KEEP
CALM
AND
STUDY
PHYSICS

Aula 32 - Órbita circular

- Aprofundamento curricular / Caderno 3 / Módulo 11 / Objetivo 4 / Página 349

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

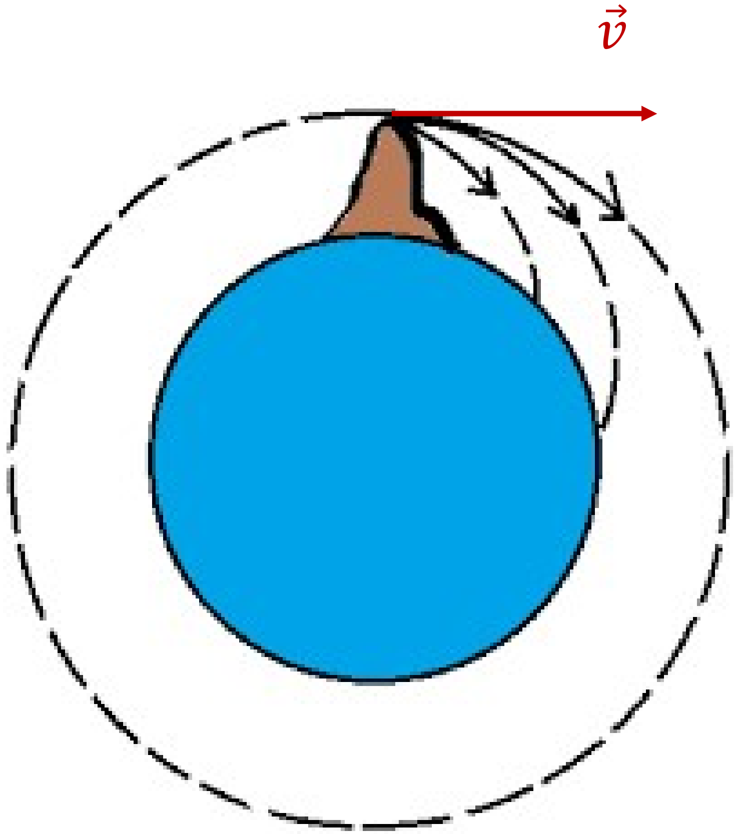
Professor Caio

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

1. introdução

Isaac Newton (1673 - 1627)

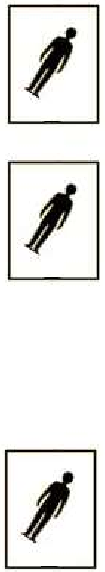
Órbita: queda livre infinita



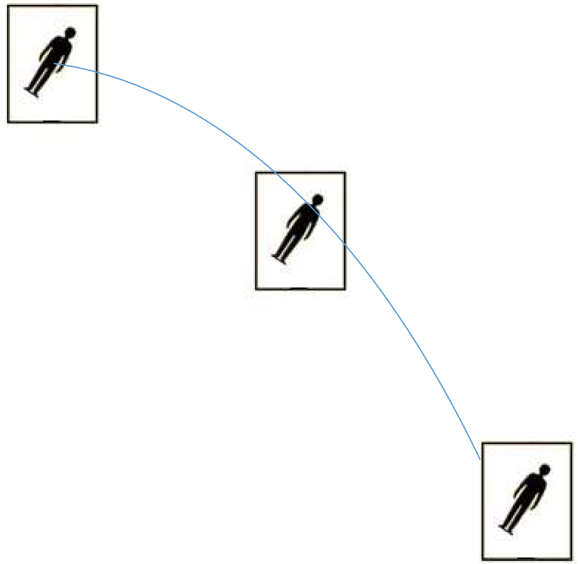
https://www.geogebra.org/m/gmg3ntrt

1. introdução

Queda livre

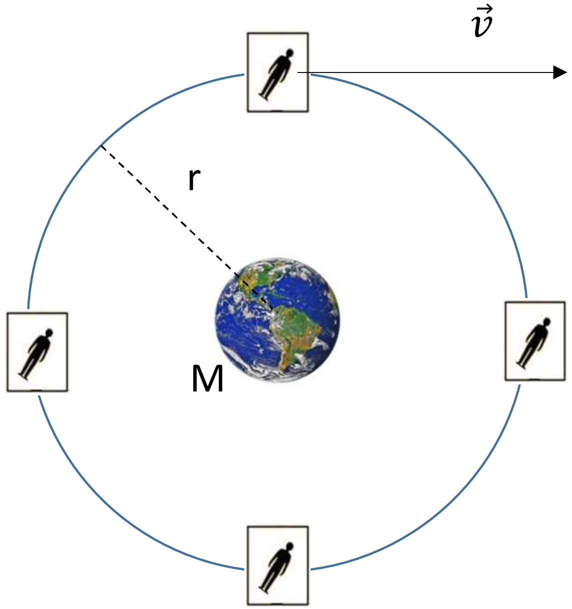


Lançamento horizontal



- **Imponderabilidade**: aparente ausência de peso

1. introdução



$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

- **Imponderabilidade**: aparente ausência de peso

Tripulante e estação apresentam mesma velocidade (v)

2. Revisão: dinâmica do movimento circular uniforme (MCU)

Trajetória circular

$|\vec{v}|$ *é constante*

ω *é constante*

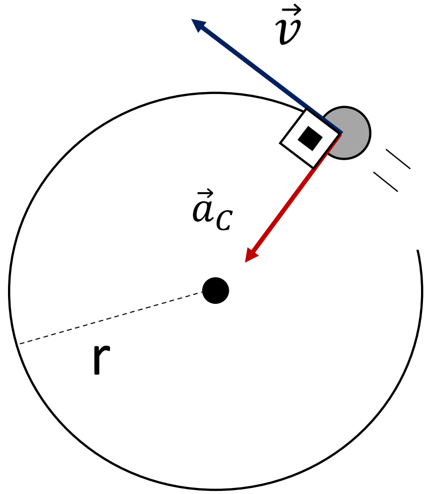
$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad \omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$

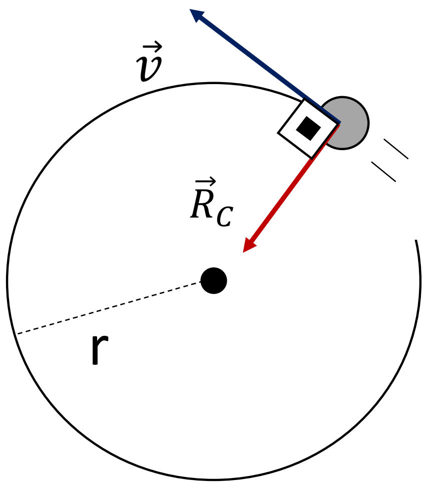
$$\underset{\frac{m}{s}}{v} = \underset{\frac{rad}{s}}{\omega} \ . \ \underset{m}{r}$$

$$\vec{\gamma} = \cancelto{0}{\vec{a}_t} + \vec{a}_c \Rightarrow \vec{\gamma} = \vec{a}_c$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \text{ou} \quad a_c = \omega^2 . r$$

