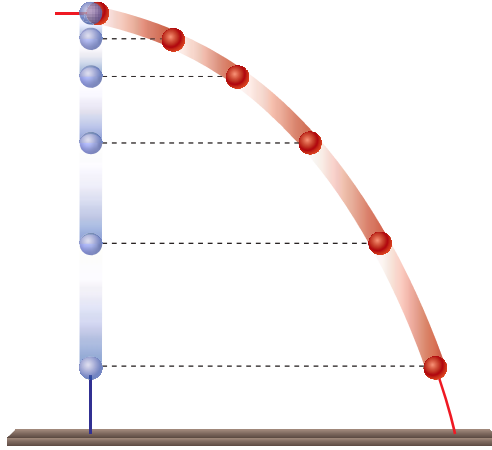
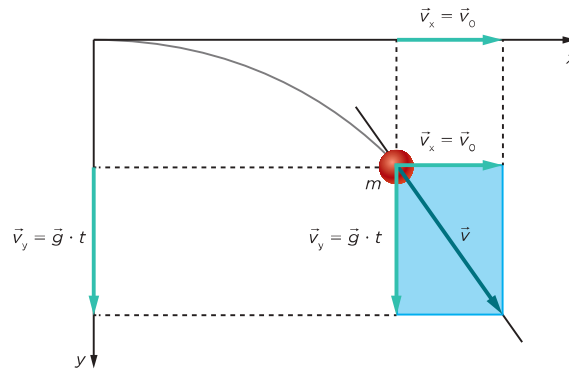


## 2» Lançamento horizontal



Representação esquemática das sucessivas posições ocupadas por um corpo em queda livre e por outro corpo lançado simultaneamente na horizontal. Como não há forças aplicadas na direção horizontal, pode-se identificar na direção vertical que ambos os corpos percorrem distâncias iguais nos mesmos intervalos de tempo. No lançamento horizontal, o corpo se movimenta em queda livre na direção vertical e, ao mesmo tempo, realiza um movimento uniforme na direção horizontal.

<b>Equações das posições</b>	$x = v_0 \cdot t$	$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$
<b>Equações das velocidades</b>	$v_x = v_0$	$v_y = g \cdot t$

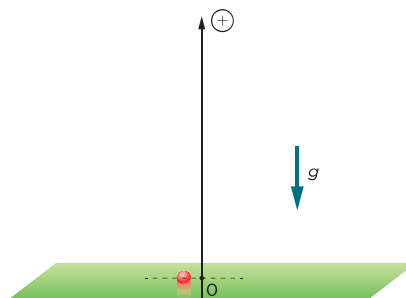


Conhecendo as componentes da velocidade e aplicando o teorema de Pitágoras, podemos determinar o valor da velocidade em cada instante:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

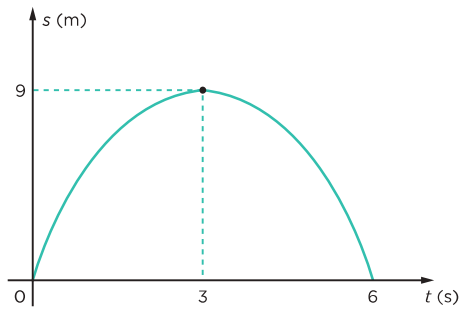
### DESENVOLVENDO » HABILIDADES

**1** Em um experimento científico, um corpo é lançado verticalmente para cima, a partir do solo, em um planeta que não tem atmosfera, como ilustrado a seguir.



## DESENVOLVENDO » HABILIDADES

» Após algumas medições, foi possível obter o gráfico da posição do corpo em função do tempo, como ilustrado a seguir.



