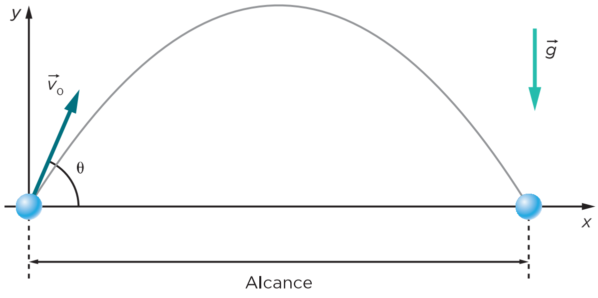
Aula 36

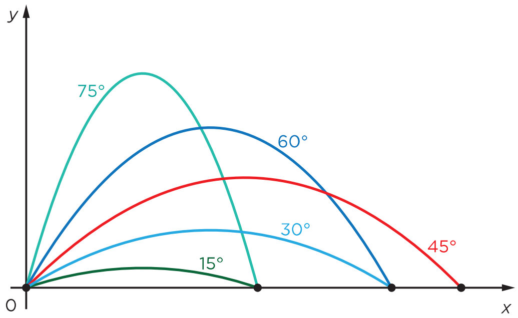
2» Alcance

Em um lançamento oblíquo, alcance é a distância que o corpo atinge na direção horizontal.



$$A = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t$$

O alcance horizontal máximo ocorre para o vetor velocidade que forma um ângulo de 45° com a direção horizontal.

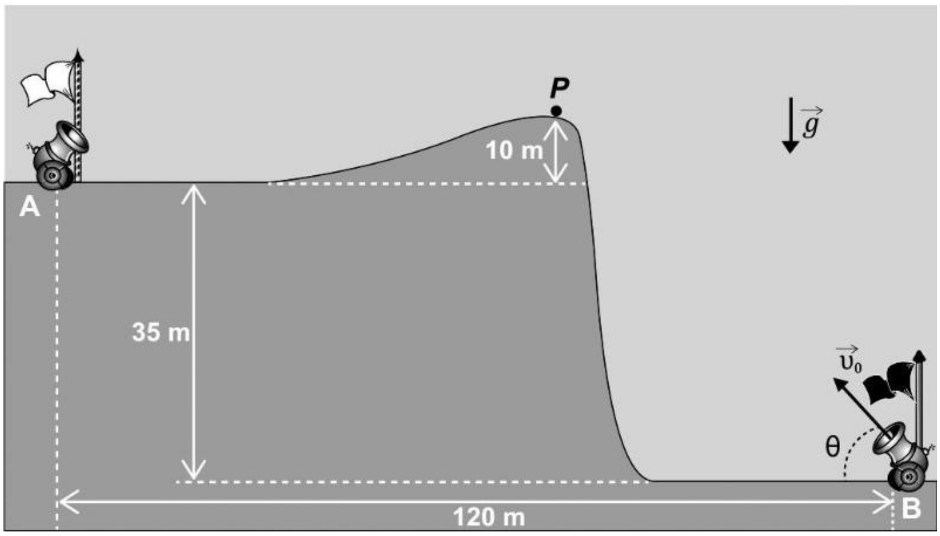


O alcance horizontal depende do ângulo θ de lançamento.

APRIMORANDO HABILIDADES

Aula 35

1 **ENEM** A figura foi extraída de um antigo jogo para computadores, chamado *Bang! Bang!*



APRIMORANDO HABILIDADES

No jogo, dois competidores controlam os canhões A e B, disparando balas alternadamente com o objetivo de atingir o canhão do adversário; para isso, atribuem valores estimados para o módulo da velocidade inicial de disparo $\left(\left|\vec{v}_0\right|\right)$ e para o ângulo de disparo (θ).

Em determinado momento de uma partida, o competidor B deve disparar; ele sabe que a bala disparada anteriormente, $\theta = 53°$, passou tangenciando o ponto P.