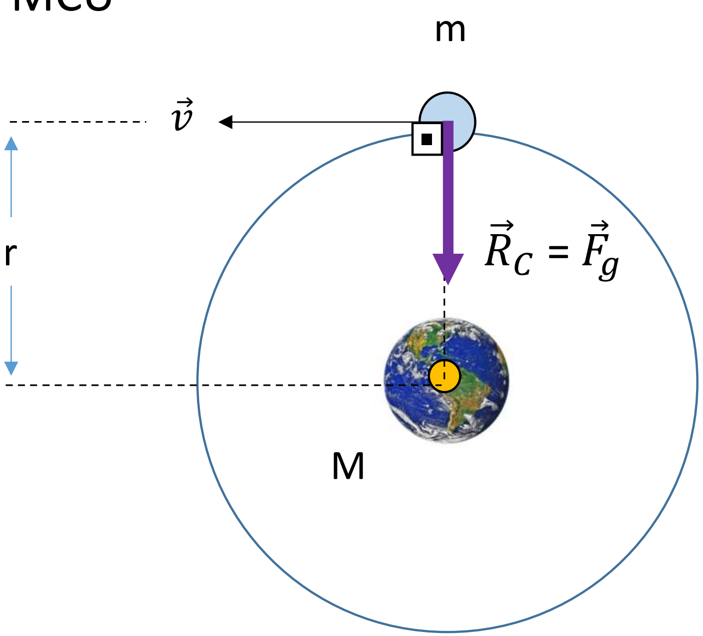
$$\vec{R} = m \ . \ \vec{\gamma} \Rightarrow \vec{R}_c = m \ . \ \vec{a}_c$$

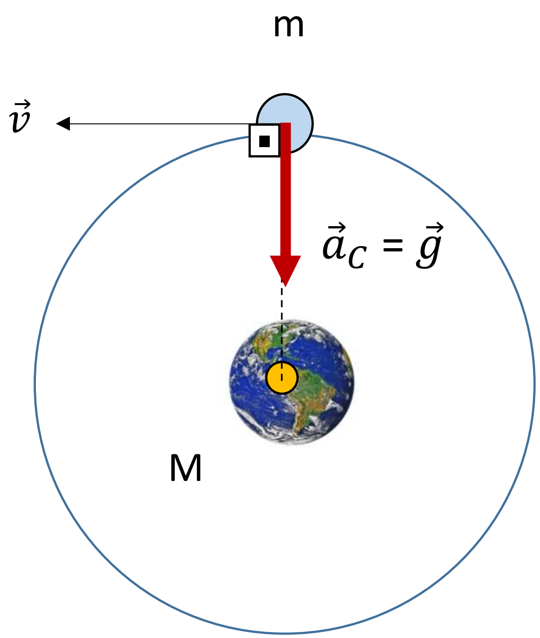




3. Órbita circular

MCU





$$R_c = F_g$$

$$\cancel{m}.a_c = \cancel{m}.g$$

$$a_c = g$$

$$\frac{v^2}{r} = g$$

$$\boxed{v = \sqrt{g.r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r^{\cancel{2}}}.\cancel{r}}$$

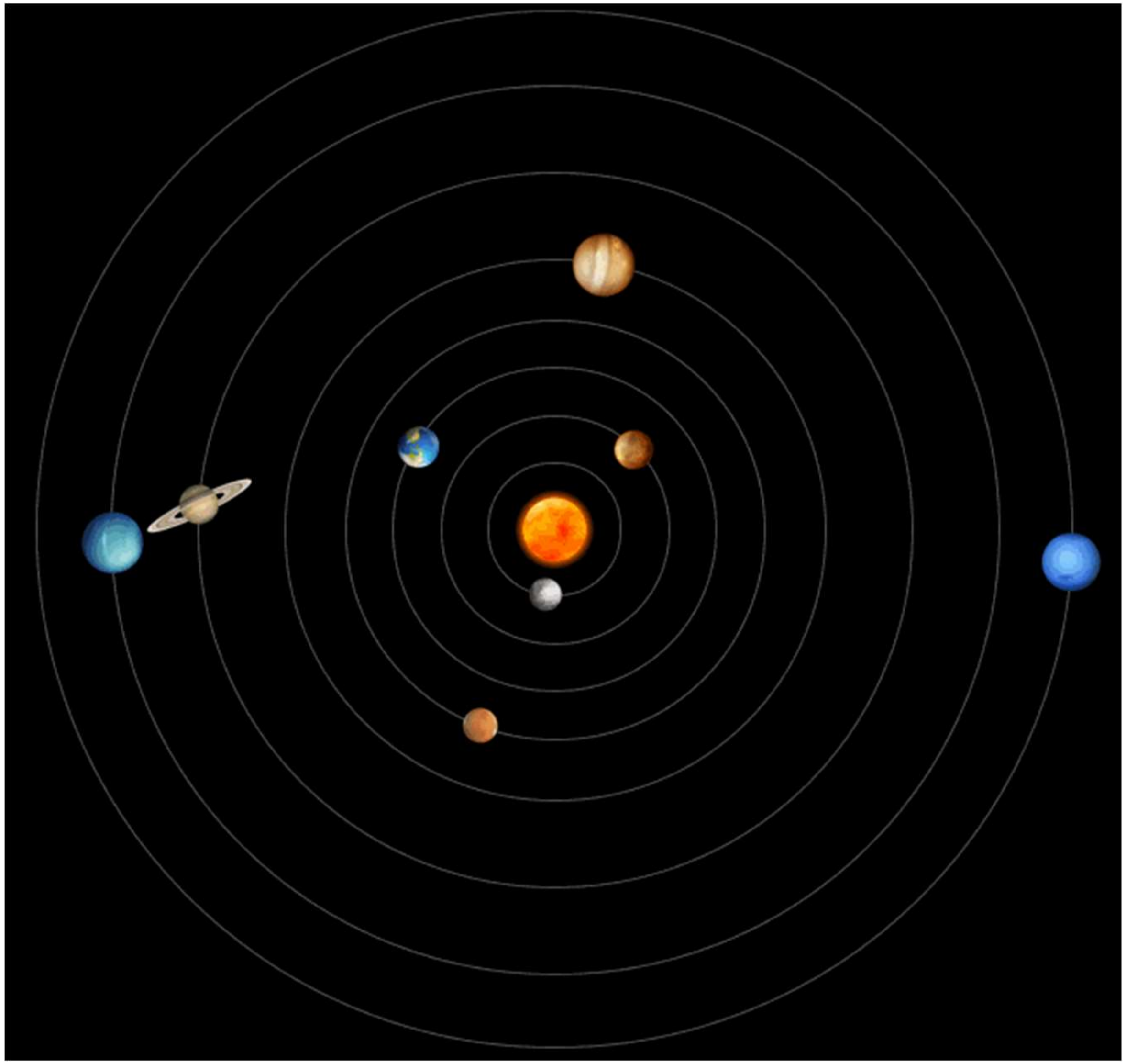
$$\boxed{v = \sqrt{\frac{GM}{r}}}$$

$$\omega^2.r = g$$

$$\omega^2.r = G.\frac{M}{r^2}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{G.\frac{M}{r^3}}}$$

