

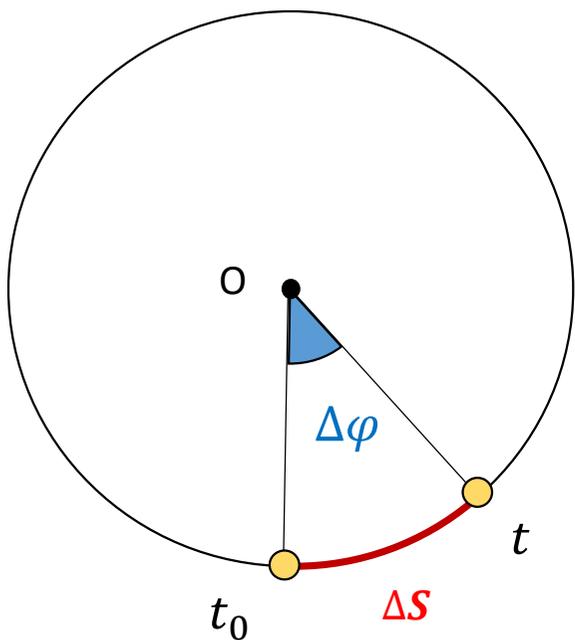
Movimento circular

Aula 21 / Página 328 / Alfa 3

Apresentação e demais documentos: fisicasp.com.br

Professor Caio / Frente A

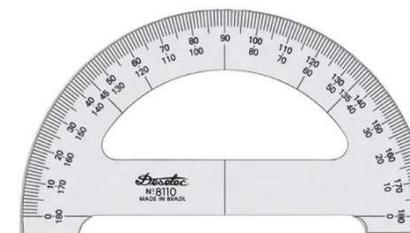
1. Escalar (linear) x angular



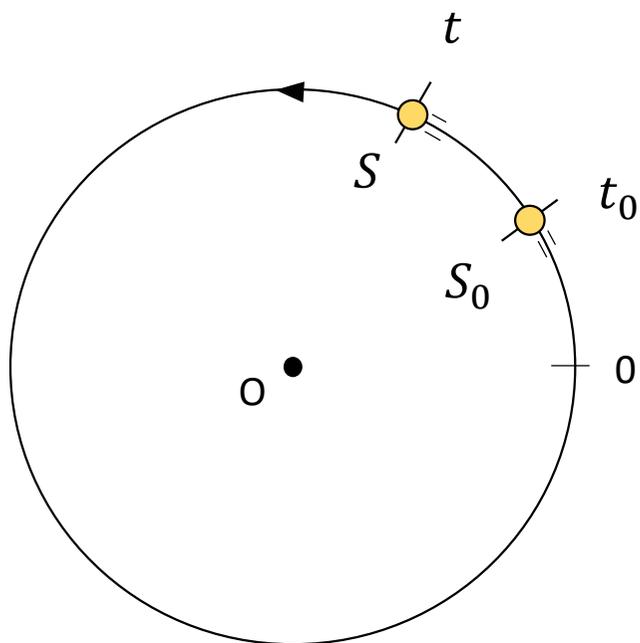
$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad SI: \frac{m}{s}$$



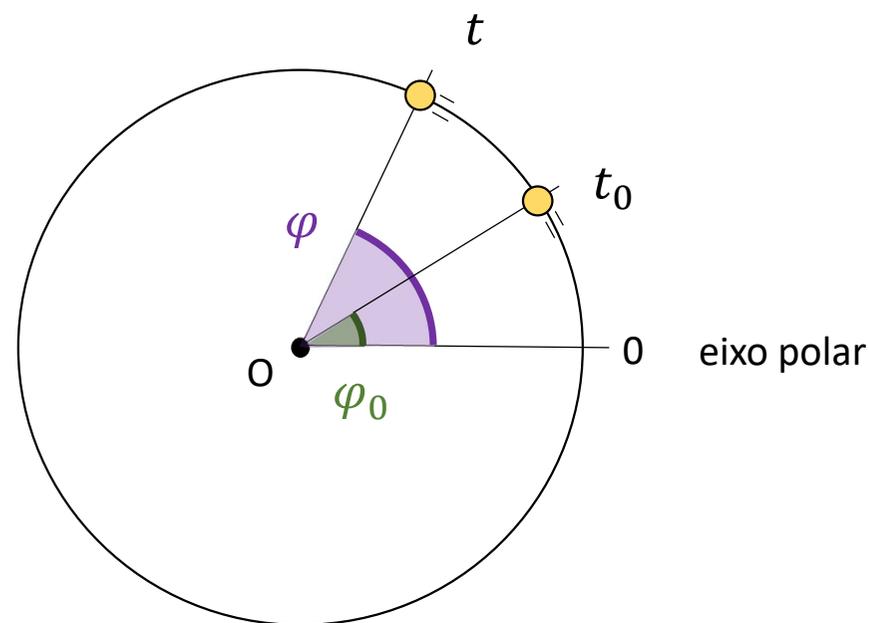
$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad SI: \frac{rad}{s}$$



1. Escalar (linear) x angular



$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0} \quad SI: \frac{m}{s}$$

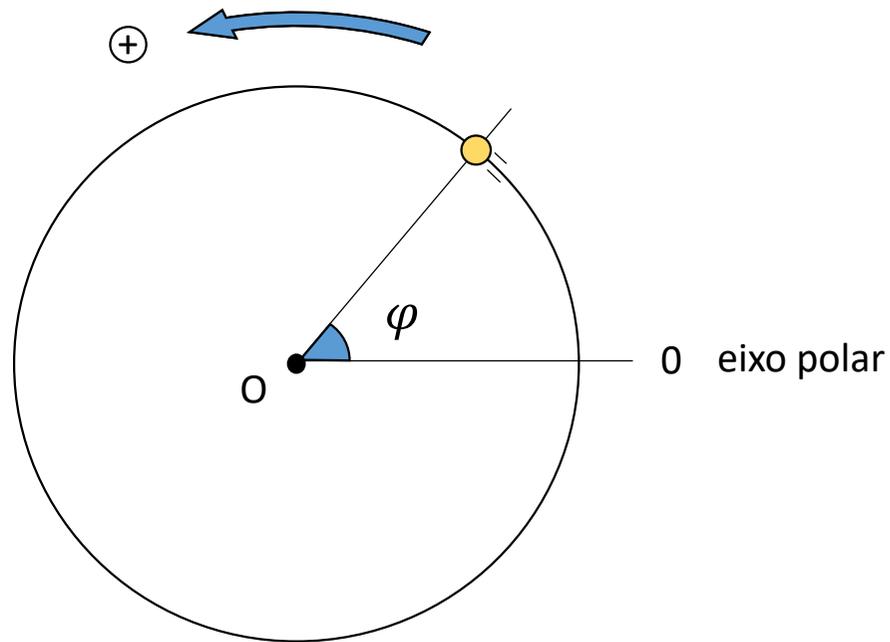


$$\omega_m = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0} \quad SI: \frac{rad}{s}$$

2. Ângulo de fase (φ)

