

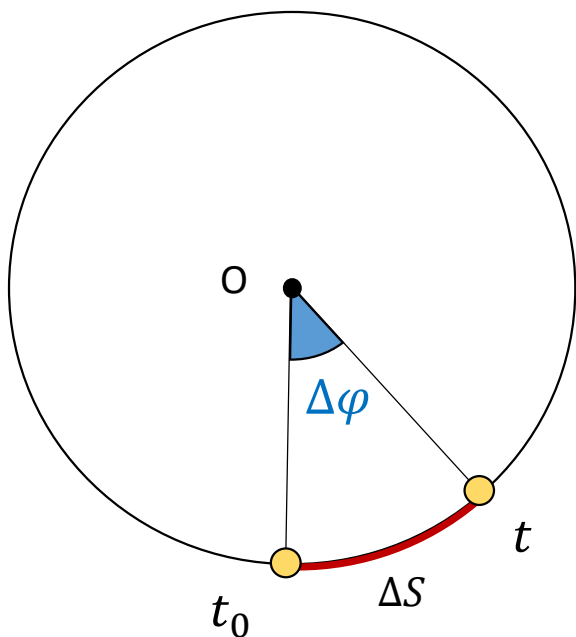
## O movimento circular

- Aulas 7 e 8 / Página 498 / Caderno 2

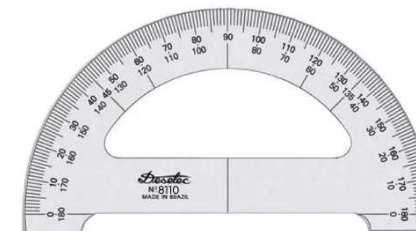
Apresentação e demais documentos: [fisicasp.com.br](http://fisicasp.com.br)

Professor Caio

# 1. Escalar (linear) x angular



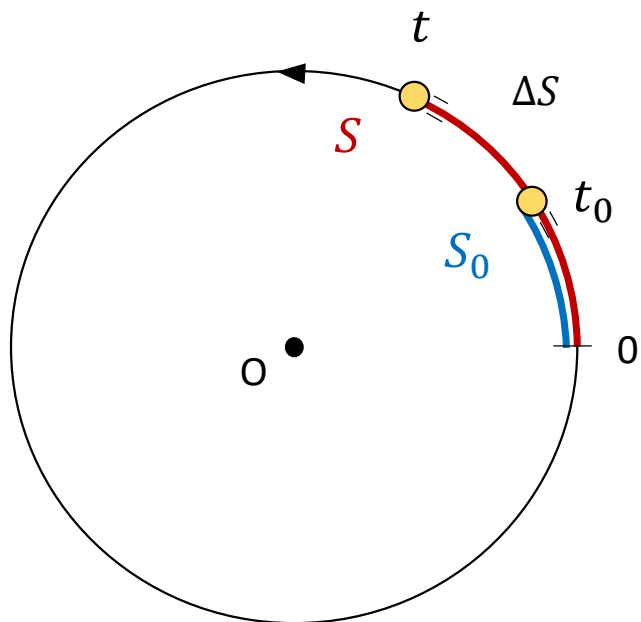
$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad SI: \frac{rad}{s}$$



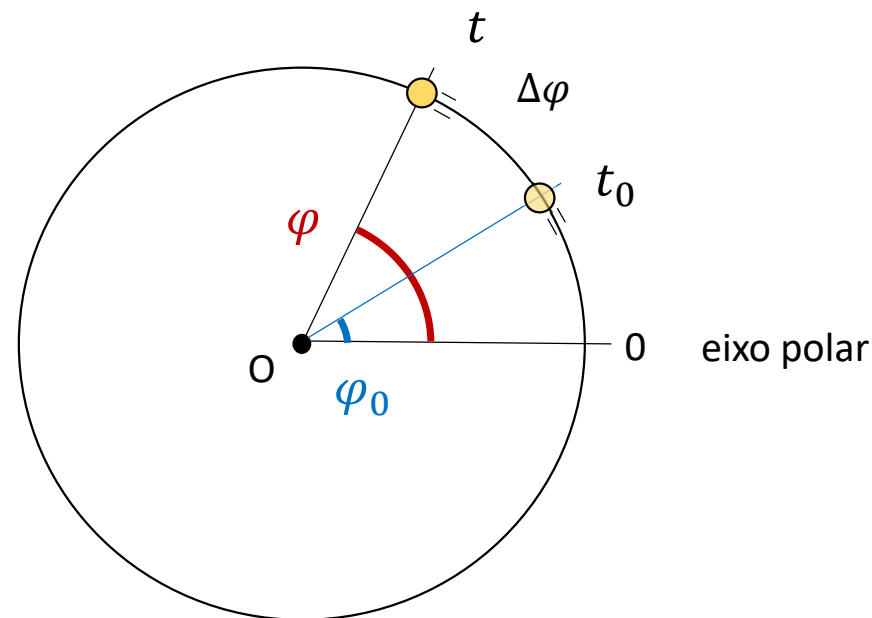
$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad SI: \frac{m}{s}$$