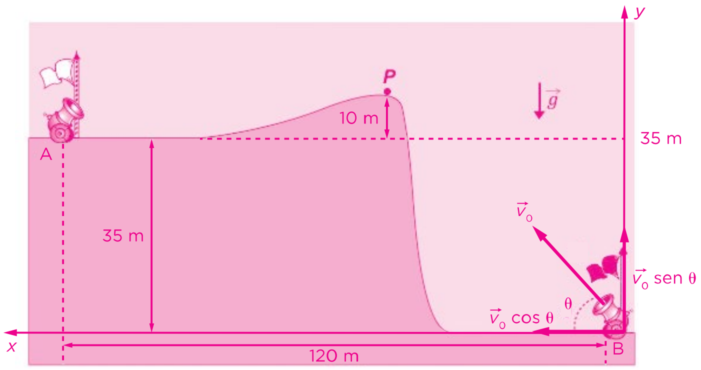
No jogo, $\left|\vec{g}\right|$ é igual a 10 m/s². Considere sen 53° = 0,8; cos 53° = 0,6 e desprezível a ação de forças dissipativas.

Disponível em: http://mebdownloads.butzke.net.br. Acesso em: 18 abr. 2015 (adaptado).

Com base nas distâncias dadas e mantendo o último ângulo de disparo, qual deveria ser, aproximadamente, o menor valor de $\left|\vec{v}_0\right|$ que permitiria ao disparo efetuado pelo canhão B atingir o canhão A?

▶ **a)** 30 m/s.
b) 35 m/s.
c) 40 m/s.
d) 45 m/s.
e) 50 m/s.

Inicialmente, pode-se adotar a origem e a orientação do sistema de eixos como ilustrado a seguir:



Reprodução/Enem, 2021.

Ao atingir o ponto A, as coordenadas do projétil serão $x = 120$ m e $y = 35$ m. Decompondo-se o movimento do projétil em vertical (MUV) e horizontal (MU), tem-se:

Movimento vertical:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$y = 0 + v_0 \cdot \text{sen}\ \theta \cdot t - \frac{10 \cdot t^2}{2} = 0{,}8 \cdot v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

Ao atingir o ponto A, a coordenada y do projétil será 35 m; sendo assim:

$$35 = 0{,}8 \cdot v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2 \qquad \text{(I)}$$

Movimento horizontal:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

$$x = 0 + v_0 \cdot \cos\ \theta \cdot t = 0{,}6 \cdot v_0 \cdot t$$

Ao atingir o ponto A, a coordenada x do projétil será 120 m; desse modo:

$$120 = 0{,}6 \cdot v_0 \cdot t$$

$$\frac{120}{0{,}6} = v_0 \cdot t = 200 \qquad \text{(II)}$$

Substituindo-se a equação II na equação I, tem-se:

$$35 = 0{,}8 \cdot v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$35 = 0{,}8 \cdot 200 - 5 \cdot t^2 \quad \text{ou} \quad 5 \cdot t^2 = 125$$

$$\therefore\ t = 5\ \text{s}$$

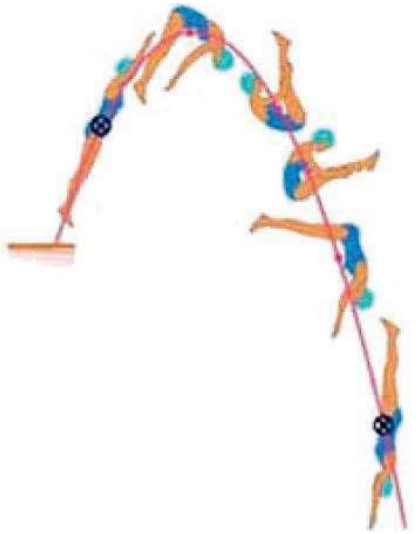
Dessa maneira, a velocidade v_0 de lançamento será:

$$\left.\begin{array}{l} v_0 \cdot t = 200 \\ t = 5 \end{array}\right\} v_0 = 40$$

Portanto, a velocidade requisitada é de 40 m/s.

APRIMORANDO HABILIDADES

2 (FCMSCSP) Como mostra a imagem, em uma competição de saltos ornamentais, uma atleta salta de uma plataforma e realiza movimentos de rotação. Porém, seu centro de massa, sob ação exclusiva da gravidade, descreve uma trajetória parabólica, após ter sido lançado obliquamente da plataforma.



Reprodução/Santa Casa, 2022.