Considerando a aceleração da gravidade constante, determine:

a) a aceleração da gravidade do planeta;

Em um lançamento vertical, o corpo realiza um MUV segundo as equações:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \text{ e } v = v_0 - g \cdot t$$

De acordo com o gráfico, o corpo atinge a altura máxima no instante  $t = 3$  s; portanto a velocidade nesse ponto da trajetória é nula. Desse modo, substituindo-se os valores nas equações anteriores, tem-se:

$$9 = v_0 \cdot 3 - g \cdot \frac{3^2}{2} \quad (\text{I})$$

$$0 = v_0 - g \cdot 3 \Rightarrow v_0 = 3g \quad (\text{II})$$

Substituindo-se II em I, obtemos:

$$9 = 3g \cdot 3 - g \cdot \frac{3^2}{2}$$

$$\therefore g = 2 \text{ m/s}^2$$

b) a equação do espaço;

Com o resultado do item anterior, é possível determinar a velocidade inicial  $v_0$ :

$$0 = v_0 - g \cdot 3 \Rightarrow 0 = v_0 - 2 \cdot 3$$

$$\therefore v_0 = 6 \text{ m/s}$$

Desse modo, podemos determinar a equação do espaço:

$$s = 6 \cdot t - t^2$$

c) a velocidade no instante 3 s;

De acordo com o gráfico, a velocidade no instante 3 s é nula. Além disso, podemos chegar a essa conclusão pela equação da velocidade:

$$v = v_0 - g \cdot t \Rightarrow v = 6 - 2 \cdot 3 \quad \therefore v = 0$$

d) a velocidade ao chegar ao solo.

De acordo com o gráfico, o corpo chega ao solo no instante 6 s. Assim, utilizando a equação da velocidade, obtemos:

$$v = v_0 - g \cdot t \Rightarrow v = 6 - 2 \cdot 6$$

$$\therefore v = 6 \text{ m/s}$$

**2** (Unesp-SP) Para analisar a queda dos corpos, um estudante abandona, simultaneamente, duas esferas maciças, uma de madeira e outra de aço, de uma mesma altura em relação ao solo horizontal. Se a massa da esfera de aço fosse maior do que a massa da esfera de madeira e não houvesse resistência do ar, nesse experimento

a) a esfera de madeira chegaria ao solo com menor velocidade do que a de aço.

b) as duas esferas chegariam ao solo com a mesma energia mecânica.

c) a esfera de madeira cairia com aceleração escalar menor do que a de aço.

► d) a esfera de aço chegaria ao solo com mais energia cinética do que a de madeira.

e) a esfera de aço chegaria primeiro ao solo.

Na ausência da resistência do ar, a resultante das forças que agem sobre as esferas é a força peso:

$$R = P \Rightarrow m \cdot \gamma = m \cdot g \Rightarrow \gamma = g$$

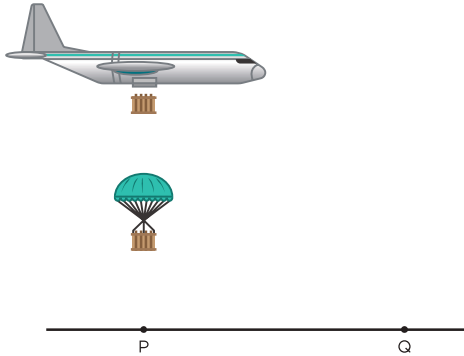
Desse modo, as esferas caem com as mesmas acelerações, independentemente de suas massas. Partindo do repouso e percorrendo as mesmas distâncias, as esferas chegam ao solo no mesmo instante e com as mesmas velocidades.

Entretanto, as energias cinéticas finais são distintas. Apesar de as esferas atingirem o solo com as mesmas velocidades, a esfera de aço, que tem massa maior que a da esfera de madeira, terá uma energia cinética maior. Como o plano horizontal de referência escolhido foi o solo, as energias potenciais gravitacionais finais das esferas são nulas e, conseqüentemente, suas energias mecânicas também serão diferentes.