# 1. Escalar (linear) x angular



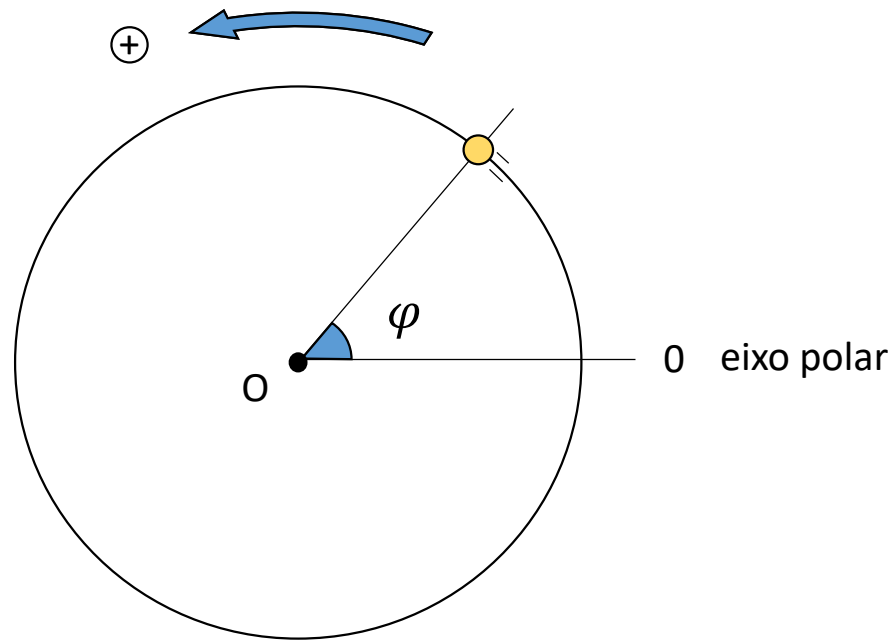
$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0} \quad SI: \frac{m}{s}$$



$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0} \quad SI: \frac{rad}{s}$$

## 2. Posição angular, espaço angular ou ângulo de fase ( $\varphi$ )

$$[\varphi] = \text{SI: } rad$$



Exemplos:

$$1 \text{ volta} = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$- \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad} = 30^\circ$$

$$- \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$$

$$- \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad} = 60^\circ$$

$$- \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ$$

$$- \varphi = \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$- \varphi = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

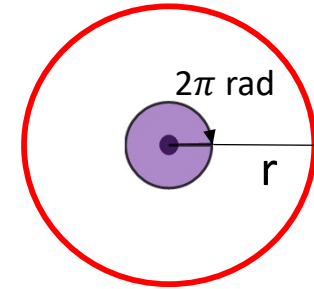
### 3. Relação entre grandezas angulares e grandezas escalares



$$\text{grandezas escalares} = \text{grandezas angulares} \times \text{raio}$$

Ex: **Perímetro**  
 $2\pi r$

$$= 2\pi \cdot r$$



SI:  $\Delta s$  =  $\Delta \varphi$  · r  
m rad m

SI:  $v$  =  $\omega$  · r  
 $\frac{m}{s}$   $\frac{rad}{s}$  m

## 4. Período e frequência no MCU

- Período (T): intervalo de tempo para o ocorrer uma rotação.

$$[T] = \text{SI: s}$$

- Frequência (f): rotações por unidade de tempo.

$$f = \frac{\textit{quantidade de rotações}}{\Delta t}$$

$$[f] = \text{SI: Hz}$$

$$1 \text{ Hz} = 1 \frac{\textit{rotação}}{\text{s}}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

