

O enfoque principal deste capítulo é a resolução de exercícios. Dessa forma, a aula foi planejada para que de 30% a 40%, no máximo, sejam destinados à explanação teórica, e o restante do tempo concentrado na aplicação dos conceitos de forma prática e dirigida.

Iniciar a aula apresentando o conceito de máquinas térmicas dividindo-as em duas categorias:

- motores térmicos: capazes de transformar energia térmica, a partir do calor recebido, em energia mecânica, utilizada para movimentar algum mecanismo, como pistões.
- bombas de calor: capazes de, a partir de trabalho mecânico imposto ao dispositivo, transferir calor de forma não espontânea, invertendo seu fluxo natural.

Apresentar o esquema gráfico de um motor térmico, explicando cada parte do esquema. Esse é o principal esquema que os estudantes vão encontrar em exercícios e provas, por isso é importante que estejam familiarizados com essa representação. Comentar a inversão do fluxo de calor que caracteriza a bomba de calor. Se julgar conveniente, mostrar ambos os esquemas sobrepostos, como apresentado no resumo de aula.

Apresentar os conceitos de rendimento e eficiência. Fazer os exercícios correspondentes (1 e 2) ou distribuí-los de acordo com o andamento da turma. Verificar o ritmo de aula antes de fazer o exercício 3. Caso o tempo seja exíguo, sugerimos que esse exercício seja resolvido no final da aula ou que seja proposto aos estudantes como desafio pós-aula.

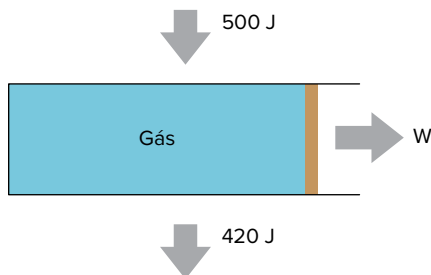
Introduzir a ideia de transformação de energia térmica em energia mecânica associando-a à perda energética como um fenômeno natural e inevitável. Falar sobre a máquina ideal, na qual não haveria perda. Se julgar oportuno, falar do motor de um automóvel, no qual parte do calor liberado na combustão provoca aquecimento e expansão do gás formado na combustão, provocando o movimento do veículo; e parte do calor causa aquecimento da carcaça do próprio motor, sendo eliminado para o ambiente pelo sistema de refrigeração e escapamento. Reforçar que essa dissipação de energia é inevitável. Apresentar o enunciado da 2ª lei da Termodinâmica.

Por fim, comentar o trabalho do jovem Sadi Carnot, que propôs um modelo teórico segundo o qual a perda de calor poderia ser minimizada, embora não eliminada. Desenhar o ciclo de Carnot na lousa e mostrar os detalhes que compõem cada uma das quatro etapas, reforçando onde ocorre a entrada e a saída de calor no sistema. Mostrar como calcular o rendimento nesse ciclo. Fazer os exercícios finais (4 a 6).

Exercícios de sala

1. A

A figura a seguir representa o funcionamento da máquina térmica em questão.



Da conservação de energia:

$$Q_Q = |Q_F| + W \Rightarrow 500 = 420 + W$$

$$W = 80 \text{ J}$$

A definição de rendimento é a razão entre o trabalho obtido e o calor fornecido. Assim:

$$\eta = \frac{W}{Q_Q} = \frac{80}{500} \Rightarrow \eta = 0,16$$

$$\eta = 16\%$$

2. a) Do enunciado, temos $P_A = 4 \text{ atm}$, $T_A = 300 \text{ K}$ e $n = 1 \text{ mol}$. Utilizando esses valores na equação de Clapeyron, temos:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow 4 \cdot V_A = 1,0 \cdot 0,08 \cdot 300$$

$$V_A = 6 \text{ L}$$

b) Do gráfico, $P_D = P_B$. Do texto, sabemos que $V_B = \frac{V_A}{3}$;

$T_A - T_B$. Relacionando as variáveis de estado:

$$\frac{V_A \cdot P_A}{T_A} = \frac{V_B \cdot P_B}{T_B} \Rightarrow \frac{6 \cdot 4}{300} = \frac{\left(\frac{6}{3}\right) \cdot P_B}{300}$$

$$P_B = 12 \text{ atm} \Rightarrow P_D = 12 \text{ atm}$$

c) Sendo $V_D = V_A = 6 \text{ L}$, podemos relacionar as variáveis de estado:

$$\frac{P_A \cdot V_A}{T_A} = \frac{P_D \cdot V_D}{T_D} \Rightarrow \frac{4 \cdot 6}{300} = \frac{12 \cdot 6}{T_D}$$

$$T_D = 900 \text{ K}$$

Portanto, $T_2 = 900 \text{ K}$.

d) O calor total recebido em um ciclo é a soma dos calores recebidos.

O trecho AB é uma compressão isotérmica; portanto, temos:

$$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 = Q - W \Rightarrow Q = W$$

Se é compressão, o trabalho é negativo, e, conseqüentemente, o calor também é negativo. Sendo assim:

$$Q_{AB} = -2640 \text{ J}$$

De maneira análoga, concluímos o oposto para a expansão isotérmica:

$$Q_{CD} = +7910 \text{ J}$$

O trecho BC é um aquecimento isométrico, ou seja, recebe calor. O trecho DA é um resfriamento isométrico, ou seja, perde calor. Sendo assim, o calor total recebido é:

$$Q_R = Q_{BC} + Q_{CD}$$

$$Q_{BC} = n \cdot C_V \cdot \Delta T = 1 \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot 8\right) \cdot (900 - 300)$$

$$Q_{BC} = +7200 \text{ J}$$

Finalmente, temos:

$$Q_R = Q_{BC} + Q_{CD} = 7200 + 7910$$

$$Q_R = 15110 \text{ J}$$

3. a) Como o ciclo ocorre no sentido anti-horário, conclui-se que se trata de uma bomba de calor.
 b) O trabalho realizado sobre o gás é numericamente igual à área do ciclo. Sendo assim:
 $W = (10^5) \cdot (10 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow W = 10^3 \text{ J}$
 c) Para um refrigerador térmico, a eficiência (e) é obtida da seguinte maneira:

$$e = \frac{Q_F}{W}$$

O calor retirado do refrigerador é justamente o calor recebido pelo sistema. O gás absorve calor nos processos AD e DC:

$$Q_{AD} = n \cdot C_p \cdot \Delta T$$

$$Q_{AD} = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$$

$$Q_{AD} = \frac{5}{2} \cdot \Delta(PV)$$

$$Q_{AD} = \frac{5}{2} \cdot (30 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^5 - 20 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^5)$$

$$Q_{AD} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$Q_{DC} = n \cdot C_v \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$$

$$Q_{DC} = \frac{3}{2} \cdot \Delta(PV) = \frac{3}{2} \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5$$

$$Q_{DC} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Portanto:

$$Q_F = Q_{DC} + Q_{AD}$$

$$Q_F = 2,5 + 10^3 + 4,5 \cdot 10^3$$

$$Q_F = 7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Finalmente, a eficiência é:

$$e = \frac{Q_F}{W} = \frac{7 \cdot 10^3}{10^3} \Rightarrow e = 7$$

4. E

Utilizando os valores do enunciado, temos:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_Q} \Rightarrow \frac{40}{100} = 1 - \frac{T_F}{500} \Rightarrow T_F = 300 \text{ K}$$

