

Movimento uniformemente variado (MUV)

- Aulas 5 e 6 / Página 295 / Setor A

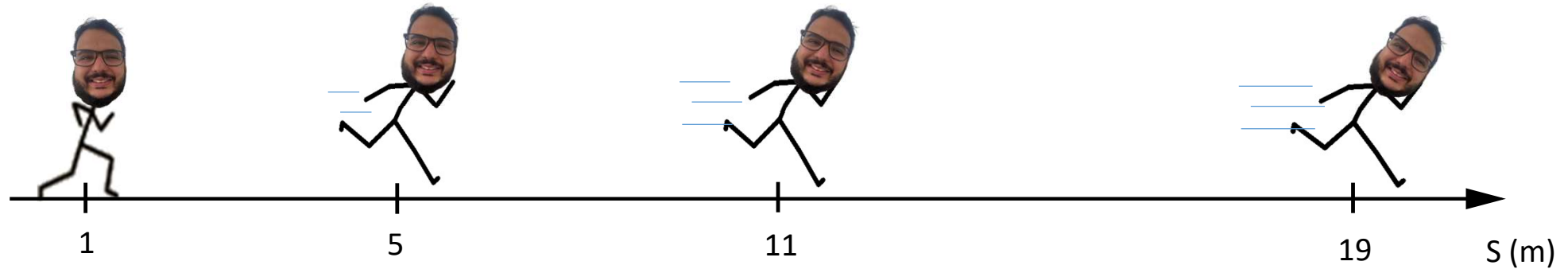
Apresentação e demais documentos: fisicasp.com.br

Professor Caio Gomes

1. Movimento Uniformemente Variado (MUV): definição

- Em intervalos de tempo iguais, a velocidade escalar do corpo sofre variações iguais.

t (s)	$t_0 = 0$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_1 = 1$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_2 = 2$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_3 = 3$
v ($\frac{m}{s}$)	$v_0 = 3$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_1 = 5$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_2 = 7$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_3 = 9$



$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

cte

2.1 Função horária dos espaços

$$S = S_0 + V_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2$$

- s é o espaço do ponto material medido sobre a trajetória no instante t
- s_0 é chamado de espaço inicial, o espaço do ponto material no instante inicial t_0
- V_0 é a velocidade inicial
- a é a aceleração

Para $t_0 = 0$

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

E ainda:

$$\Delta s = S - S_0 = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

2.3 Função horária das velocidades

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

- v é a velocidade do ponto material no instante t
- v_0 é a velocidade inicial, a velocidade do ponto material no instante inicial t_0
- a é a aceleração

Para $t_0 = 0$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

3. Equação de Torricelli

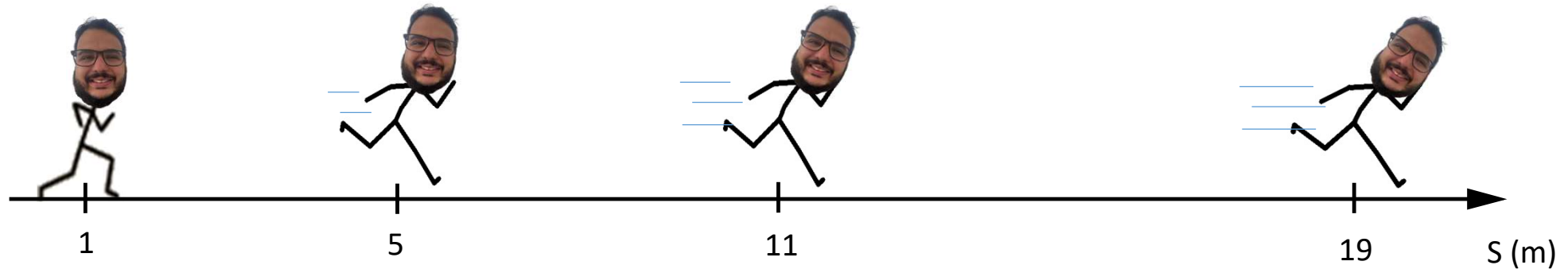
$$v^2 = v_0^2 + 2a.\Delta S$$

- v é a velocidade do ponto material
- v_0 é a velocidade inicial
- a é a aceleração
- Δs é o deslocamento escalar

4. Exemplo

- Em intervalos de tempo iguais, a velocidade escalar do corpo sofre variações iguais.

t (s)	$t_0 = 0$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_1 = 1$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_2 = 2$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_3 = 3$
v ($\frac{m}{s}$)	$v_0 = 3$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_1 = 5$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_2 = 7$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_3 = 9$



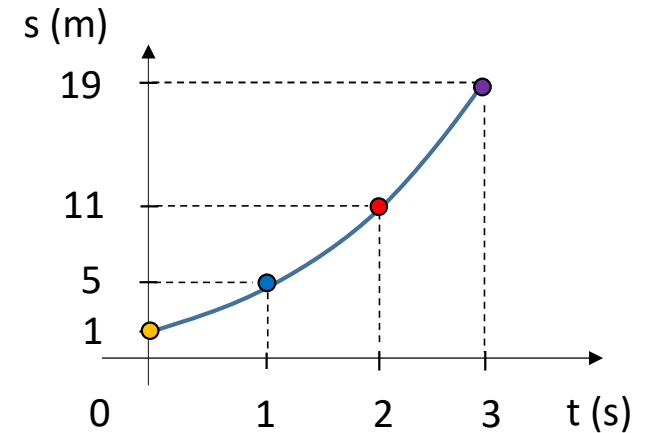
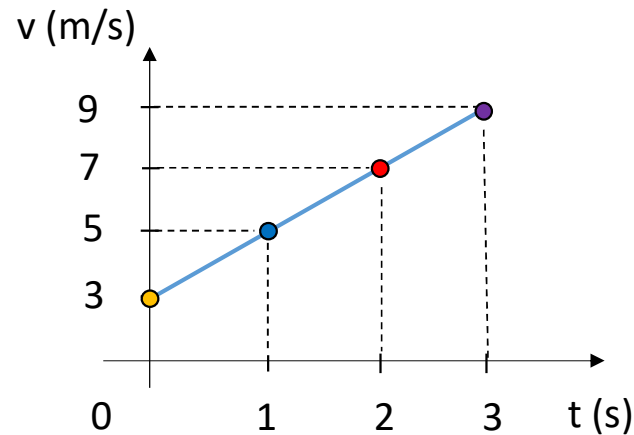
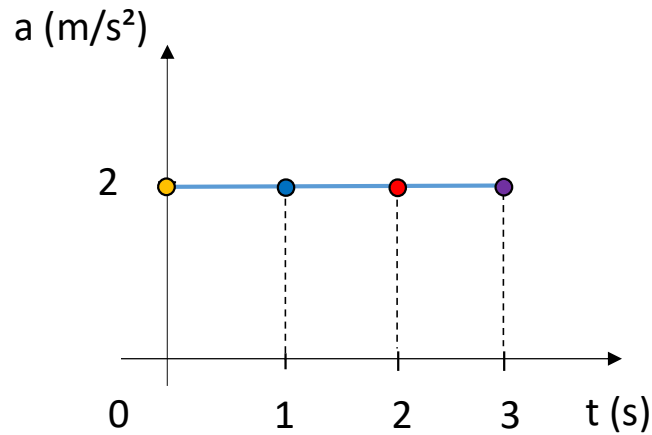
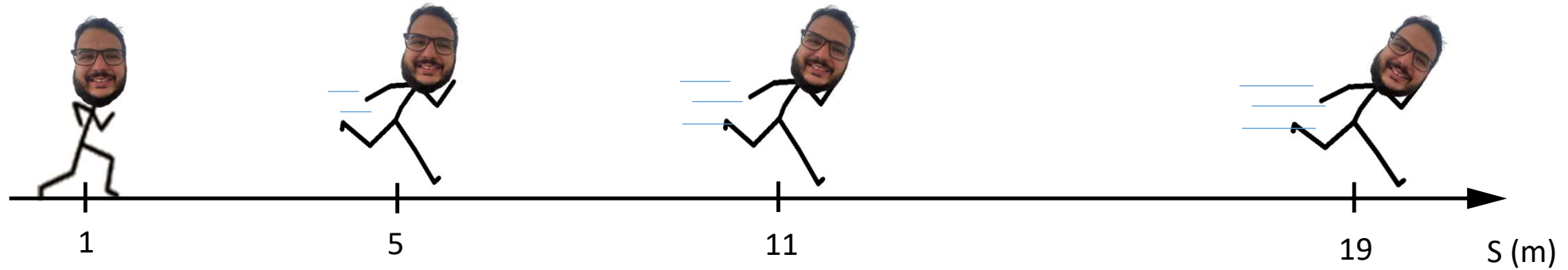
- calcule a aceleração
- represente os gráficos $a \times t$, $v \times t$ e $s \times t$
- escreva a equação horária da velocidade e a equação horária da posição

$$a_{cte} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v' - v}{t' - t} = \frac{9 - 3}{3 - 0} = \frac{6}{3} = 2 \frac{m}{s^2}$$

4. Exemplo

- Em intervalos de tempo iguais, a velocidade escalar do corpo sofre variações iguais.

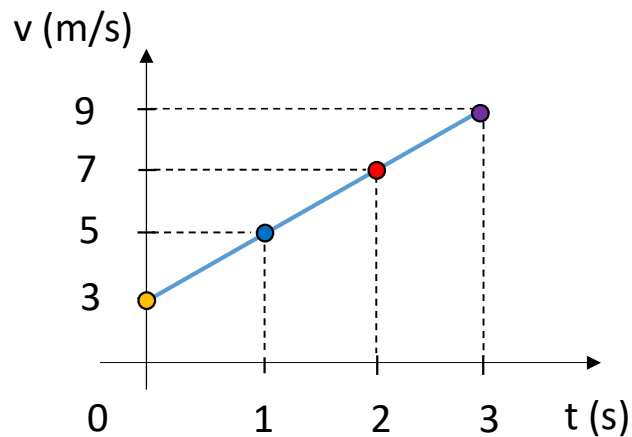
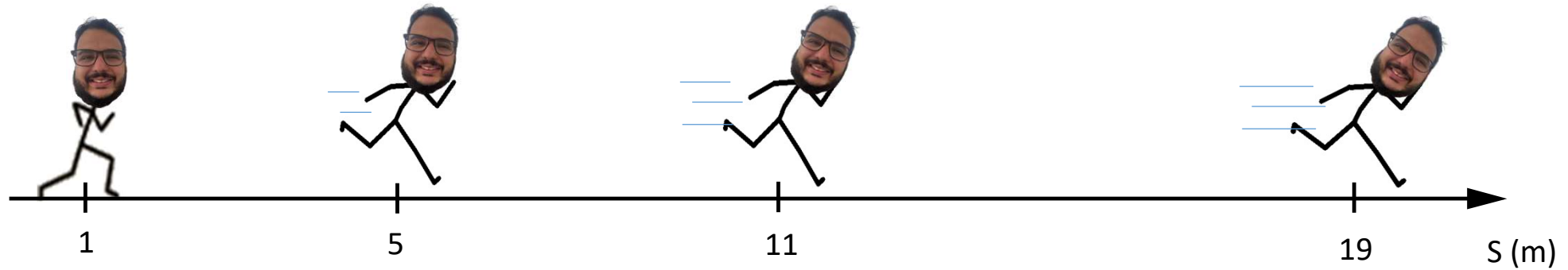
$t \text{ (s)}$	$t_0 = 0$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_1 = 1$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_2 = 2$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_3 = 3$
$v \text{ (}\frac{m}{s}\text{)}$	$v_0 = 3$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_1 = 5$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_2 = 7$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_3 = 9$



4. Exemplo

- Em intervalos de tempo iguais, a velocidade escalar do corpo sofre variações iguais.