## 5. Movimento circular uniforme (MCU)



Trajetória circular



$v$  e  $\omega$  constantes

$$v = \omega \cdot r$$

SI:  $[v] = \frac{m}{s}$

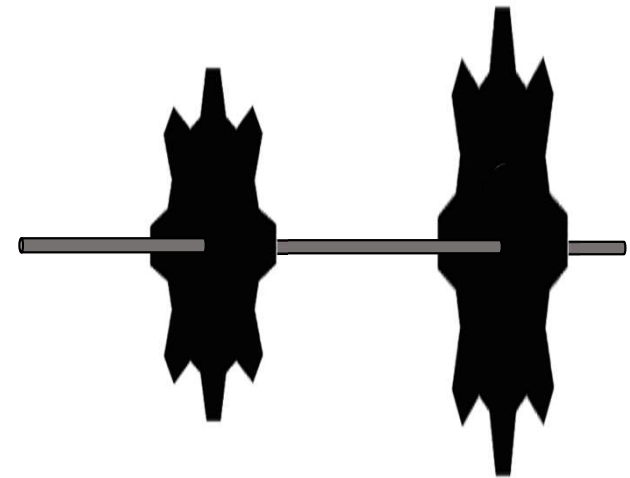
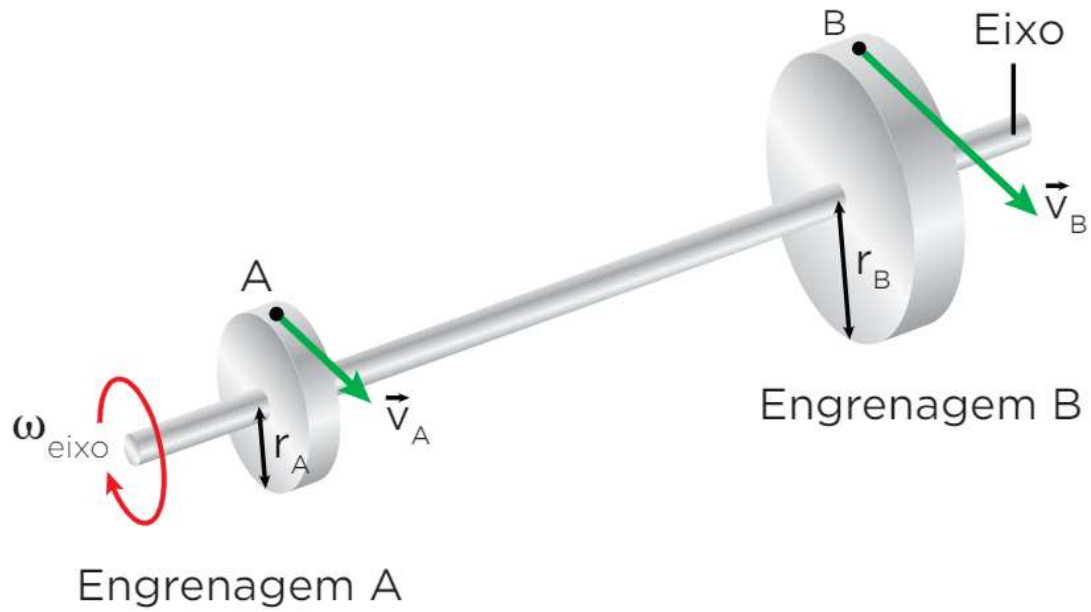
SI:  $[\omega] = \frac{rad}{s}$

SI:  $[r] = m$

- $v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$

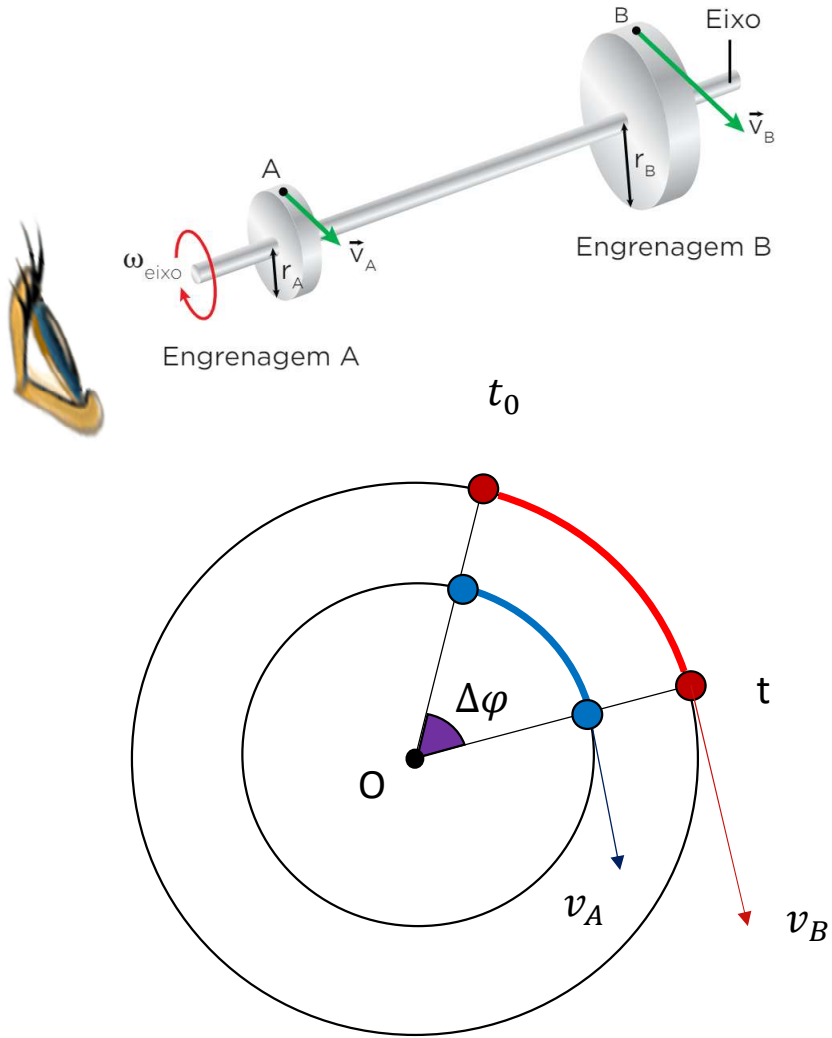
- $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