A cada segundo, a máquina realiza $4,2 \cdot 10^3 \text{ J}$ de trabalho em 10 ciclos. Portanto:

ciclos	trabalho (J)
1	W
10	$4,2 \cdot 10^3$

$$W = 420 \text{ J}$$

5. O rendimento ideal corresponde ao ciclo de Carnot:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_Q} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{300}{1500}$$

$$\eta_c = 0,8$$

O rendimento real é 75% do ideal, portanto:

$$\eta_{\text{real}} = \frac{75}{100} \cdot \eta_c = 0,75 \cdot 0,8$$

$$\eta_{\text{real}} = 0,6$$

Da definição de rendimento, temos:

$$\eta_{\text{real}} = \frac{W}{Q_Q} \Rightarrow W = 0,6 \cdot 800$$

$$\eta_{\text{real}} = 480 \text{ J}$$

6. Para 1 segundo, temos:

$$|Q_Q| = 6000 \text{ J}$$

Sendo essa máquina operada segundo o ciclo de Carnot, vale a seguinte relação:

$$\left| \frac{Q_F}{Q_T} \right| = \frac{T_F}{T_Q} \Rightarrow \frac{Q_F}{6000} = \frac{232}{290} \Rightarrow Q_F = 4800 \text{ J}$$

Da conservação da energia, temos:

$$|Q_Q| = W + Q_F \Rightarrow W = 6000 - 4800$$

$$W = 1200 \text{ J}$$

Portanto, a potência será:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1200}{1} \Rightarrow P = 1200 \text{ J}$$

Esse conjunto de aulas inicia o curso de Óptica. Nesse contexto, é importante que fiquem claros aos estudantes dois pontos: os assuntos que serão estudados são os fenômenos associados à luz e conectados à visão humana; e os fenômenos estudados podem ser descritos e quantificados geometricamente. Há muito mais fenômenos ópticos cuja abordagem foge do escopo desse conjunto de aulas, os quais não serão estudados, como a difração e a interferência luminosa. Se considerar oportuno, comentar com os estudantes.

Apresentar a luz como forma de energia e comentar que a propagação da luz e determinados fenômenos que ocorrem na interação da luz com a matéria podem ser explicados a partir do modelo ondulatório e do corpuscular. Enfatizar que esse curso explorará o modelo ondulatório da luz.

Apresentar o espectro eletromagnético, comentando as faixas do espectro, especialmente a luz visível. Explicar que a distinção entre as faixas e as cores da luz deve-se à frequência, uma característica das ondas. Esses aspectos ondulatórios serão abordados mais adiante no curso.

Classificar as fontes de luz e discutir a luz branca e o processo de visão humana de cores. Remeter os estudantes ao célebre experimento de Newton com o prisma e a luz solar. Orientar a leitura do livro-texto e, se possível, uma pesquisa sobre o tema.

Classificar os meios ópticos e apresentar os princípios de propagação da luz, exemplificando com situações do cotidiano. Fazer os exercícios 1 e 2.

Comentar ângulo de visão e fazer o exercício 3.

Apresentar os conceitos de sombra e penumbra, mostrando graficamente como encontrar a região de sombra e penumbra e como dimensioná-las. Fazer os demais exercícios.

RESOLUÇÕES

Exercícios de sala

- B**

Somente serão vistos os itens que apresentarem objetos que emitem luz, ou seja, o material fosforescente e o pedaço de ferro incandescente.
- A**

Afirmativa I: verdadeira. Para que possamos enxergar o que há atrás de um material, este não poderá modificar a trajetória da luz caoticamente, visto que isso atrapalharia a formação de imagens bem definidas.

Afirmativa II: falsa. Percebemos a existência de luz que passa por meios translúcidos, todavia a formação de imagem fica comprometida. Isso ocorre devido à irregularidade da trajetória dos raios nesses materiais, que impedem a formação de imagens nítidas.

Afirmativa III: falsa. Meios opacos não permitem a passagem de luz.
- A equivalência entre altura e posição dos objetos e das imagens é dada por:

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

Na primeira situação, a altura da imagem é 5% da altura do objeto. Sendo assim, temos:

$$\frac{0,05 \cdot o}{o} = \frac{p_1'}{p_1}$$

$$p_1' = 0,05 \cdot p_1$$

Na segunda situação, a altura da imagem é 50% da altura do objeto, logo:

$$\frac{0,5 \cdot o}{o} = \frac{p_2'}{p_2}$$

$$p_2' = 0,5 \cdot p_2$$

Como se trata de uma câmara escura, a distância das imagens até o orifício é a mesma, ou seja: $p_1' = p_2'$. Assim, igualando as duas equações, temos:

$$0,05 \cdot p_1 = 0,5 \cdot p_2$$

$$p_2 = 0,1 \cdot p_1$$

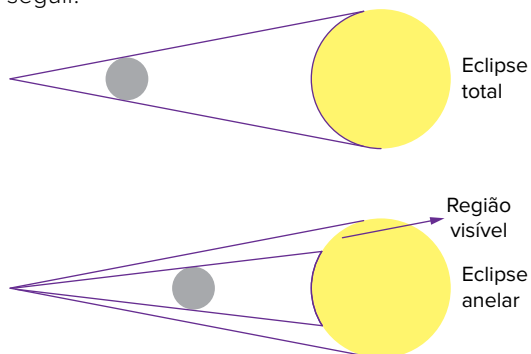
4. C

Deve-se lembrar que o Sol nasce no leste e se põe no oeste. Sendo assim, a sombra dos objetos em regiões próximas da linha do Equador será projetada para o oeste.

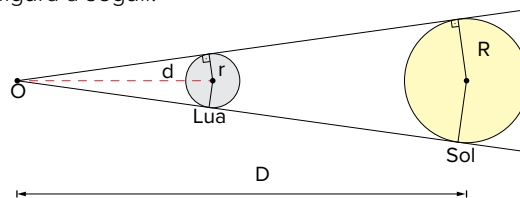
5. B

A formação de eclipse ocorre quando a Terra se encontra na sombra da Lua (eclipse solar) ou quando a Lua se encontra na sombra da Terra (eclipse lunar). A formação de sombras, por sua vez, é consequência da propagação retilínea da luz. Portanto, a ocorrência de eclipses também é consequência desse princípio.

6. a) Para que o eclipse seja anelar, parte do Sol deve estar na região de sombra e parte deve estar em região visível, conforme indicado no esquema a seguir.



- b) A situação pode ser esquematizada conforme a figura a seguir.



Da semelhança dos triângulos retângulos:

$$\frac{r}{R} = \frac{d}{D} \Rightarrow \frac{1,75 \cdot 10^3}{7,0 \cdot 10^5} = \frac{d}{150 \cdot 10^6}$$

$$d = 3,75 \cdot 10^5 \text{ km}$$

Na abordagem inicial, apresentar os fenômenos que ocorrem com a luz quando interage com a matéria: reflexão, refração e absorção. Enfatizar que é o feixe de luz que passa por esses três fenômenos, e não um único raio de luz. Porém, por simplicidade, costumamos desenhar apenas um raio de luz incidente, “dividindo-o” em raio refletido e refratado.

Diferenciar reflexão especular (regular) de difusa e comentar a nitidez da imagem e a identificação visual da fonte luminosa. Apresentar o conceito de reflexão seletiva a visão de cores. Fazer o exercício 1.

