O teorema da energia mecânica

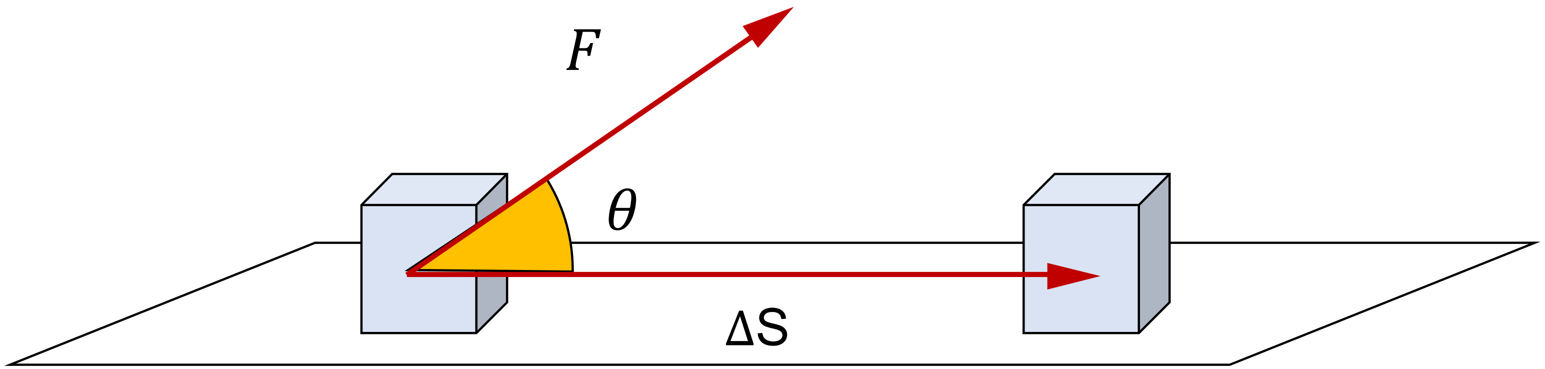
Aulas 28 e 29 / Pg. 379 / Alfa 4

Apresentação, orientação e tarefa: **fisicasp.com.br**

Professor Caio

1. Revisão: trabalho de uma força constante

Calcula a quantidade de energia que é transformada ou transferida



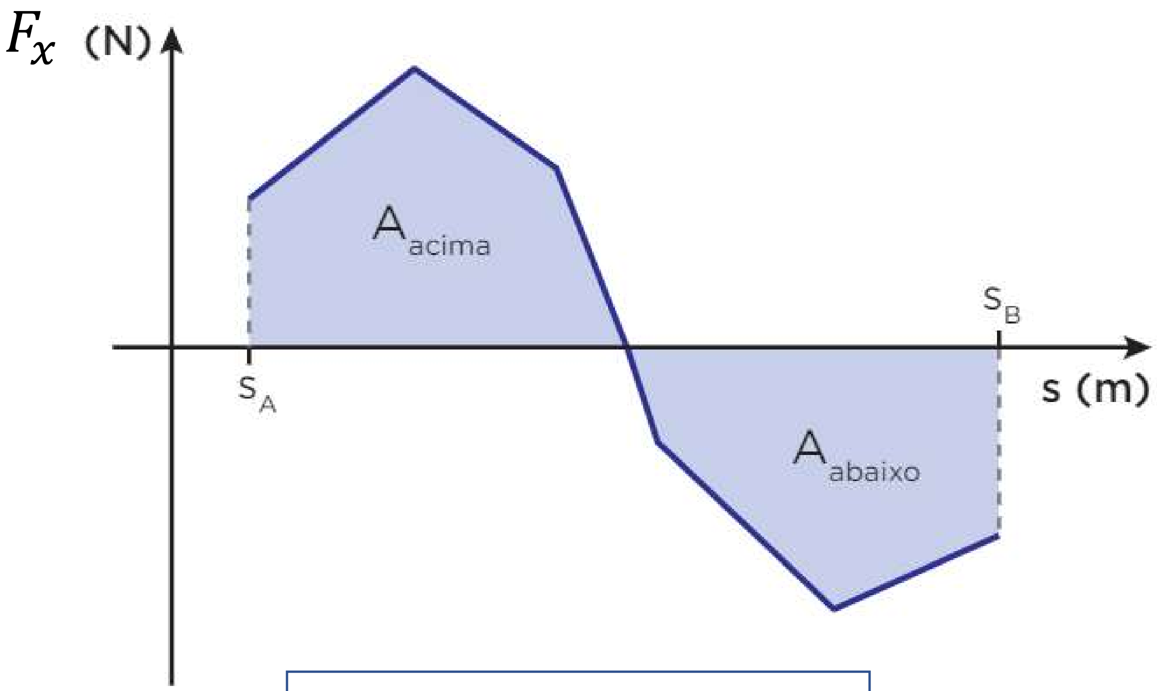
$$\boxed{\tau = F \,.\, \Delta S \,.\, \cos\theta}$$

SI: J N m

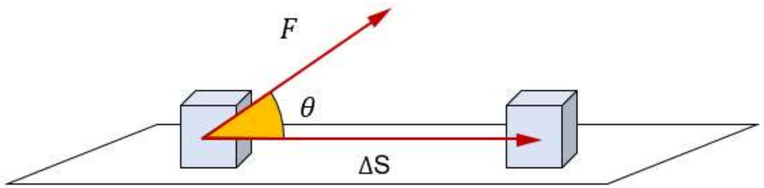
KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

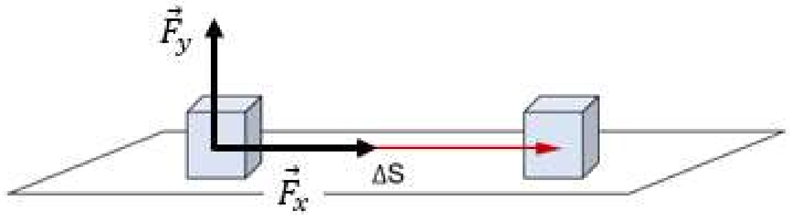
1. Revisão: trabalho de uma força variável