t (s)	$t_0 = 0$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_1 = 1$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_2 = 2$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_3 = 3$
$v \left(\frac{m}{s}\right)$	$v_0 = 3$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_1 = 5$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_2 = 7$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_3 = 9$



$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

$$v_0 = 3 \text{ m/s} \quad a = 2 \text{ m/s}^2 \quad t_0 = 0$$

$$v = 3 + 2 \cdot t$$

$$t = 2 \text{ s} \rightarrow v = ?$$

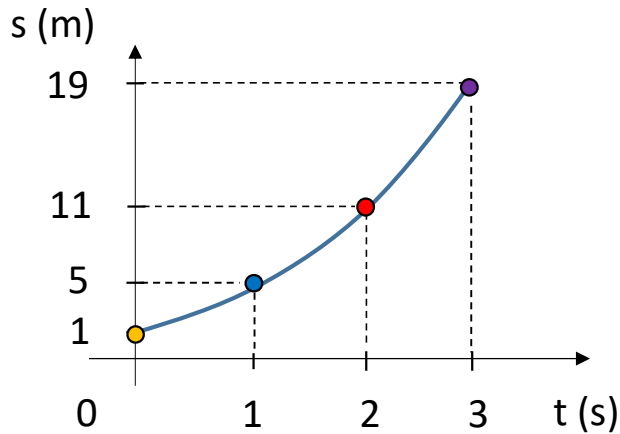
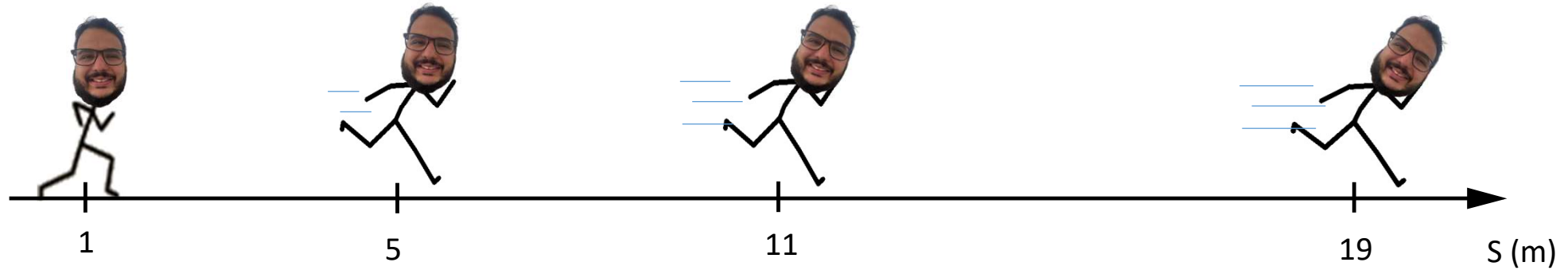
$$v = 3 + 2(2)$$

$$v = 7 \text{ m/s}$$

4. Exemplo

- Em intervalos de tempo iguais, a velocidade escalar do corpo sofre variações iguais.

t (s)	$t_0 = 0$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_1 = 1$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_2 = 2$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$	$t_3 = 3$
v ($\frac{m}{s}$)	$v_0 = 3$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_1 = 5$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_2 = 7$	$\leftarrow \Delta V \rightarrow$	$v_3 = 9$



$$S = s_0 + V_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2$$

$$v_0 = 3 \text{ m/s} \quad a = 2 \text{ m/s}^2 \quad S_0 = 1 \text{ m} \quad t_0 = 0$$

$$S = 1 + 3 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2$$

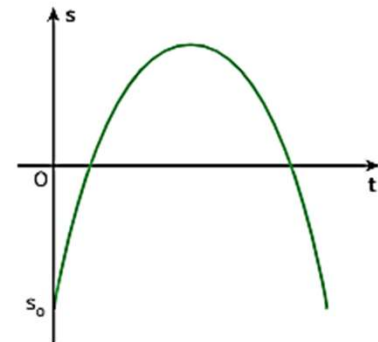
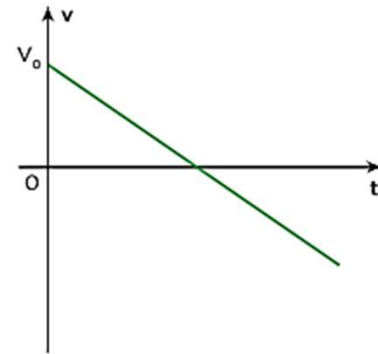
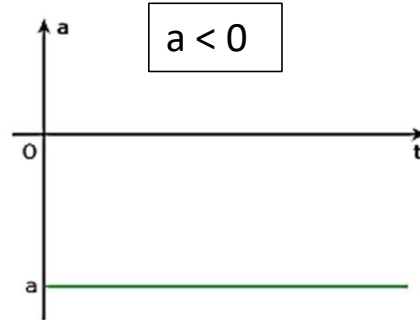
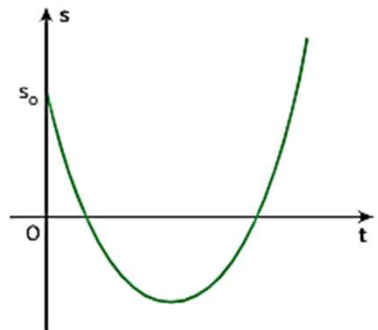
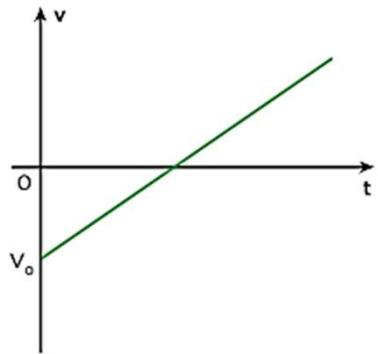
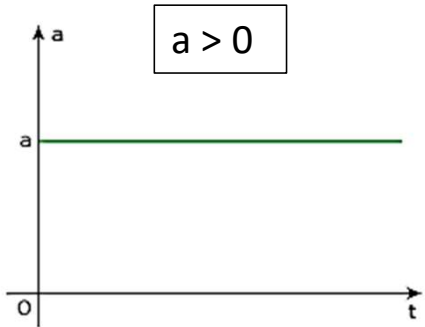
$$S = 1 + 3 \cdot t + t^2$$

$$t = 2 \text{ s} \rightarrow s = ?$$

$$S = 1 + 3 \cdot (2) + 1(2)^2$$

$$S = 1 + 6 + 4 = 11 \text{ m}$$

4. Gráficos



MUV

$$a_{cte} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

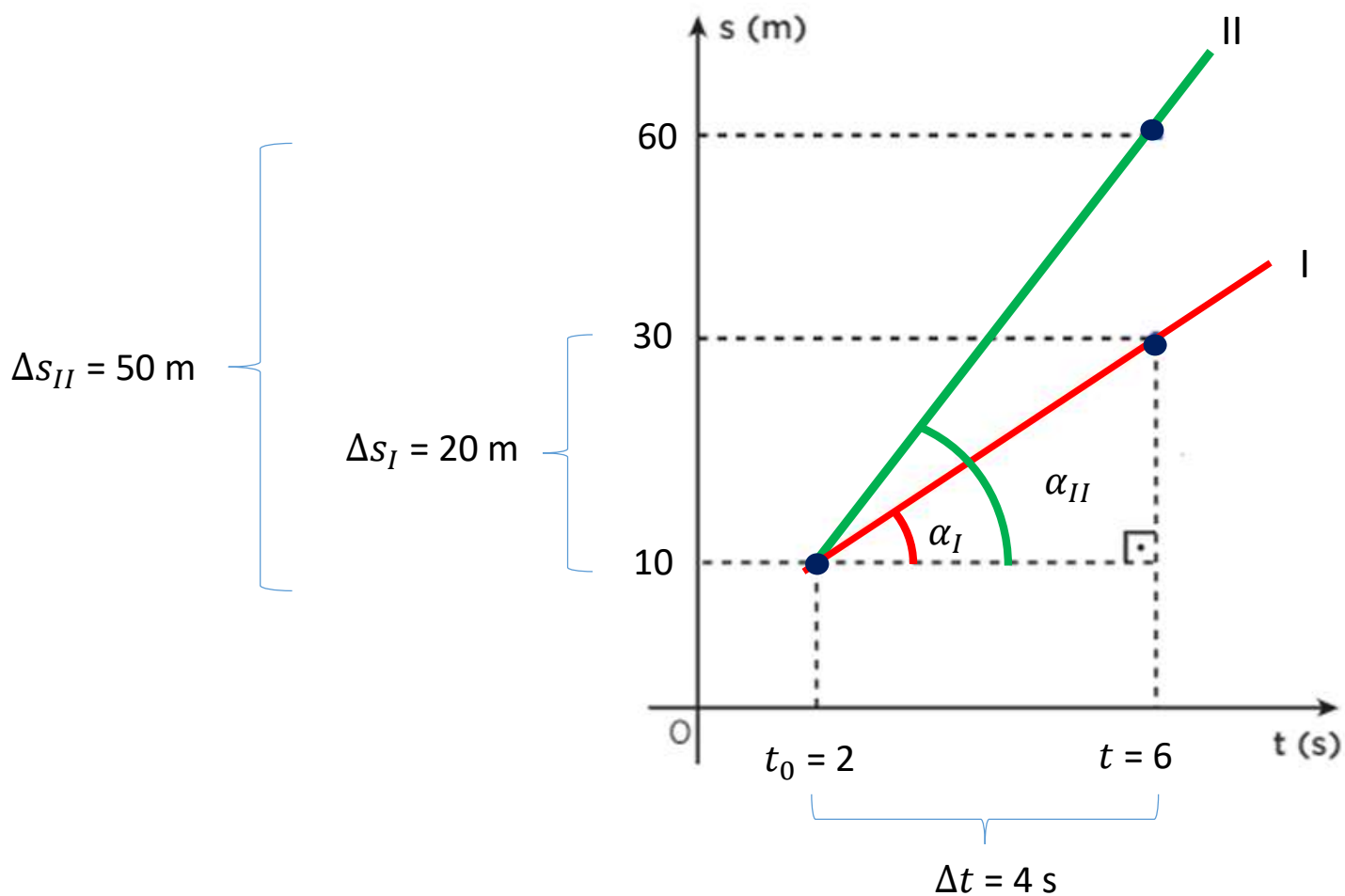
$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

5. Dicas: gráfico s x t

Movimento uniforme (MU)



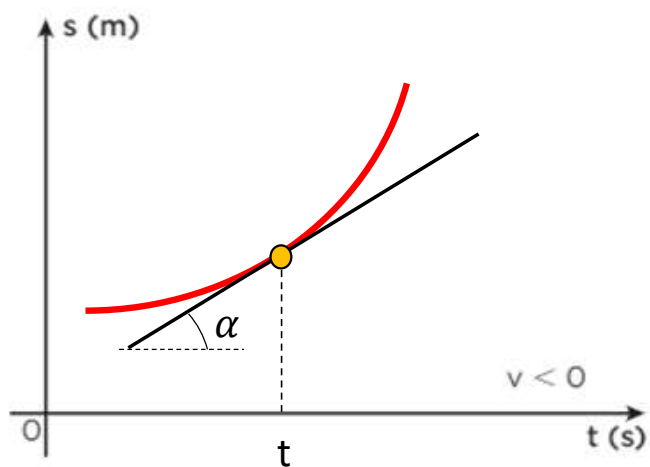
$$V_I = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{20}{4} = +5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{II} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{50}{4} = +12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