Apresentar as duas leis da reflexão e o conceito de espelho plano. Comentar que, devido às leis da reflexão em uma superfície plana e altamente refletora, os espelhos planos apresentam algumas propriedades interessantes. Fazer os exercícios 2 a 4.

Explicar a simetria objeto-imagem em um espelho plano como consequência da reflexão da luz nessa superfície. Caracterizar a imagem como simétrica, porém virtual, uma vez que a identificamos numa posição “atrás do espelho”. Voltando à imagem, mostrar que, embora a imagem seja simétrica, ela é revertida, ou seja, os lados esquerdo e direito aparecem trocados em relação ao observador. Fazer os exercícios 5 a 7.

Apresentar o conceito de campo visual e mostrar graficamente como obter o campo visual em um espelho plano. Destacar que o campo visual depende da posição do observador e que, se ele mudar de posição, o campo visual se altera. Fazer os exercícios 8 e 9.

Mostrar graficamente o que ocorre quando o espelho se traslada, ou seja, afasta-se ou aproxima-se do observador fixo. Obter o deslocamento da imagem associado ao deslocamento do espelho. Mostrar a diferença que ocorre quando o espelho é fixo e o traslado é do observador. Associar deslocamentos com velocidades. Fazer o exercício 10.

Mostrar graficamente o que ocorre com o raio refletido quando um espelho gira em torno de um eixo contido em seu plano.

Apresentar a associação de dois espelhos cujos planos se interseccionam. Obter graficamente as imagens no caso mais simples (90°) e caracterizá-las. Chamar a atenção dos estudantes para a imagem central que não é revertida em relação ao objeto. Apresentar o cálculo do número de imagens de forma intuitiva para esse caso da associação. Apresentar a discussão sobre o número de imagens em diferentes configurações. Fazer os exercícios 11 e 12.

RESOLUÇÕES

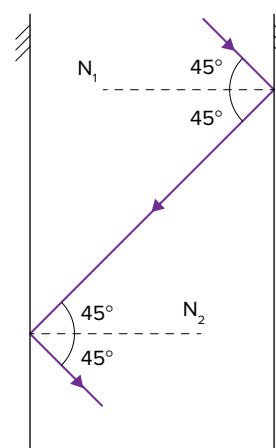
Exercícios de sala

1. B

Ao ser iluminado por luz monocromática amarela, um quadro azul não refletirá luz alguma, sendo percebido como um objeto preto. Ao ser iluminado por luz monocromática amarela, um quadro branco refletirá luz amarela, sendo percebido como um objeto amarelo.

2. A

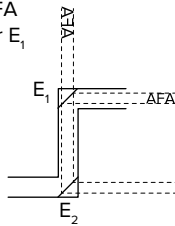
Como os espelhos são paralelos, suas respectivas normais também são, como mostra a figura.



3. D

Vamos utilizar a imagem fornecida no enunciado para construir as duas imagens conjugadas pelo sistema de espelhos do periscópio.

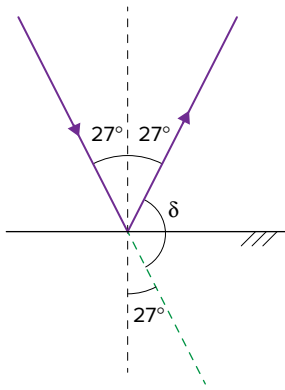
esta é a imagem da palavra AFA conjugada por E_1



esta é a imagem final que o observador O visualiza através de E_2

E_1 conjuga uma imagem da placa com a inscrição AFA. Para E_2 , o objeto é a imagem conjugada por E_1 . Em ambos os casos, as distâncias do objeto ao espelho e da imagem ao espelho são iguais.

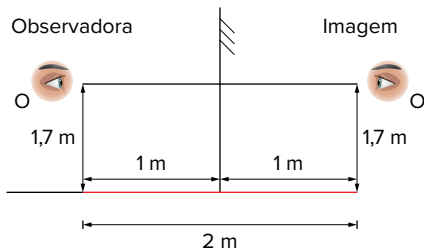
4. Desenhando o raio incidente e o refletido, temos:



Usando a reta normal como referência para o ângulo raso, temos:
 $27^\circ + \delta + 27^\circ = 180^\circ \Rightarrow \delta = 126^\circ$

5. C

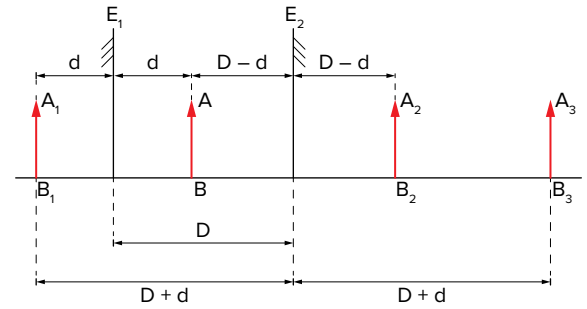
A situação pode ser esquematizada da seguinte maneira:



Portanto, a observadora encontra-se a 2 m de sua imagem.

6. C

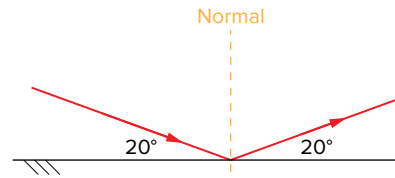
A ilustração representa a vista lateral dos espelhos E_1 e E_2 e o objeto AB entre eles.



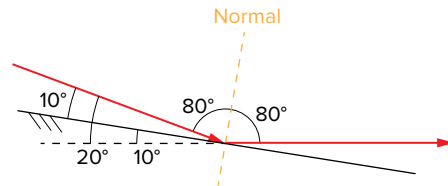
Na ilustração, A_1B_1 é a imagem que E_1 conjuga de AB; A_2B_2 é a imagem que E_2 conjuga de AB; e A_3B_3 é a imagem que E_2 conjuga de A_1B_1 . Desse modo, a distância x entre A_3B_3 e A_1B_1 é:
 $x = D + d + D + d$
 $x = 2D + 2d$

7. B

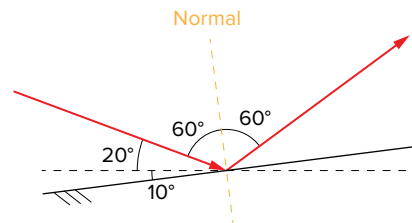
Situação inicial:



Há duas possibilidades de realizar o giro do espelho:
 – Sentido horário:



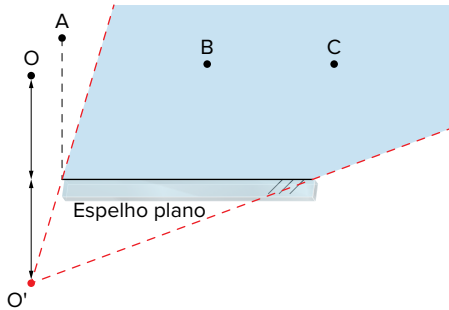
Nessa situação, o raio refletido faz 80° com a reta normal à superfície.
 – Sentido anti-horário:



Nessa situação, o raio refletido faz 60° com a reta normal à superfície.