## 6.1. Acoplamentos: eixo





## 6.1 Acoplamentos: eixo



$$\Delta\phi_A = \Delta\phi_B$$

$$\Delta s_A < \Delta s_B$$

$$\omega_A = \omega_B$$

$$v_A < v_B$$

$$v = \omega \cdot r$$

Maior  
velocidade  
escalar para B

Igual para  
A e B

Maior raio  
para B

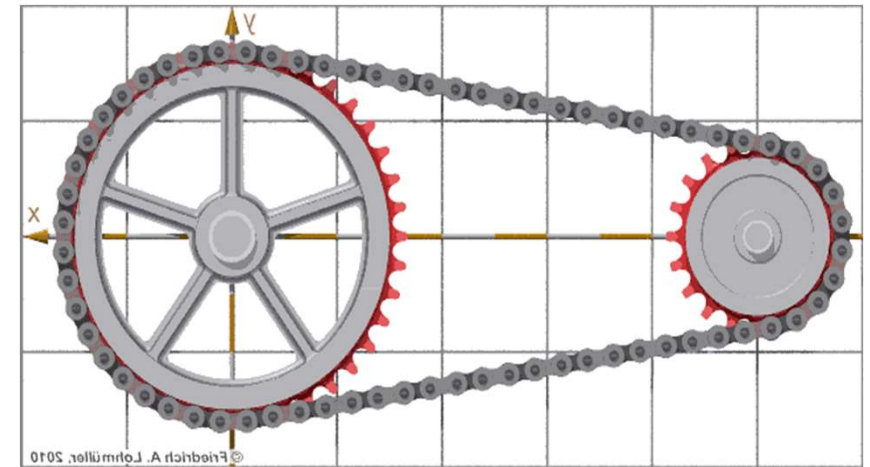
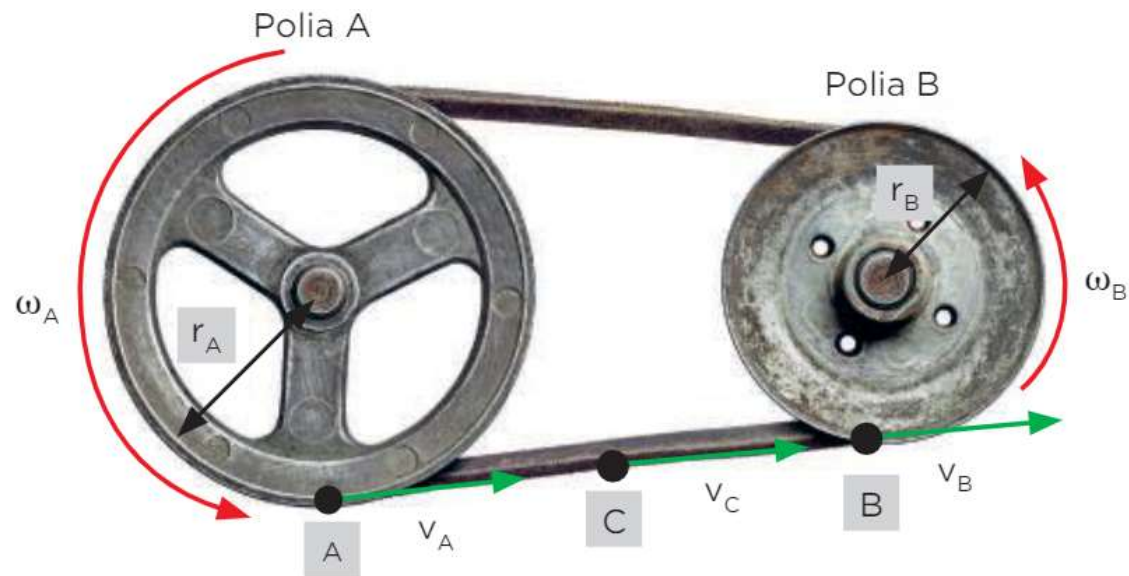
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