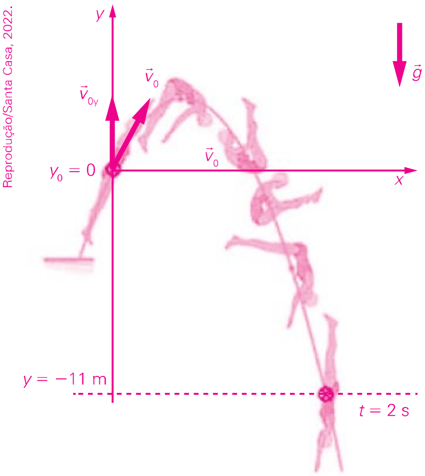
(https://sites.google.com. Adaptado.)

Considere que a aceleração gravitacional seja igual a 10 m/s², que no momento em que a atleta saltou para cima seu centro de massa estava a 11 m da superfície da água e que o centro de massa da saltadora chegou à água 2,0 s após o salto. A componente vertical da velocidade do centro de massa dessa atleta no momento em que ela deixou a plataforma era

▶ **a)** 4,5 m/s. **b)** 1,5 m/s. **c)** 0,5 m/s. **d)** 2,5 m/s. **e)** 8,5 m/s.

Adotando a origem do eixo *y* na posição do centro de massa da atleta no instante do salto, e orientando-se o eixo *y* para cima, temos o seguinte esquema:

Reprodução/Santa Casa, 2022.



Aplicando a equação dos espaços para o movimento vertical:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2}$$

Sendo $y = -11$ m, $y_0 = 0$, $t = 2$ s e $a_y = -g = -10$ m/s², temos:

$$-11 = 0 + v_{0y} \cdot 2 - \frac{10 \cdot 2^2}{2}$$

$$\therefore \; v_{0y} = 4{,}5 \text{ m/s}$$

A componente vertical da velocidade do centro de massa da atleta no momento do salto é de 4,5 m/s.

APRIMORANDO HABILIDADES

Aula 36

3 O golfe é um esporte cujos praticantes devem ter alto grau de precisão nas tacadas, para que a bola atinja um determinado buraco. Essa habilidade não está apenas relacionada à intensidade da força aplicada nas bolas pelos tacos, mas, principalmente, à inclinação do vetor velocidade que as bolas devem ter após a interação.

EasyFotostock/Easypix Brasil

Jogador de golfe durante um *swing*, um movimento desse esporte.

Nesse contexto, um jogador de golfe realiza uma tacada, fazendo com que a bola adquira velocidade de intensidade 144 km/h (40 m/s) e que forma um ângulo de 30° com a direção horizontal. Desprezando-se a resistência do ar, determine.

Considere:
- $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $\text{sen } 30° = 0{,}5$
- $\cos 30° = 0{,}7$

a) As equações cinemáticas do movimento nas direções horizontal e vertical, adotando a origem no solo e orientando a trajetória para cima como positiva.

Inicialmente, pode-se determinar as equações do movimento nas direções horizontal e vertical, considerando as velocidades iniciais como as componentes da velocidade nessa direção:

- Direção *x*:

$x = x_0 + v_{0x} \cdot t$

$x = 0 + v_0 \cdot \cos\theta \cdot t = 40 \cdot 0{,}7 \cdot t$

$\therefore x = 28 \cdot t$

- Direção *y*:

$v_y = v_{0y} + a \cdot t$

$v_y = v_0 \cdot \text{sen}\theta - g \cdot t = 40 \cdot 0{,}5 - 10 \cdot t$

$\therefore v_y = 20 - 10 \cdot t$

e

$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \dfrac{a \cdot t^2}{2}$

$y = 0 + v_0 \cdot \text{sen}\theta \cdot t - \dfrac{g \cdot t^2}{2}$

$\therefore y = 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$

b) O tempo para a bola atingir a altura máxima.

No ponto de altura máxima, a velocidade na direção vertical é nula. Desse modo, tem-se:

$v_y = 20 - 10 \cdot t$

$0 = 20 - 10 \cdot t$

$\therefore t = 2 \text{ s}$

c) A altura máxima atingida pela bola.

A altura máxima pode ser determinada por meio da expressão da posição na direção vertical, substituindo o tempo de subida calculado no item anterior:

$y = 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$

$h_{máx} = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$

$\therefore h_{máx} = 20 \text{ m}$

d) O alcance atingido pela bola.

