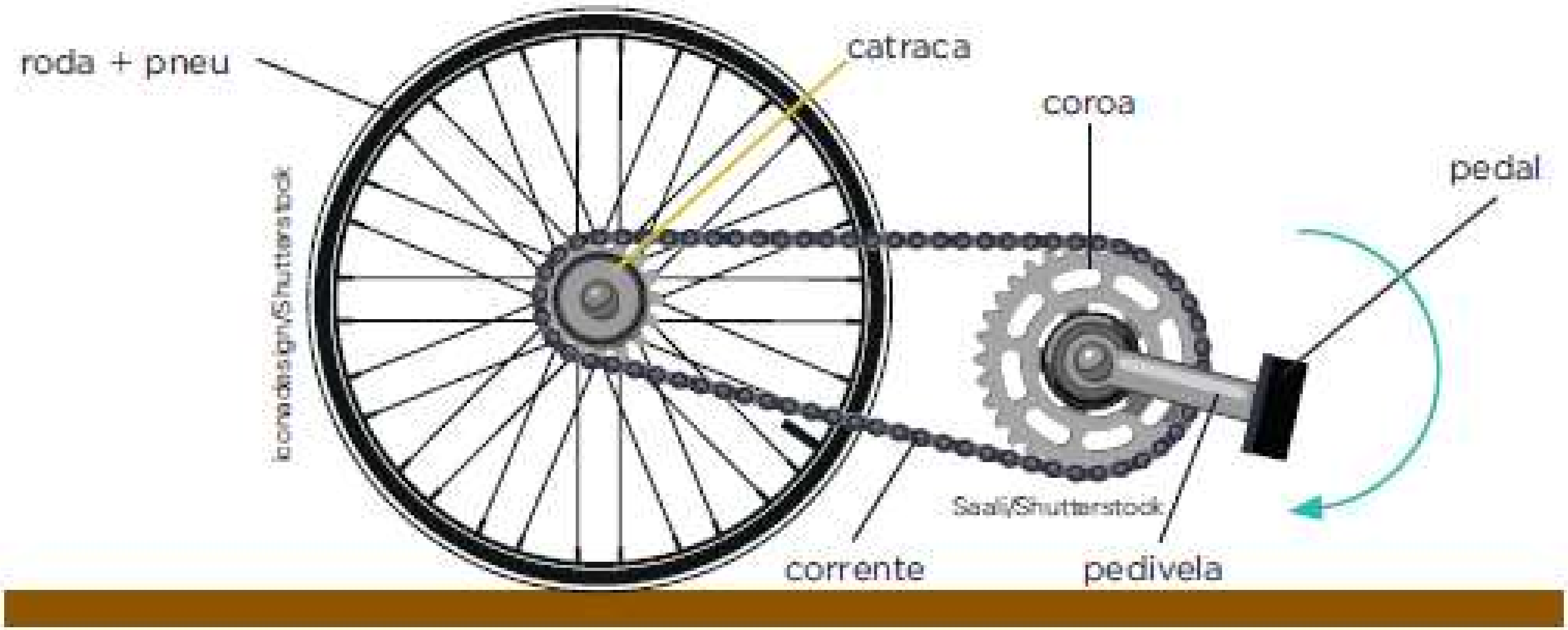


Desenho ilustrativo – fora de escala

Admitindo que não haja escorregamento da correia e sabendo que a frequência da polia A é f_A = 30 rpm, então a frequência da polia B é

a) 10 rpm.
b) 20 rpm.
c) 80 rpm.
d) 90 rpm.
e) 120 rpm.

Elemento	Dimensão	Medida (cm)
pedivela	comprimento	20
coroa	diâmetro	30
catraca	diâmetro	10
roda + pneu	diâmetro	80



a) Quais são as velocidades angular e linear do pedal em relação ao eixo de rotação? Dê sua resposta no SI.

A frequência de 30 rpm do pedal corresponde a 0,5 Hz, que determina um período de rotação de 2 s. Dessa forma:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2 \cdot 3}{2}$$

$$\therefore \omega = 3 \text{ rad/s}$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$v = 3 \cdot 0{,}2$$

$$\therefore v = 0{,}6 \text{ m/s}$$

b) Quais são as frequências de rotação da coroa e da catraca?