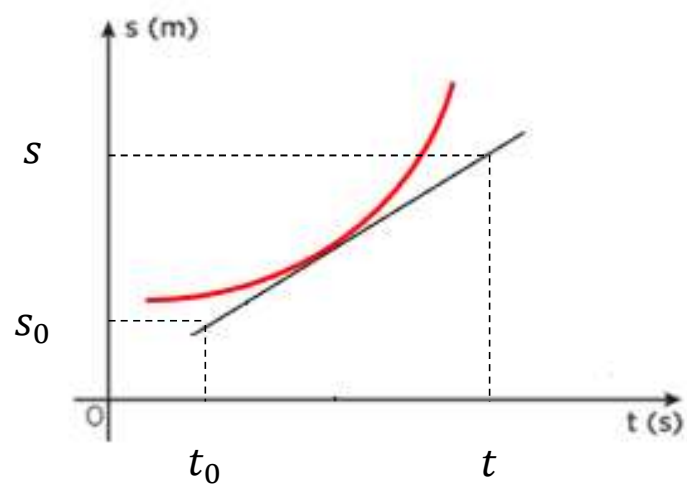
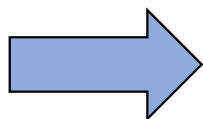
Importante:
maior inclinação → maior $|V|$

5. Dicas: gráfico s x t

Movimento uniformemente variado (MUV)



$$v > 0$$

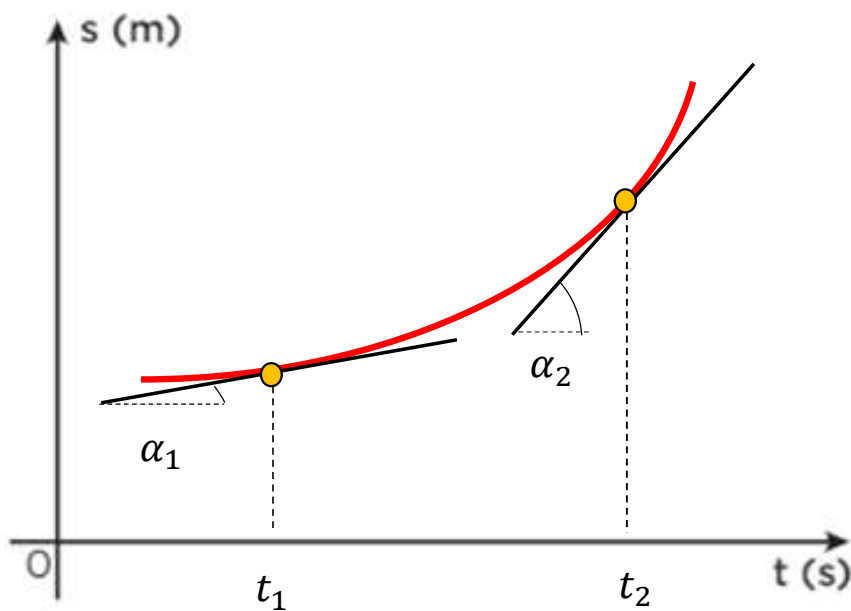


$$V = V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

Movimento no mesmo sentido da orientação da trajetória

5. Dicas: gráfico s x t

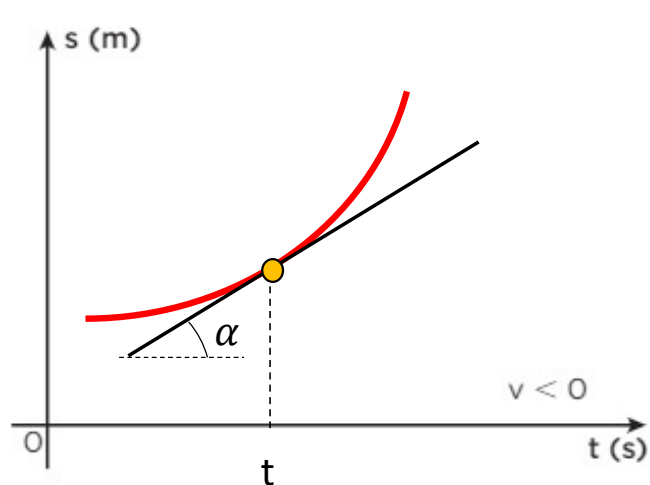
Movimento uniformemente variado (MUV)



$$|V_2| > |V_1|$$

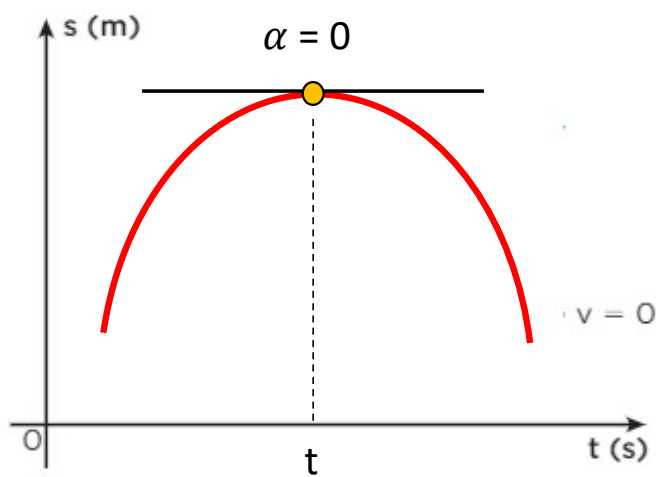
5. Dicas: gráfico $s \times t$

Movimento uniformemente variado (MUV)



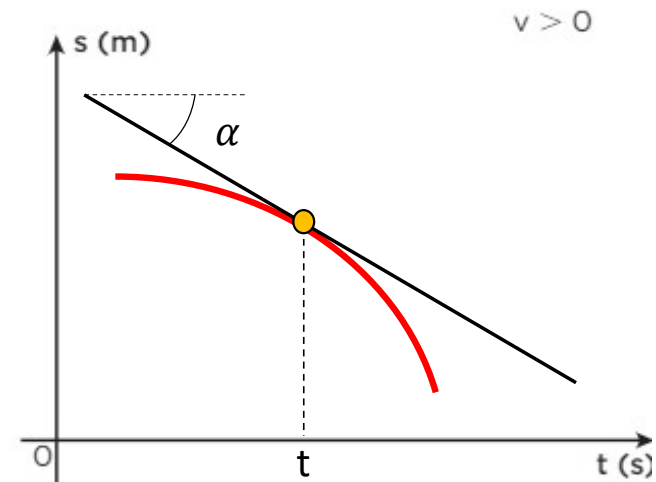
$v > 0$

Movimento no mesmo sentido da orientação da trajetória



$v = 0$

Repouso

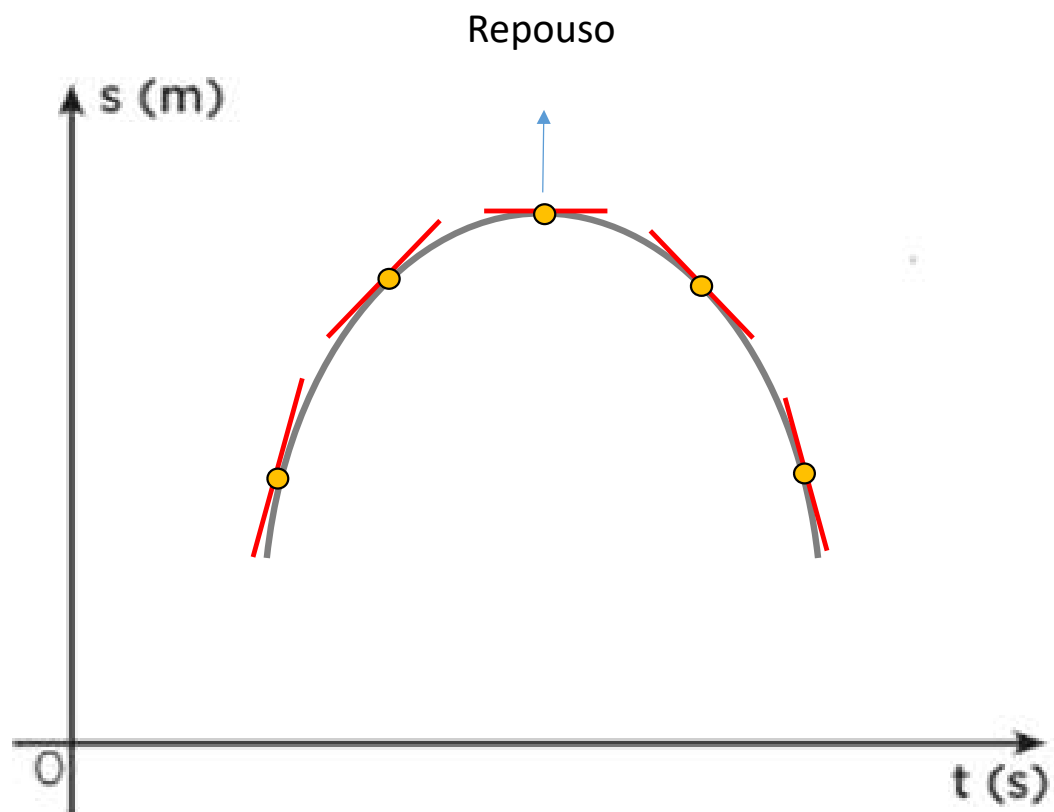


$v < 0$

Movimento no sentido oposto ao da orientação da trajetória

5. Dicas: gráfico $s \times t$

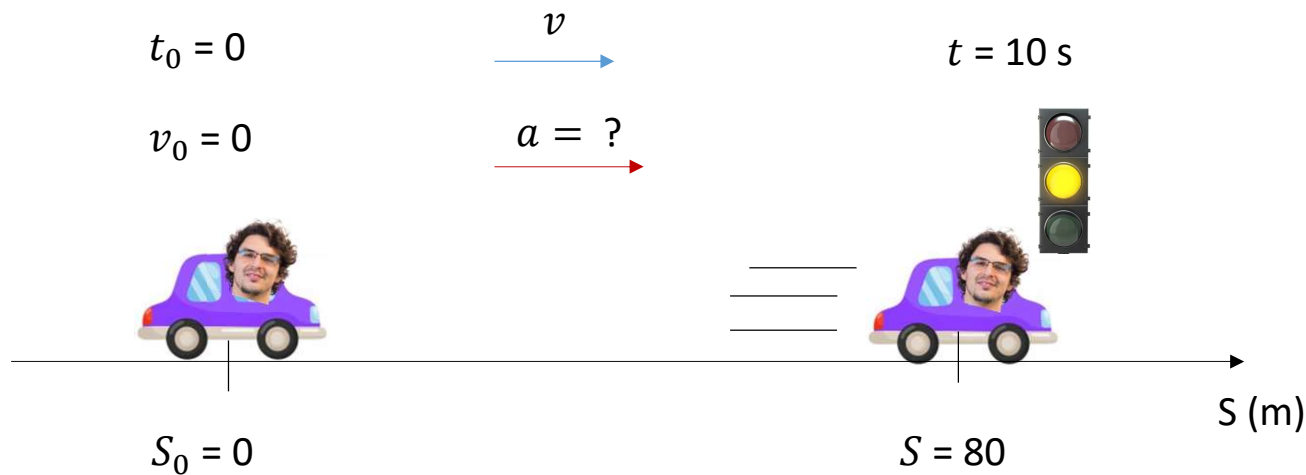
Movimento uniformemente variado (MUV)



6. Exercícios do Caio

Exemplo de aplicação da função horária dos espaços

1. O carro do professor PH está em repouso e a 80 metros de um semáforo que irá fechar em 10s. Calcule a aceleração mínima necessária para que nosso mestre consiga chegar ao semáforo ainda aberto.