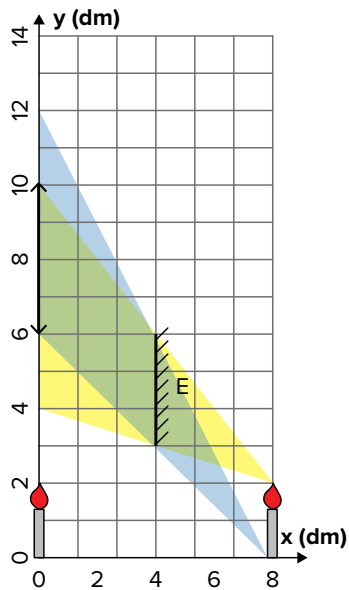
8. D

Pelo princípio da reversibilidade, podemos desenhar a imagem do observador e identificar seu campo visual:



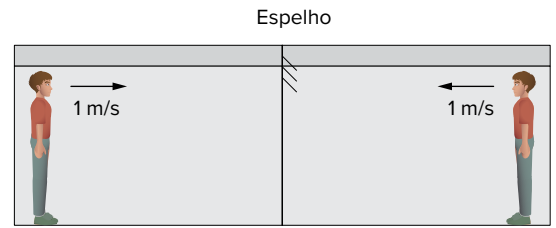
9. E

Usando o princípio da reversibilidade, podemos dizer que o observador só poderá enxergar a vela se esta puder “enxergar” o observador. Sendo assim, basta identificar a região que se encontra no campo visual das duas extremidades da vela simultaneamente. Assumindo como azul o campo visual da parte de baixo da vela e amarelo o da parte de cima, temos:



10. B

O espelho produzirá uma imagem conjugada que replica o objeto simetricamente em relação ao plano do espelho. Sendo assim, temos:



O objeto e a imagem têm velocidades em sentidos opostos, de modo que eles estão se aproximando. Portanto, a velocidade relativa é obtida somando os módulos:

$$v_r = |v_o| + |v_i| = 1 + 1 \Rightarrow v_r = 2 \text{ m/s}$$

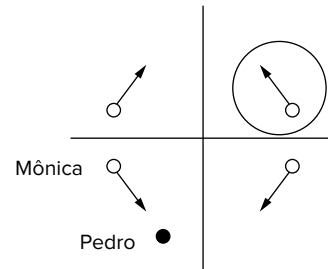
11. C

Como a quantidade total de “dançarinos” deve ser 16, e o coreógrafo tem apenas 4 dançarinos, conclui-se que 12 devem ser apenas imagens. Portanto, a associação de espelhos deverá conjugar, para cada pessoa, 3 imagens. Sendo assim, temos:

$$n_i = \frac{360}{\alpha} - 1 \Rightarrow 3 = \frac{360}{\alpha} - 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

12. C

Se Mônica vai ao encontro de Pedro, temos as seguintes imagens conjugadas pelos espelhos:



Inicialmente, comentar que os espelhos podem ter suas superfícies em diferentes configurações: planos, esféricos, parabólicos e cilíndricos, podendo cada configuração apresentar resultados diferentes na conjugação de imagens. Indicar que será estudado apenas um desses casos de superfícies curvas: os espelhos esféricos.

Mostrar de forma simplificada, por meio de esquemas, como os espelhos esféricos podem ser obtidos a partir de uma esfera oca com superfície refletora, as chamadas calotas esféricas. Indicar a primeira classificação desses espelhos em função da face da calota que é espelhada – côncava ou convexa. Introduzir a notação geométrica desses espelhos indicando o centro de curvatura, o vértice e o eixo. Ressaltar o fato de que o centro de curvatura fica sempre “dentro da curva”, mas pode estar à frente ou atrás do espelho, dependendo do caso.

Se julgar conveniente, apresentar o surgimento dos focos nesses espelhos quando da incidência de um feixe de raios luminosos paralelos e coaxiais. Explicitar a diferença entre foco real e foco virtual.

Com a representação geométrica completa, comentar as condições de nitidez de Gauss e apresentar os raios notáveis como ferramenta para a construção das imagens conjugadas por esses espelhos. Fazer o exercício 1.

Apresentar os casos de construção de imagens, na ordem em que preferir, realçando a necessidade de dois raios notáveis como condição necessária e suficiente para a obtenção da imagem. Fornecer suas características, apontando o que mais chama a atenção: imagem real pode ser projetada, imagem ampliada pode facilitar a observação, imagem reduzida aumenta o campo de visão. Quando oportuno, mostrar onde esses espelhos têm aplicação prática fácil de ser identificada. Fazer os demais exercícios ao final ou quando julgar adequado, de acordo com o seu planejamento.

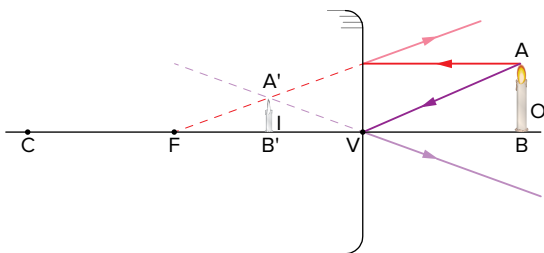
RESOLUÇÕES

Exercícios de sala

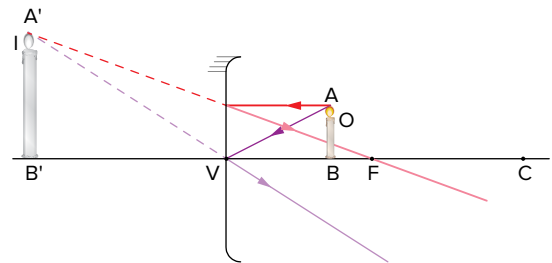
1. C
Por ter sido iluminado pela luz verde, o cilindro branco é visto pelos olhos humanos na cor verde, e o preto absorve a luz verde e é visto como preto. Sobre a imagem, pode ser invertida e maior, invertida e igual, invertida e menor ou virtual e direita a depender da posição com relação ao vértice, foco e centro de curvatura.

2. Como a imagem formada pelo espelho é menor e necessariamente direita, concluímos que se trata de um espelho convexo, que sempre conjuga imagens virtuais, menores e direitas.

3. B
O lado externo de uma esfera refletora atua como um espelho convexo, ou seja, todo objeto real tem sua imagem virtual e reduzida.

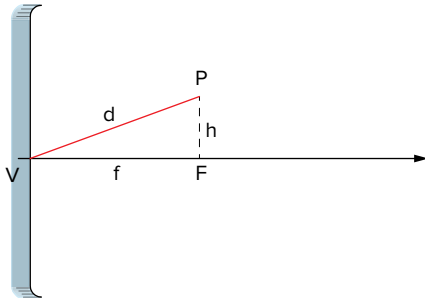


4. A
Para ver a imagem ampliada, o dentista deve usar um espelho côncavo. Para que ele veja por meio do espelho, a imagem deve ser virtual, ou seja, o dente deve estar entre o vértice e o foco.



5. C

Sendo os raios paralelos, conclui-se que eles deverão convergir na mesma abscissa do foco:



De Pitágoras, pode-se obter a distância focal:

$$d^2 = f^2 + h^2 \Rightarrow f = \sqrt{d^2 - h^2}$$

Lembrando que para espelhos gaussianos o foco é igual à metade do raio de curvatura, temos:

$$f = \frac{R}{2} \Rightarrow R = 2f \Rightarrow R = 2\sqrt{d^2 - h^2}$$

6. C

Sendo todas as imagens direitas, concluímos que todas são virtuais.