Como a pedivela e a coroa possuem um eixo de rotação comum, tem-se:

$$\omega_{ped} = \omega_{coroa}$$

$$\frac{2 \cdot \pi}{T_{ped}} = \frac{2 \cdot \pi}{T_{coroa}}$$

$$f_{ped} = f_{coroa}$$

$$\therefore f_{coroa} = 30 \text{ rpm}$$

Como a coroa e a catraca estão conectadas por uma corrente, tem-se:

$$v_{coroa} = v_{catraca}$$

$$\omega_{coroa} \cdot r_{coroa} = \omega_{catraca} \cdot r_{catraca}$$

$$f_{coroa} \cdot r_{coroa} = f_{catraca} \cdot r_{catraca}$$

$$30 \cdot 15 = f_{catraca} \cdot 5$$

$$\therefore f_{catraca} = 90 \text{ rpm}$$

c) Com que velocidade a bicicleta se move em relação ao solo?

Como a catraca e a roda + pneu têm um eixo de rotação comum, tem-se:

$$\omega_{catraca} = \omega_{roda} \Rightarrow f_{catraca} = f_{roda}$$

$$\therefore f_{roda} = 90 \text{ rpm}$$

A velocidade da bicicleta em relação ao solo é a velocidade linear de um ponto da borda do pneu em contato com o chão:

$$v = \omega \cdot r = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot r \Rightarrow v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot f$$

$$v = 2 \cdot 3 \cdot 0{,}4 \cdot 1{,}5$$

$$\therefore v = 3{,}6 \text{ m/s}$$

7. Sistemas de transmissão de movimentos circulares são muito utilizados em máquinas dos mais variados tipos, desde sistemas de pequenas dimensões, como relógios, até grandes guindastes e motores de navios. A ilustração a seguir nos mostra algumas engrenagens e eixos de um desses sistemas de transmissão.

São feitas as seguintes observações:

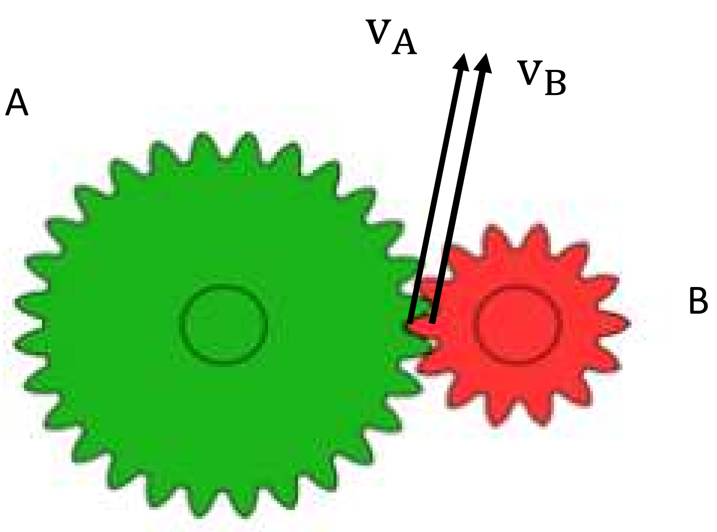
. a engrenagem A está ligada ao motor, que gira com uma frequência de 900 rpm, através de um eixo, e possui 20 dentes;
. o raio da engrenagem B é o triplo do raio da engrenagem A;
. o diâmetro da engrenagem C é 50% maior que o diâmetro da engrenagem A;
. as engrenagens B e C estão acopladas por um eixo;
. a engrenagem D possui 150 dentes;
. os dentes das quatro engrenagens possuem a mesma largura.

A frequência da engrenagem D é:

a) 300 rpm
b) 210 rpm
c) 120 rpm
d) 60 rpm
e) 15 rpm

Mais um exercício do Caio

As engrenagens A e B possuem 28 e 14 dentes, respectivamente. Se a frequência de rotação de A é de 100 rpm, qual a frequência de rotação de B? Considere que os dentes das engrenagens são igualmente espaçados.



$$quantidade\ de\ dentes\ de\ A = 2\ x\ quantidade\ de\ dentes\ de\ B$$

⇩

$$r_A = 2.r_B$$

$$v_A = v_B$$

$$\omega_A . r_A = \omega_B . r_B$$

$$\cancel{2\pi} f_A \,.\, r_A = \cancel{2\pi} f_B \,.\, r_B$$

$$f_A \,.\, r_A = f_B \,.\, r_B$$

$$f_A \,.\, (2\cancel{r_B}) = f_B \,.\, \cancel{r_B}$$

$$100 \,.\, 2 = f_B \,.\, 1$$

$$\boxed{f_B = 200 \text{ rpm}}$$