- Espaço angular ou posição angular

$$[\varphi] = \text{SI: } rad$$



Exemplos:

$$1 \text{ volta} = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$- \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad} = 30^\circ$$

$$- \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$$

$$- \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad} = 60^\circ$$

$$- \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ$$

$$- \varphi = \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$- \varphi = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

3. Velocidade angular média (ω_m)

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0} \quad \text{SI: } \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

4. Velocidade angular instantânea (ω)

Indica a velocidade angular (ω) em um instante (t)

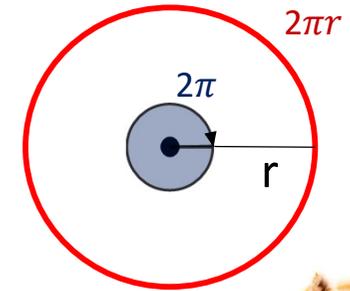
5. Relação entre grandezas angulares e grandezas escalares



$$\text{grandezas escalares} = \text{grandezas angulares} \times \text{raio}$$

Ex:

$$2\pi r = 2\pi \cdot r$$



SI:

$$\Delta s = \Delta \varphi \cdot r$$

m rad m

SI:

$$v = \omega \cdot r$$

$\frac{m}{s}$ $\frac{rad}{s}$ m



$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \cdot r$$

6. Período e frequência no MCU

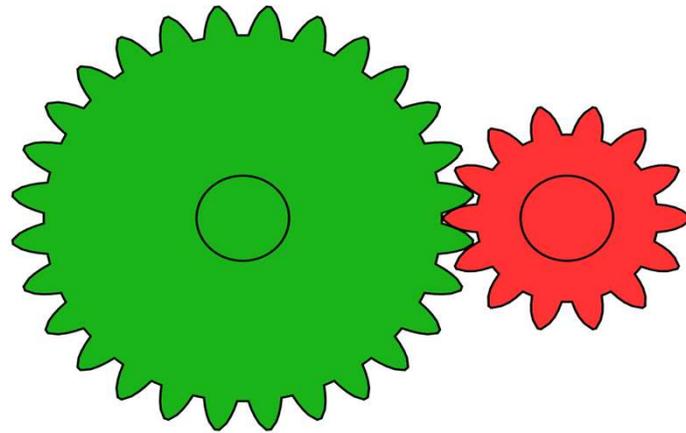
- Período (T): intervalo de tempo para ocorrer uma rotação.

$$[T] = \text{SI: s}$$

- Frequência (f):

$$f = \frac{\text{quantidade de rotações}}{\Delta t} \quad [f] = \text{SI: Hz} \quad 1 \text{ Hz} = 1 \frac{\text{rotação}}{\text{s}} \quad [f] = \text{SU: rpm}$$

$$T = \frac{1}{f}$$



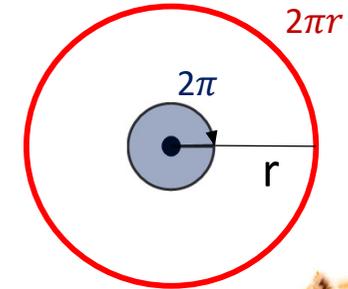
7. Movimento circular uniforme (MCU)



Trajetória circular



v e ω constantes



$$v = \omega \cdot r$$

SI: $[v] = \frac{m}{s}$

SI: $[\omega] = \frac{rad}{s}$

SI: $[r] = m$

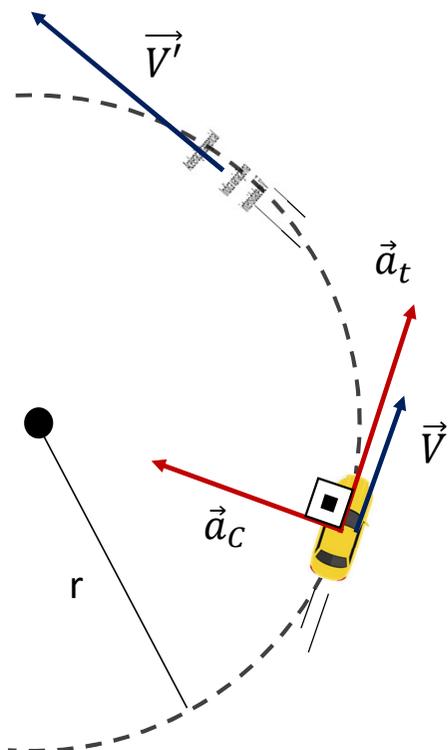
- $v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$

- $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

- $s = s_0 + v \cdot t$

- $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$

8. Aceleração centrípeta (a_c)



Aceleração centrípeta \vec{a}_c

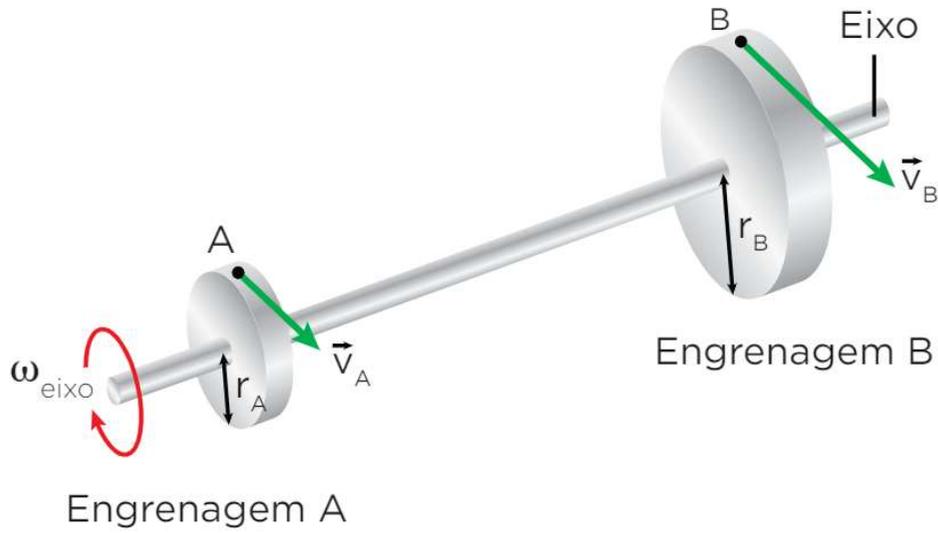
Indica variação na
direção e sentido de \vec{v}

Indica que o
corpo faz curva

- Intensidade: $|\vec{a}_c| = \frac{v^2}{r}$ SI: $\frac{m}{s^2}$
- Direção: Radial
- Sentido: Para o centro

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = \frac{\omega^2 \cdot \cancel{r^2}}{\cancel{r}} \quad \therefore a_c = \omega^2 \cdot r$$