Onde $\omega = \frac{2\pi}{T}$



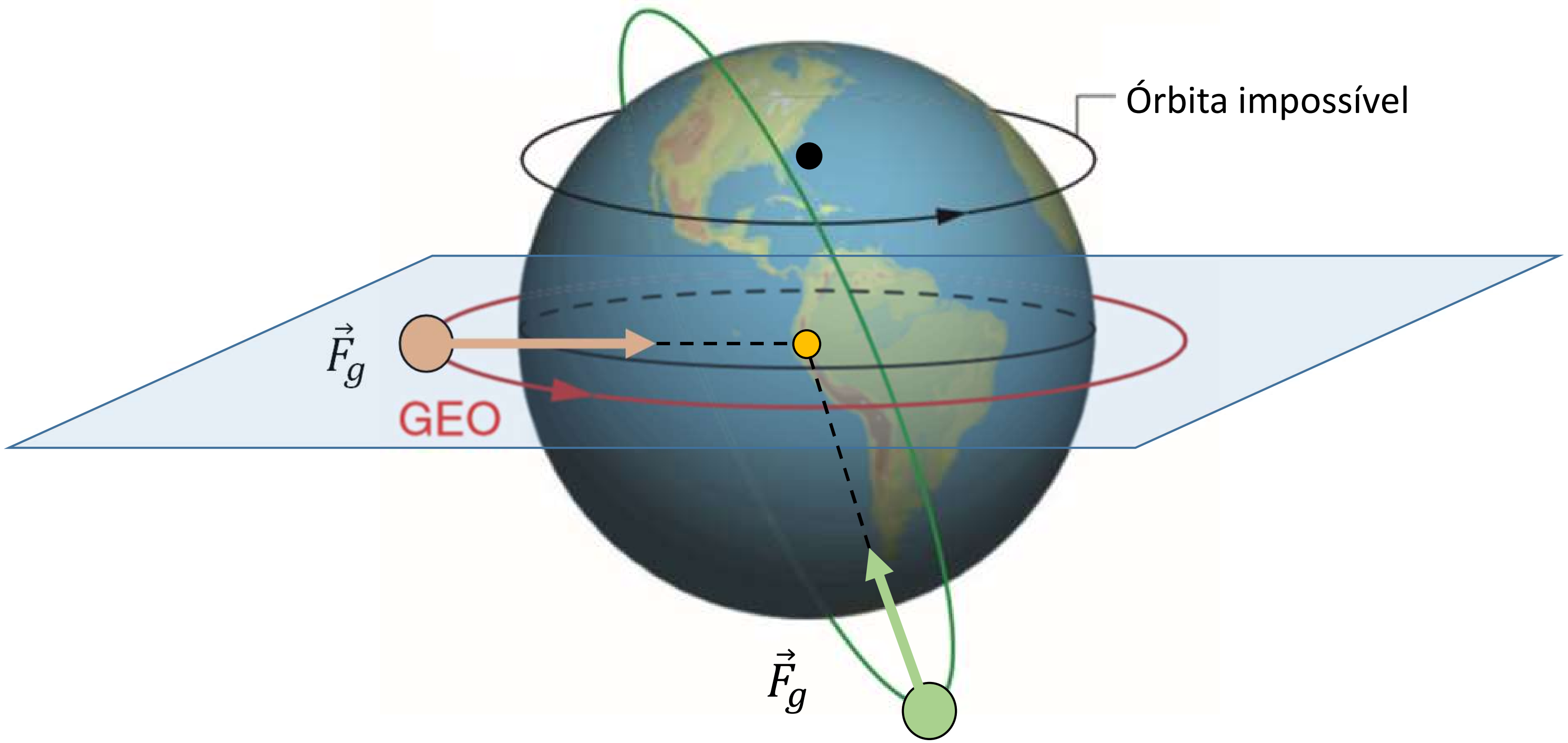
$$\downarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r \uparrow}}$$

Planetas mais distantes do Sol

⇓

menores velocidades escalares

4. Satélites



GEO - satélite geoestacionário: período (T) igual ao período de rotação da Terra (T) e o plano de sua órbita coincide com o plano que contém a linha do equador (está sempre sobre o mesmo ponto da linha do equador).

5. Satélite geoestacionário

- $T_{satélite} = T_{Terra}$ = 24h

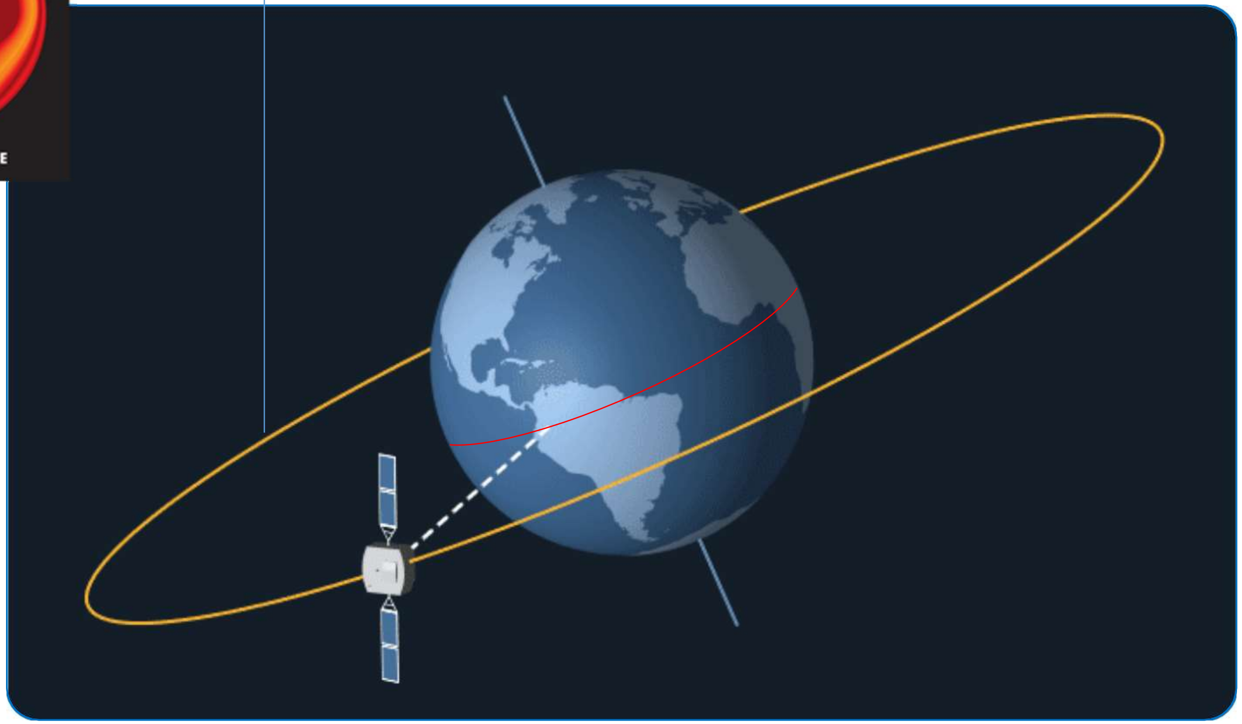
Velocidade angular (ω)