Ainda partindo do fato de as imagens serem direitas, o maior rosto deve ser o do espelho côncavo, visto que esse espelho sempre forma imagens virtuais maiores do que o objeto (espelho C); o espelho plano não altera o tamanho; e o convexo sempre o reduz.

Uma das maneiras de iniciar o estudo analítico dos espelhos é retomar uma das construções da aula anterior e identificar as medidas relevantes na construção da imagem: tamanhos e distâncias. Apresentar o referencial de Gauss e a convenção de sinais para essas medidas.

Em seguida, lembrando as condições de nitidez de Gauss, mostrar que, com base em critérios de aproximação razoáveis, podem ser estabelecidas relações de semelhança de triângulos que levarão a equações envolvendo essas variáveis. A dedução detalhada dessas equações encontra-se no livro-texto, e uma possibilidade é indicá-la como leitura de aprofundamento. Não julgamos que haja um ganho substancial na dedução dessas equações em sala. Por fim, apresentar as equações de Gauss para o tratamento analítico. É interessante reforçar que essas duas equações são suficientes para a resolução de qualquer problema dessa natureza, mas podemos utilizar também a equação de aumento linear, que facilita bastante em alguns casos: $A = \frac{f}{f - p}$.

Sugerimos encerrar essa explanação teórica comentando o significado do aumento linear transversal, tanto com relação ao seu módulo quanto ao seu sinal. Mostrar que esse conceito também pode ser aplicado aos espelhos planos. Essa discussão favorece o entendimento da formação de imagens em espelhos esféricos e facilitará a compreensão da abordagem semelhante para lentes.

Com relação aos exercícios, uma opção é aplicá-los a cada etapa, por exemplo, apresentar a primeira equação e fazer os exercícios correspondentes, e assim por diante, ou fazê-los todos após a explanação teórica.

RESOLUÇÕES

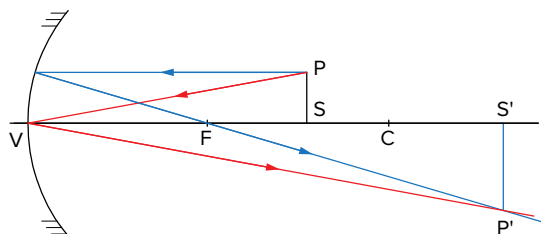
Exercícios de sala

1. A

Da equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} \Rightarrow f = 15 \text{ cm}$$

2. a) Usando os raios auxiliares que incidem paralelamente ao eixo principal (azul) e no vértice (vermelho), temos:



- b) Para descobrir o comprimento da imagem da placa, devemos descobrir qual é a abscissa da imagem de PS e de QR e fazer a diferença entre os valores. Sendo assim, devemos substituir os valores na equação de Gauss. Como o espelho é côncavo e o raio de curvatura é 160 cm, temos:

$$f = \frac{R}{2} = \frac{160}{2} \Rightarrow f = 80 \text{ cm}$$

Pela figura, percebe-se que QR está sobre o centro de curvatura. Sendo assim:

$$p_s = R - 40 \Rightarrow p_s = 120 \text{ cm}$$

Substituindo na equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_s} + \frac{1}{p'_s} \Rightarrow \frac{1}{80} = \frac{1}{120} + \frac{1}{p'_s} \Rightarrow p'_s = 240 \text{ cm}$$

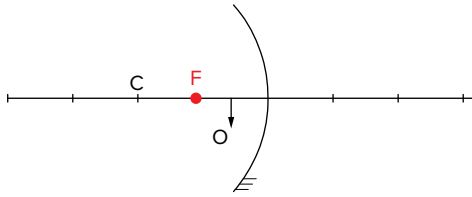
Fazendo o mesmo para a parte QR:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_r} + \frac{1}{p'_r} \Rightarrow \frac{1}{80} = \frac{1}{160} + \frac{1}{p'_r} \Rightarrow p'_r = 160 \text{ cm}$$

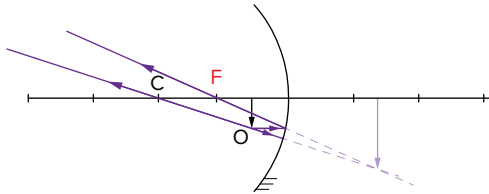
A distância entre S' e R' é:

$$|p'_s - p'_r| = |240 - 160| \Rightarrow |p'_s - p'_r| = 80 \text{ cm}$$

3. a) O foco fica no ponto médio entre o centro de curvatura e o vértice do espelho:



- b) Para obter a imagem, utilizaremos dois raios notáveis:
1. Incidem paralelamente ao eixo principal e são refletidos na direção do foco.
 2. Incidem na direção do centro de curvatura e são refletidos na mesma direção.

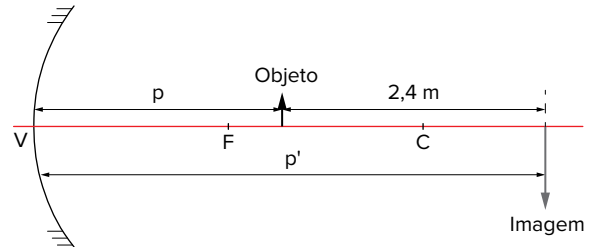


- c) Substituindo os valores na equação do aumento linear, temos:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{f}{f - p} \Rightarrow \frac{y'}{2} = \frac{5}{5 - 3} \Rightarrow y' = 5 \text{ cm}$$

4. C

Como a imagem é projetada, concluímos que é real. O único espelho que forma esse tipo de imagem é o côncavo. Como a imagem é real, necessariamente ela é invertida. Sendo assim, o aumento é negativo: $A = -4$. Deve-se tomar cuidado, pois a distância dada é entre o objeto e a tela:



Sendo assim:

$$p' = p + 2,4$$

Substituindo os valores na equação do aumento linear, temos:

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -4 = -\frac{p + 2,4}{p}$$

$$-3p = -2,4 \Rightarrow p = 0,8 \text{ m}$$

$$p' = 0,8 + 2,4 \Rightarrow p' = 3,2 \text{ m}$$

Da equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{0,8} + \frac{1}{3,2} \Rightarrow f = 0,64 \text{ m}$$

Para um espelho gaussiano, ainda temos:

$$R = 2 \cdot f = 2 \cdot 0,64 \Rightarrow f = 1,28 \text{ m} = 128 \text{ cm}$$

5. D

Sendo um espelho gaussiano, a distância focal é a metade do raio de curvatura:

$$f = \frac{R}{2} = \frac{40}{2} \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

A posição da imagem para o instante $t = 0$ é:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 30 \text{ cm}$$

Para que a imagem se aproxime 5 cm do espelho, a abscissa final da imagem deve ser 25 cm:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{25} \Rightarrow p = 100 \text{ cm}$$

O deslocamento do objeto foi:

$$d = 100 - 60 \Rightarrow d = 40 \text{ cm}$$

Como o movimento era uniforme, temos:

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{40}{5} \Rightarrow \Delta t = 8 \text{ s}$$

6. D

Para a imagem ser menor, ela deve ser real e invertida.