$$S = S_0 + V_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2$$

$$80 = + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 10^2$$

$$80 = a \cdot 50$$

$$a = 1,6 \text{ m/s}^2$$

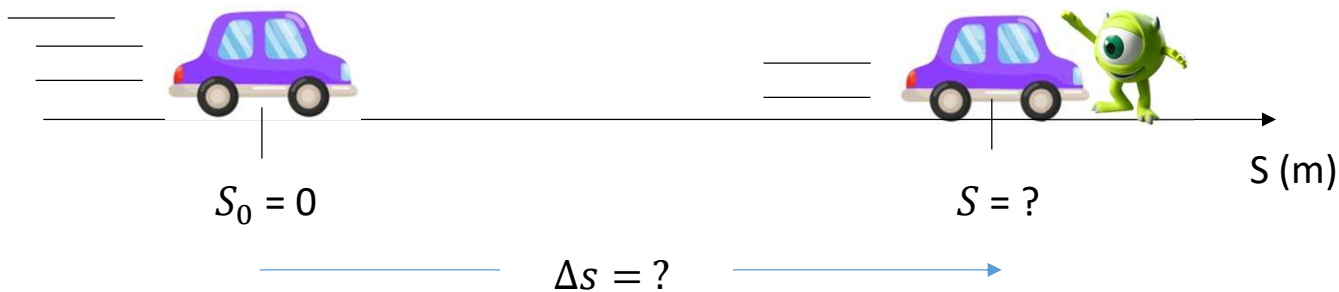
Exemplo de aplicação da equação de Torricelli

2. Um carro viajava com velocidade inicial de 30 m/s quando um animal invadiu a pista à frente. Sabendo que, após acionado o pedal de freio, o módulo da aceleração do carro foi de 5 m/s² e que o carro parou um pouquinho antes do animal, calcule a distância percorrida durante a frenagem. Despreze o tempo de reação do motorista.

$$a = -5 \text{ m/s}^2 \quad \leftarrow$$

$$v_0 = +30 \text{ m/s} \quad \rightarrow$$

$$v = 0$$



$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta S$$

$$0^2 = 30^2 + 2(-5) \cdot (\Delta S)$$

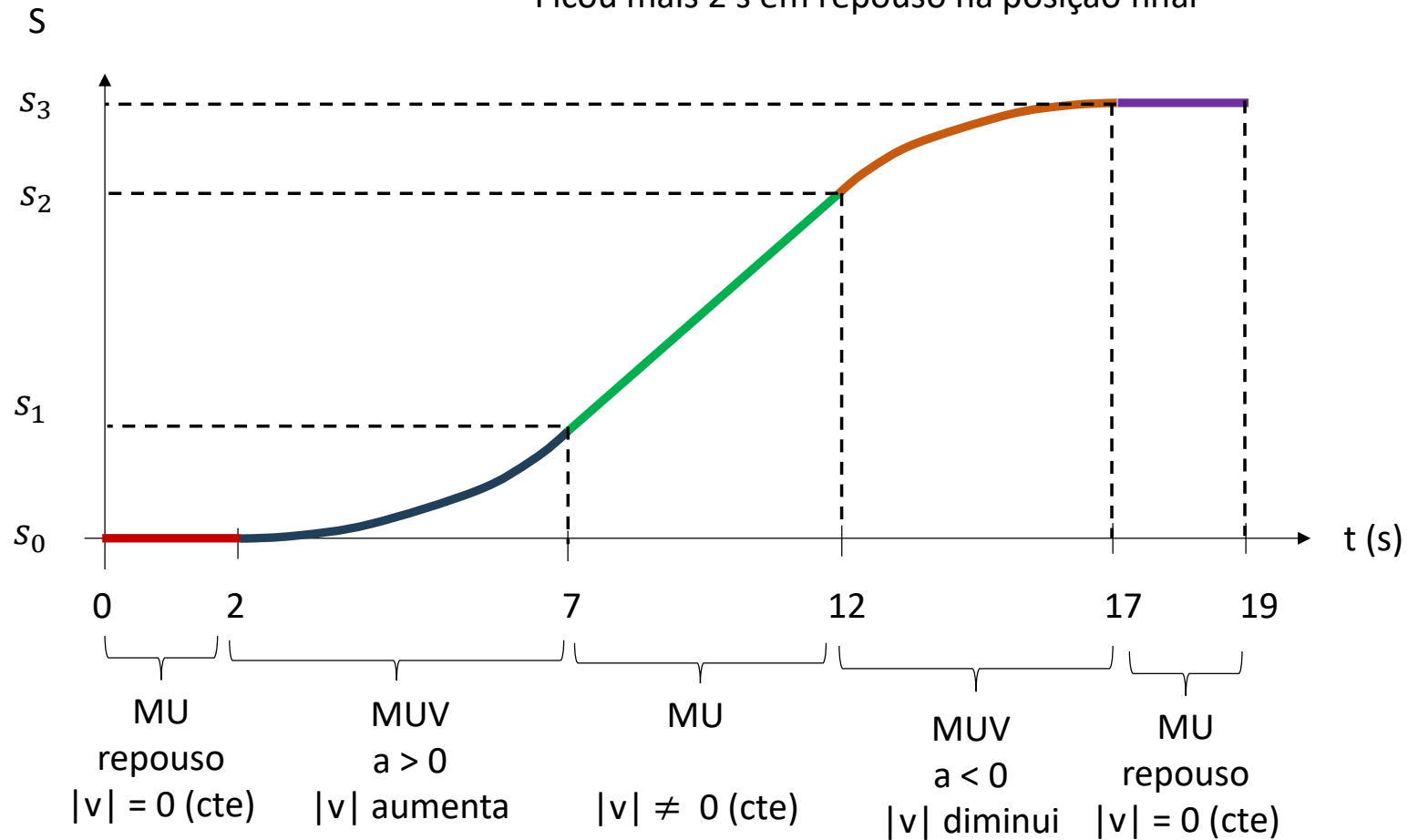
$$0 = 900 - 10 \cdot (\Delta S)$$

$$\cancel{10} \cdot \Delta S = \cancel{900}$$

$$\Delta S = 90 \text{ m}$$

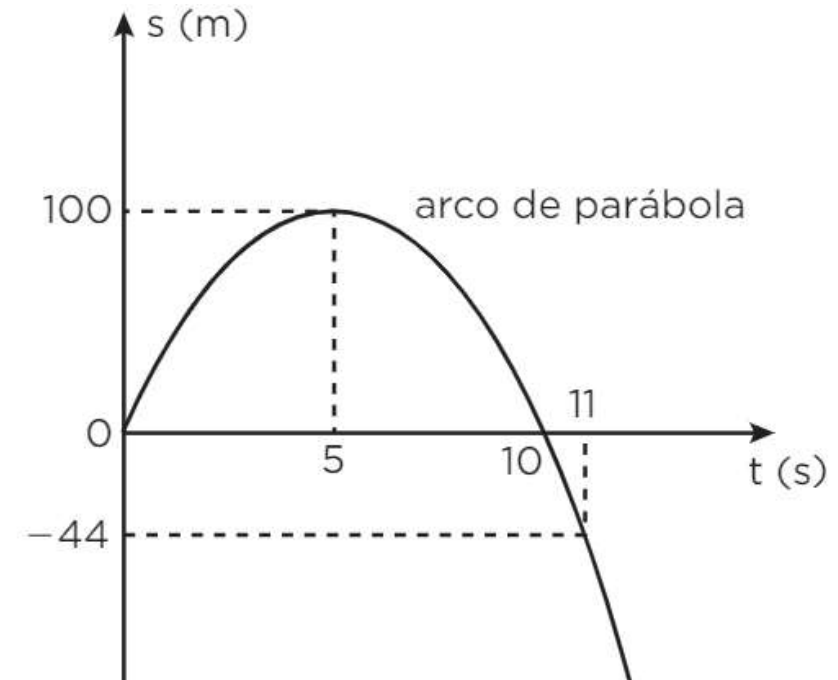
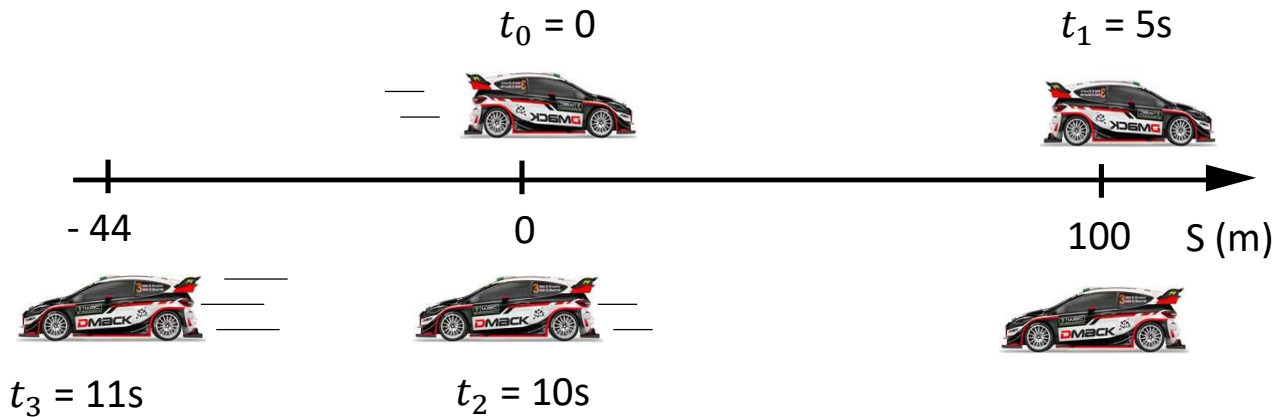
A distância percorrida durante a frenagem foi de 90 m

- Esboce o gráfico da posição em função do tempo:
- Dacar ficou parado na origem os espaços por 2 s
 - Depois arrancou com aceleração constante por 5 segundos
 - Em seguida, se movimentou com velocidade constante por 5 s
 - Freiou com aceleração constante por 5 s e parou
 - Ficou mais 2 s em repouso na posição final



7. Exercícios da apostila Alfa

1. Ken Block é um piloto de rally e de powerslide estadunidense que faz diversas manobras com carros de rally em áreas bastante inusitadas, como em um pátio de uma fábrica ou em regiões desérticas.