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \text{SI: } \frac{rad}{s}$$

- $\omega_{satélites} = \omega_{Terra}$

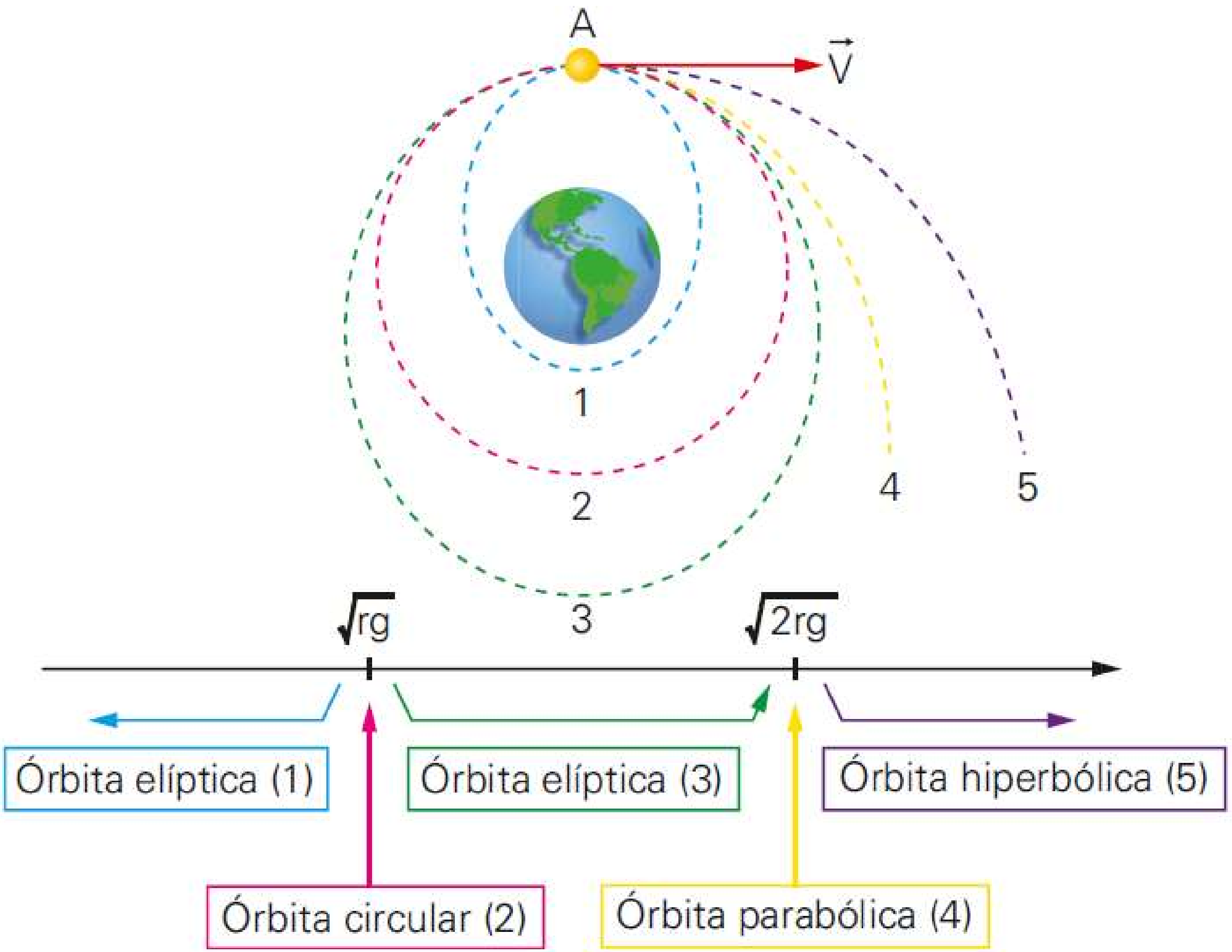
- $r \cong$ 42 000 km

Anel de Clarke (todos os satélites geoestacionários estão neste anel)



O plano de sua órbita coincide com o plano que contém a linha do equador (estão sempre sobre o mesmo ponto da linha do equador.

6. Outras órbitas



Dinâmica energética no espaço

- Estudos avançados / Caderno 3 / Módulo 20 / Objetivos 1, 2 e 3 / Página 23

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

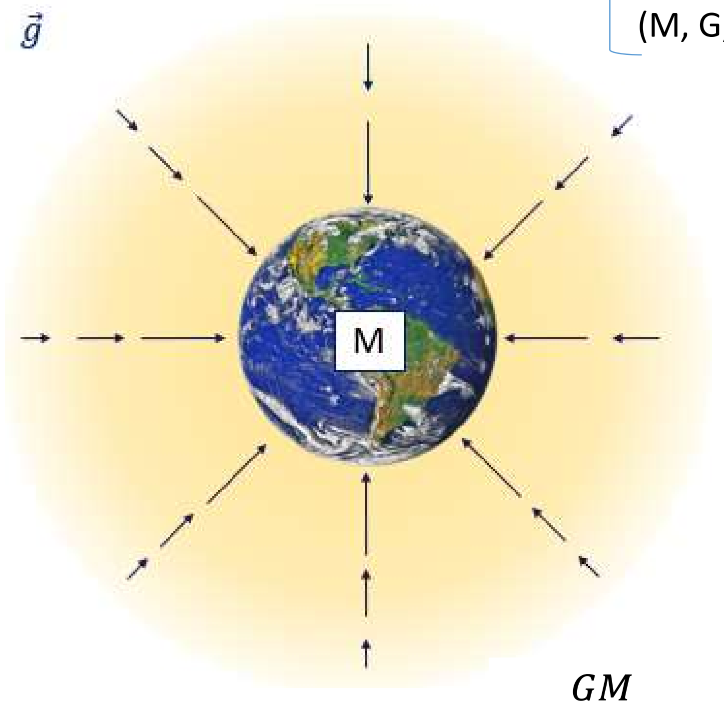
Professor Caio

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

1. Comparação

Distante da superfície

- Órbitas
- Regiões no espaço
- Se o enunciado fornecer (M, G, r ou g)

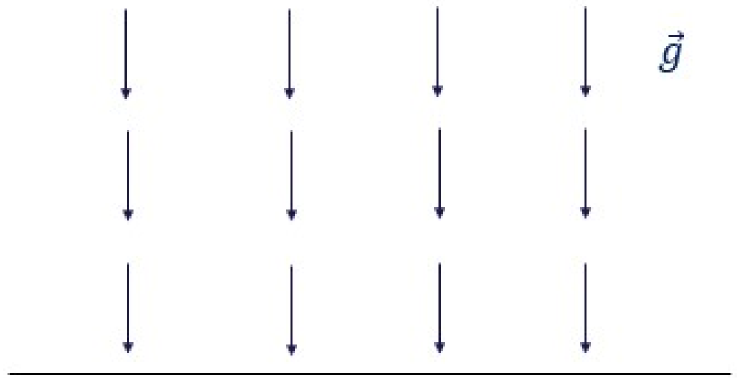


$\vec{g}$ variável

- Intensidade: $g = \frac{GM}{r^2}$
- Direção: radial
- Sentido: para o centro

Nas proximidades da superfície

- Dinâmica
- Lançamentos



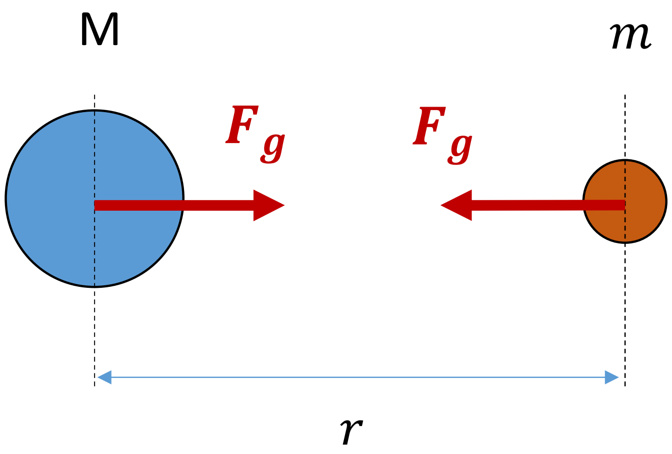
Campo gravitacional uniforme

$\vec{g}$ constante

- Intensidade: $g \cong 10\ m/s^2$ (Terra)
- Direção: vertical
- Sentido: para baixo