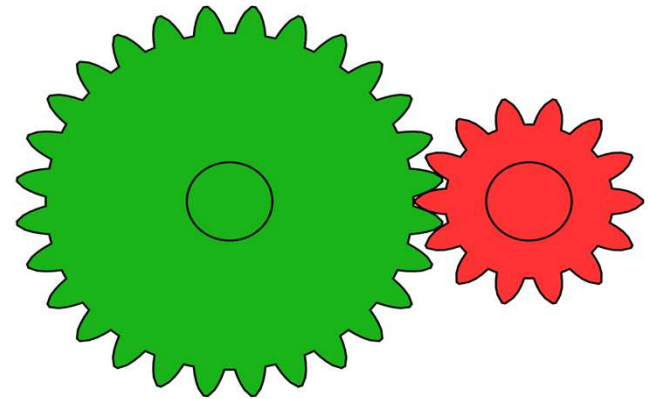
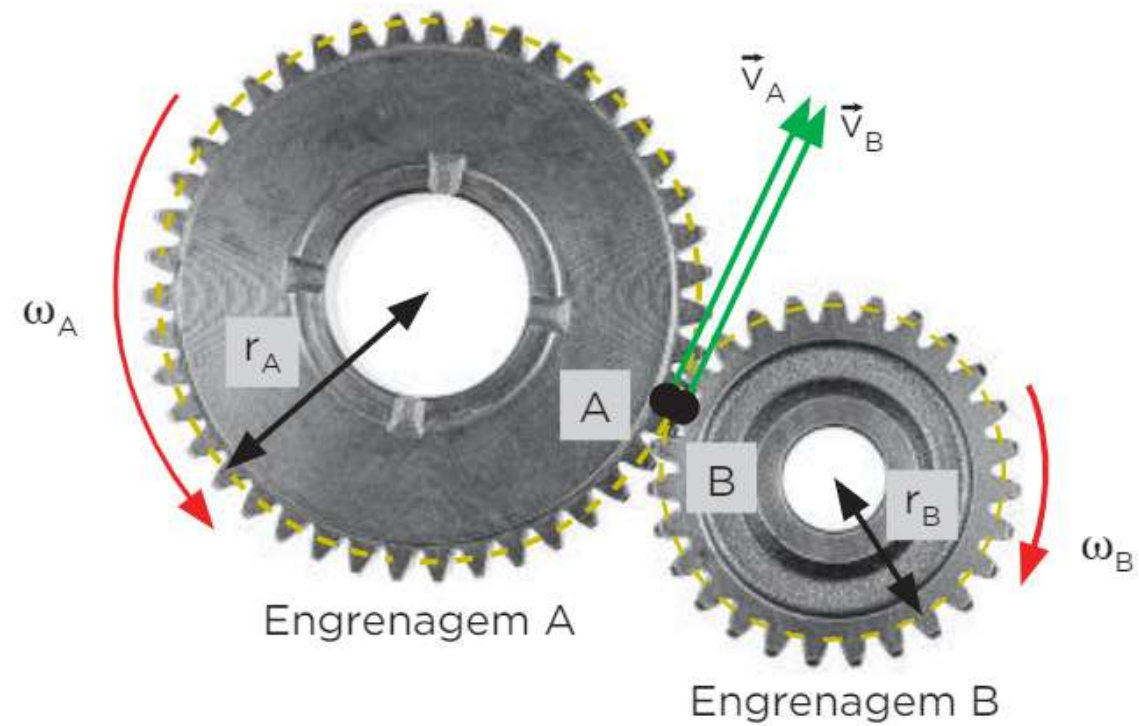
$$v = \omega \cdot r$$



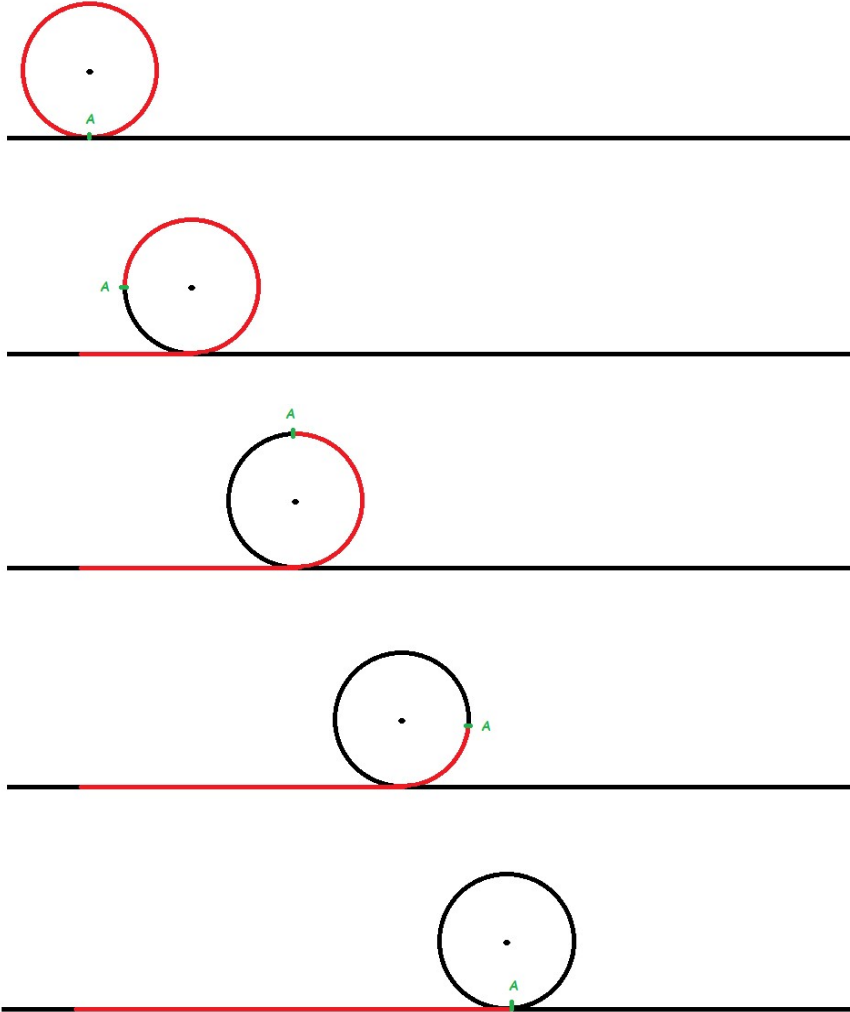
## 6.2. Acoplamentos: correias e correntes