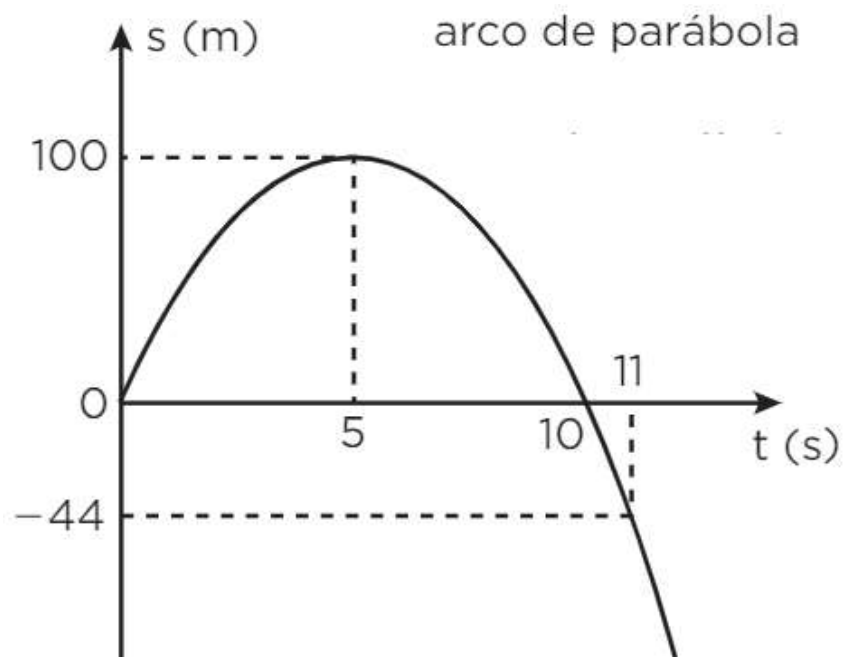
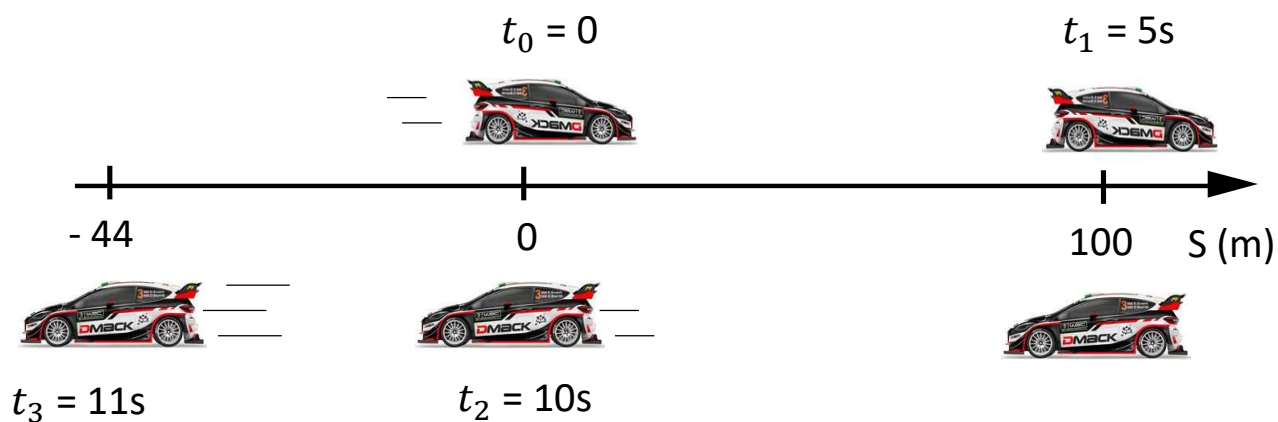


Em uma manobra, Ken breca bruscamente e inverte o sentido do movimento de seu carro. O gráfico a seguir descreve esse movimento.

A partir do gráfico:

- qual o tipo de movimento realizado pelo carro do piloto?
- determine a função horária dos espaços desse movimento.
- determine a função horária das velocidades desse movimento.
- construa o gráfico velocidade x tempo desse movimento.

Em uma manobra, Ken freia bruscamente e inverte o sentido do movimento de seu carro. O gráfico a seguir descreve esse movimento.



a) qual o tipo de movimento realizado pelo carro do piloto?

Movimento uniformemente variado, pois o gráfico $s \times t$ é um arco de parábola.

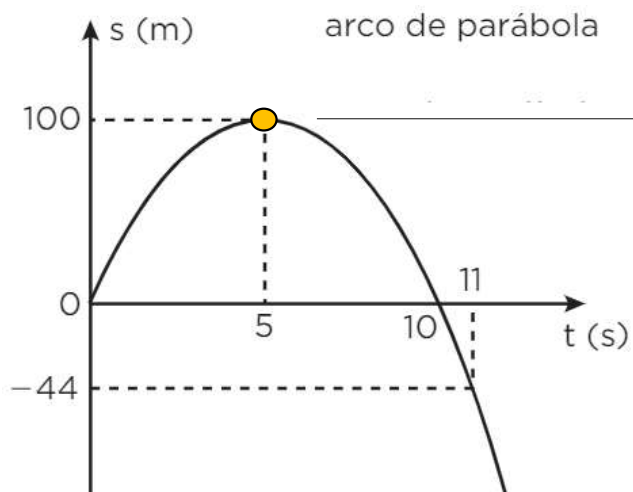
b) determine a função horária dos espaços desse movimento. Considere $V_0 = 40 \text{ m/s}$. (Versão do Caio)

$$S = s_0 + V_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2$$

• $S_0 = 0$ • $V_0 = 40 \text{ m/s}$ • $t_0 = 0$ • $a = ?$

$$S = 40 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-8) \cdot t^2$$

$$S = 40 \cdot t - 4 \cdot t^2$$



$$t = 5 \rightarrow S = 100$$

$$100 = 40 \cdot (5) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (5)^2$$

$$100 = 200 + 12,5 \cdot a$$

$$100 - 200 = 12,5 \cdot a$$

$$-100 = 12,5 \cdot a$$

$$\frac{-100}{12,5} = a$$

$$a = -8 \text{ m/s}^2$$

Em uma manobra, Ken breca bruscamente e inverte o sentido do movimento de seu carro. O gráfico a seguir descreve esse movimento.

c) determine a função horária das velocidades desse movimento.

$$v = v_0 + a.(t - t_0)$$

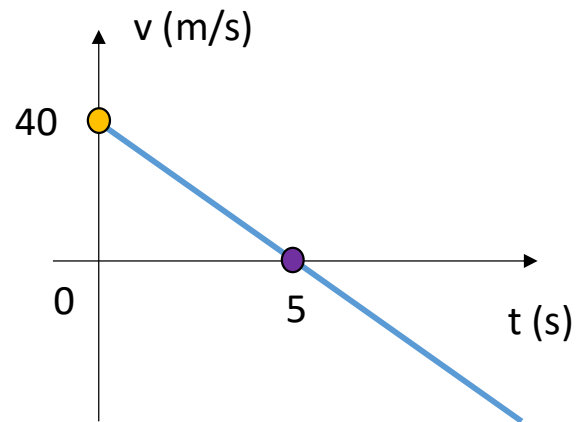
$$\bullet V_0 = 40 \text{ m/s} \quad \bullet a = -8 \text{ m/s}^2 \quad \bullet t_0 = 0$$

$$v = 40 + (-8).t$$

$$v = 40 - 8t$$

Em uma manobra, Ken breca bruscamente e inverte o sentido do movimento de seu carro. O gráfico a seguir descreve esse movimento.

d) construa o gráfico velocidade x tempo desse movimento.



$$v = 40 - 8t$$

$$t = 0 \rightarrow v = ?$$

$$v = 40 - 8(0)$$

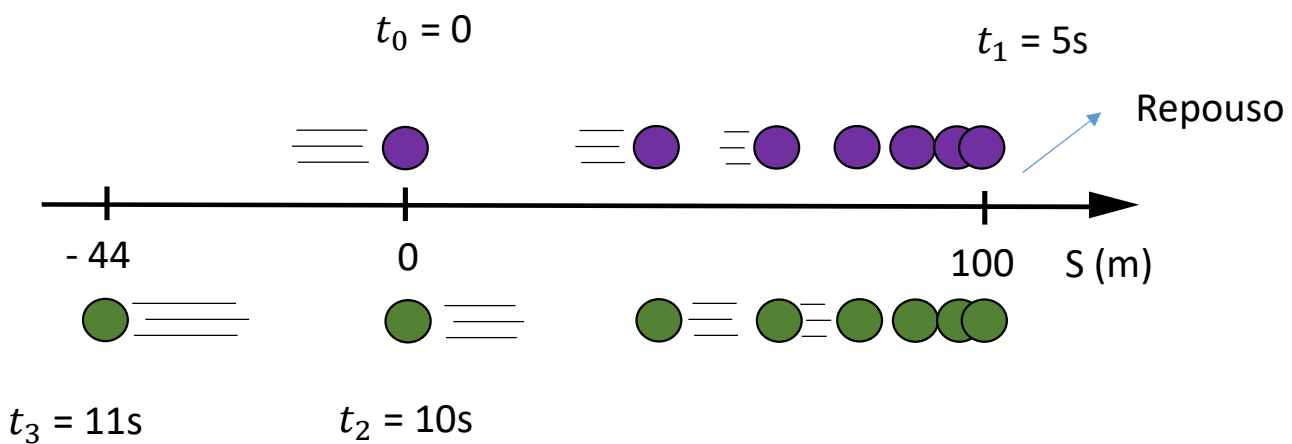
$$v = 40 \text{ m/s}$$

$$t = 5 \rightarrow v = ?$$

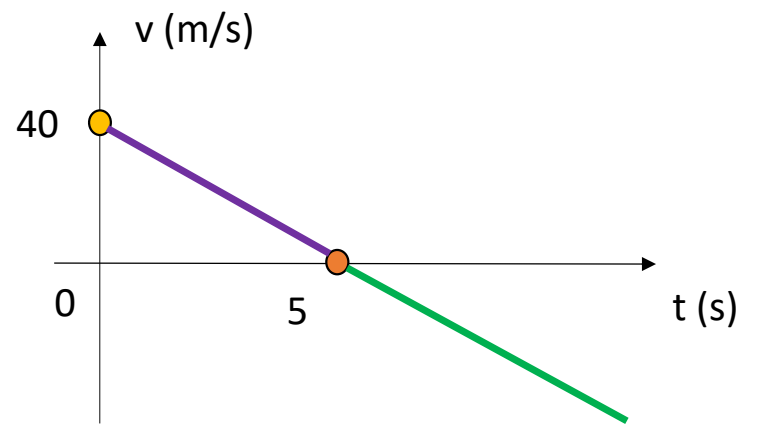
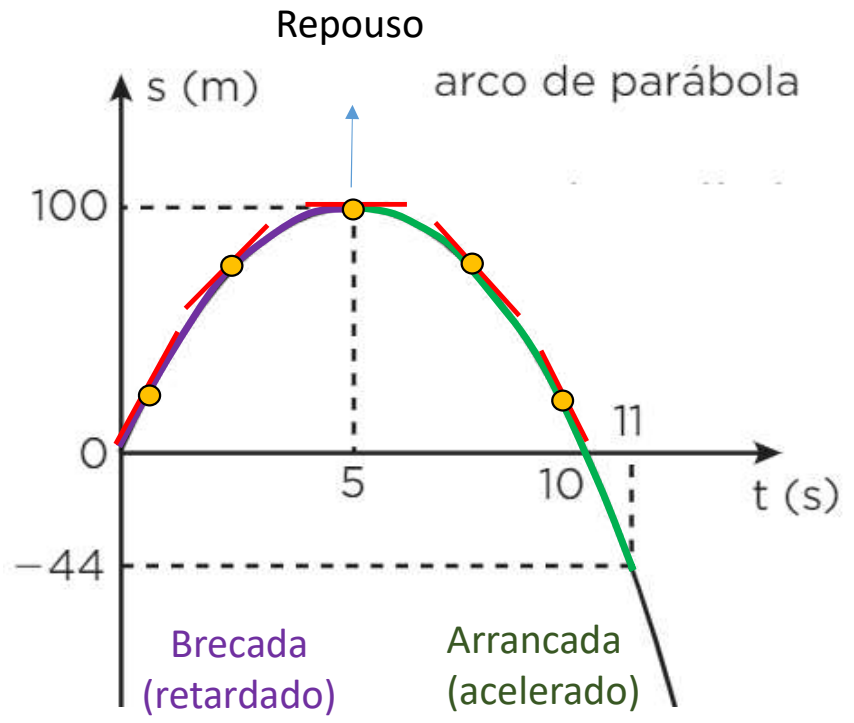
$$v = 40 - 8(5)$$

$$v = 0$$

Visão geral do movimento



$a = -8 \text{ m/s}^2$
cte



2. Um garoto arremessa uma pedra verticalmente para cima na boca de um poço com velocidade em módulo igual a 6 m/s. Sabendo que o módulo da aceleração da pedra é igual a 10 m/s^2 e que a distância entre a boca do poço e a superfície da água é igual a 18,2 metros, determine:

a) Sabendo que a velocidade do som no ar é 340 m/s, determine quanto tempo após o lançamento o garoto escutará o barulho da pedra atingindo a água.