2. Energia potencial gravitacional

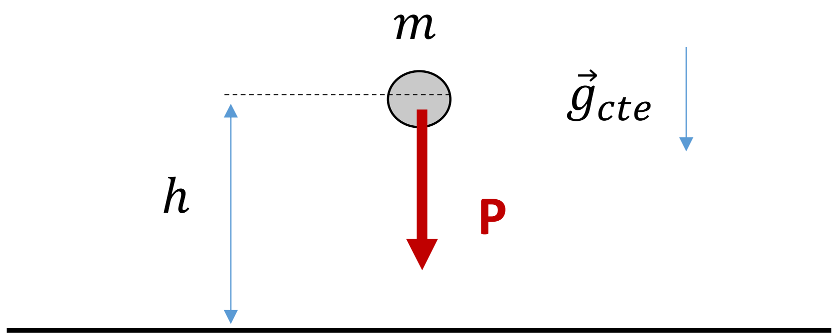
Para grandes distâncias



$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

$r \to \infty \qquad E_p \to 0$

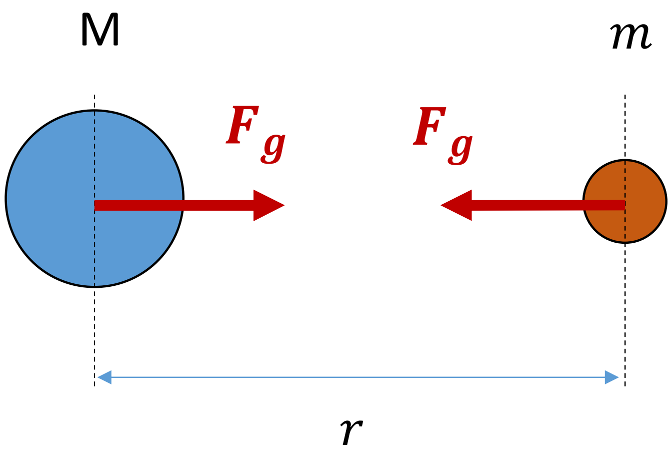
Para movimentos próximos à superfície de um astro