Gráfico da projeção de F na direção da trajetória



$$\tau_F \overset{N}{=} A_{acima} - A_{abaixo}$$

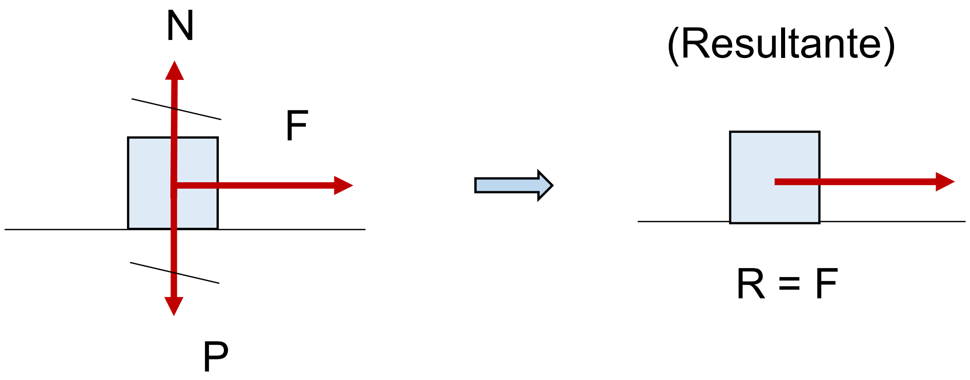




projeção de F na direção da trajetória : F_x

$$F_x = F \,.\, cos\,\theta$$

1. Revisão: trabalho da resultante

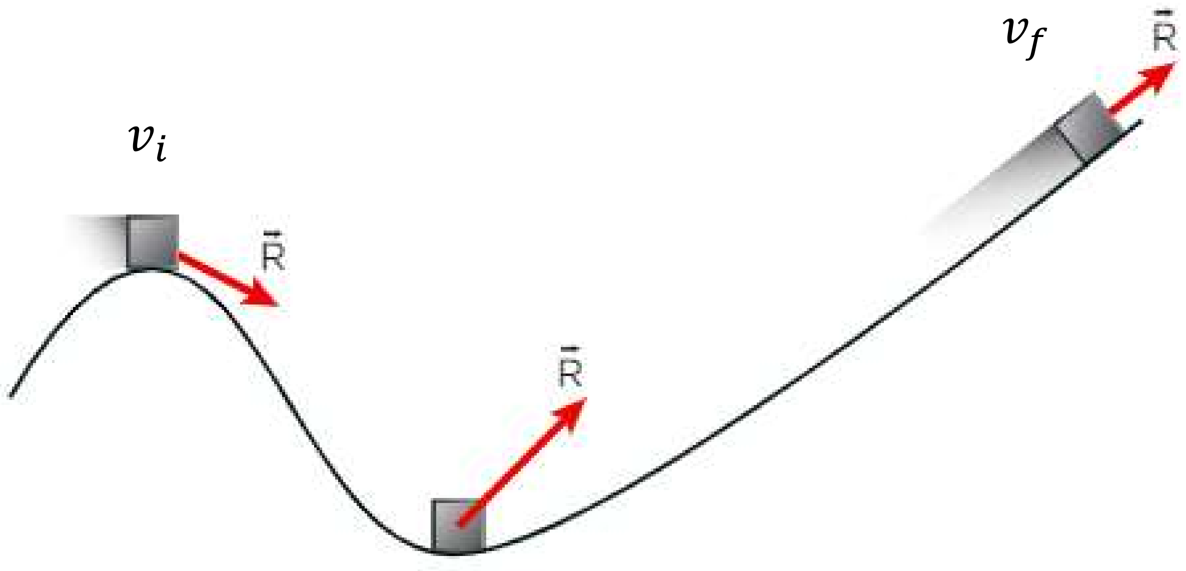


É uma força fictícia que, se existisse e atuasse sozinha, causaria o mesmo efeito dinâmico daquelas forças que compõem o sistema

$$\tau_R = \tau_F + \tau_P + \tau_N$$

1. Revisão: teorema da energia cinética

$$\tau_R = E_{c\,(f)} - E_{c\,(i)} = \Delta E_c$$



1. Revisão

Forças conservativas (FC)

- Força peso
- Força elástica
- Força elétrica

O trabalho não depende da trajetória

Forças não conservativas (FNC)

- As outras

O trabalho depende da trajetória

O teorema da energia potencial

$$\tau_{\text{F conservativa}} = E_{p\,(i)} - E_{p\,(f)}$$

$\tau_{\text{Força conservativa (FC)}}$: quantidade de energia potencial convertida em outra modalidade, ou vice-versa.

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Forças conservativas (FC)

- Força peso
- Força elástica
- Força elétrica

O trabalho não depende da trajetória

Forças não conservativas (FNC)

- As outras

O trabalho depende da trajetória

Energia mecânica

$$\mathrm{E_m = E_c + E_p}$$

- Energia cinética
  - $E_c = \frac{1}{2}\mathrm{m}\,.\,\mathrm{v}^2$
- Energia potencial
  - $E_{p\ grav} = m\,.\,g\,.\,h$
  - $E_{p\ elástica} = \frac{1}{2}k\,.\,x^2$
  - $E_{p\ elétrica} = \frac{k\,.\,Q\,.\,q}{r}$

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

2. Teorema da energia mecânica

$$\underset{\text{Forças não conservativas}}{\tau} = \Delta E_m = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

Sistema não conservativo

$$\underset{\text{Forças não conservativas}}{\tau} \neq 0$$

$$E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)} \neq 0$$

$$E_{m\,(f)} \neq E_{m\,(i)}$$

$$\boxed{\underset{\text{Forças não conservativas}}{\tau} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}}$$

Sistema conservativo

$$\underset{\text{Forças não conservativas}}{\tau} = 0$$

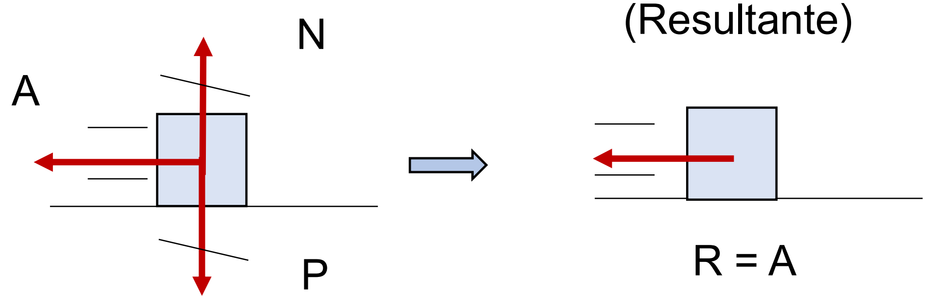
$$E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)} = 0$$

$$\boxed{E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)} = \text{cte}}$$

2. Teorema da energia mecânica: verificação

$$\tau_R = \tau_P + \tau_A + \tau_N$$

$$\tau_R = \tau_{FC} + \tau_{FNC}$$



$$\tau_R = E_{c\,(f)} - E_{c\,(i)}$$

$$\tau_{FC} = E_{p\,(i)} - E_{p\,(f)}$$

$$\tau_{FC} + \tau_{FNC} = E_{c\,(f)} - E_{c\,(i)}$$

$$E_{p\,(i)} - E_{p\,(f)} + \tau_{FNC} = E_{c\,(f)} - E_{c\,(i)}$$

$$\tau_{FNC} = E_{c\,(f)} - E_{c\,(i)} - E_{p\,(i)} + E_{p\,(f)}$$

$$\tau_{FNC} = E_{c\,(f)} + E_{p\,(f)} - E_{c\,(i)} - E_{p\,(i)}$$

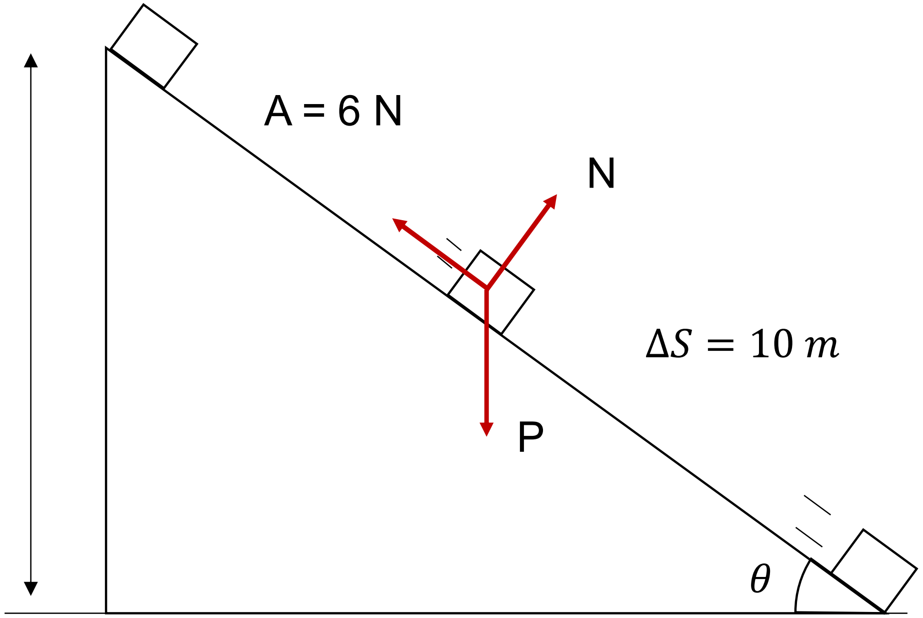
$$\boxed{\tau_{FNC} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}}$$