### 6.3. Acoplamentos: engrenagens em contato



## 7. Exemplo da roda sobre uma superfície



$$\Delta S_{\text{Roda}} = \Delta S_{\text{Ponto A}}$$

Centro da roda em relação ao chão      Ponto A em relação ao centro da circunferência

$$V_{\text{Roda}} = V_{\text{Ponto A}}$$

Centro da roda em relação ao chão      Ponto A em relação ao centro da circunferência

# Exercícios do Caio

1. Um corpo descreve um MCU de raio 50 cm com período igual a 2 s. Determine:

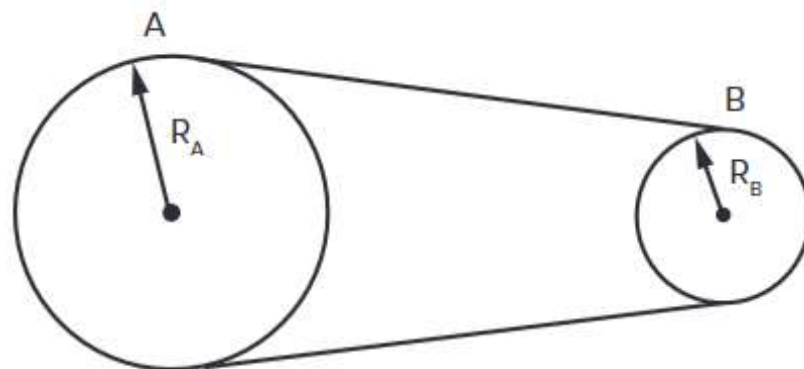
a) a frequência, em Hz.

b) a frequência angular, em rpm.

c) a velocidade angular, em rad/s.

d) a velocidade linear, em m/s.

2. (EsPCEx-SP) Duas polias, A e B, ligadas por uma correia inextensível, têm raios  $r_A = 60$  cm e  $r_B = 20$  cm, conforme o desenho abaixo.

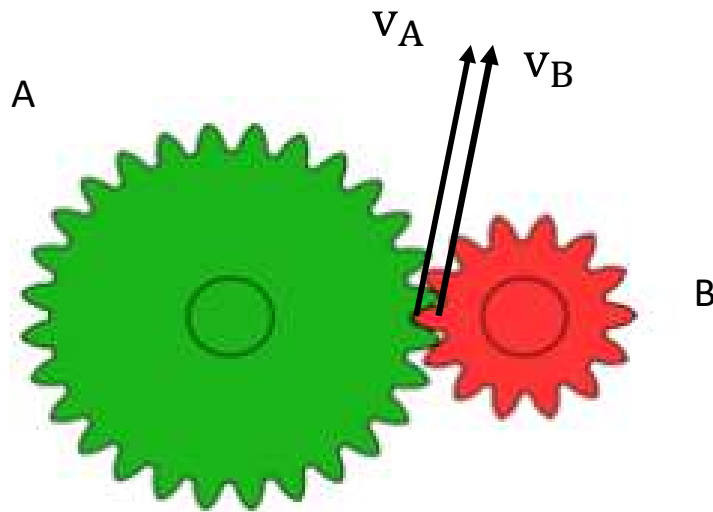


Desenho ilustrativo – fora de escala

Admitindo que não haja escorregamento da correia e sabendo que a frequência da polia A é  $f_A = 30$  rpm, então a frequência da polia B é

- a) 10 rpm.
- b) 20 rpm.
- c) 80 rpm.
- d) 90 rpm.
- e) 120 rpm.

3. As engrenagens A e B possuem 28 e 14 dentes, respectivamente. Se a frequência de rotação de A é de 100 rpm, qual a frequência de rotação de B? Considere que os dentes das engrenagens são igualmente espaçados.