## DESENVOLVENDO >> HABILIDADES

Aula 34

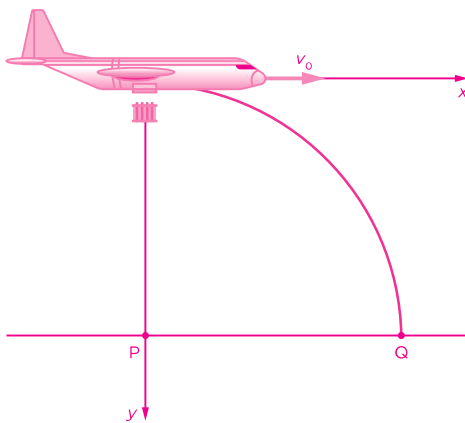
- 3** Um avião utilizado para ajuda humanitária viaja a uma velocidade de 360 km/h sobre uma região praticamente horizontal. À altura de 180 m do solo, libera pacotes de alimentos presos a paraquedas, quando, por causa de um defeito de fabricação, o paraquedas de um dos pacotes não abre.



O ponto P está situado no solo, na vertical que passa pelo avião no instante em que ele abandona o pacote, enquanto Q é o ponto em que o pacote toca o solo. Desprezando a resistência do ar durante a queda do pacote e considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , determine:

- a)** as equações do movimento na direção vertical e na direção horizontal;

O lançamento horizontal é a composição de um movimento retilíneo horizontal com velocidade  $v_0$  e uma queda livre vertical. Nesse caso, a velocidade de lançamento é igual à velocidade do avião.



Velocidade do avião ( $v_0$ ):

$$v_0 = 360 \text{ km/h} = 100 \text{ m/s}$$

Equações do movimento:

$$x = v_0 \cdot t \Rightarrow x = 100 \cdot t$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow y = 5 \cdot t^2$$

- b)** o instante em que o pacote chega ao solo;

No instante em que o pacote chega ao solo,  $y = 180 \text{ m}$ . Assim, a equação do movimento fica:

$$180 = 5 \cdot t^2$$

$$\therefore t = 6 \text{ s}$$

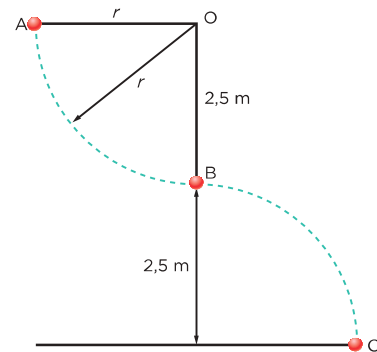
- c)** a distância PQ, em metros.

Substituindo o tempo de queda (calculado no item anterior) na equação do movimento na direção horizontal, obtemos:

$$x = 100 \cdot 6$$

$$\therefore PQ = x = 600 \text{ m}$$

- 4** A figura a seguir representa uma esfera de massa  $m$  presa ao ponto fixo O por meio de um fio de comprimento 2,5 m. A esfera é abandonada do repouso na posição A, em que o fio está esticado horizontalmente, e inicia um movimento circular até atingir um ponto B, situado na mesma vertical do ponto O. Nesse ponto, o fio se rompe. Com isso, a esfera fica sob ação exclusiva do seu peso até atingir o ponto C, que fica 2,5 m abaixo de B, como mostra a figura.



Desprezando eventuais dissipações de energia, determine:

- a)** a velocidade do corpo ao atingir o ponto B;

Como eventuais dissipações são desprezadas, a energia mecânica é constante. Assim, podemos escrever:

$$(E_p + E_c)_A = (E_p + E_c)_B \Rightarrow (m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2) = (m \cdot g \cdot h_B + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2)$$

Colocando o referencial da energia potencial no plano horizontal que passa por B, vem:

$$(g \cdot 2,5 + 0) = \left(0 + \frac{1}{2} \cdot v_B^2\right)$$

Da expressão anterior, obtemos:

$$v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot 2,5}$$

$$\therefore v_B = \sqrt{50} \text{ m/s} \text{ (na direção horizontal, para a direita)}$$



## DESENVOLVENDO HABILIDADES

» b) a velocidade do corpo ao atingir o ponto C;

Como eventuais dissipações são desprezadas, a energia mecânica é constante. Logo, podemos escrever:

$$(E_p + E_c)_A = (E_p + E_c)_C$$

$$\left(m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2\right) = \left(m \cdot g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2\right)$$