Exemplo 1

v_i = 0 $\rightarrow E_{c\,i}$ = 0

h_i = 8 m $\rightarrow E_{p\,i}$ = mgh = 2.10.8 = 160J

$\rightarrow E_{m\,i}$ = 160J



$$\tau_{FNC} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

τ_A = A . ΔS . cos 180 = 6 . 10 . (-1) = - 60 J

τ_N = 0

$\tau_{FNC} = \tau_A + \tau_N$ = - 60 + 0 = - 60 J

$$\tau_{FNC} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

$$-60 = 100 - 160$$

$$-60 = -60$$

- m = 2 kg
- g = 10 m/s²
- μ = 0,5
- senθ = 0,8
- cos θ = 0,6
- A = 6 N

v_f = 10 m/s $\rightarrow E_{c\,f} = \frac{mv^2}{2} = \frac{2.\,10^2}{2}$ = 100 J

h_f = 0 $\rightarrow E_{p\,f}$ = 0

$\rightarrow E_{m\,f}$ = 100J

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Exemplo 2

- m = 2 kg
- g = 10 m/s²
- senθ = 0,8
- cos θ = 0,6

v_i = 0 $\rightarrow E_{c\ i}$ = 0

h_i = 0,8 m $\rightarrow E_{p\ i}$ = mgh = 2.10.0,8 = 16J

$\rightarrow E_{m\ i}$ = 16 J

$$\tau_{FNC} = E_{m\ (f)} - E_{m\ (i)}$$

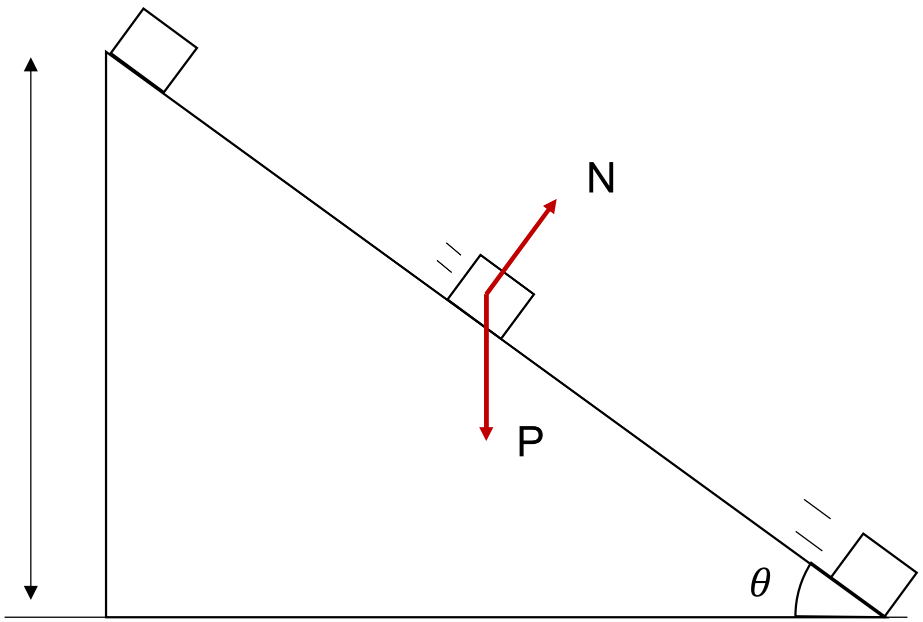
$$\tau_N = 0 \quad \rightarrow \tau_{FNC} = 0$$

$$\tau_{FNC} = E_{m\ (f)} - E_{m\ (i)}$$

$$0 = E_{m\ (f)} - E_{m\ (i)}$$

$$E_{m\ (i)} = E_{m\ (f)}$$

$$16 = 16$$

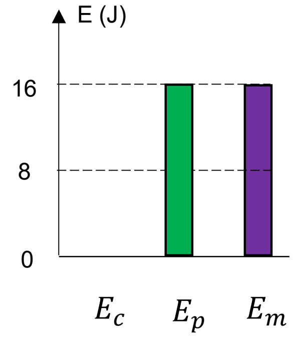


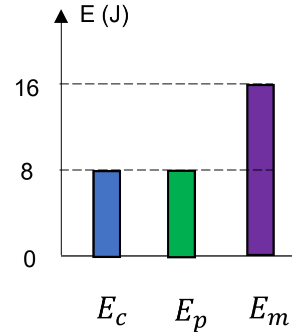
v_f = 4 m/s $\rightarrow E_{c\ f} = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{2.\,4^2}{2}$ = 16 J

h_f = 0 $\rightarrow E_{p\ f}$ = 0

$\rightarrow E_{m\ f}$ = 16J

Exemplo 2



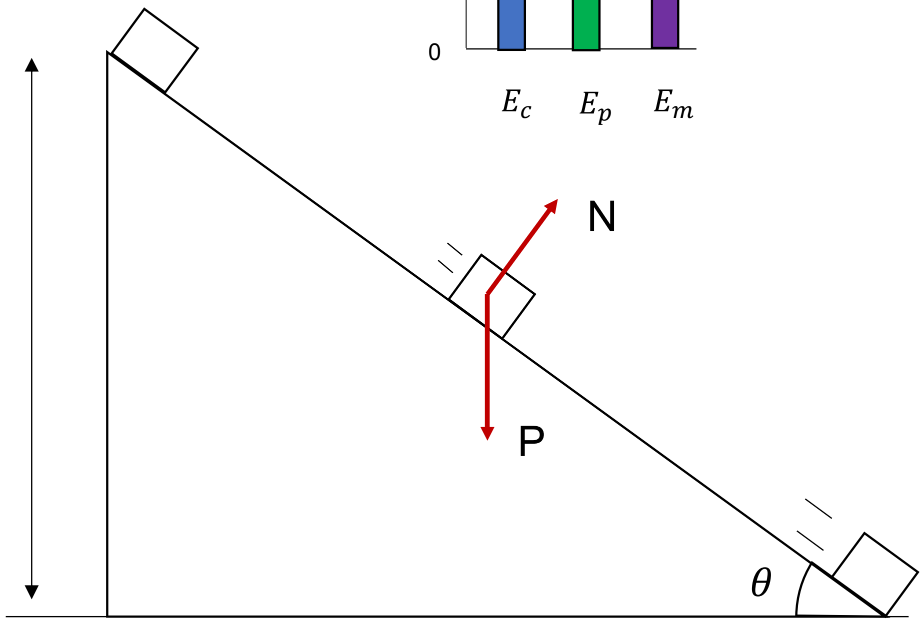


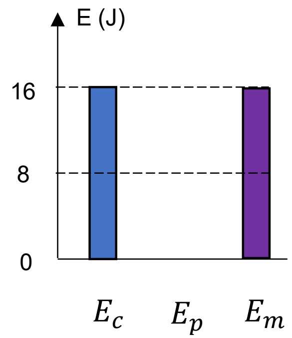
$$\tau_{FNC} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