*quantidade de dentes de A = 2 x quantidade de dentes de B*



$$r_A = 2 \cdot r_B$$

$$v_A = v_B$$

$$\omega_A \cdot r_A = \omega_B \cdot r_B$$

~~$$2\pi f_A \cdot r_A = 2\pi f_B \cdot r_B$$~~

$$f_A \cdot r_A = f_B \cdot r_B$$

~~$$f_A \cdot (2r_B) = f_B \cdot r_B$$~~

$$100 \cdot 2 = f_B \cdot 1$$

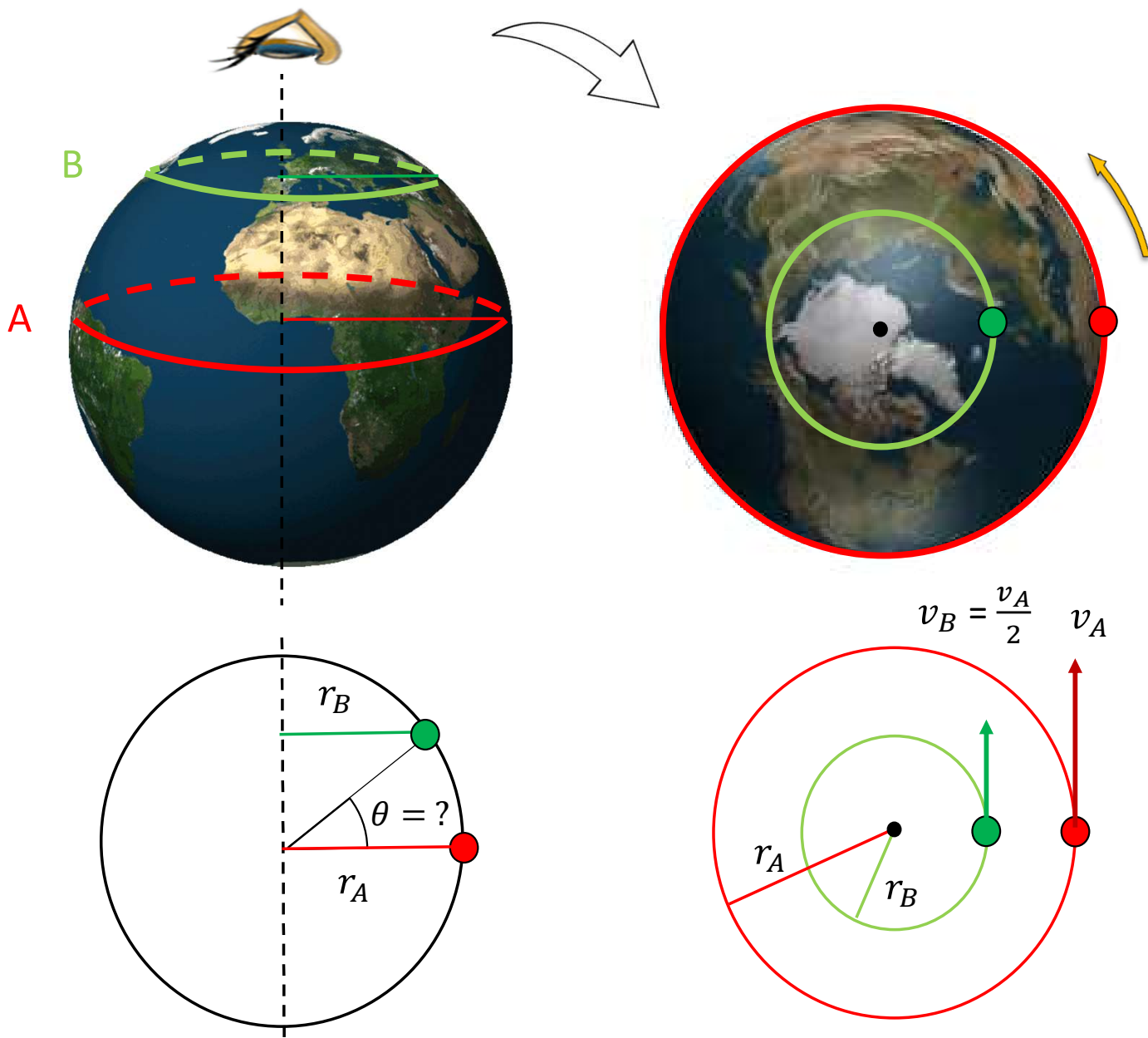
$$f_B = 200 \text{ rpm}$$



# Exercícios da apostila

1. Considere o movimento de rotação de dois objetos presos a superfície da Terra sendo um deles no equador e o outro em uma latitude norte acima do equador considerando somente a rotação da Terra para que a velocidade tangencial do objeto que está a norte seja metade da velocidade do que está no equador sua atitude deve ser

- a)  $60^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $30^\circ$
- d)  $0,5^\circ$



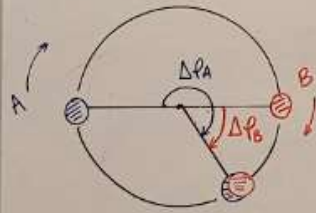
2. Dois atletas correm em uma pista circular de raio 50 m, com velocidades escalares constantes e iguais a 10,8 km/h e 9 km/h. Eles iniciaram suas corridas no mesmo instante e em posições diametralmente opostas. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos, sabendo-se que eles se movimentam no mesmo sentido, valem, respectivamente (considere  $\pi = 3$ ):