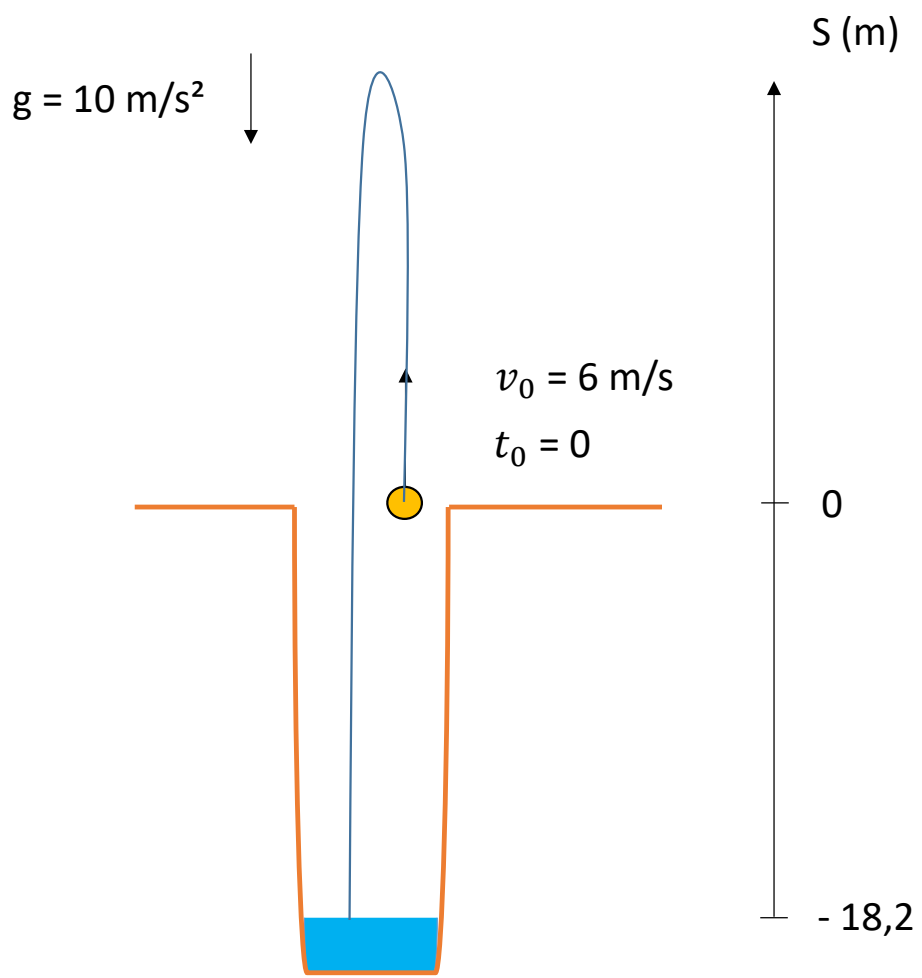
b) A velocidade da pedra quando estiver à altura de 1 metro acima da boca do poço.

c) A velocidade da pedra quando estiver a 3,2 metros abaixo da boca do poço.

d) A velocidade da pedra quando estiver a uma altura de 2 metros acima da boca do poço.

e) A altura máxima atingida pela pedra, medida a partir da boca do poço.

2. Um garoto arremessa uma pedra verticalmente para cima na boca de um poço com velocidade em módulo igual a 6 m/s. Sabendo que o módulo da aceleração da pedra é igual a 10 m/s² e que a distância entre a boca do poço e a superfície da água é igual a 18,2 metros, determine:



$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

- $S_0 = 0 \text{ m}$
- $a = -10 \text{ m/s}^2$
- $V_0 = 6 \text{ m/s}$

$$S = 0 + 6 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-10) \cdot t^2$$

$$S = 6t - 5t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 6 + (-10) \cdot t$$

$$v = 6 - 10t$$

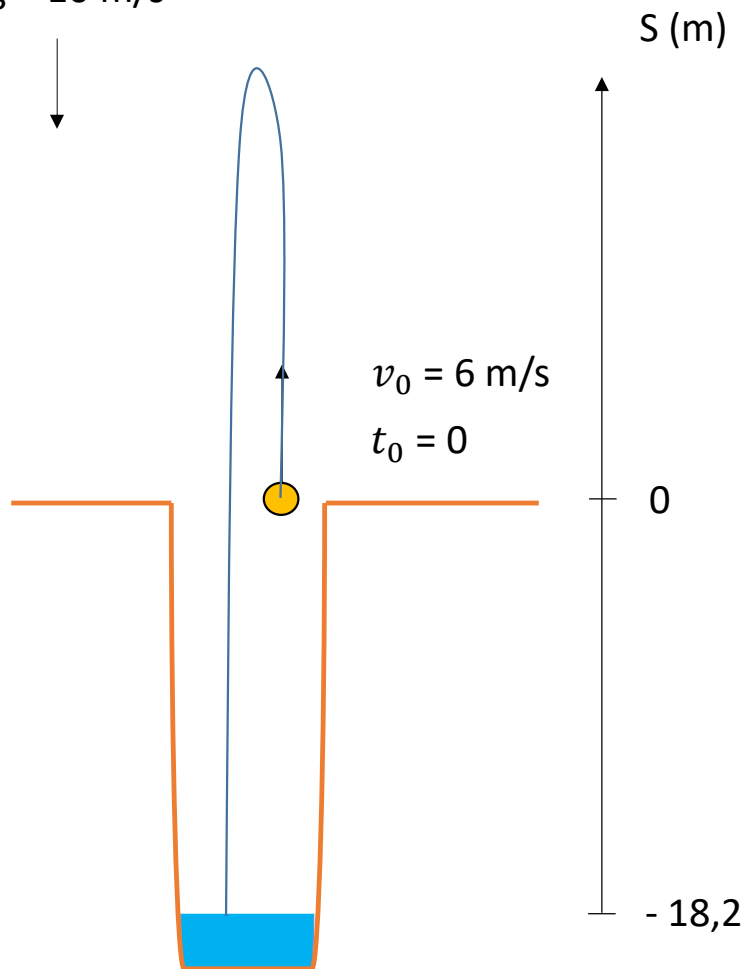
$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta S$$

$$v^2 = 6^2 + 2(-10) \cdot \Delta S$$

$$v^2 = 36 - 20 \cdot \Delta S$$

a) Sabendo que a velocidade do som no ar é 340 m/s, determine quanto tempo após o lançamento o garoto escutará o barulho da pedra atingindo a água.

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$



$$\Delta t = \Delta t_{pedra} + \Delta t_{som} = 2,6 + 0,05 = 2,65 \text{ s}$$

Para pedra

$$S = -18,2 \text{ m} \rightarrow t = ?$$

$$S = 6t - 5t^2$$

$$-18,2 = 6t - 5t^2$$

$$5t^2 - 6t - 18,2 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot (5) \cdot (-18,2)$$

$$\Delta = 36 + 364 = 400$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

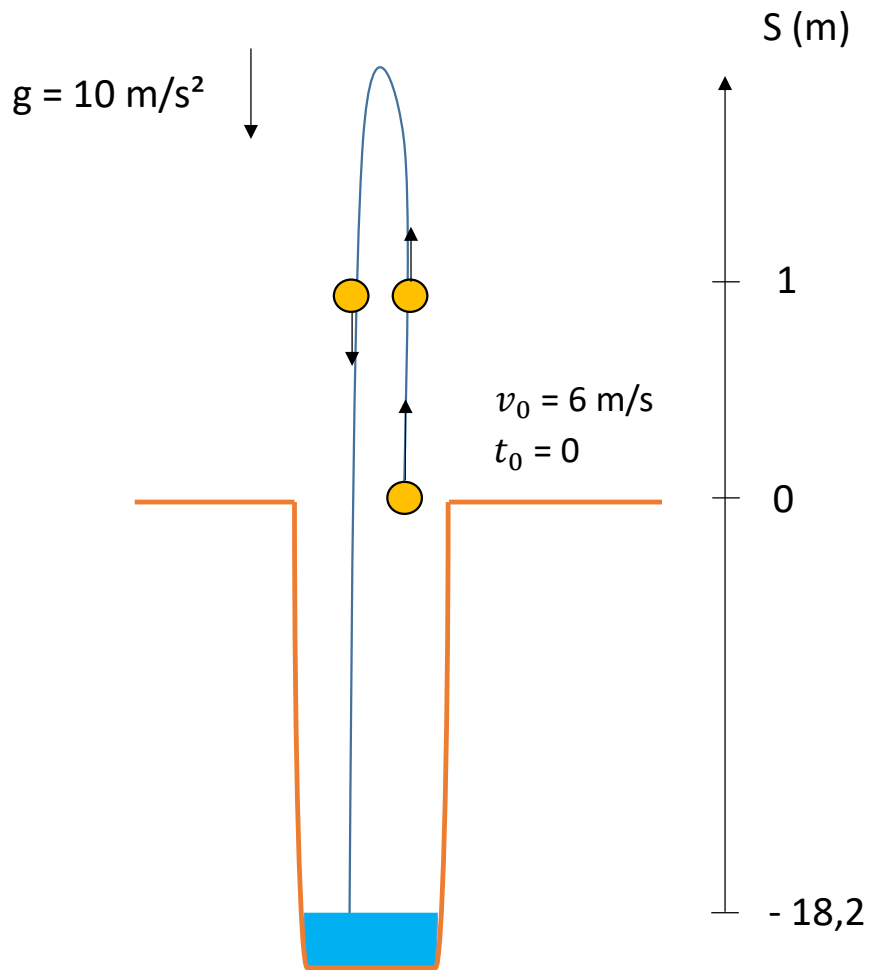
$$t' = \frac{-(-6) - \sqrt{400}}{2 \cdot 5} = \frac{6 - 20}{10} = \frac{-14}{10} = -1,4 \text{ s} \quad \times$$

$$t'' = \frac{-(-6) + \sqrt{400}}{2 \cdot 5} = \frac{6 + 20}{10} = \frac{26}{10} = 2,6 \text{ s} \quad \checkmark$$

Para o som

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{18,2}{340} \cong 0,05 \text{ s}$$

b) A velocidade da pedra quando estiver à altura de 1 metro acima da boca do poço.