$$\tau_N = 0 \rightarrow \tau_{FNC} = 0$$

$$0 = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

$$E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$



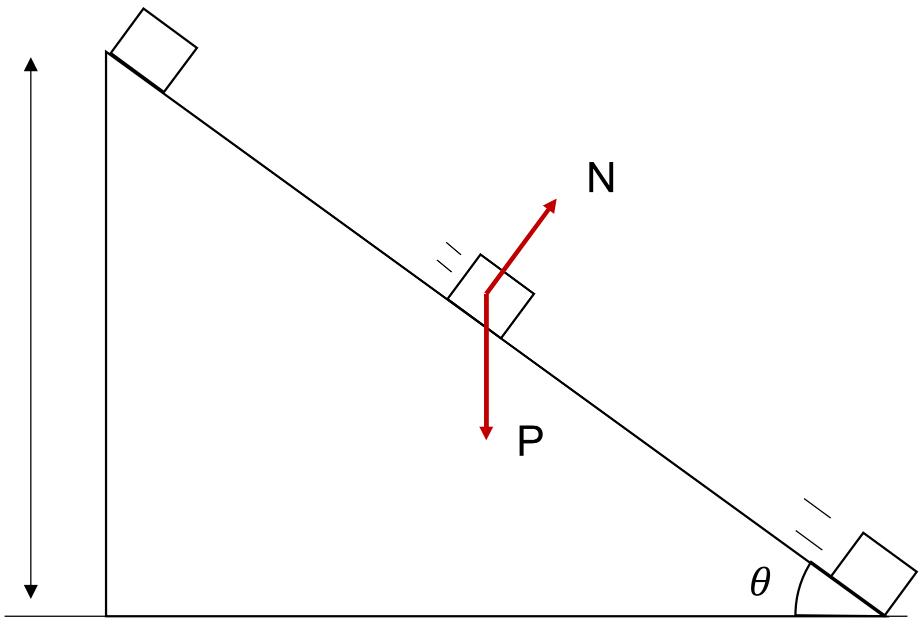


Exemplo 3

- g = 10 m/s²

$v_i = 0$

$h_i = 20$ m



$v_f = ?$

$h_f = 0$

$$\tau_N = 0 \quad \rightarrow \tau_{FNC} = 0$$

$$E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$

$$E_{c\,(f)} = E_{p\,(i)}$$

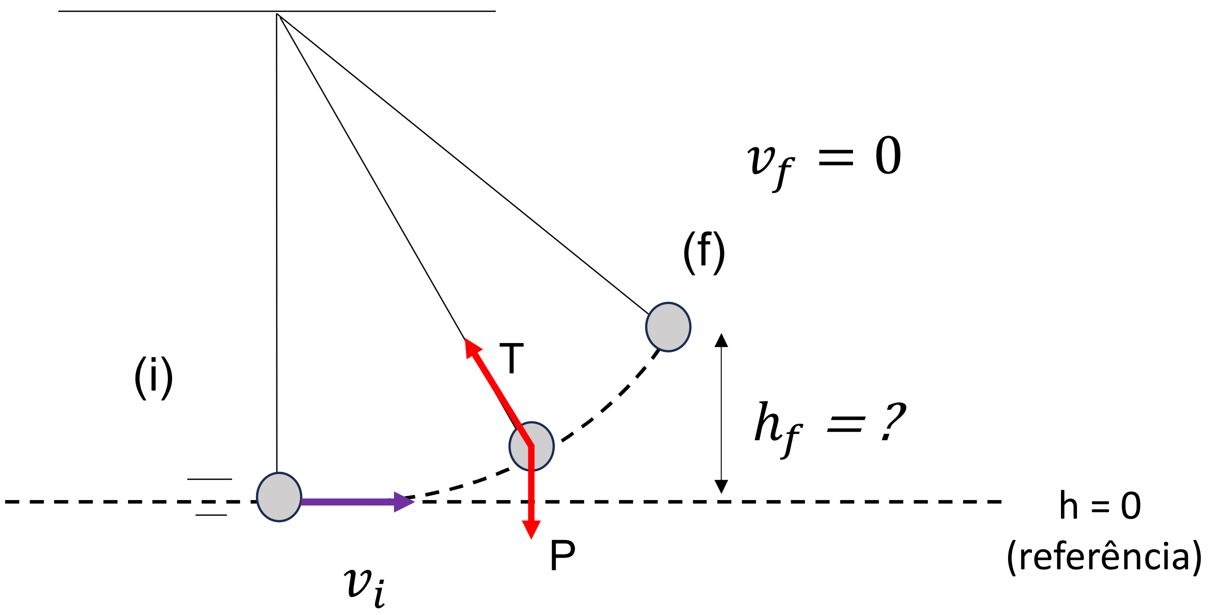
$$\frac{\cancel{m}\cdot v^2}{2} = \cancel{m}gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2.10.20}$$

$$\boxed{\therefore v_f = 20\ m/s}$$

Exemplo 4



Calcule a altura máxima atingida pelo corpo. Despreze os atritos.

$$\tau_T = 0 \quad \rightarrow \tau_{FNC} = 0$$

$$E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$

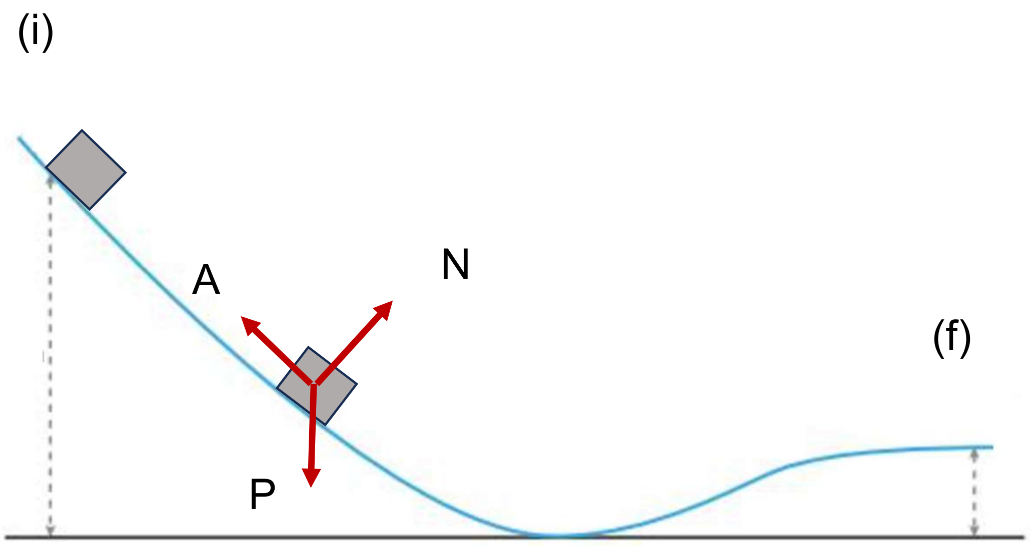
$$\cancel{m}gh_f = \frac{\cancel{m}\cdot {v_i}^2}{2}$$

$$h_f = \frac{{v_i}^2}{2g}$$

Exemplo 5

Considere um corpo que desliza em uma pista com atrito.

Calcule a quantidade de energia mecânica dissipada.



$$\left.\begin{array}{l} \tau_A \neq 0 \\ \tau_N = 0 \end{array}\right\}$$

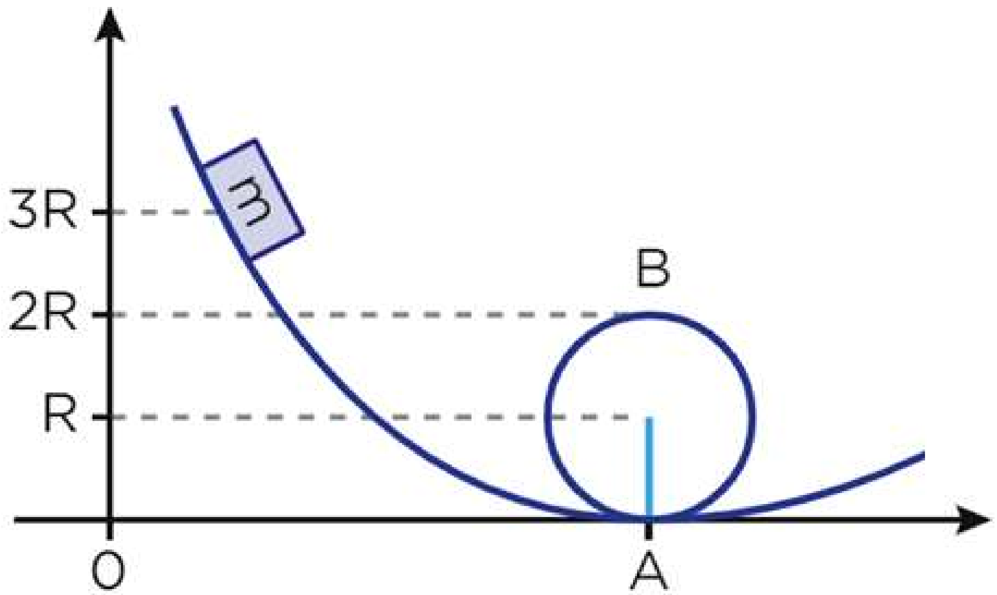
$$\tau_{FNC} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