9. Acoplamentos: eixo

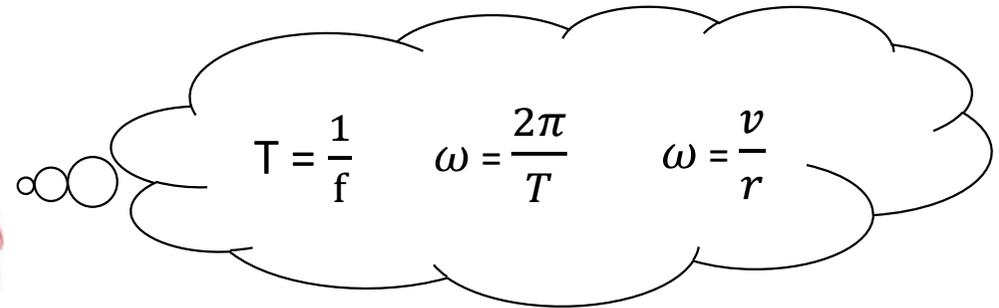
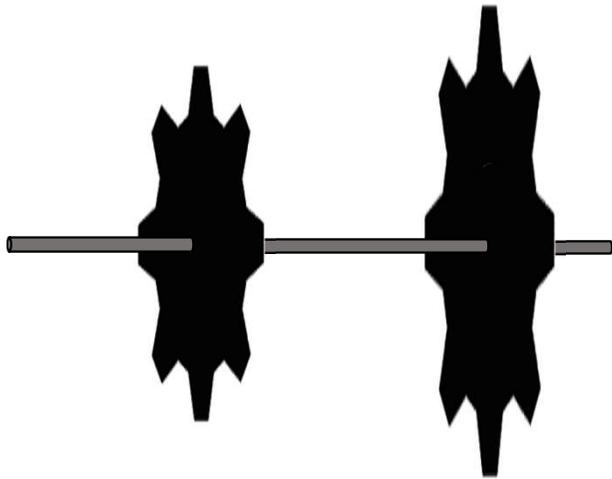