- a) 300 s e 300 s
- b) 300 s e 600 s
- c) 300 s e 900 s
- d) 900 s e 300 s
- e) 900 s e 600 s

Ex. 2

- $\omega_A = \frac{V_A}{r_A} = \frac{3}{50} = 0,06 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- $\omega_B = \frac{V_B}{r_B} = \frac{2,5}{50} = 0,05 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

\* Primeiro encontro



$$\Delta\phi_A - \Delta\phi_B = \pi$$

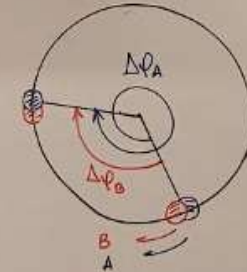
$$\omega_A \cdot \Delta t - \omega_B \cdot \Delta t = \pi$$

$$0,06 \Delta t - 0,05 \Delta t = \pi$$

$$0,01 \Delta t = \pi$$

$$\Delta t = \frac{\pi}{0,01} = 300 \text{ s}$$

\* Segundo encontro



$$\Delta\phi_A - \Delta\phi_B = 2\pi$$

$$\omega_A \cdot \Delta t - \omega_B \cdot \Delta t = 2\pi$$

$$0,06 \Delta t - 0,05 \Delta t = 2\pi$$

$$0,01 \Delta t = 2\pi$$

$$\Delta t = 600 \text{ s}$$

$t_0$

$t_1 = \underline{300 \text{ s}}$  (1º enc)

$t_2 = \underline{900 \text{ s}}$  (2º enc)

+ 300s

+ 600s

alt. m:c //

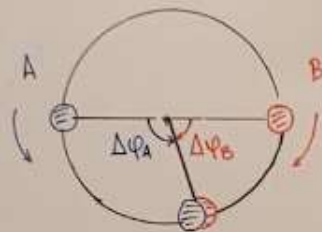
3. Considere agora que os dois atletas do exercício anterior se movimentem em sentidos contrários. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos valem, aproximadamente (considere  $\pi = 3$ ):

- a) 27,3 s e 54,5 s
- b) 27,3 s e 81,8 s
- c) 54,5 s e 81,8 s
- d) 81,8 s e 54,3 s
- e) 81,8 s e 136,4 s

Ex. 3

- $\omega_A = \frac{V_A}{r_A} = \frac{3}{50} = 0,06 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- $\omega_B = \frac{V_B}{r_B} = \frac{2,5}{50} = 0,05 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

\* Primeiro encontro



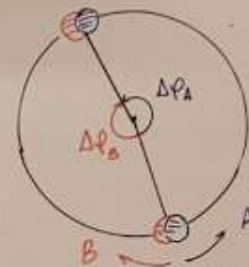
$$\Delta\phi_A + \Delta\phi_B = \pi$$

$$\omega_A \Delta t + \omega_B \Delta t = \pi$$

$$0,06 \Delta t + 0,05 \Delta t = 3$$

$$\Delta t = \frac{3}{0,11} \cong 27,3 \text{ s} //$$

\* Segundo encontro



$$\Delta\phi_A + \Delta\phi_B = 2\pi$$

$$\omega_A \Delta t + \omega_B \Delta t = 2\pi$$

$$0,06 \Delta t + 0,05 \Delta t = 2\pi$$

$$0,11 \Delta t = 6$$

$$\Delta t = \frac{6}{0,11} \cong 54,5 \text{ s} //$$

$$t_0 = 0$$

$$t_1 = \underline{27,3 \text{ s}} \text{ (1º enc)} \quad \left. \vphantom{t_1} \right\} + 27,3 \text{ s}$$

$$t_2 = \underline{81,8 \text{ s}} \text{ (2º enc)} \quad \left. \vphantom{t_2} \right\} + 54,5 \text{ s}$$

Resp: alt. b

5. Sistemas de transmissão de movimentos circulares são muito utilizados em máquinas dos mais variados tipos, desde sistemas de pequenas dimensões, como relógios, até grandes guindastes e motores de navios. A ilustração a seguir nos mostra algumas engrenagens e eixos de um desses sistemas de transmissão.

São feitas as seguintes observações:

- . a engrenagem A está ligada ao motor, que gira com uma frequência de 900 rpm, através de um eixo, e possui 20 dentes;
- . o raio da engrenagem B é o triplo do raio da engrenagem A;
- . o diâmetro da engrenagem C é 50% maior que o diâmetro da engrenagem A;
- . as engrenagens B e C estão acopladas por um eixo;
- . a engrenagem D possui 150 dentes;
- . os dentes das quatro engrenagens possuem a mesma largura.

A frequência da engrenagem D é:

- a) 300 rpm
- b) 210 rpm
- c) 120 rpm
- d) 60 rpm
- e) 15 rpm