$$\tau_{Atrito} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

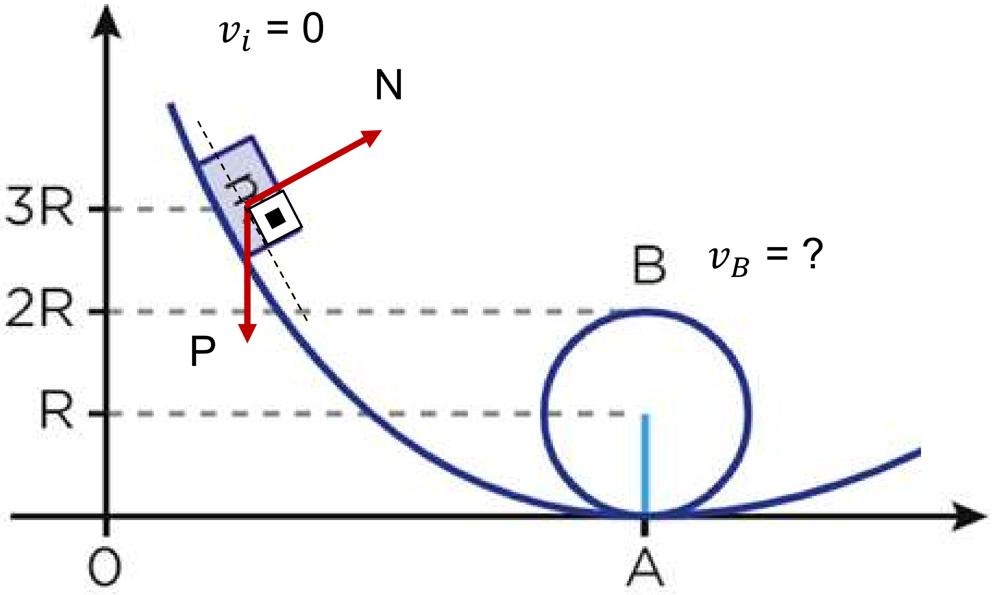
$$E_{m\,(diss)} = |\tau_{(Atrito)}|$$

Exercícios da apostila

1. (UFPR) Uma pista de lançamento foi montada contendo uma parte circular, de raio R conforme mostra a figura abaixo. A pista está apoiada sobre a superfície da Terra, considerada como sendo um referencial inercial. A aceleração gravitacional no local é assumida como constante e tem módulo g. O ponto A está na parte mais baixa do trajeto circular, junto ao chão, e o ponto B está na parte mais alta do trajeto circular, numa altura 2R em relação ao chão. Um objeto de massa m está colocado no início da pista, num ponto que fica a uma altura 3R do chão, e está inicialmente em repouso. Para esse problema, todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados. O objeto inicia o movimento a partir do repouso, desce a rampa, passa pelo ponto A, executa loop no sentido anti-horário passando pelo ponto B, volta ao ponto A e sai pela extremidade direita da pista. Com base nesses dados, obtenha uma expressão algébrica para o módulo da velocidade v_B do objeto quando ele passa pelo ponto B após ser liberado a partir do repouso. Na expressão, somente devem aparecer dados fornecidos no problema.



- g
- todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados (sem atrito)
- v_B = ?



$$E_{m\,(B)} = E_{m\,(i)}$$

$$E_{c\,(B)} + E_{p\,(B)} = E_{p\,(i)}$$

$$\frac{\cancel{m}\,.v^2{}_B}{2} + \cancel{m}.\text{g}.h_B = \cancel{m}.\text{g}.h_i$$

$$\frac{v^2{}_B}{2} + \text{g}.(2R) = \text{g}.(3\text{R})$$

$$\frac{v^2{}_B}{2} = 3\text{g.R} - 2\text{gR}$$

$$\frac{v^2{}_B}{2} = \text{g.R}$$

$$v^2{}_B = 2\text{g.R}$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2gR}}$$

- $\tau_N = 0$

$\tau = 0$ (F não conservativas) $\Rightarrow$ $E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$

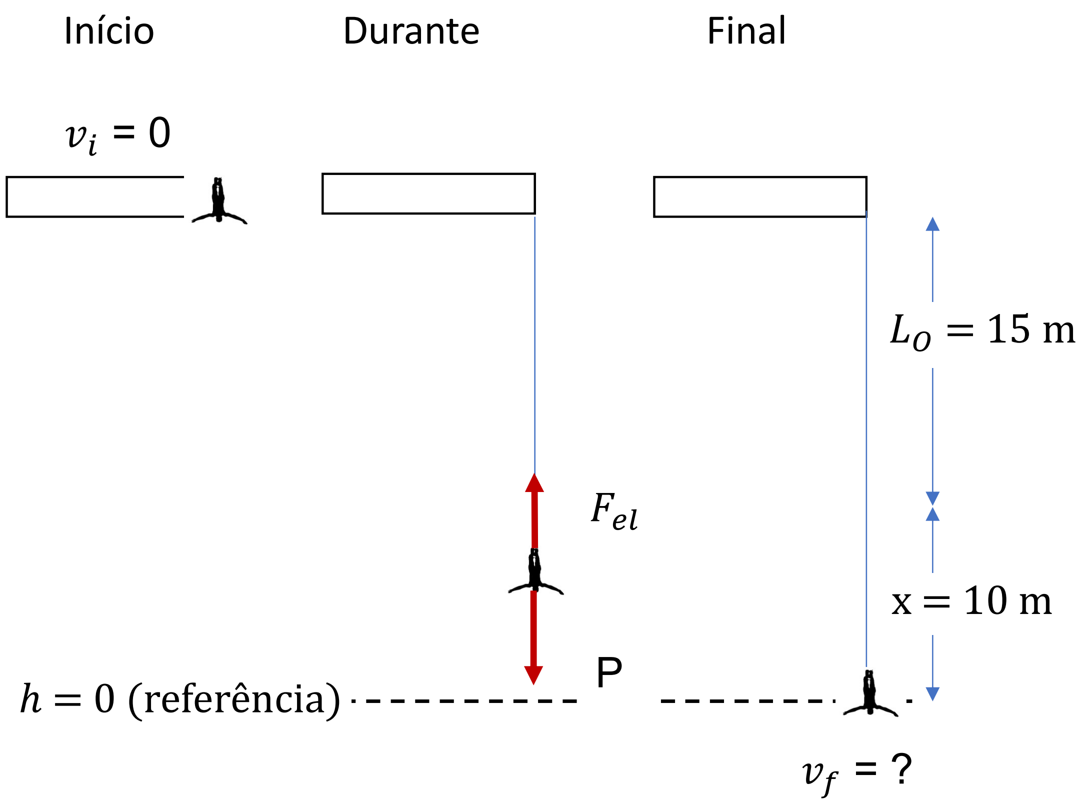
2. (Fuvest-SP) Helena, cuja massa é 50 kg, pratica o esporte radical bungee jumping. Em um treino, ela se solta da beirada de um viaduto, com velocidade inicial nula, presa a uma faixa elástica de comprimento natural L_0 = 15 m e constante elástica k = 250 N/m. Quando a faixa está esticada 10 m além de seu comprimento natural, o módulo da velocidade de Helena é

a) 0 m/s
b) 5 m/s
c) 10 m/s
d) 15 m/s
e) 20 m/s

Note e adote:
. Aceleração da gravidade: 10 m/s².
. A faixa é perfeitamente elástica; sua massa e efeitos dissipativos devem ser ignorados.