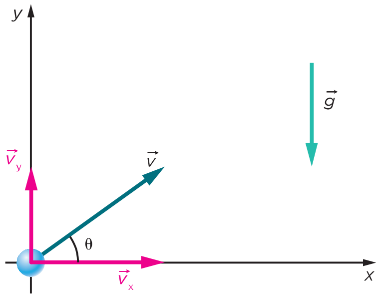
O alcance pode ser determinado por meio da expressão da posição na direção horizontal, substituindo o tempo de "voo" (tempo de subida + tempo de descida) calculado no item anterior. Como o movimento se inicia no solo e se encerra no solo, o tempo de subida é igual ao tempo de descida e, portanto, o tempo de voo é 4 s:

$x = 28 \cdot t$

$D = 28 \cdot 4$

$\therefore D = 112 \text{ m}$

4 Em uma experiência de laboratório, um corpo é lançado obliquamente com velocidade inicial de módulo 50 m/s e que forma um ângulo de 37° com a horizontal, de acordo com a figura abaixo.



Considere:
- sen 37° = 0,6
- cos 37° = 0,8
- $g = 10\ m/s^2$

Desprezando a resistência do ar, determine o que se pede.

a) As equações cinemáticas do movimento nos eixos horizontal e vertical.

As componentes horizontal e vertical da velocidade inicial são obtidas por meio da decomposição da velocidade inicial:

$\cos 37° = \frac{v_x}{v} \Rightarrow 0{,}8 = \frac{v_x}{50}$. Logo, $v_x = 40$ m/s.

$\text{sen } 37° = \frac{v_y}{v} \Rightarrow 0{,}6 = \frac{v_y}{50}$. Logo, $v_y = 30$ m/s.

- Na direção horizontal (eixo x), o corpo realiza um movimento uniforme. Consequentemente, as equações da velocidade e do espaço são:

  $v_x = 40$ m/s (constante) e

  $x = x_0 + v_x \cdot t \Rightarrow x = 40 \cdot t$

- Na direção vertical (eixo y), o corpo realiza um movimento uniformemente variado. Dessa maneira, suas equações da velocidade e do espaço são:

  $v_y = v_{0y} + a \cdot t \Rightarrow v_y = 30 - 10 \cdot t$

  $y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$

  $y = 30 \cdot t - 5 \cdot t^2$

b) o intervalo de tempo para se atingir a altura máxima.

No ponto de altura máxima, a velocidade na direção vertical é nula. Consequentemente:

$v_y = 30 - 10 \cdot t$

$0 = 30 - 10 \cdot t$

$\therefore\ t = 3$ s

c) A altura máxima e a velocidade do corpo nessa posição.

Para determinar a altura máxima, substitui-se o instante em que o corpo atingiu a altura máxima (t = 3 s) na equação do espaço no eixo y:

$$\left.\begin{array}{l} y = 30 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ t = 3 \end{array}\right\} y = 30 \cdot 5 - 5 \cdot 5^2$$

$\therefore\ y = 25$

Assim, a altura máxima alcançada é de 25 m.

Como no ponto de altura máxima a velocidade vertical do corpo é nula, a velocidade do corpo é exclusivamente a velocidade horizontal:

$v_{h\,máx} = v_x = 40$ m/s

d) O tempo que demora para o corpo retornar ao chão.

Quando o corpo atinge o chão novamente, seu espaço na direção vertical é nulo:

$$\left.\begin{array}{l} y = 30 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ y = 0 \end{array}\right\} 30 \cdot t - 5 \cdot t^2 = 0$$

$\therefore\ t = 0$ ou $t = 6$ s

Resolvendo-se a equação do segundo grau, as raízes são: $t = 0$ e $t' = 6$ s. Logo, o corpo atinge o chão novamente no instante $t' = 6$ s.

e) O alcance.

O alcance máximo é o espaço do corpo no eixo x no instante em que o corpo atinge o solo:

$$\left.\begin{array}{l} x = 40 \cdot t \\ t = 6 \end{array}\right\} x = 40 \cdot 6 = 240$$

Portanto, o alcance máximo atingido pelo corpo é de 240 m.