$$T_A = T_B$$

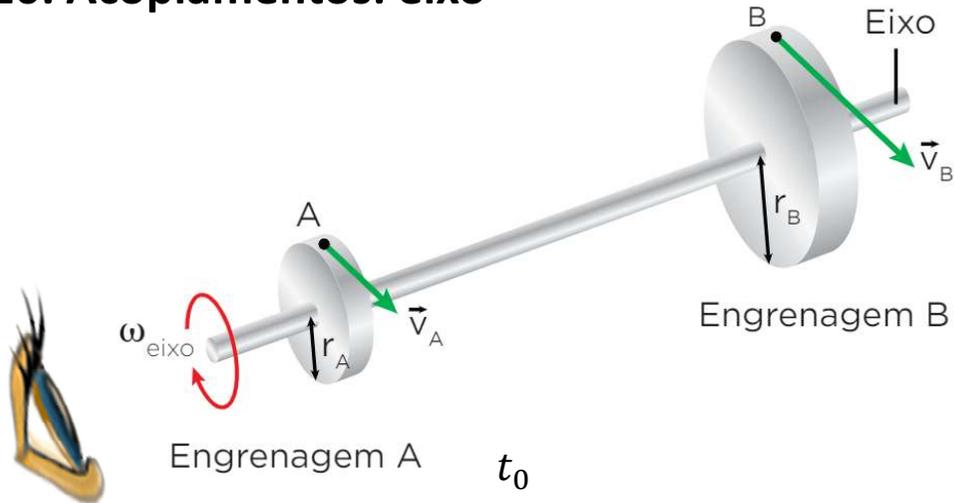
$$f_A = f_B$$

$$\omega_A = \omega_B$$

$$\frac{v_A}{r_A} = \frac{v_B}{r_B}$$



10. Acoplamentos: eixo



$$\Delta\varphi_A = \Delta\varphi_B$$

$$\Delta s_A < \Delta s_B$$

$$\omega_A = \omega_B$$

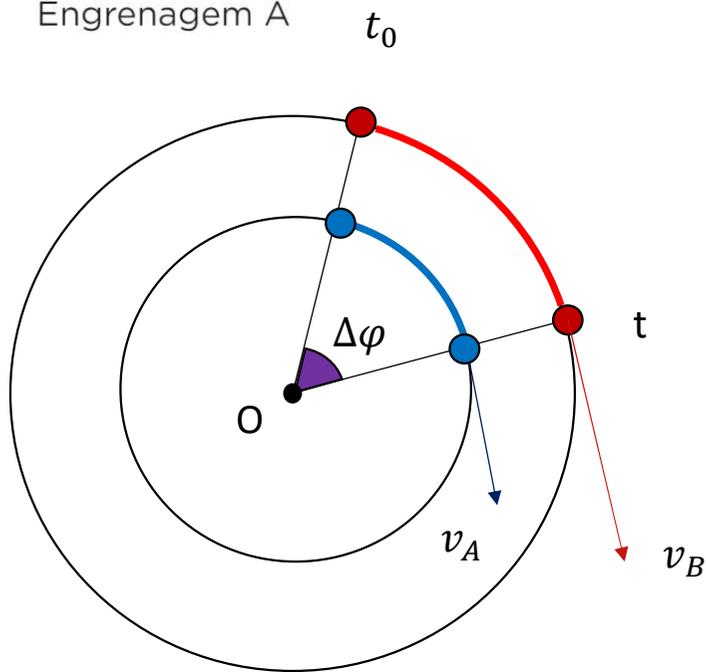
$$v_A < v_B$$

$$v = \omega \cdot r$$

Maior velocidade escalar para B

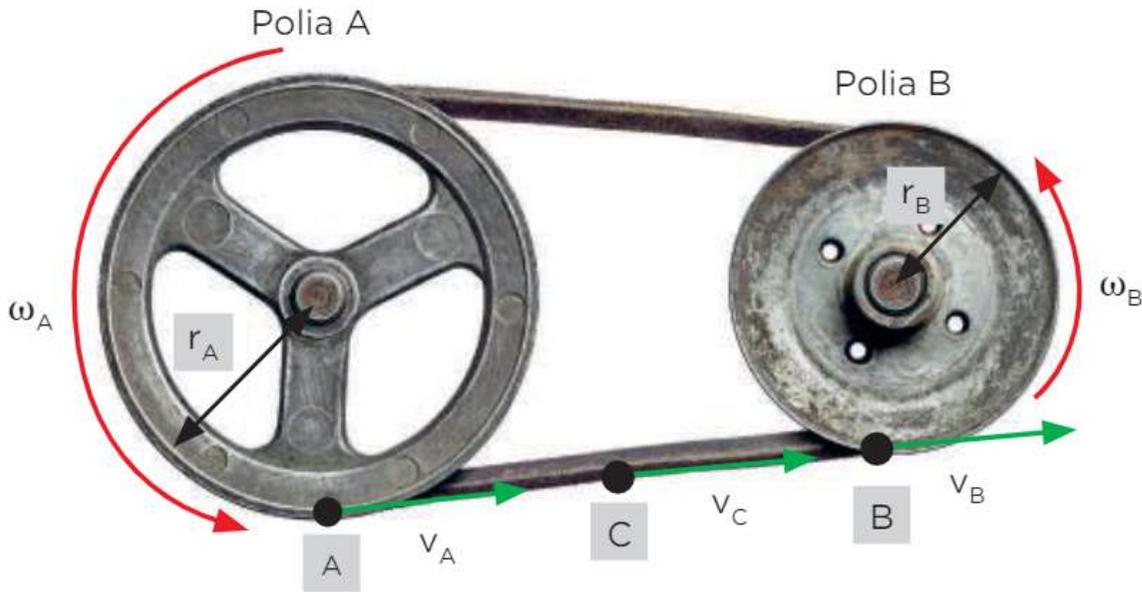
Igual para A e B

Maior raio para B



$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ $v = \omega \cdot r$

11. Acoplamentos: correias e correntes



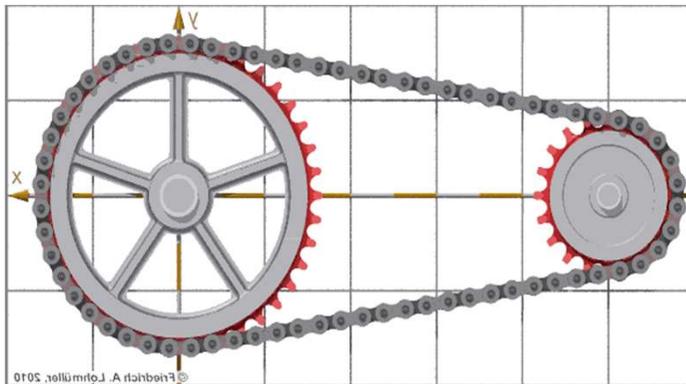
$$v_A = v_B = v_C \text{ (correia)}$$

$$v_A = v_B$$

$$\omega_A \cdot r_A = \omega_B \cdot r_B$$

~~$$2\pi f_A \cdot r_A = 2\pi f_B \cdot r_B$$~~

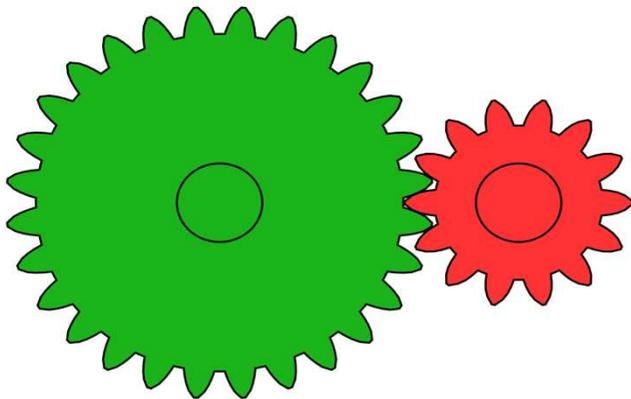
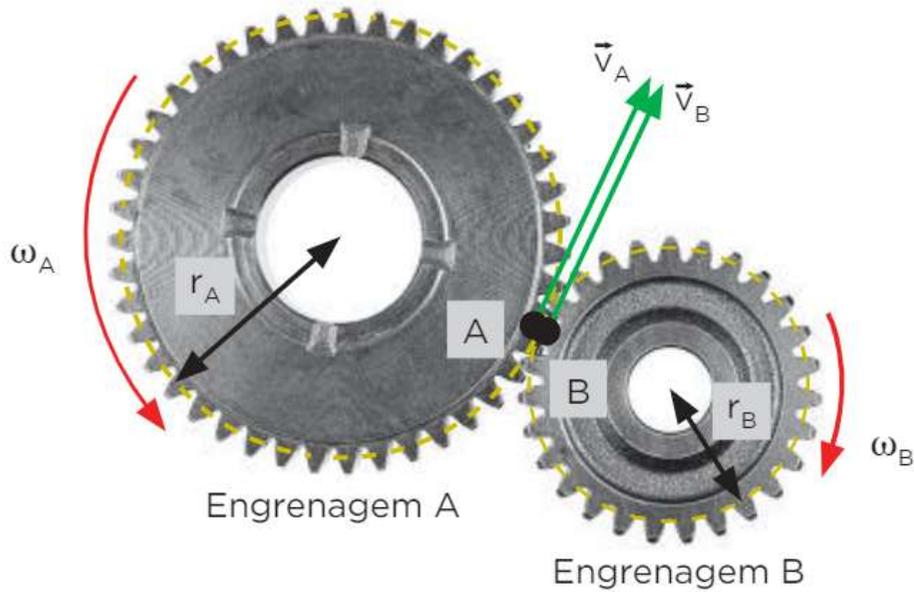
$$f_A \cdot r_A = f_B \cdot r_B$$



$$v = \omega \cdot r$$

$$v = 2\pi r f \qquad \omega = 2\pi f$$

12. Acoplamentos: engrenagens em contato

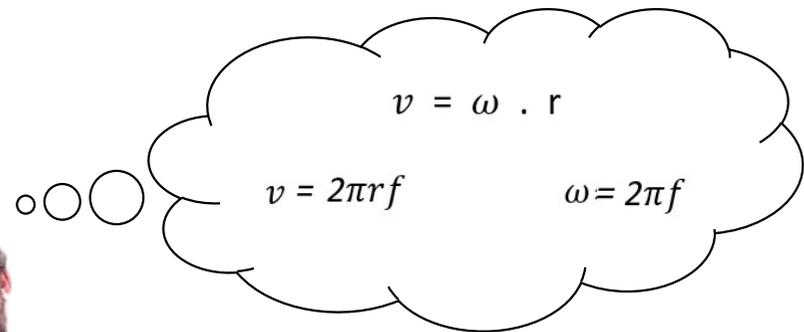


$$v_A = v_B$$

$$\omega_A \cdot r_A = \omega_B \cdot r_B$$

~~$$2\pi f_A \cdot r_A = 2\pi f_B \cdot r_B$$~~

$$f_A \cdot r_A = f_B \cdot r_B$$



Exercícios do Caio

1. Um corpo descreve um MCU de raio 50 cm com período igual a 2 s. Determine:

a) a frequência, em Hz.

b) a frequência angular, em rpm.

c) a velocidade angular, em rad/s.

d) a velocidade linear, em m/s.

1. Um corpo descreve um MCU de raio 50 cm com período igual a 2 s. Determine:

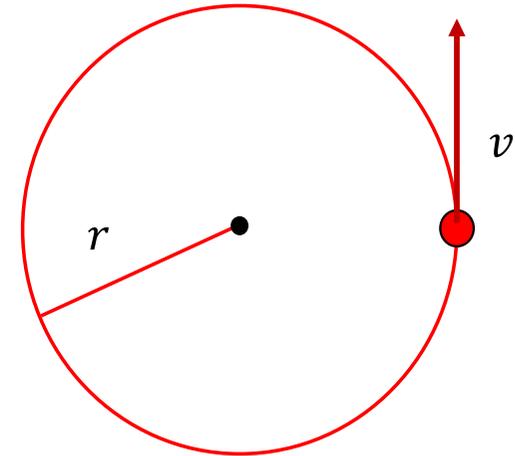
$$T = 2\text{ s} \quad r = 50\text{ cm} = 0,5\text{ m}$$

a) a frequência, em Hz.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0,5\text{ Hz}$$

b) a frequência angular, em rpm.

$$f = 0,5 \frac{\text{rotação}}{\text{s}} = 30 \frac{\text{rotações}}{\text{min}} = 30\text{ rpm}$$



$$\begin{array}{l} 1\text{ s} \quad \text{-----} \quad 0,5 \text{ rotação} \\ (1 \text{ min}) \quad 60\text{s} \quad \text{-----} \quad x \\ x = 30 \text{ rotações} \end{array}$$

$$1\text{ Hz} = 1 \frac{\text{rotação}}{\text{s}} = 60\text{ rpm}$$

1. Um corpo descreve um MCU de raio 50 cm com período igual a 2 s. Determine:

$$T = 2\text{ s} \quad r = 50\text{ cm} = 0,5\text{ m} \quad f = 2\text{ Hz}$$

c) a velocidade angular, em rad/s.