Colocando o referencial da energia potencial no plano horizontal que passa por C, temos:

$$(g \cdot 5 + 0) = \left(0 + \frac{1}{2} \cdot v_C^2\right)$$

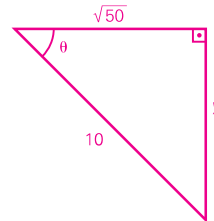
Da expressão anterior, obtemos:

$$v_C = \sqrt{2 \cdot g \cdot 5}$$

∴  $v_C = 10 \text{ m/s}$  (na direção tangente à trajetória, para baixo)

c) o ângulo que o vetor velocidade forma com a direção horizontal quando o corpo atinge o ponto C.

Por se tratar de um lançamento horizontal, no trecho BC a componente horizontal da velocidade é constante ( $v_x = v_B = \sqrt{50} \text{ m/s}$ ). Além disso, ao chegar ao ponto C, o corpo tem velocidade  $v_C = 10 \text{ m/s}$ . Desse modo, pode-se concluir que o ângulo formado é de  $45^\circ$ , como ilustrado a seguir.



$$\begin{aligned} 10^2 &= (\sqrt{50})^2 + y^2 \\ y^2 &= 100 - 50 \\ y &= \sqrt{50} \\ \therefore \theta &= 45^\circ \end{aligned}$$

## EXTRAS!

Aula 33

### 1 ENEM

No seu estudo sobre a queda dos corpos, Aristóteles afirmava que, se abandonarmos corpos leves e pesados de uma mesma altura, o mais pesado chegaria mais rápido ao solo. Essa ideia está apoiada em algo que é difícil de refutar, a observação direta da realidade baseada no senso comum.

Após uma aula de física, dois colegas estavam discutindo sobre a queda dos corpos, e um tentava convencer o outro de que tinha razão:

Colega A: "O corpo mais pesado cai mais rápido que um menos pesado, quando largado de uma mesma altura. Eu provo, largando uma pedra e uma rolha. A pedra chega antes. Pronto! Tá provado!"

Colega B: "Eu não acho! Peguei uma folha de papel esticado e deixei cair. Quando amassei, ela caiu mais rápido. Como isso é possível? Se era a mesma folha de papel, deveria cair do mesmo jeito. Tem que ter outra explicação!"

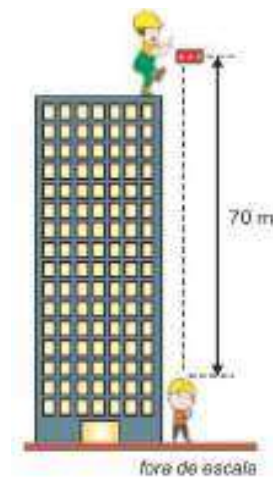
HÜLSENDEGER, M. Uma análise das concepções dos alunos sobre a queda dos corpos. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, n. 3, dez. 2004 (adaptado).

O aspecto físico comum que explica a diferença de comportamento dos corpos em queda nessa discussão é o(a)

- peso dos corpos.
- resistência do ar.
- massa dos corpos.
- densidade dos corpos.
- aceleração da gravidade.

2 (Unifesp) Do alto de um edifício em construção, um operário deixa um tijolo cair acidentalmente, a partir do repouso,

em uma trajetória vertical que passa pela posição em que outro operário se encontra parado, no solo. Um segundo depois do início da queda do tijolo, o operário no alto grita um alerta para o operário no solo.



Reprodução/Unifesp, 2019.

Considerando o dado da figura, a resistência do ar desprezível,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a velocidade do som no ar igual a  $350 \text{ m/s}$  e  $\sqrt{1400} = 37$ , calcule:

- a distância percorrida pelo tijolo entre os instantes  $t = 1 \text{ s}$  e  $t = 3 \text{ s}$  após o início de sua queda;
- o intervalo de tempo, em segundos, que o operário no solo terá para reagir e se movimentar, depois de ter ouvido o grito de alerta emitido pelo operário no alto, e não ser atingido pelo tijolo.