$$v^2 = 36 - 20 \cdot \Delta S$$

$$\Delta S = (S' - S)$$

$$\Delta S = 1 \text{ m} \rightarrow v = ?$$

$$v^2 = 36 - 20 \cdot (1 - 0)$$

$$v^2 = 36 - 20$$

$$v^2 = 16$$

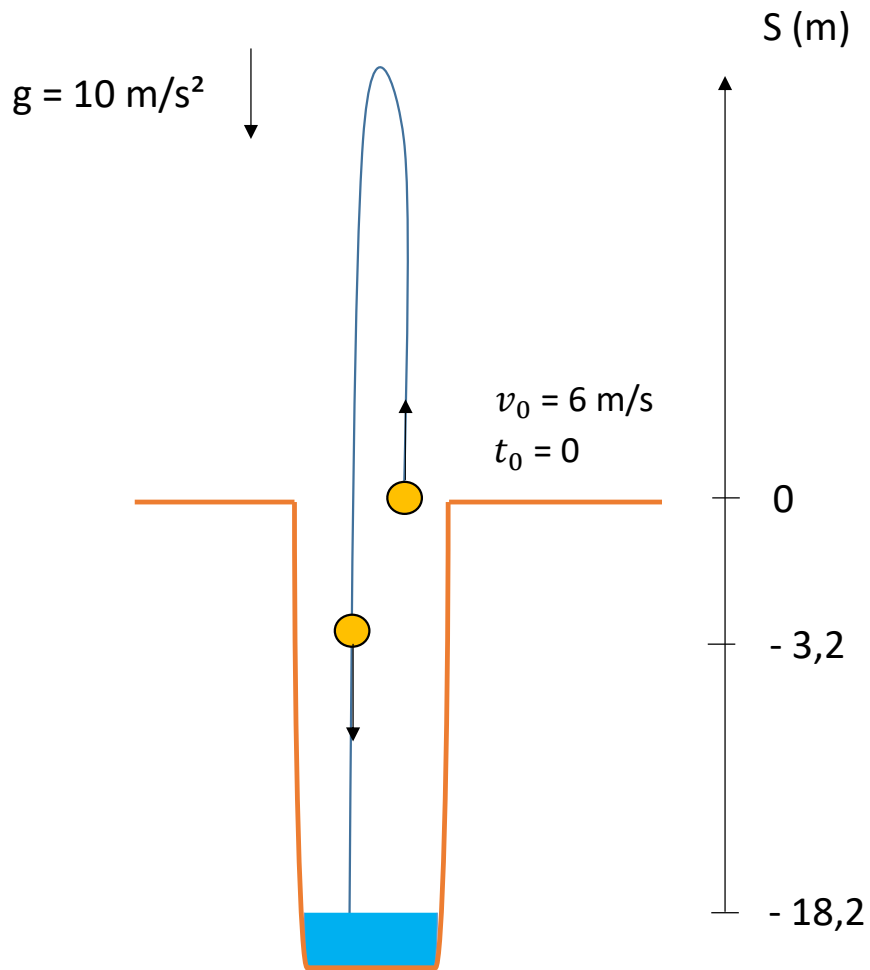
$$v = +4 \text{ m/s}$$

ou

$$v = -4 \text{ m/s}$$



c) A velocidade da pedra quando estiver a 3,2 metros abaixo da boca do poço.



$$v^2 = 36 - 20 \cdot \Delta S$$

$$\Delta S = (S' - S)$$

$$\Delta S = -3,2 \text{ m} \rightarrow v = ?$$

$$v^2 = 36 - 20 \cdot (-3,2 - 0)$$

$$v^2 = 36 + 64$$

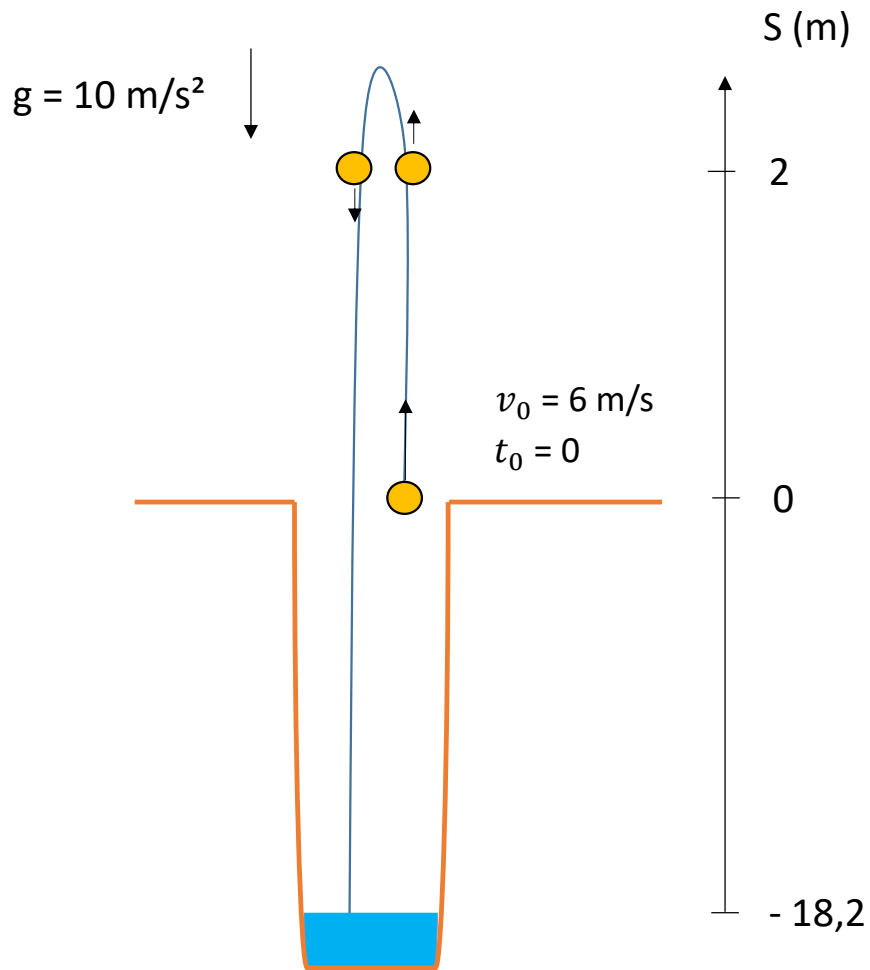
$$v^2 = 100$$

$$v = +10 \text{ m/s} \quad \times$$

ou

$$v = -10 \text{ m/s} \quad \checkmark$$

d) A velocidade da pedra quando estiver a uma altura de 2 metros acima da boca do poço.



$$v^2 = 36 - 20 \cdot \Delta S \quad \Delta S = (S' - S)$$

$$\Delta S = 2,0 \text{ m} \rightarrow v = ?$$

$$v^2 = 36 - 20 \cdot (2 - 0)$$

$$v^2 = 36 - 40$$

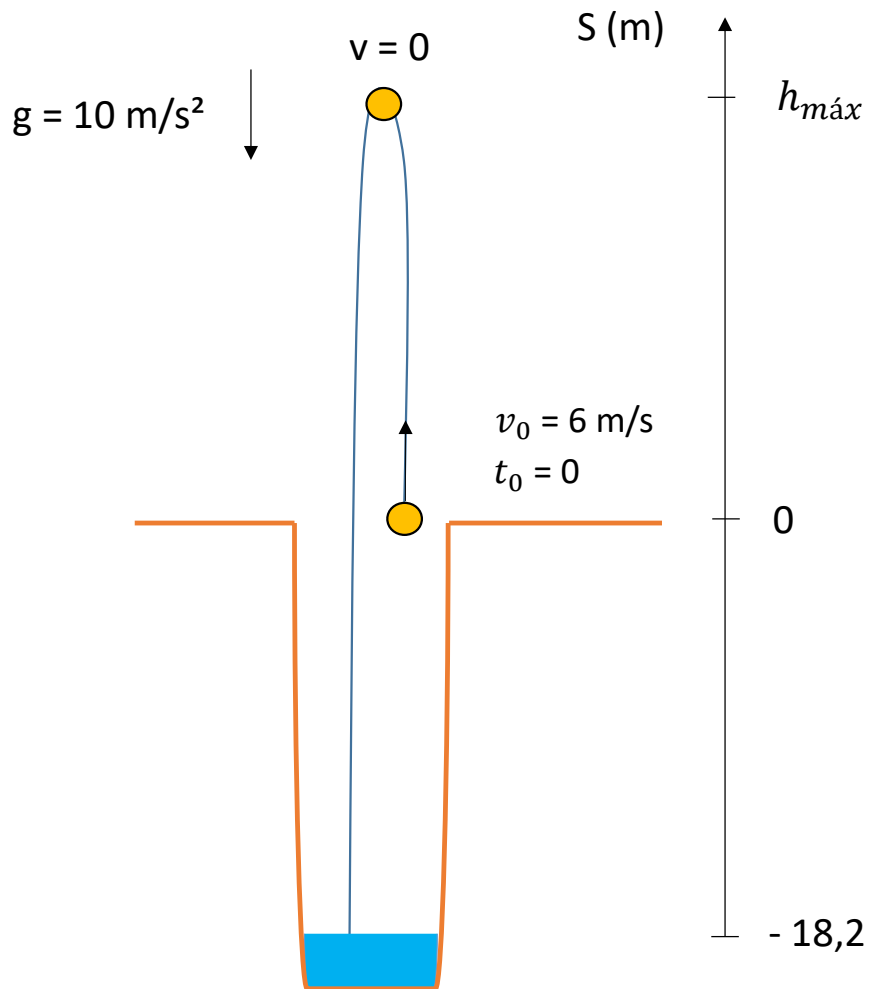
$$v^2 = -4$$

Não existe resposta no conjunto dos números reais.

O que isso significa?



e) A altura máxima atingida pela pedra, medida a partir da boca do poço.



$$v^2 = 36 - 20.\Delta S \quad \Delta S = (S' - S)$$

$$\Delta S = ? \rightarrow v = 0$$

$$0^2 = 36 - 20.(h - 0)$$

$$0 = 36 - 20.(h)$$

$$20.h = 36$$

$$h = \frac{36}{20}$$

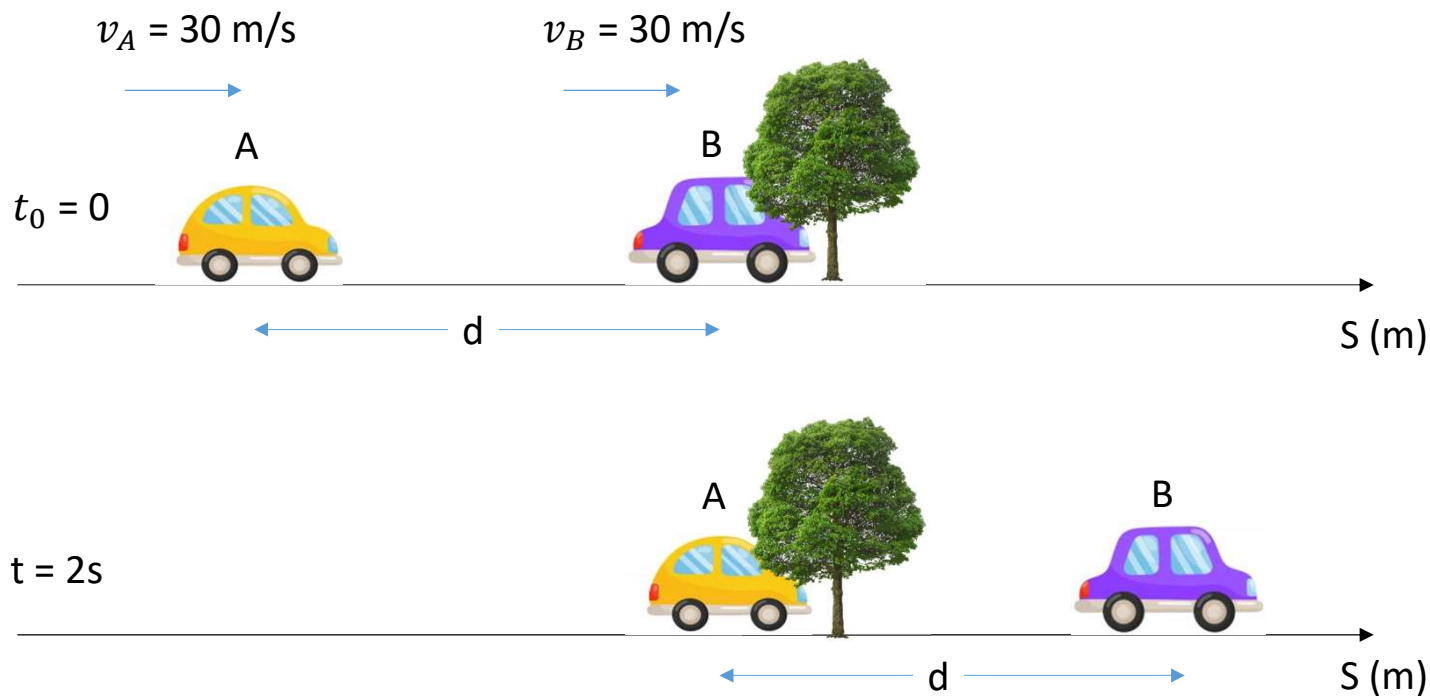
$$h_{\text{máx}} = 1,8 \text{ m}$$

3. Uma das recomendações do Detran para evitar colisões traseiras é a regra dos dois segundos. Para o motorista saber se está a uma distância segura do veículo da frente, deve observar um objeto de referência, como uma árvore próxima à estrada ou uma placa, passando pelo veículo, e contar pausadamente “cinquenta e um, cinquenta e dois”. Se esse objeto passar por ele após a contagem, pode-se considerar a distância segura. Dois carros trafegam em uma rodovia com a mesma velocidade de 108 km/h e separados por dois segundos. De repente, um animal invade a pista 115 m à frente do primeiro carro. O tempo de reação do motorista do carro da frente, ou seja, o intervalo de tempo entre ele ver o animal na pista e pisar no freio, é de 0,5 s. Sabendo que, após acionado o pedal de freio, o módulo da aceleração do carro da frente foi de 5 m/s^2 , responda:

a) O motorista do carro da frente conseguiu evitar o acidente?

b) O motorista de trás leva 1 s para reagir ao ver as luzes de freio do carro da frente. Qual deve ser a menor aceleração em módulo desse veículo para evitar a colisão com o carro da frente?