Como o aumento linear transversal é $A_1 = -\frac{1}{2}$, temos:

$$A_1 = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow p_1 = 3f$$

Para a imagem ter o dobro do tamanho do objeto, ela pode ser real ou virtual, e o aumento linear transversal, $A_2 = \pm 2$. Considerando $p_2 = p_1 - 15$, obtemos:

$$A_2 = \frac{f}{f - p_2} \Rightarrow \pm 2 = \frac{f}{f - (p_1 - 15)} \Rightarrow \pm \frac{f}{f - 3f + 15}$$

$$\pm 2 = \frac{f}{15 - 2f}$$

A primeira solução é:

$$2 = \frac{f}{15 - 2f} \Rightarrow 30 - 4f = f \Rightarrow f = 6 \text{ cm}$$

Essa opção não consta entre as alternativas.

A segunda solução é:

$$-2 = \frac{f}{15 - 2f} \Rightarrow -30 + 4f = f \Rightarrow f = 10 \text{ cm}$$

Começar relembando o fenômeno da refração da luz, em que parte do feixe luminoso incidente atravessa a superfície de separação entre dois meios ópticos. Ressaltar que o que caracteriza esse fenômeno é a mudança de meio com mudança de velocidade.

Representar graficamente o fenômeno da refração, comentando que, por simplicidade, apenas a luz refratada será desenhada, salvo em situações que abordem a reflexão juntamente à refração. Construir a representação típica do raio luminoso refratado apresentando desvio, identificar a reta normal e os ângulos correspondentes. Ao lado, representar a incidência normal, sem desvio, ressaltando que a refração também ocorre nos casos em que a velocidade se altera, mas que não há desvio.

Conceituar índice de refração absoluto e reforçar que se trata de uma grandeza adimensional, que simplifica o estudo da refração ao relacionar as velocidades de propagação da luz, que são altíssimas, e cujos valores típicos são próximos à unidade. Mostrar que o índice de refração do vácuo é a unidade, como consequência da definição, sendo o menor valor de índice de refração absoluto. Comentar que o índice de refração do ar é ligeiramente maior que o do vácuo, mas que na maioria das situações será aproximado da unidade. Apresentar o termo “refringência”, associado ao índice de refração, reforçando que, na linguagem usual, maior índice de refração significa maior refringência, e vice-versa. Explicar o índice de refração relativo e o fato de apresentar valores quaisquer. Fazer os exercícios correspondentes.

Apresentar as leis da refração e mostrar graficamente o desvio angular decorrente de refração em incidência oblíqua. Comentar o desvio do raio luminoso associado à relação entre os índices de refração dos dois meios, constituindo-se em estratégia preditiva do desenrolar do fenômeno, sem que haja necessidade de cálculos de comprovação. Fazer os exercícios correspondentes.

Retomar a ideia de desvio associado aos índices de refração e construir o conceito de ângulo limite a partir de uma estratégia gráfica. Nesse momento, lembrar que o feixe luminoso sempre se divide em reflexão, refração e absorção. Pode-se argumentar que a absorção em boa parte das interfaces pode ser desprezada, mas a reflexão não. Conforme o ângulo do raio luminoso proveniente do meio mais refringente aumenta, a parcela de luz refratada diminui, enquanto a parcela de luz refletida aumenta. Ao atingir o ângulo crítico ou limite, a refração torna-se praticamente rasante à superfície, e a intensidade do feixe refratado é mínima. A partir desse ângulo, a refração deixa de existir, passando a ocorrer somente a reflexão, que, por se aproximar de 100%, é denominada reflexão total. Equacionar a lei de Snell-Descartes para a situação do ângulo limite, reforçando que se trata de um limite matemático, e não de uma igualdade. Apresentar a equação do seno do ângulo limite, generalizando na forma apresentada no resumo de aula. Fazer os exercícios correspondentes.

Havendo tempo, apresentar a fibra óptica e seu funcionamento, bem como suas aplicações tecnológicas, principalmente na transmissão de informação, como nos serviços ópticos de internet. Aplicações na Medicina, unindo a fibra óptica aos raios *laser*, também podem ser comentadas, pois mostram a versatilidade e o potencial dessa tecnologia.

RESOLUÇÕES

Exercícios de sala

1. **A**

Da definição de índice de refração relativo, temos:

$$n_{1,2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{120\,000}{200\,000} \Rightarrow n_{1,2} = 0,6$$

2. **E**

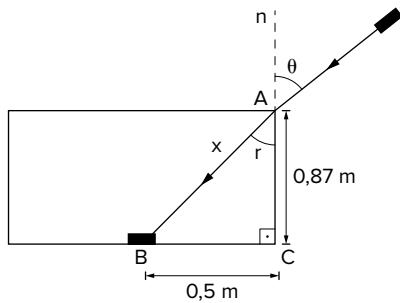
Para que haja desvio do raio, é necessário que a refração ocorra associada a um ângulo de incidência diferente de zero. Raios que incidem normalmente na superfície não sofrerão desvios.

3. Tomando o ponto (30; 90) do gráfico e substituindo na lei de Snell-Descartes, obtemos:

$$\text{sen}(30^\circ) \cdot n = \text{sen}(90^\circ) \cdot 1 \Rightarrow n = 2$$

4. C

Para que o laser ilumine a moeda, é necessário que o raio refrate com um ângulo \hat{r} de tal forma que atinja a moeda (ponto B).



Cálculo da hipotenusa x do triângulo ABC:

$$x^2 = 0,5^2 + 0,87^2 \Rightarrow x^2 = 0,25 + 0,7569$$

$$x^2 = 1,0069 \Rightarrow x \cong 1 \text{ m}$$

Assim, o seno do ângulo \hat{r} é dado por:

$$\text{sen } \hat{r} = \frac{0,5}{1} \Rightarrow \text{sen } \hat{r} = 0,5$$

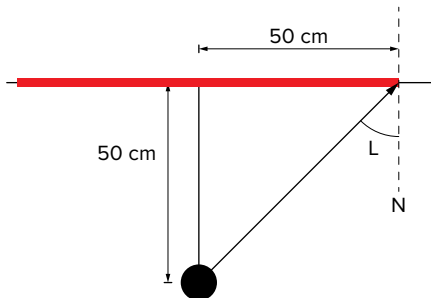
Pela lei de Snell-Descartes, podemos obter θ :

$$n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } \theta = n_{\text{água}} \cdot \text{sen } \hat{r} \Rightarrow 1 \cdot \text{sen } \theta = 1,4 \cdot 0,5$$

$$\text{sen } \theta = 0,7 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

5. C

Para que o objeto não possa ser visto de fora da água, devemos garantir que nenhum raio vindo da pepita consiga escapar da água. Isso é possível quando todos os raios incidentes na interface água-ar sejam maiores ou iguais ao ângulo limite:



Sendo o triângulo retângulo isósceles, concluímos que $L = 45^\circ$:

$$\text{sen } \hat{L} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

6. B

Afirmativa I: incorreta. Para que haja reflexão total, é necessário que o raio incida de um meio mais refringente para um menos refringente.

Afirmativa II: incorreta. Para que haja reflexão total, o ângulo de incidência deve ser maior do que o ângulo limite.

Afirmativa III: correta. O seno do ângulo limite pode ser calculado fazendo a razão entre o índice de refração menos refringente e o mais refringente.

Afirmativa IV: correta. Como o raio permanece no núcleo, ele não muda de meio e, por consequência, não sofre refração.