$$E_p = mgh$$

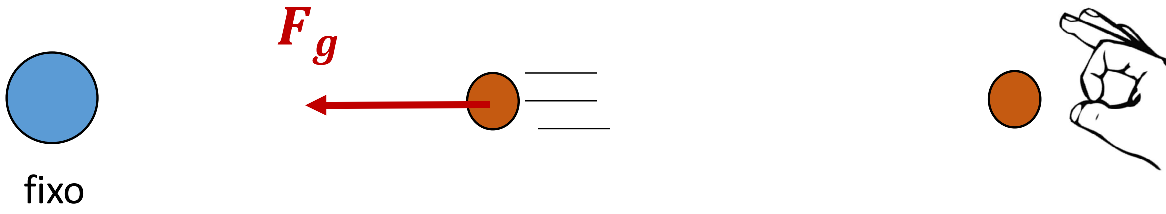
Conservação da energia mecânica

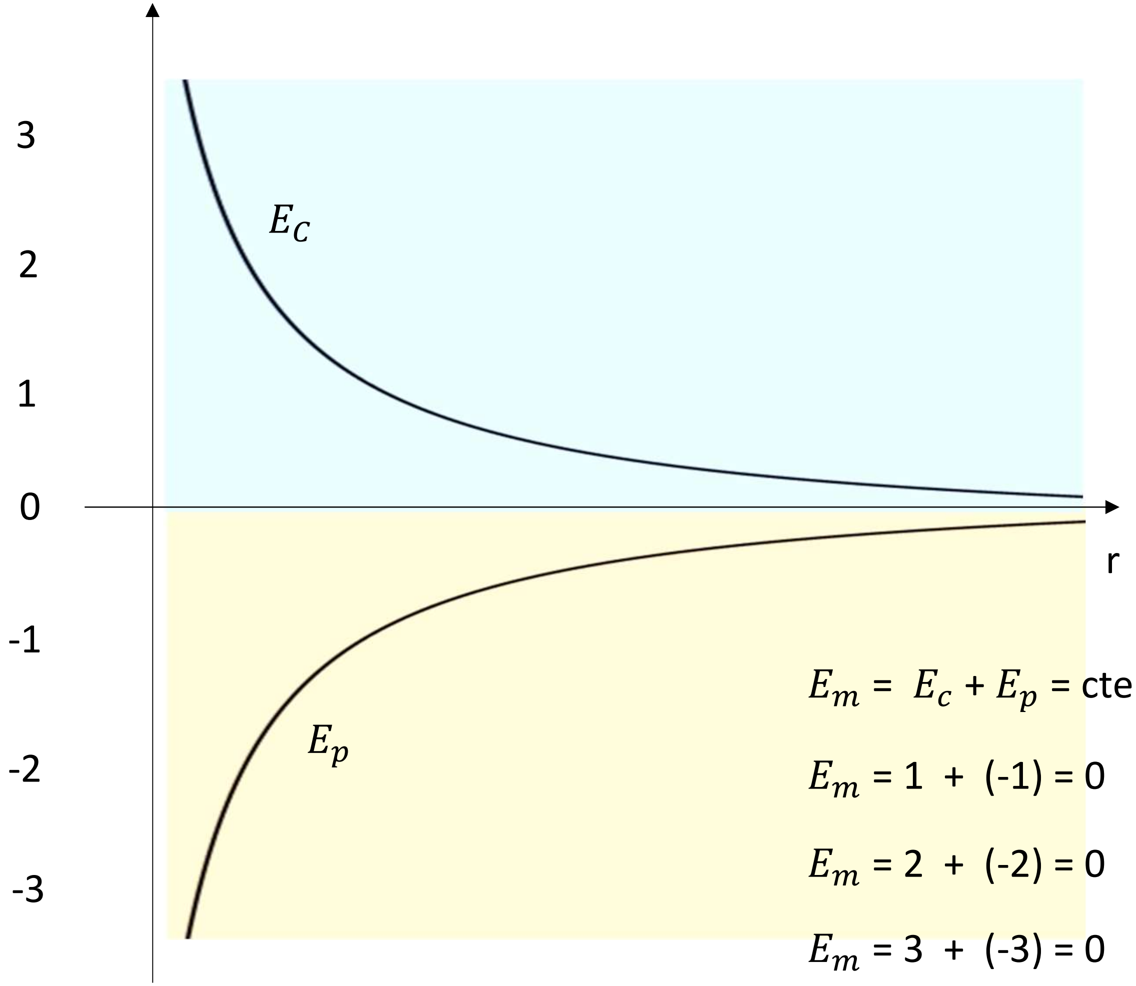
Para grandes distâncias



$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

r → ∞ $E_p \to 0$





$E_m = E_c + E_p$ = cte

E_m = 1 + (-1) = 0

E_m = 2 + (-2) = 0

E_m = 3 + (-3) = 0

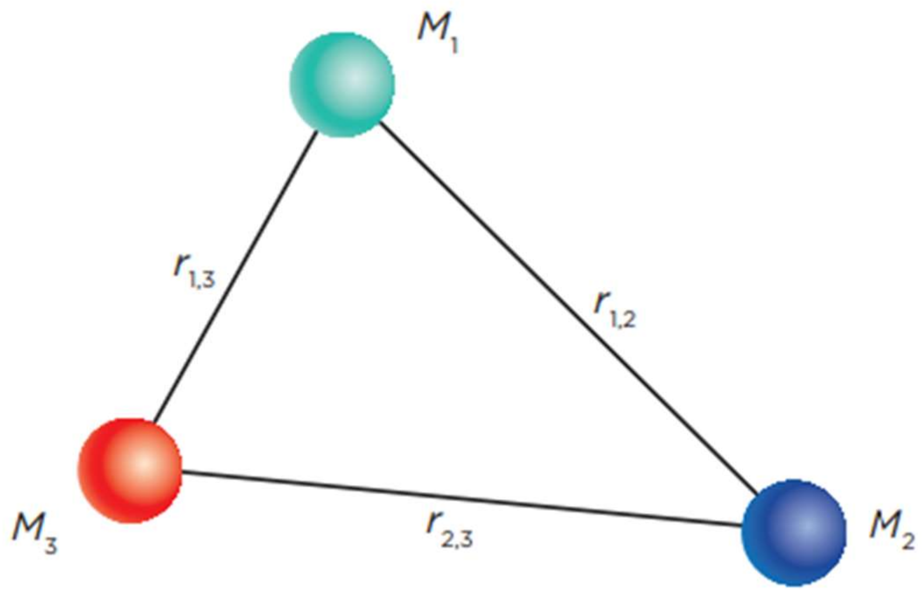
3. Velocidade de escape

A partir da conservação da energia mecânica, é possível obter a expressão da menor velocidade que um corpo deve desenvolver para escapar da ação do campo gravitacional de um corpo celeste.

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}}$$

r é a distância entre o ponto de lançamento e o centro do corpo celeste

4. Energia potencial gravitacional associada a um sistema de vários corpos



$$\left(E_p\right)_{sist} = \left(E_p\right)_{1,2} + \left(E_p\right)_{1,3} + \left(E_p\right)_{2,3} = -\frac{G \cdot M_1 \cdot M_2}{r_{1,2}} - \frac{G \cdot M_1 \cdot M_3}{r_{1,3}} - \frac{G \cdot M_2 \cdot M_3}{r_{2,3}}$$

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Exercícios

1. (Fuvest-SP) O canhão de Newton, esquematizado na figura, é um experimento mental imaginado por Isaac Newton para mostrar que sua lei da gravitação era universal. Disparando o canhão horizontalmente do alto de uma montanha, a bala cairia na Terra em virtude da força da gravidade. Com uma maior velocidade inicial, a bala iria mais longe antes de retornar à Terra. Com a velocidade certa, o projétil daria uma volta completa em torno da Terra, sempre "caindo" sob ação da gravidade, mas nunca alcançando a Terra. Newton concluiu que esse movimento orbital seria da mesma natureza do movimento da Lua em torno da Terra.

Qual deveria ser a velocidade inicial de um projétil lançado horizontalmente do alto do Everest (a uma distância aproximada de 6.400 km do centro da Terra) para colocá-lo em órbita em torno da Terra?

Note e adote:
- Despreze a resistência do ar.
- Aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$.

a) 8 km/s b) 11,2 km/s c) 80 km/s d) 112 km/s e) 8 000 km/s

2. Ainda sobre a questão anterior, qual seria a velocidade inicial do projétil caso o canhão estivesse a uma altura igual ao triplo da distância dada (6 400 km)?

3. O texto a seguir refere-se à questão 3.

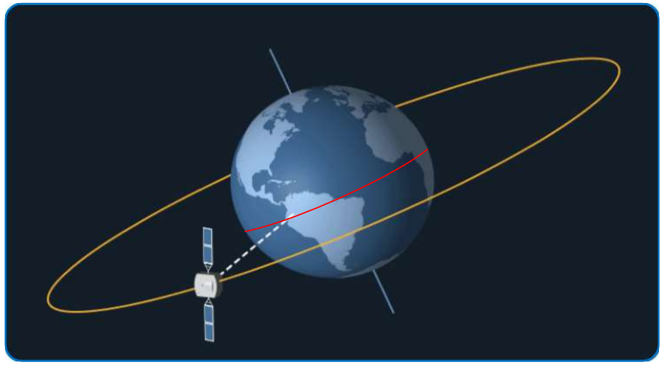
Primeiro satélite geoestacionário brasileiro chega ao espaço

O primeiro satélite geoestacionário brasileiro foi lançado ao espaço com sucesso por volta das 19:00 desta quinta-feira, 4 de maio, do Centro Espacial de Kourou, na Guiana Francesa. Segundo a assessoria do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC), a janela de lançamento começava às 17:15 (horário de Brasília) e ia até às 20:20. [...]

Pago por dois ministérios, o Satélite Geoestacionário de Defesa e Comunicações (SGDC) dará autonomia às Forças Armadas, fornecendo um canal de comunicação autônomo e totalmente operado no Brasil. Atualmente, os militares precisam alugar o serviço de satélites de outros países.
O SGDC também é parte essencial do Plano Nacional de Banda Larga (PNBL), criado em 2010 pelo governo federal com a missão de universalizar o acesso à internet de alta velocidade no Brasil. Grande parte do sinal do satélite geoestacionário servirá a este fim, levando internet banda larga a comunidades desconectadas nos cantos mais remotos do país. [...]

Órbita geoestacionária

É uma espécie de cinturão com mais de 400 satélites cujas órbitas acompanham a rotação da Terra. Por isso, o SGDC estará sempre no mesmo ponto do céu para observadores na superfície, fornecendo comunicação ininterrupta com o território brasileiro e o Oceano Atlântico.