2. (Fuvest-SP) Helena, cuja massa é 50 kg, pratica o esporte radical bungee jumping. Em um treino, ela se solta da beirada de um viaduto, com velocidade inicial nula, presa a uma faixa elástica de comprimento natural L_0 = 15 m e constante elástica k = 250 N/m. Quando a faixa está esticada 10 m além de seu comprimento natural, o módulo da velocidade de Helena é

$$\underset{\text{F não conservativas}}{\tau} = 0 \Rightarrow E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$



$$E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$

$$E_{p\,el\,(f)} + E_{c\,(f)} = E_{p\,g\,(i)}$$

$$\frac{k\,.\,x^2}{2} + \frac{m\,.v^2{}_f}{2} = mgh_{\,(i)}$$

$$\frac{250\,.\,10^2}{2} + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 50.10.25$$

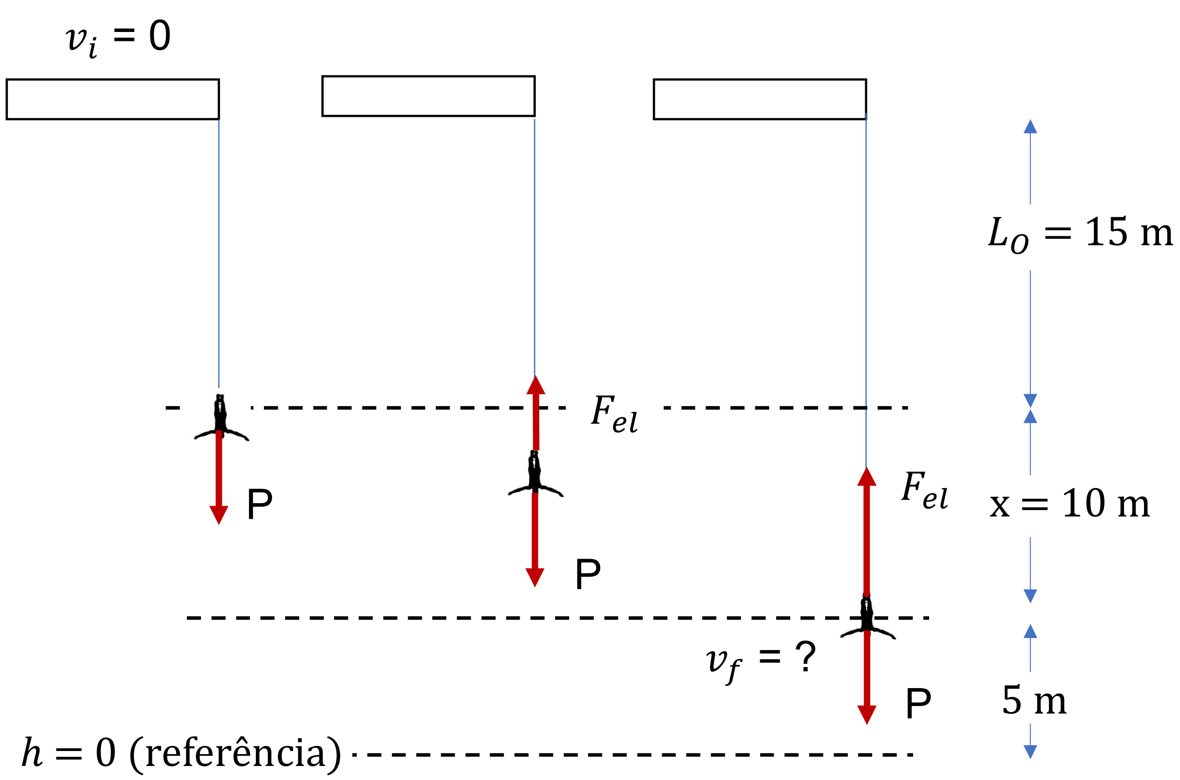
$$12500 + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 12500$$

$$\frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 0$$

$$\boxed{v_f = 0}$$

E se a altura de referência for colocada 5 m abaixo da posição final de Helena?

Salvo alguma especificidade do enunciado, a mudança na referência não altera o resultado!



$$E_{p\ el\ (f)} + E_{p\ g\ (f)} + E_{c\ (f)} = E_{p\ g\ (i)}$$

$$\frac{k\ .\ x^2}{2} + \frac{m\ .v^2{}_f}{2} + mgh_{(f)} = mgh_{(i)}$$

$$\frac{250\ .\ 10^2}{2} + \frac{50\ .v^2{}_f}{2} + 50.10.5 = 50.10.30$$

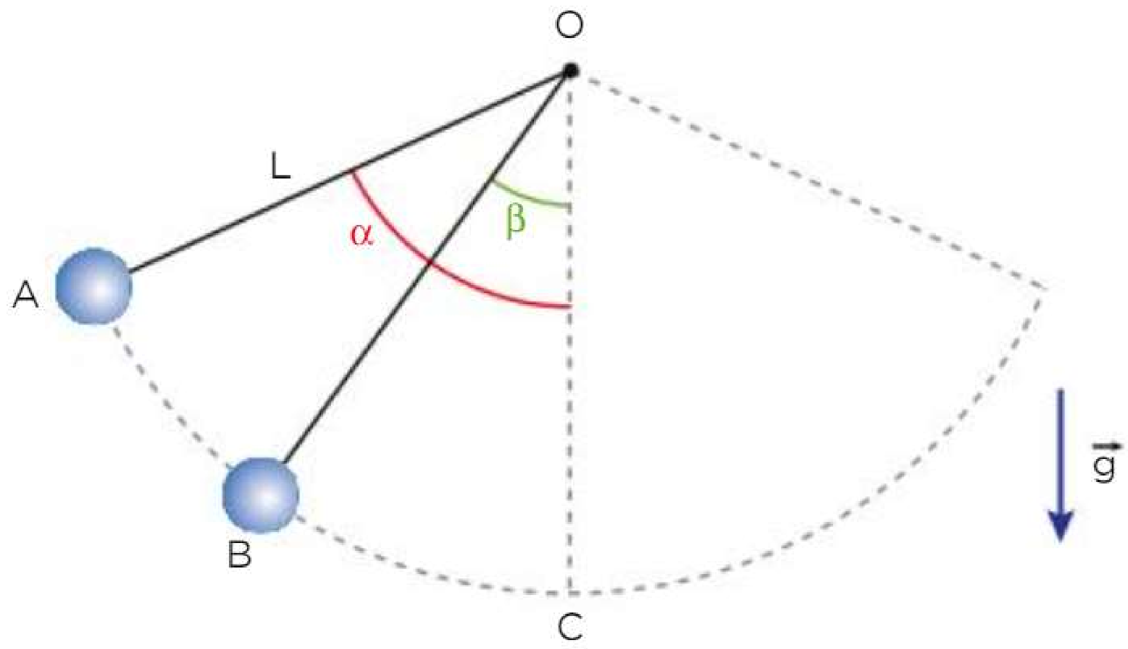
$$12500 + \frac{50\ .v^2{}_f}{2} + 2500 = 15000$$

$$15000 + \frac{50\ .v^2{}_f}{2} = 15000$$

$$\frac{50\ .v^2{}_f}{2} = 0 \qquad \boxed{v_f = 0}$$

3. (FCMSCSP) Um pêndulo é constituído de uma pequena esfera de massa m presa por meio de um fio ideal de comprimento L a um ponto fixo O. A esfera é abandonada do repouso do ponto A, com o fio inclinado de um ângulo a com a vertical. Depois de passar algumas vezes pelo ponto C, a esfera para instantaneamente no ponto B, com o fio inclinado de um ângulo b com a vertical.