Esse conjunto de aulas é bastante denso e aborda três assuntos distintos. Por isso, um planejamento cuidadoso é fundamental. Se for o caso, escolher os exercícios que você fará em sala antecipadamente, para que a explanação teórica, mesmo reduzida, não seja comprometida.

Dioptro plano

Definir dioptro plano e apresentar exemplos. Enfatizar que o caso do dioptro ar-água é o que mais costuma aparecer nos exercícios. Apresentar graficamente esse dioptro em duas situações: observador no ar e objeto dentro da água e observador na água e objeto no ar. Traçando um raio luminoso que se refrata com desvio, mostrar a formação da imagem virtual em posição aparente, correlacionando a representação à experiência prática: olhar para dentro de uma piscina e percebê-la mais rasa do que realmente é. Aproveitar e verificar se alguém tem a experiência oposta de olhar de dentro da água para fora e perceber as alturas aparentemente maiores. Comentar que, em aproximação matemática para pequenos ângulos de incidência, é possível equacionar o problema de forma simples. Em seguida, apresentar as equações e fazer os exercícios correspondentes.

Lâmina de faces paralelas

Conceituar lâmina de faces paralelas como um duplo dioptro, em que o meio circundante à lâmina pode ser o mesmo (caso de uma placa de vidro envolta por ar), ou não, comungando três meios opticamente distintos. Reforçar que trataremos de lâminas formadas por dioptros planos. Mostrar graficamente a trajetória do raio luminoso atravessando um dioptro envolto por um único meio e identificar os ângulos correspondentes. Investigar a simetria entre os raios, por se tratar de um único meio circundante e as faces serem planas e paralelas. Comentar que, a cada refração, também há uma parcela de luz refletida. Apresentar, sem demonstrar, a equação do desvio lateral. Mostrar também, de forma rápida e simplificada, o caso com três meios ópticos distintos. Resolver os exercícios correspondentes.

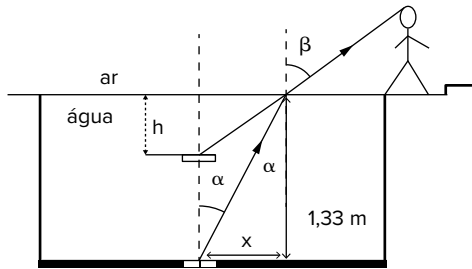
Prismas ópticos

Apresentar o conceito de prisma óptico, associando-o, se possível, ao conceito geométrico de prisma. Reforçar que serão abordados apenas os prismas de seção transversal triangular. Mostrar graficamente a trajetória do raio luminoso que atravessa o prisma, identificando cuidadosamente as retas normais a cada face e os ângulos associados. Deduzir as equações do prisma e comentar que conceitos básicos de Geometria são suficientes para se chegar a elas. Além de reforçar esses conhecimentos geométricos e aplicá-los a uma situação específica, treina-se a estratégia de abordagem matemática dedutiva de um fenômeno natural. Resolver os exercícios correspondentes.

Abordar a situação de desvio mínimo, se houver tempo. Caso contrário, fazer isso diretamente no exercício correspondente e remeter os estudantes ao livro-texto para reforço e aprofundamento. Pode-se comentar a reflexão total em prismas e seu uso preferencial a espelhos – caso do periscópio de prismas e câmeras fotográficas. Caso não haja tempo suficiente, apenas sugira esses aprofundamentos no livro-texto.

Apresentar a constatação experimental da relação entre índice de refração e frequência de luz (se necessário, reforçar que esses conceitos serão abordados com maior profundidade no curso de Ondulatória) ou cor de luz. Comentar a relação entre os índices de refração das diferentes cores do espectro visível e a consequência disso na refração: mesmo ângulo de incidência levará a diferentes desvios na refração para cada cor de luz, obedecendo a uma ordem – do vermelho (menor desvio) para o violeta (maior desvio). Representar graficamente esse fenômeno na incidência de um feixe de luz branca em um prisma e sua consequente decomposição nas cores, chamada de dispersão da luz branca. Remeter os estudantes ao texto sobre o experimento de Newton, presente no livro-texto. Pode-se associar esse fenômeno ao arco-íris, destacando que a formação do arco-íris envolve também o fenômeno da interferência, portanto sua explicação é mais complexa do que simplesmente a associação entre refração, reflexão total e dispersão. Fazer os exercícios correspondentes.

1. B



Da lei de Snell, temos:

$$\sin \alpha \cdot n_{\text{água}} = \sin \beta \cdot n_{\text{ar}}$$

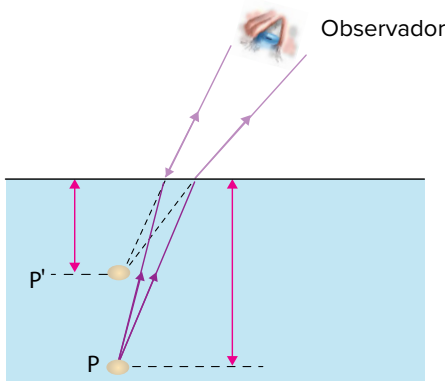
Usando a aproximação sugerida no enunciado:

$$\text{tg } \alpha \cdot 1,33 = \text{tg } \beta \cdot 1$$

$$\frac{x}{1,33} \cdot 1,33 = \frac{x}{h} \cdot 1 \Rightarrow h = 1,00 \text{ m}$$

2. E

A mudança na direção dos raios em função da refração faz com que o peixe aparente estar em local mais raso do que realmente se encontra:



3. A

Afirmativa I: correta. Realmente, o índice de refração do material do prisma é diferente para cada cor, fazendo com que a luz solar sofra um desvio diferente quando incide nele obliquamente.

Afirmativa II: incorreta. Cada cor possui um comprimento de onda e uma velocidade de propagação distintos em diferentes meios. Por isso, sofrem desvios diferentes ao incidir e emergir do prisma.

Afirmativa III: incorreta. A recombinação, ou soma, desses comprimentos de onda (cores), resulta na cor branca.

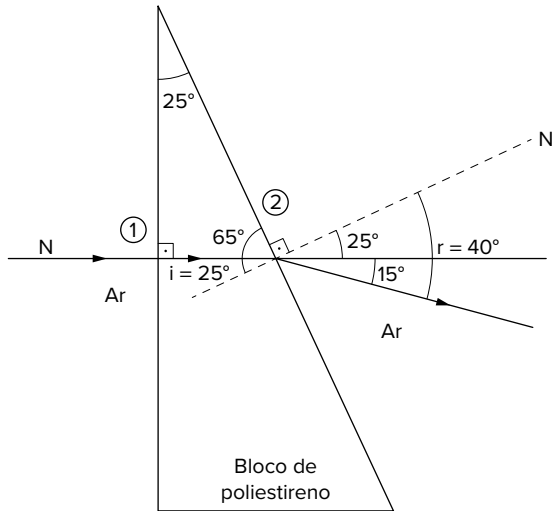
4. a) O princípio de Fermat afirma que a luz percorrerá o percurso que minimiza o tempo gasto para passar por dois pontos dados. Nesse caso, o desvio se justifica pela mudança da velocidade no vidro: a mudança na direção faz com que a luz fique menos tempo onde tem menor velocidade, otimizando o tempo gasto para sair de 1 m e chegar a 3. A formulação quantitativa dessa propriedade é a lei de Snell-Descartes.