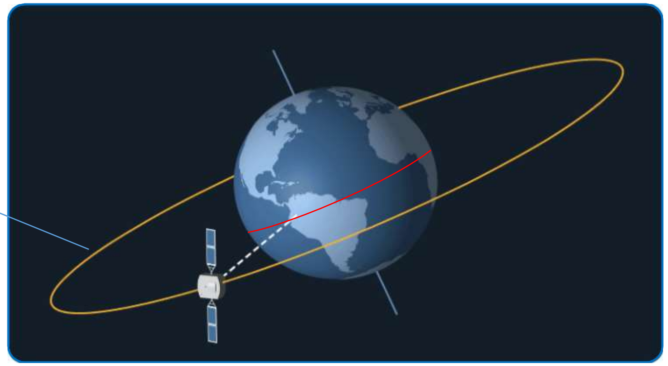
3. O cinturão ao qual o texto se refere é chamado de anel de Clarke e tem formato de uma circunferência de raio r e se encontra em um plano cuja latitude é θ. Quais são os valores de r e θ?

	r (km)	θ (graus)
a)	42000	90
b)	35600	60
c)	35600	60
d)	42000	0
e)	35600	0

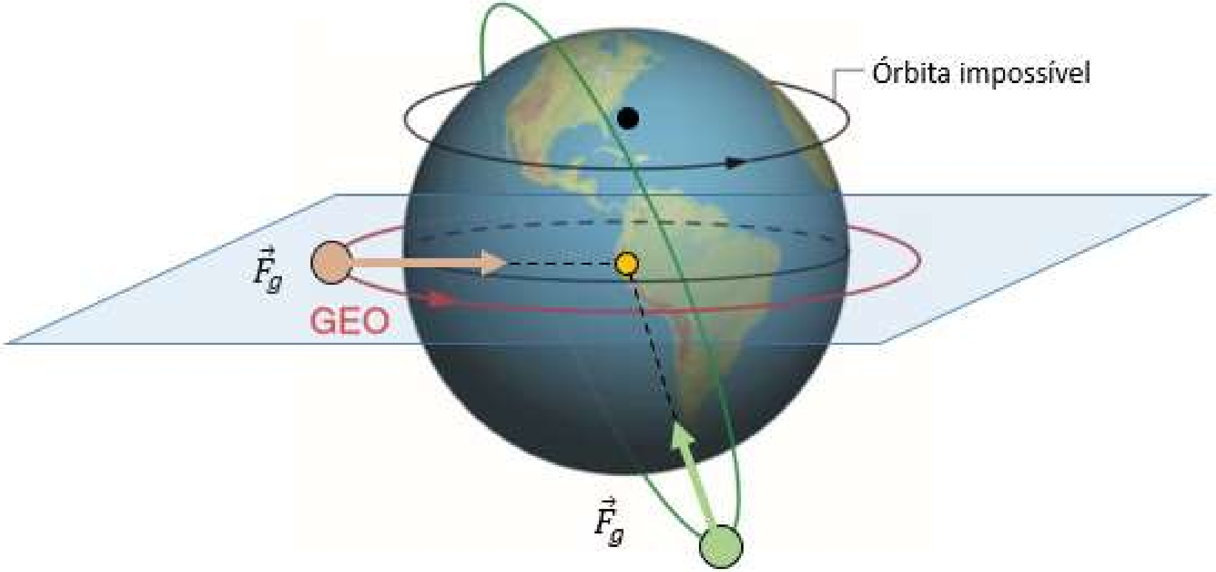
Note e adote:

- 24 h = 86400 s
- Massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg
- $G = 6 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$
- $\pi^2 = 10$

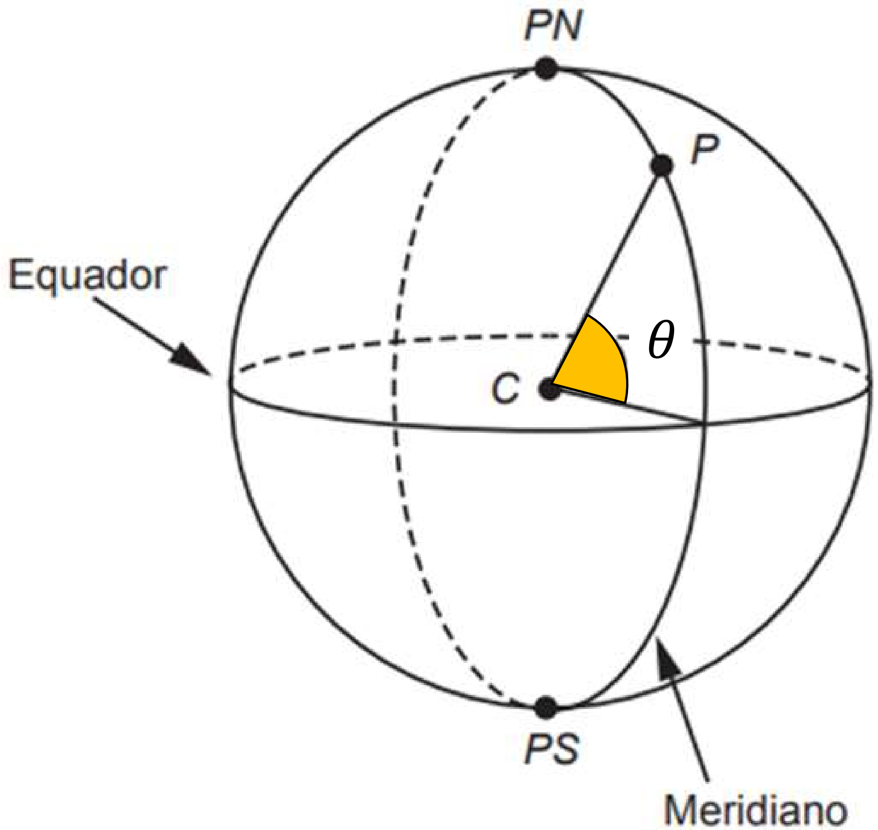
Anel de Clarke



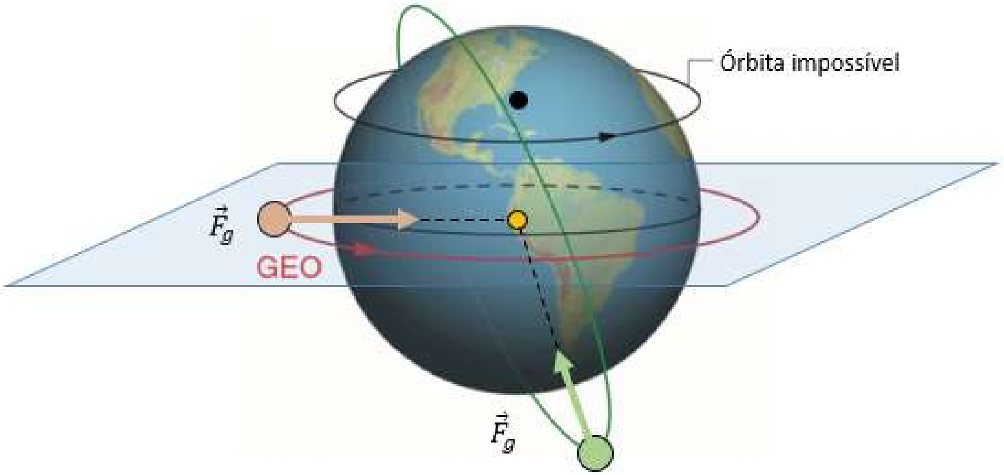
3. O cinturão ao qual o texto se refere é chamado de anel de Clarke e tem formato de uma circunferência de raio r e se encontra em um plano cuja latitude é θ. Quais são os valores de r e θ?



$Latitude\ \ (\theta)$ = 0°



3. O cinturão ao qual o texto se refere é chamado de anel de Clarke e tem formato de uma circunferência de raio r e se encontra em um plano cuja latitude é θ. Quais são os valores de r e θ?