Considerando sen α = 0,9, cos α = 0,4, sen β = 0,6 e cos β = 0,8, a energia mecânica dissipada, desde o início das oscilações até a parada instantânea no ponto B, foi igual a

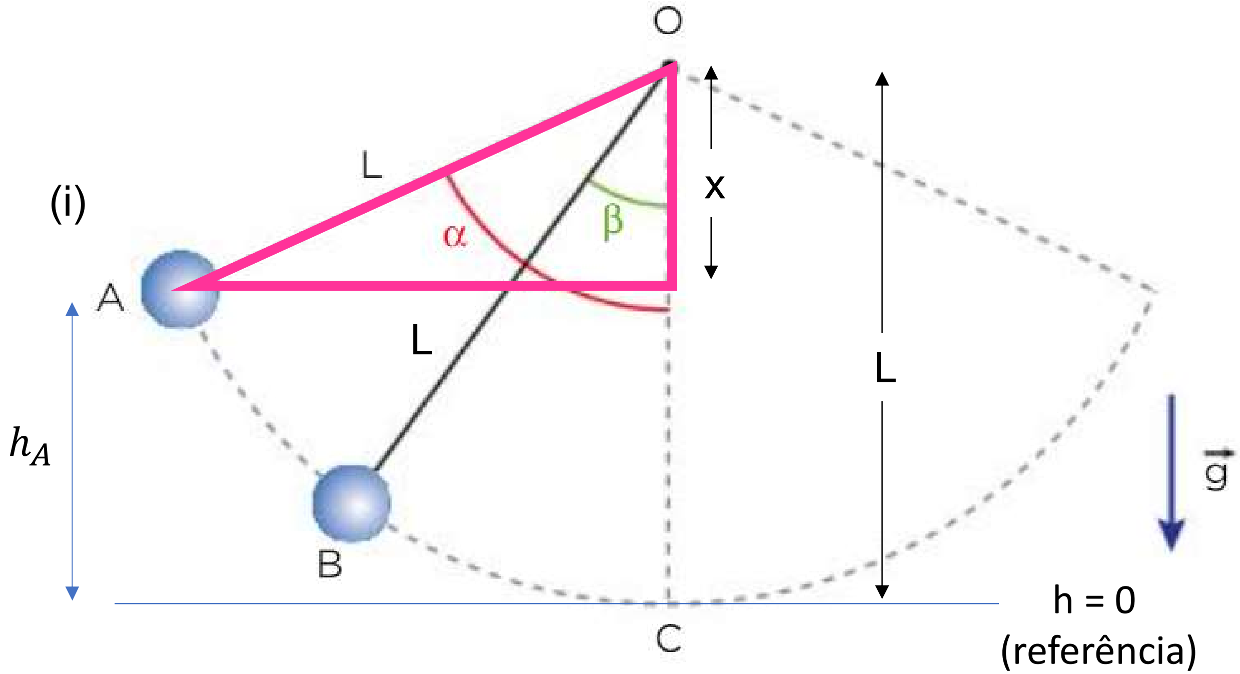


a) 0,8 mgL
b) 0,4 mgL
c) 0,2 mgL
d) 0,5 mgL
e) 0,6 mgL

3. (FCMSCSP) Um pêndulo é constituído de uma pequena esfera de massa m presa por meio de um fio ideal de comprimento L a um ponto fixo O. A esfera é abandonada do repouso do ponto A, com o fio inclinado de um ângulo α com a vertical. Depois de passar algumas vezes pelo ponto C, a esfera para instantaneamente no ponto B, com o fio inclinado de um ângulo β com a vertical.

Considerando sen α = 0,9, **cos α = 0,4**, sen β = 0,6 e **cos β = 0,8**, a energia mecânica dissipada, desde o início das oscilações até a parada instantânea no ponto B, foi igual a

(i)



$$\cos\alpha = \frac{CA}{HIP}$$

$$0,4 = \frac{x}{L}$$

$$x = 0,4L$$

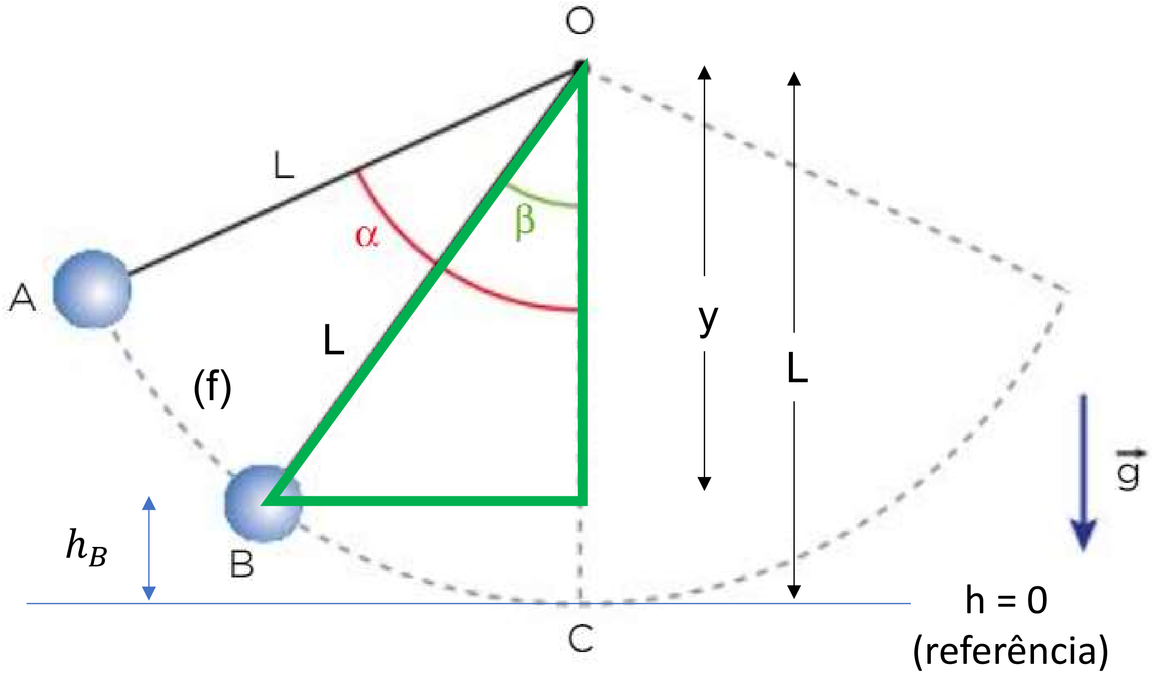
$$h_A = L - x$$

$$h_A = L - 0,4L$$

$$h_A = 0,6L$$

3. (FCMSCSP) Um pêndulo é constituído de uma pequena esfera de massa m presa por meio de um fio ideal de comprimento L a um ponto fixo O. A esfera é abandonada do repouso do ponto A, com o fio inclinado de um ângulo α com a vertical. Depois de passar algumas vezes pelo ponto C, a esfera para instantaneamente no ponto B, com o fio inclinado de um ângulo β com a vertical.

Considerando sen α = 0,9, **cos α = 0,4**, sen β = 0,6 e **cos β = 0,8**, a energia mecânica dissipada, desde o início das oscilações até a parada instantânea no ponto B, foi igual a