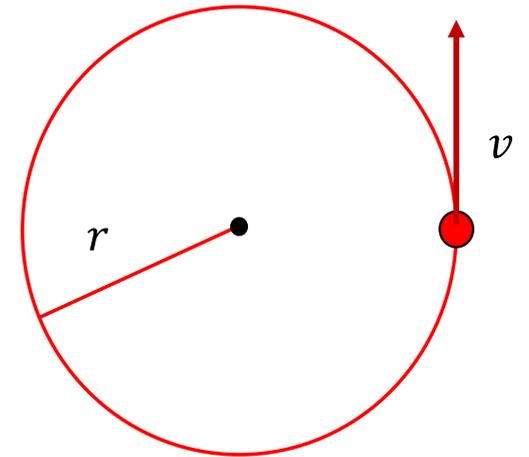
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

d) a velocidade tangencial, em m/s.

$$v = \omega \cdot r$$

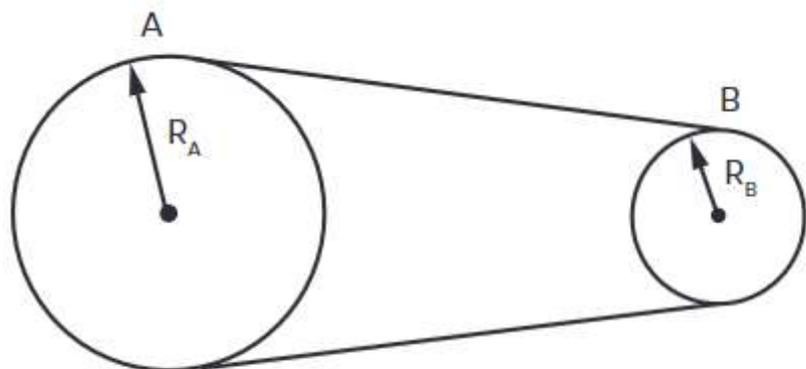
$$v = \pi \cdot 0,5$$

$$v = 0,5 \pi \text{ m/s}$$



v
↓
velocidade escalar (ou linear)
↓
velocidade tangencial

2. (EsPCEx-SP) Duas polias, A e B, ligadas por uma correia inextensível, têm raios $r_A = 60$ cm e $r_B = 20$ cm, conforme o desenho abaixo.



Desenho ilustrativo – fora de escala

Admitindo que não haja escorregamento da correia e sabendo que a frequência da polia A é $f_A = 30$ rpm, então a frequência da polia B é

- a) 10 rpm.
- b) 20 rpm.
- c) 80 rpm.
- d) 90 rpm.
- e) 120 rpm.

$$v_A = v_B$$

$$\omega_A \cdot r_A = \omega_B \cdot r_B$$

$$\cancel{2\pi} f_A \cdot r_A = \cancel{2\pi} f_B \cdot r_B$$

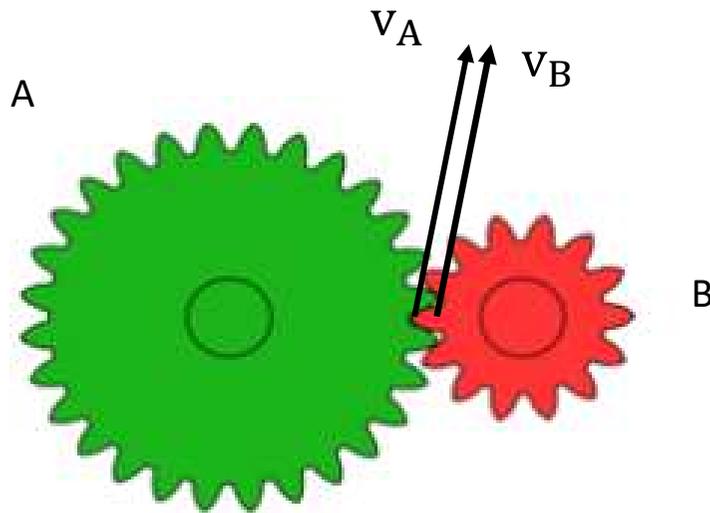
$$f_A \cdot r_A = f_B \cdot r_B$$

$$30 \cdot 60 = f_B \cdot 20$$

$$f_B = \frac{30 \cdot 60}{20}$$

$$f_B = 90 \text{ rpm}$$

3. As engrenagens A e B possuem 28 e 14 dentes, respectivamente. Se a frequência de rotação de A é de 100 rpm, qual a frequência de rotação de B? Considere que os dentes das engrenagens são igualmente espaçados.