3. Uma das recomendações do Detran para evitar colisões traseiras é a regra dos dois segundos. Para o motorista saber se está a uma distância segura do veículo da frente, deve observar um objeto de referência, como uma árvore próxima à estrada ou uma placa, passando pelo veículo, e contar pausadamente “cinquenta e um, cinquenta e dois”. Se esse objeto passar por ele após a contagem, pode-se considerar a distância segura. Dois carros trafegam em uma rodovia com a mesma velocidade de 108 km/h e separados por dois segundos. De repente, um animal invade a pista 115 m à frente do primeiro carro. O tempo de reação do motorista do carro da frente, ou seja, o intervalo de tempo entre ele ver o animal na pista e pisar no freio, é de 0,5 s. Sabendo que, após acionado o pedal de freio, o módulo da aceleração do carro da frente foi de 5 m/s², responda:



$$108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s} \quad \div 3,6$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \Delta S = v \cdot \Delta t$$

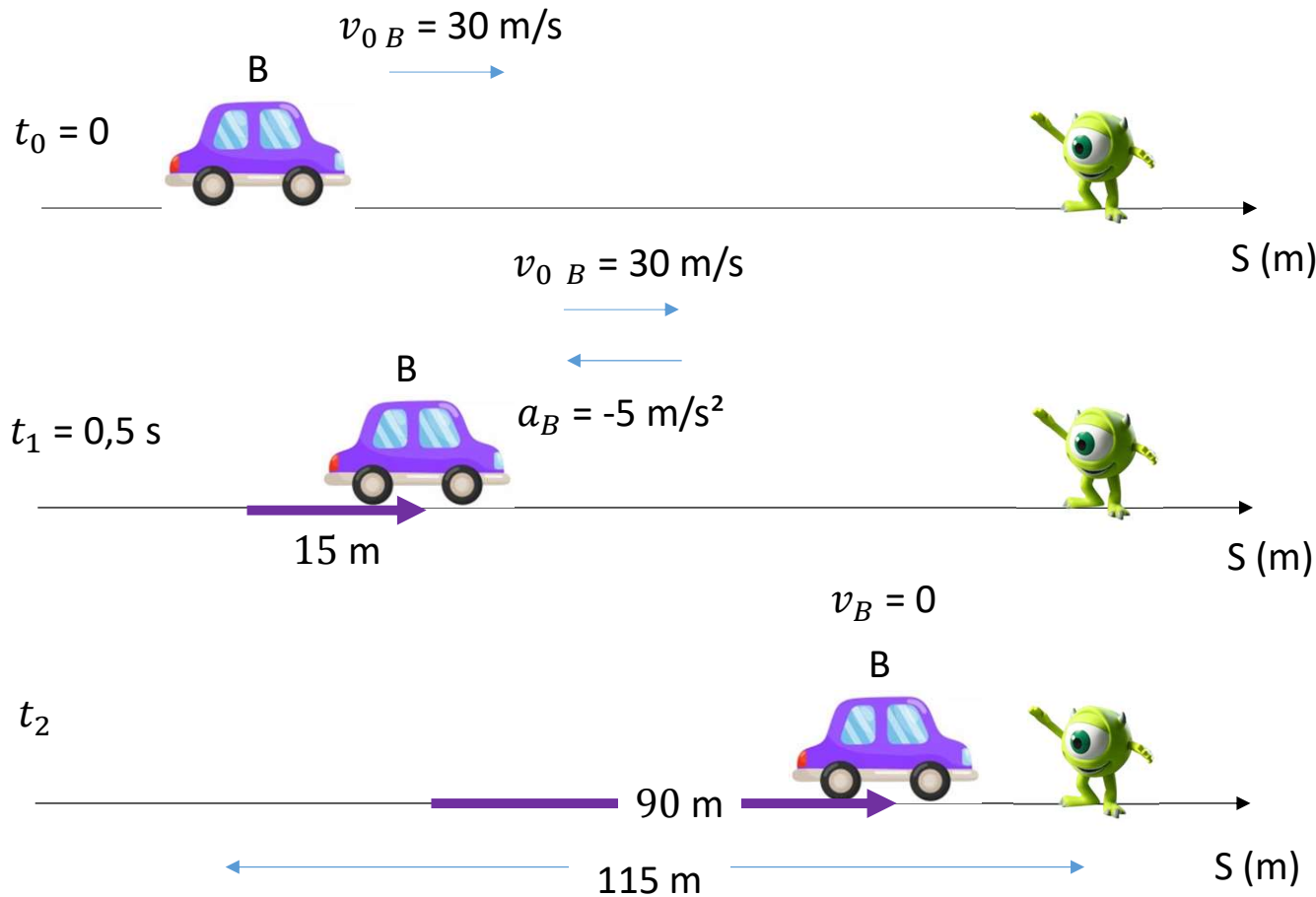
$$d = v \cdot \Delta t$$

$$d = 30 \cdot 2$$

$d = 60 \text{ m}$

...De repente, um animal invade a pista 115 m à frente do primeiro carro. O tempo de reação do motorista do carro da frente, ou seja, o intervalo de tempo entre ele ver o animal na pista e pisar no freio, é de 0,5 s. Sabendo que, após acionado o pedal de freio, o módulo da aceleração do carro da frente foi de 5 m/s², responda:

a) O motorista do carro da frente conseguiu evitar o acidente?



Reação (t_0 a t_1)

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \Delta S = v \cdot \Delta t = 30 \cdot 0,5 = 15 \text{ m}$$

Brecada (t_1 a t_2)

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta S$$

$$0^2 = 30^2 + 2(-5) \cdot (\Delta S)$$

$$0 = 900 - 10 \cdot (\Delta S)$$

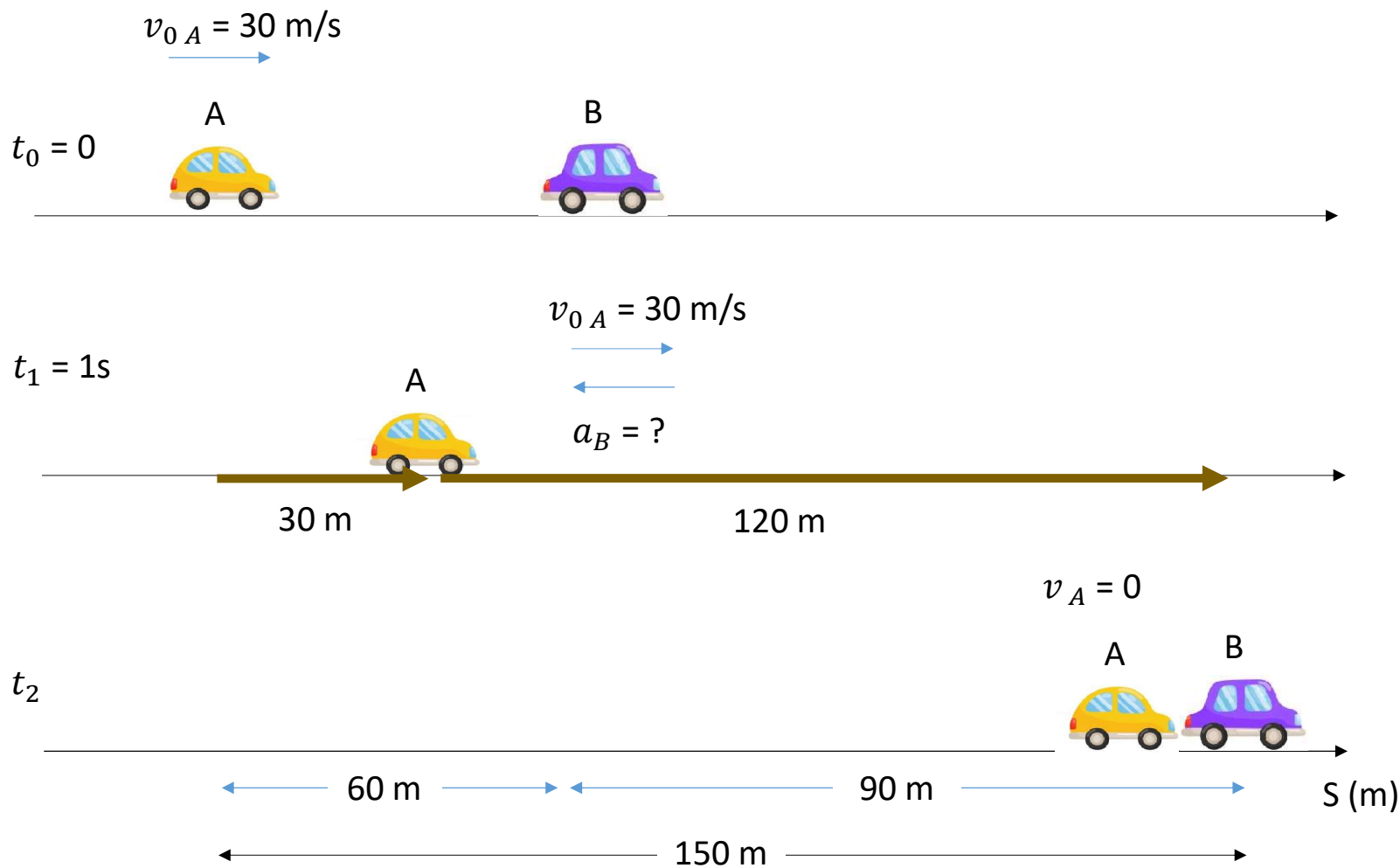
$$10 \cdot \Delta S = 900$$

$$\Delta S = 90 \text{ m}$$

$$\Delta S_{total} = 15 + 90 = 105 \text{ m}$$

O motorista da frente evitou o acidente.

b) O motorista de trás leva 1 s para reagir ao ver as luzes de freio do carro da frente. Qual deve ser a menor aceleração em módulo desse veículo para evitar a colisão com o carro da frente?



Reação (t_0 a t_1)

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \Delta S = v \cdot \Delta t$$

$$\Delta S = 30 \cdot 1 = 30\text{ m}$$

Brecada (t_1 a t_2)

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta S$$

$$0^2 = 30^2 + 2a \cdot (120)$$

$$0 = 900 + 240 \cdot a$$

$$-900 = 240 \cdot a$$

$$a = \frac{-900}{240} = -3,75\text{ m/s}^2$$

$$|a| = 3,75\text{ m/s}^2$$