Note e adote:

- 24 h = 86 400 s
- Massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg
- G = $6 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg²
- $\pi^2 = 10$

$$R_c = F_g$$

$$\cancel{m}.a_c = \cancel{m}.g$$

$$a_c = g$$

$$\omega^2.r = g$$

$$\omega^2.r = G.\frac{M}{r^2}$$

$$(\frac{2\pi}{T})^2.r = G.\frac{M}{r^2}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2}.r = G.\frac{M}{r^2}$$

$$r^3 = G.\frac{T^2 M}{4\pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{G.\frac{T^2 M}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{6{,}67.10^{-1}.\frac{86400^2.6.10^{24}}{4.3^2}}$$

$$\boxed{r \cong 42\,000\,000 \text{ m} = 42\,000 \text{ km}}$$

3. O cinturão ao qual o texto se refere é chamado de anel de Clarke e tem formato de uma circunferência de raio r e se encontra em um plano cuja latitude é θ. Quais são os valores de r e θ?

	r (km)	θ (graus)
a)	42 000	90
b)	35 600	60
c)	35 600	60
d)	42 000	0
e)	35 600	0

Note e adote:

- 24 h = 86 400 s
- Massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg
- $G = 6 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$
- $\pi^2 = 10$

4. (Fuvest-SP) Alienígenas desejam observar o nosso planeta. Para tanto, enviam à Terra uma nave N, inicialmente ligada a uma nave auxiliar A, ambas de mesma massa. Quando o conjunto de naves se encontra muito distante da Terra, sua energia cinética e sua energia potencial gravitacional são muito pequenas, de forma que a energia mecânica total do conjunto pode ser considerada nula. Enquanto o conjunto é acelerado pelo campo gravitacional da Terra, sua energia cinética aumenta e sua energia potencial fica cada vez mais negativa, conservando a energia total nula. Quando o conjunto N-A atinge, com velocidade v_0 (a ser determinada), o ponto P de máxima aproximação da Terra, a uma distância r_0 de seu centro, um explosivo é acionado, separando N de A. A nave N passa a percorrer, em torno da Terra, uma órbita circular de raio R_0, com velocidade v_N (a ser determinada). Suponha que a Terra esteja isolada no espaço e em repouso.

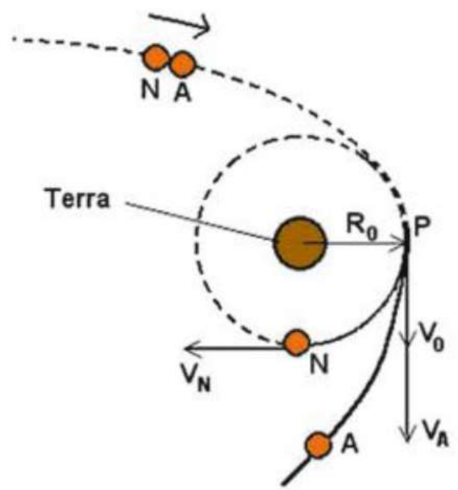
Determine, em função de M, G e R_0,

a) a velocidade v_0 com que o conjunto atinge o ponto P.

b) a velocidade v_N, de N, em sua órbita circular.

Note e adote

- A força de atração gravitacional F, entre um corpo de massa **m** e o planeta Terra, de massa M, é dada por $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot g \cdot \cancel{R}$
- A energia potencial gravitacional E_P do sistema formado pelo corpo e pelo planeta Terra, com referencial de potencial zero no infinito, é dada por: $E_P = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- G: constante universal da gravitação.
- R: distância do corpo ao centro da Terra.
- g_R: aceleração da gravidade à distância R do centro da Terra.



Quando o conjunto de naves se encontra muito distante da Terra, sua energia cinética e sua energia potencial gravitacional são muito pequenas, de forma que a energia mecânica total do conjunto pode ser considerada nula.

Enquanto o conjunto é acelerado pelo campo gravitacional da Terra, sua energia cinética aumenta e sua energia potencial fica cada vez mais negativa, conservando a energia total nula. Quando o conjunto N-A atinge, com velocidade v_0 (a ser determinada), o ponto P de máxima aproximação da Terra, a uma distância r_0 de seu centro, um explosivo é acionado

> Note e adote
>
> - A força de atração gravitacional F, entre um corpo de massa **m** e o planeta Terra, de massa M, é dada por $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot g \cdot \cancel{R}$
> - A energia potencial gravitacional E_P do sistema formado pelo corpo e pelo planeta Terra, com referencial de potencial zero no infinito, é dada por: $E_P = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
> - G: constante universal da gravitação.
> - R: distância do corpo ao centro da Terra.
> - g_R: aceleração da gravidade à distância R do centro da Terra.

Determine, em função de M, G e R_0,

a) a velocidade v_0 com que o conjunto atinge o ponto P.

$$E_{m\,(i)} = E_{m\,(f)}$$

$$0 = E_{c\,(f)} + E_{p\,(f)}$$

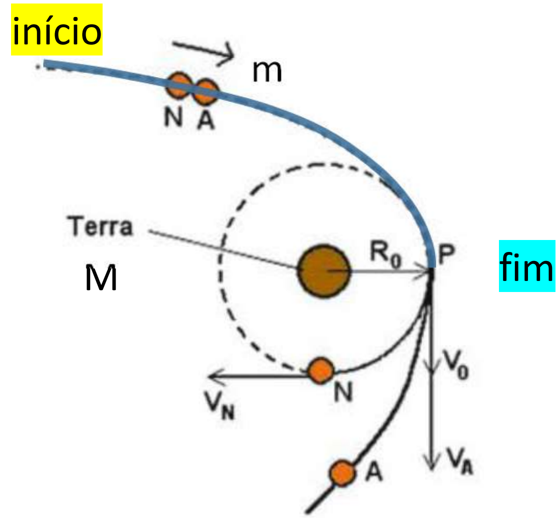
$$0 = \frac{m.v_f^{\,2}}{2} - \frac{GMm}{r_f}$$

$$0 = \frac{m.v_f^{\,2}}{2} - \frac{GMm}{r_f}$$

$$\frac{\cancel{m}.v_f^{\,2}}{2} = \frac{GM\cancel{m}}{r_f}$$

$$v_f^{\,2} = \frac{2GM}{r_f}$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R_0}}}$$



A nave N passa a percorrer, em torno da Terra, uma órbita circular de raio R_0, com velocidade v_N (a ser determinada). Suponha que a Terra esteja isolada no espaço e em repouso.

Determine, em função de M, G e R_0,

b) a velocidade v_N, de N, em sua órbita circular.

$$R_c = F_g$$

$$\cancel{m}'.a_c = \cancel{m}'.g$$

$$a_c = g$$

$$\frac{v^2}{r} = g$$

$$\frac{v^2}{\cancel{r}} = G.\frac{M}{r^{\cancel{2}}}$$

$$v^2 = G.\frac{M}{r}$$

$$v = \sqrt{G.\frac{M}{r}}$$

$$\boxed{v_N = \sqrt{G.\frac{M}{R_0}}}$$

Note e adote

- A força de atração gravitacional F, entre um corpo de massa **m** e o planeta Terra, de massa M, é dada por $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot g \cdot \cancel{R}$
- A energia potencial gravitacional E_P do sistema formado pelo corpo e pelo planeta Terra, com referencial de potencial zero no infinito, é dada por: $E_P = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- G: constante universal da gravitação.
- R: distância do corpo ao centro da Terra.
- g_R: aceleração da gravidade à distância R do centro da Terra.