quantidade de dentes de A = 2 x quantidade de dentes de B



$$r_A = 2 \cdot r_B$$

$$v_A = v_B$$

$$\omega_A \cdot r_A = \omega_B \cdot r_B$$

~~$$2\pi f_A \cdot r_A = 2\pi f_B \cdot r_B$$~~

$$f_A \cdot r_A = f_B \cdot r_B$$

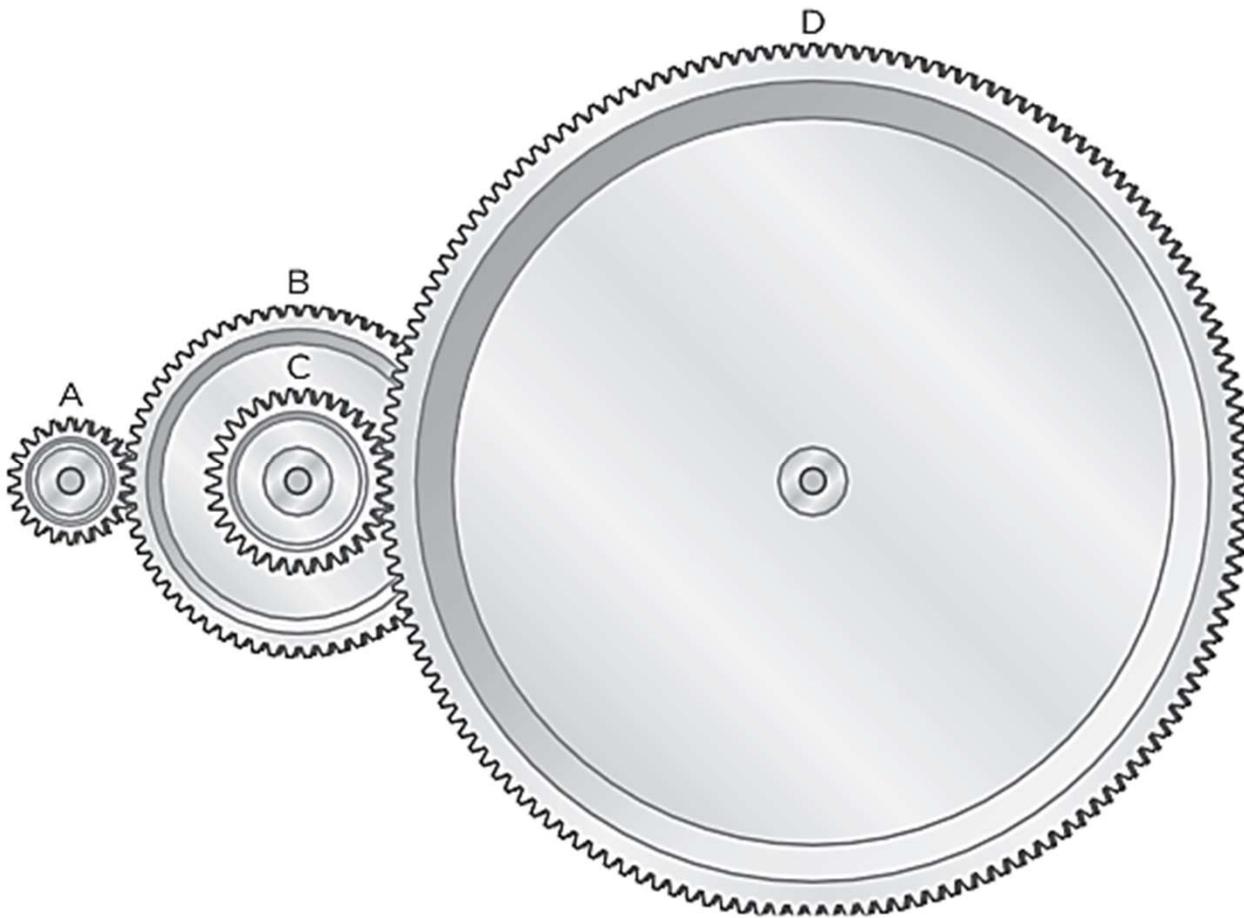
~~$$f_A \cdot (2r_B) = f_B \cdot r_B$$~~

$$100 \cdot 2 = f_B \cdot 1$$

$$f_B = 200 \text{ rpm}$$

3. A frequência de rotação da engrenagem A é de 900 rpm. Calcule a de rotação da engrenagem D. Considere que os dentes são igualmente espaçados.

a) Descreva os tipos de acoplamentos.



Engrenagem	Dentes
A	20
B	60
C	30
D	150

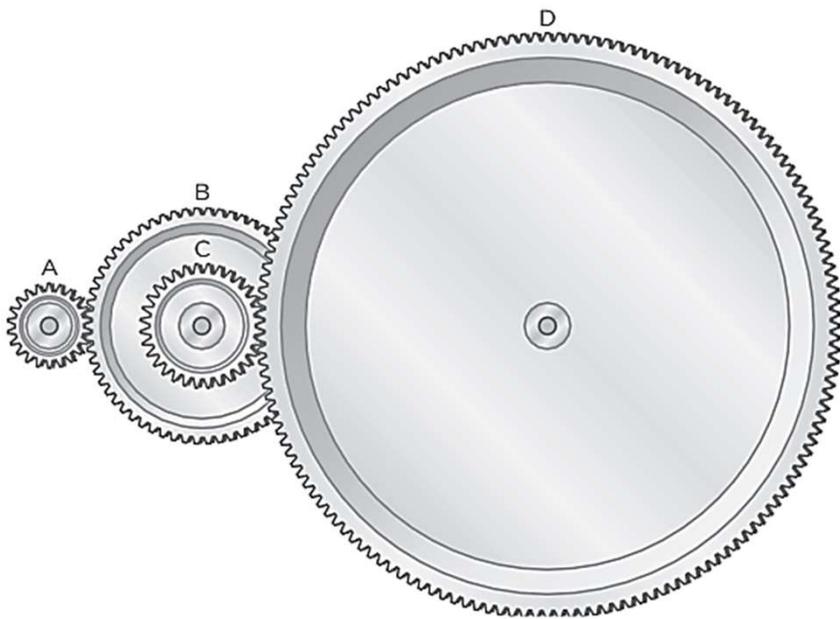
AB : contato

BC : eixo

CD : contato

3. A frequência de rotação da engrenagem A é de 900 rpm.

b) Calcule a de rotação da engrenagem D. Considere que os dentes são igualmente espaçados.



$$\begin{aligned} \div 3 & \quad f_A = 900 \text{ rpm} \\ = & \quad f_B = 300 \text{ rpm} \\ & \quad f_C = 300 \text{ rpm} \\ \div 5 & \quad f_D = 60 \text{ rpm} \end{aligned}$$

$\therefore f_D = 60 \text{ rpm}$

Engrenagem	Dentes
A	20
B	60
C	30
D	150



AB : contato

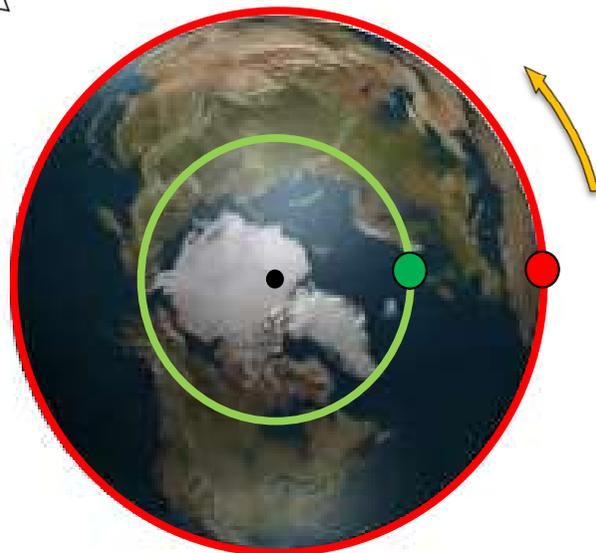
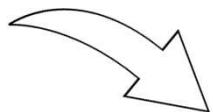
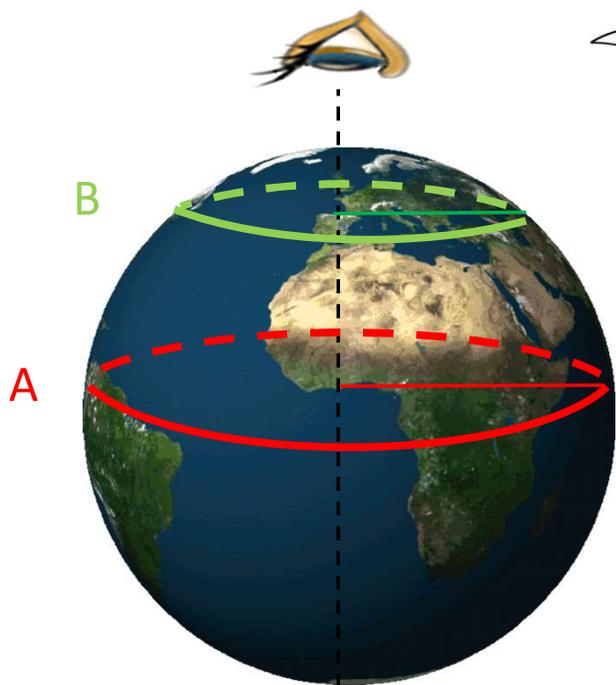
BC : eixo