b) Da definição de índice de refração:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow 1,5 = \frac{3 \cdot 10^8}{v} \Rightarrow v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

5. B

Podemos esquematizar a situação da seguinte maneira:



- ① Refração do ar para o bloco de poliestireno
- ② Refração do bloco de poliestireno para o ar

1. Refração do ar para o bloco de poliestireno:
O raio incide perpendicularmente na face do bloco (ângulo de incidência nulo), portanto refrata sem desviar (ângulo de refração nulo).
2. Refração do bloco de poliestireno para o ar.
O ângulo de incidência é 25° , e o de refração é 40° .
Aplicando a lei de Snell-Descartes, tem-se:

$$n_{\text{bloco}} \cdot \sin \hat{i} = n_{\text{ar}} \cdot \sin \hat{r}$$

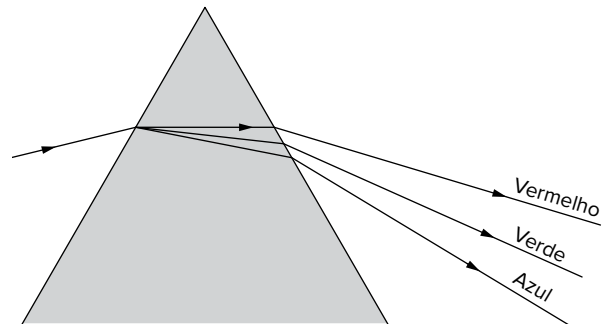
$$n_{\text{bloco}} \cdot \sin 25^\circ = n_{\text{ar}} \cdot \sin 40^\circ$$

$$n_{\text{bloco}} \cdot 0,4 = n_{\text{ar}} \cdot 0,6$$

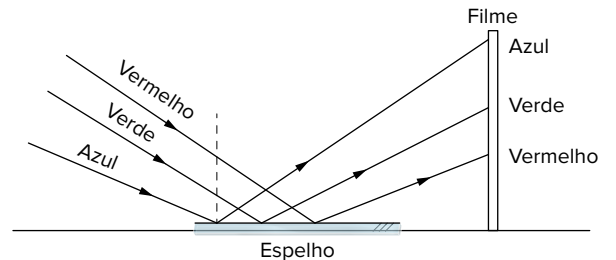
$$\frac{n_{\text{bloco}}}{n_{\text{ar}}} = 1,5$$

6. A

No prisma, o feixe luminoso composto das luzes vermelha, azul e verde, que incidiu na face A, emerge na face B da seguinte forma:



Na incidência no espelho plano, o ângulo de incidência (\hat{i}) é igual ao ângulo de reflexão (\hat{r}). Logo:



Assim, no filme, de baixo para cima, temos: vermelho, verde e azul.

Conceituar as lentes esféricas como um duplo dioptro, em que ao menos uma das superfícies é esférica. O meio circundante pode ser o mesmo ou não, mas reforçar que, geralmente, o meio circundante é um só.

Caso haja tempo e considere interessante, desenhar os seis tipos de lente e apresentar a técnica de nomenclatura de acordo com os raios de curvatura. Enfatizar que, nesse primeiro momento, o que diferencia cada lente é o desenho do seu perfil. Aproveitar e apresentar a primeira classificação de lentes em razão de suas bordas.

Apresentar o esquema geométrico simplificado das lentes, sem defini-las como convergentes ou divergentes, indicando seus pontos principais. Ressaltar que, como são elementos refrativos, ambos os lados da lente devem ser observados em cada abordagem. Com base nesse esquema, mostrar o comportamento de um feixe luminoso de raios paralelos e coaxiais que atravessam a lente, definindo de forma empírica os focos objeto e imagem. Com base no comportamento óptico dos raios, classificar as lentes em convergentes e divergentes.

Para aproveitamento eficaz do tempo, sugerimos abordar superficialmente a refração em cada interface que leva a esse comportamento óptico. Se julgar oportuno avançar a esse nível de aprofundamento, sugerimos utilizar uma lente plano-convexa e uma plano-côncava de vidro imersas no ar e traçar cuidadosamente o trajeto de dois raios luminosos paralelos e coaxiais, simétricos em relação ao eixo principal, mostrando cuidadosamente a formação dos focos, depois generalizando para outras lentes com diferentes perfis.

Explicar que o comportamento convergente e divergente também é afetado pela relação entre os índices de refração da lente e do meio, de modo que não podemos associar diretamente as bordas ao comportamento óptico. Comentar que, na maioria dos casos, consideram-se as lentes mais refringentes que o meio externo (em geral, ar), portanto essa associação poderá ser feita de forma cautelosa.

Apresentar os raios notáveis, lembrando a abordagem semelhante apresentada no estudo dos espelhos esféricos. Reforçar a diferença entre os espelhos e as lentes: nas lentes, os raios luminosos podem incidir nas duas faces. Nesse momento, comentar que, por simplificação, as lentes são consideradas simétricas, de modo que ambas as distâncias focais são iguais.

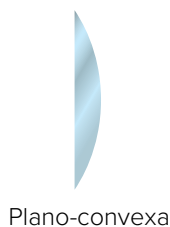
Apresentar a construção de imagens abordando os diferentes casos, caracterizando as imagens e, quando relevante, mostrando como as características da imagem em cada caso leva a uma aplicação tecnológica importante e comum no cotidiano. Fazer os exercícios correspondentes, distribuindo-os ao longo da explanação teórica ou ao final, como julgar conveniente.

RESOLUÇÕES

Exercícios de sala

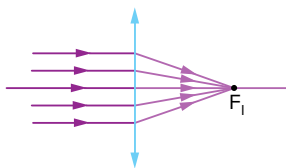
1. C

A gota forma a lente do tipo plano-convexa:



2. C

A lente convergente tem a propriedade de convergir todos os raios que incidem paralelamente ao eixo principal no foco:



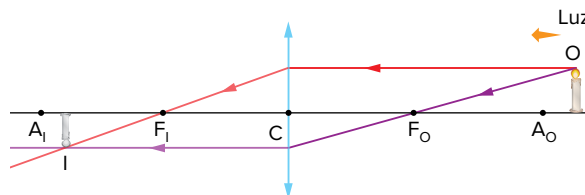
3. C

Os raios que passam pelo vértice não sofrem desvio, independentemente de a lente ser convergente ou divergente.

Já os raios que incidem paralelamente ao eixo principal na lente convergente saem na direção do foco. O oposto ocorre na lente divergente: raios que incidem na direção do foco saem paralelamente ao eixo principal.

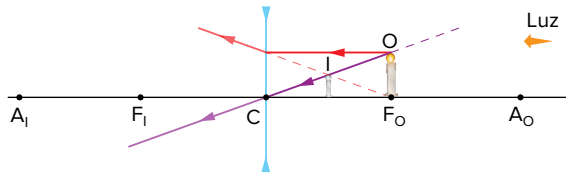
4. B

Como o objeto está além do ponto antiprincipal (dobro do foco), a imagem será real, invertida e menor.



5. C

Como a imagem é direita, conclui-se que é virtual. Como ela é menor, necessariamente se trata de uma lente divergente, por isso a imagem estará mais próxima da lente que do objeto.



6. C

Como a imagem é invertida, o objeto deve estar além do foco. Para que a imagem tenha o mesmo tamanho, o objeto deve estar no ponto antiprincipal ($p = 2f$).