CD : contato

Exercícios da apostila

1. Considere o movimento de rotação de dois objetos presos a superfície da Terra sendo um deles no equador e o outro em uma latitude norte acima do equador considerando somente a rotação da Terra para que a velocidade tangencial do objeto que está a norte seja metade da velocidade do que está no equador sua atitude deve ser

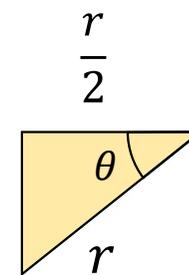
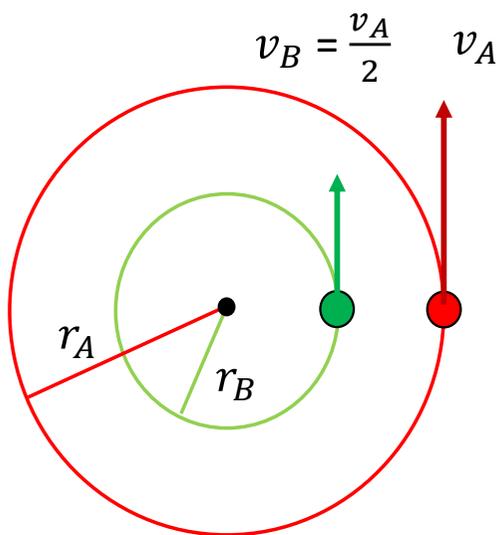
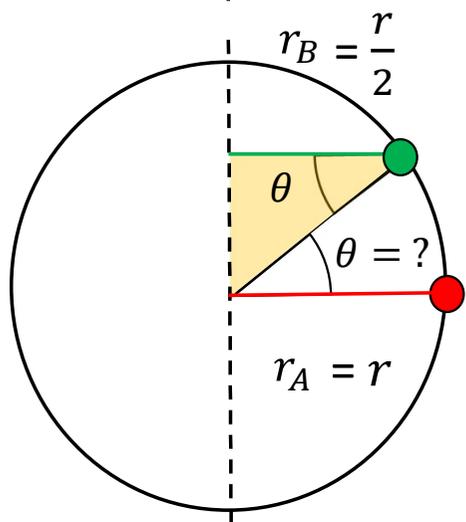
- a) 60°
- b) 45°
- c) 30°
- d) $0,5^\circ$



Igual para A e B

$$v = \omega \cdot r$$

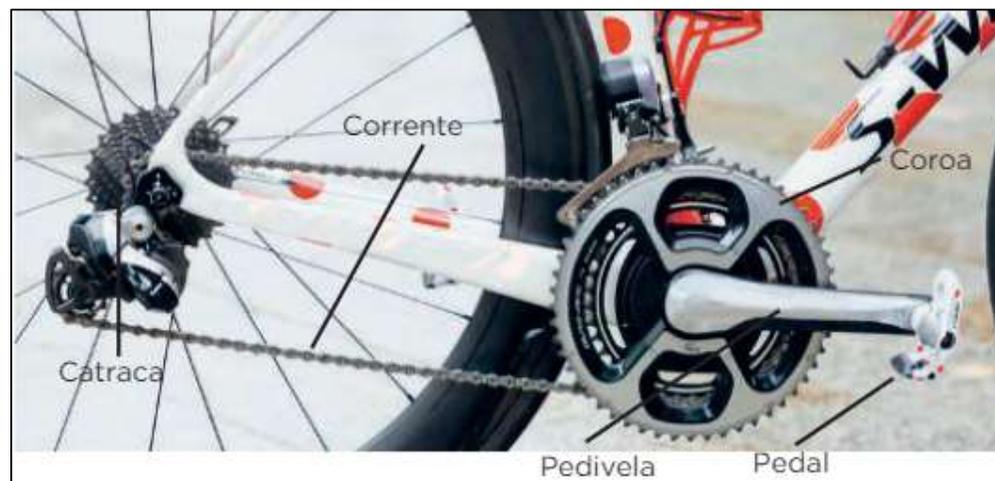
Metade da velocidade escalar para B Metade do raio para B



$$\cos \theta = \frac{\cancel{r} / 2}{\cancel{r}} = \frac{1}{2} \quad \therefore \theta = 60^\circ$$

2. Um parâmetro dos treinamentos a que o atleta do ciclismo de mountain bike precisa se atentar é a cadência, que expressa a rapidez com que o atleta aciona os pedais, medida em rotações por minuto. Em uma bicicleta de mountain bike, o movimento de rotação dos pedais é transmitido para a roda traseira através de uma corrente, que interliga duas peças: a coroa e o cassete. A figura a seguir ilustra esse sistema.

- . Comprimento da pedivela: 175 mm
- . Raio da coroa: 60 mm
- . Raio da catraca utilizado: 40 mm
- . Raio do pneu: 32 cm

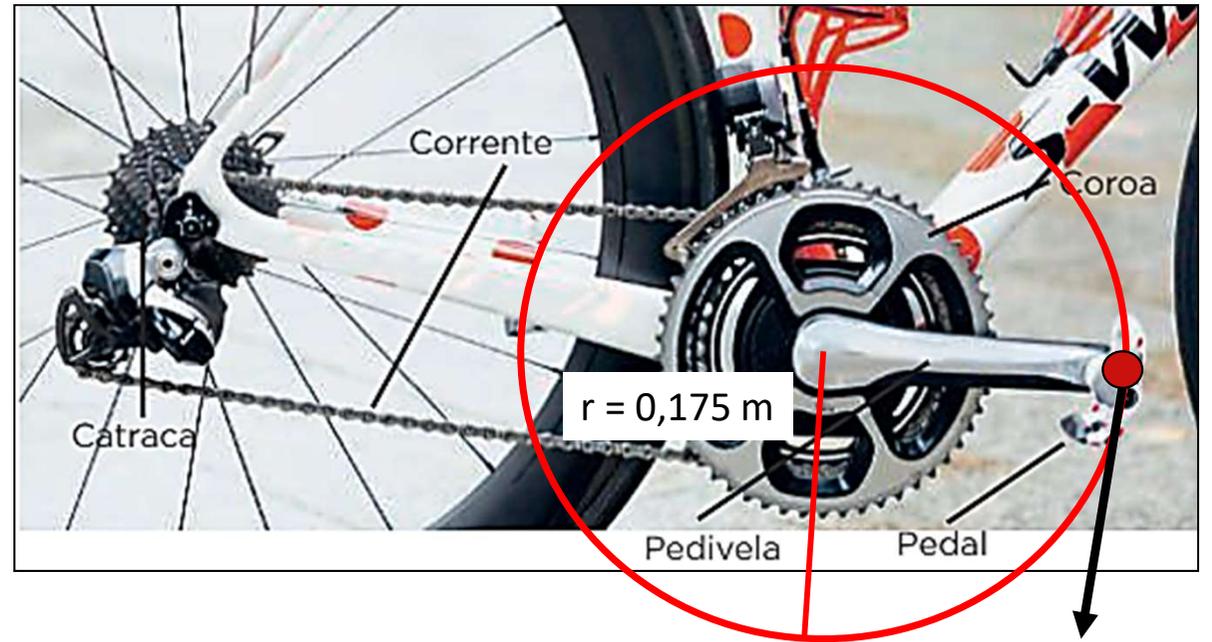


Suponha que um ciclista percorra um trecho de uma estrada de terra mantendo sua velocidade escalar e sua cadência constantes, sem mudar de marcha. Considere em sua bicicleta:

Nessas condições, sabendo-se que a velocidade escalar instantânea dos pedais é igual a 1,4 m/s, determine:

- a) a cadência desenvolvida pelo ciclista. Considere $\pi = 3$.
- b) a velocidade escalar de um ponto da periferia do pneu traseiro em relação à bicicleta.
- c) a frequência do movimento da catraca no Sistema Internacional.

- . Comprimento da pedivela: 0,175 m
- . Raio da coroa: 60 mm
- . Raio da catraca utilizado: 40 mm
- . Raio do pneu: 0,32 m



$$v_{pedal} = 1,4 \text{ m/s}$$

Nessas condições, sabendo-se que a velocidade escalar instantânea dos pedais é igual a 1,4 m/s, determine:

a) A cadência. Considere $\pi = 3$.

$$v = 2\pi r f \quad \rightarrow \quad f_{pedal} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{1,4}{2 \cdot 3 \cdot 0,175} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \text{ Hz} = 80 \text{ rpm}$$

- . Comprimento da pedivela: 0,175 m
- . Raio da coroa: 60 mm
- . Raio da catraca utilizado: 40 mm
- . Raio do pneu: 0,32 m

c) a frequência do movimento da catraca.

Pedal e coroa

$$f_{\text{pedal}} = \frac{4}{3} \text{ Hz} = f_{\text{coroa}} = \frac{4}{3} \text{ Hz}$$

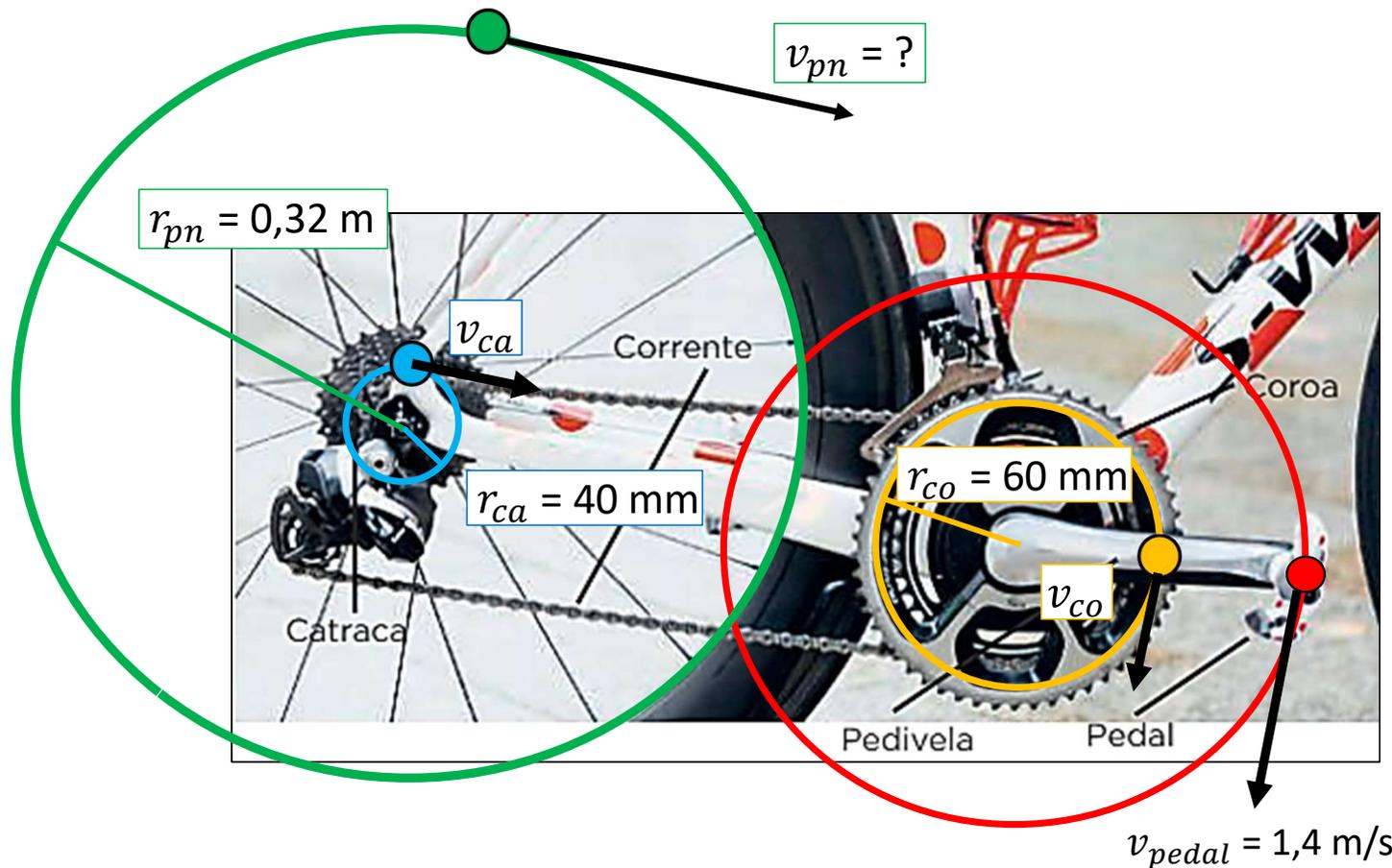
Catraca e coroa

$$f_{\text{catraca}} \cdot r_{\text{catraca}} = f_{\text{coroa}} \cdot r_{\text{coroa}}$$

$$f_{\text{catraca}} \cdot 40 \text{ mm} = \frac{4}{3} \cdot 60 \text{ mm}$$

$$f_{\text{catraca}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{4}$$

$$\therefore f_{\text{catraca}} = 2 \text{ Hz}$$



b) a velocidade escalar de um ponto da periferia do pneu traseiro em relação à bicicleta.

Pneu e catraca

$$f_{\text{pneu}} = f_{\text{catraca}} = 2 \text{ Hz}$$

$$v_{\text{pneu}} = 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{pneu}} \cdot f_{\text{pneu}}$$

$$v_{\text{pneu}} = 2 \cdot 3 \cdot 0,32 \cdot 2 = 3,84 \text{ m/s}$$