$$\cos\beta = \frac{CA}{HIP}$$

$$0{,}8 = \frac{y}{L}$$

$$y = 0{,}8L$$

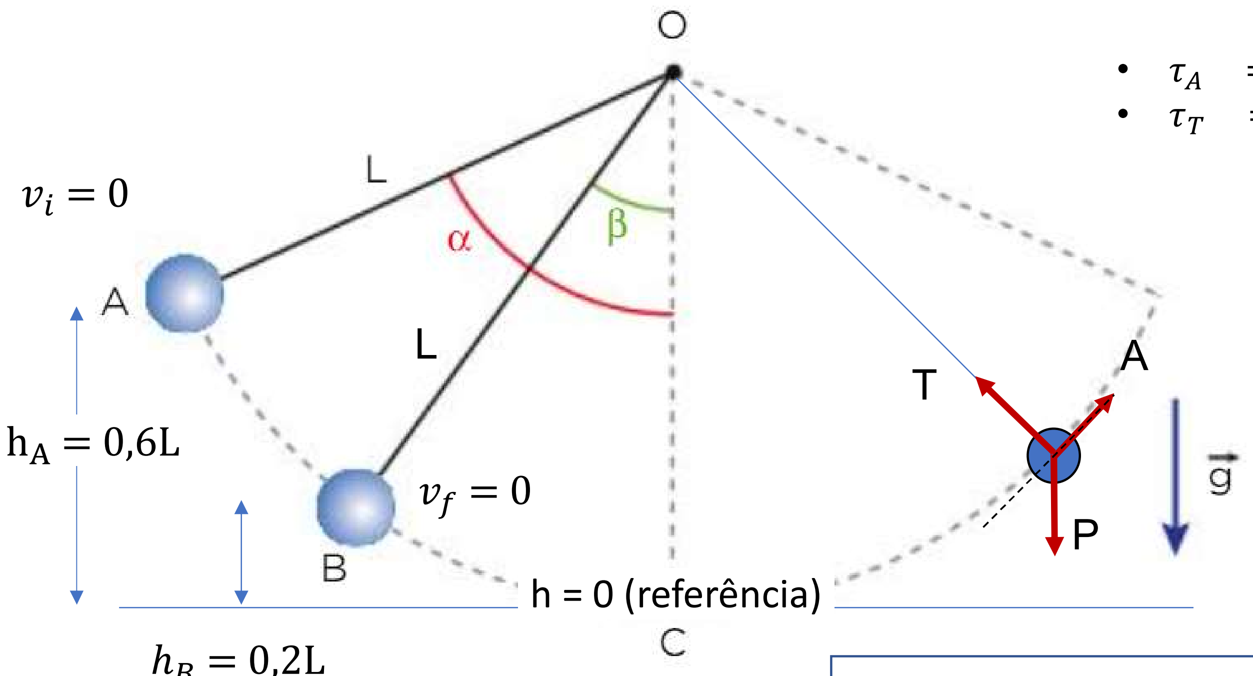
$$h_B = L - y$$

$$h_B = L - 0{,}8L$$

$$h_B = 0{,}2L$$

3. (FCMSCSP) Um pêndulo é constituído de uma pequena esfera de massa m presa por meio de um fio ideal de comprimento L a um ponto fixo O. A esfera é abandonada do repouso do ponto A, com o fio inclinado de um ângulo α com a vertical. Depois de passar algumas vezes pelo ponto C, a esfera para instantaneamente no ponto B, com o fio inclinado de um ângulo β com a vertical.

Considerando sen α = 0,9, cos α = 0,4, sen β = 0,6 e cos β = 0,8, a **energia mecânica dissipada**, desde o início das oscilações até a parada instantânea no ponto B, foi igual a



$v_i = 0$

$h_A = 0{,}6L$

$v_f = 0$

$h_B = 0{,}2L$

- $\tau_A \neq 0$
- $\tau_T = 0$

$\tau_{\text{F não conservativas}} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$

$\tau_A = E_{p\,g\,(f)} - E_{p\,g\,(i)}$

$\tau_A = mgh_{(f)} - mgh_{(i)}$

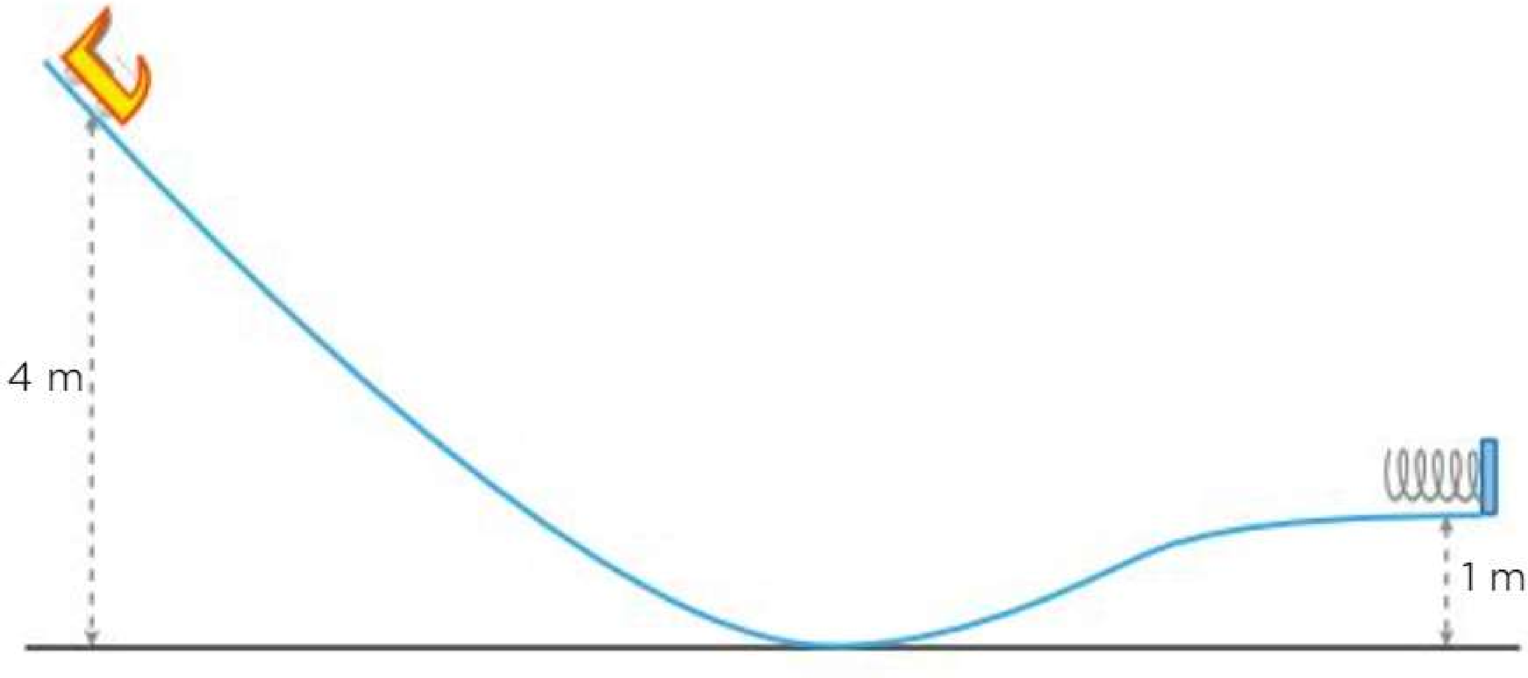
$\tau_A = mg(h_{(f)} - h_{(i)})$

$\tau_A = mg.(-\,0{,}4L) = -\,0{,}4\ mgL$

$$\boxed{E_{m\,(diss)} = |\tau_{\text{FNC (Atrito)}}| = 0{,}4\ mgL}$$

4. Em um brinquedo de playground, um carrinho, de massa igual a 50 kg, é abandonado de uma altura de 4 m, percorre uma pista, e atinge uma mola no final do percurso. No carrinho cabem duas crianças, de 35 kg cada uma. Quando o carrinho para devido à ação da mola, uma trava é acionada, permitindo a saída das crianças. Na posição indicada na figura, a velocidade do carrinho é igual a 3,6 km/h. Considere como referência para a energia potencial gravitacional a altura da mola no final do percurso. Sabendo-se que a mola é comprimida de 1 m, e que houve uma dissipação de 20% da energia mecânica inicial ao longo do movimento, a constante elástica da mola utilizada é igual a:

a) 1 464 N/m
b) 2 928 N/m
c) 4 392 N/m
d) 5 856 N/m
e) 7 320 N/m



4. Em um brinquedo de playground, um carrinho, de massa igual a 50 kg, é abandonado de uma altura de 4 m, percorre uma pista, e atinge uma mola no final do percurso. No carrinho cabem duas crianças, de 35 kg cada uma. Quando o carrinho para devido à ação da mola, uma trava é acionada, permitindo a saída das crianças. Na posição indicada na figura, a velocidade do carrinho é igual a 3,6 km/h. Considere como referência para a energia potencial gravitacional a altura da mola no final do percurso. Sabendo-se que a mola é comprimida de 1 m, e que houve uma dissipação de 20% da energia mecânica inicial ao longo do movimento, a constante elástica da mola utilizada é igual a:

$$E_{m\,(f)} = 0{,}8.\,E_{m\,(i)}$$

$$E_{p\,el\,(f)} = 0{,}8.\,(E_{c\,(i)} + E_{p\,g\,(i)})$$

$$\frac{k\,.\,x^2}{2} = 0{,}8.\,(\frac{m\,.v^2{}_i}{2} + \mathrm{m.g.}h_i)$$

$$\frac{k\,.\,1^2}{2} = 0{,}8.\,(\frac{120\,.\,1^2}{2} + 120.10.3)$$

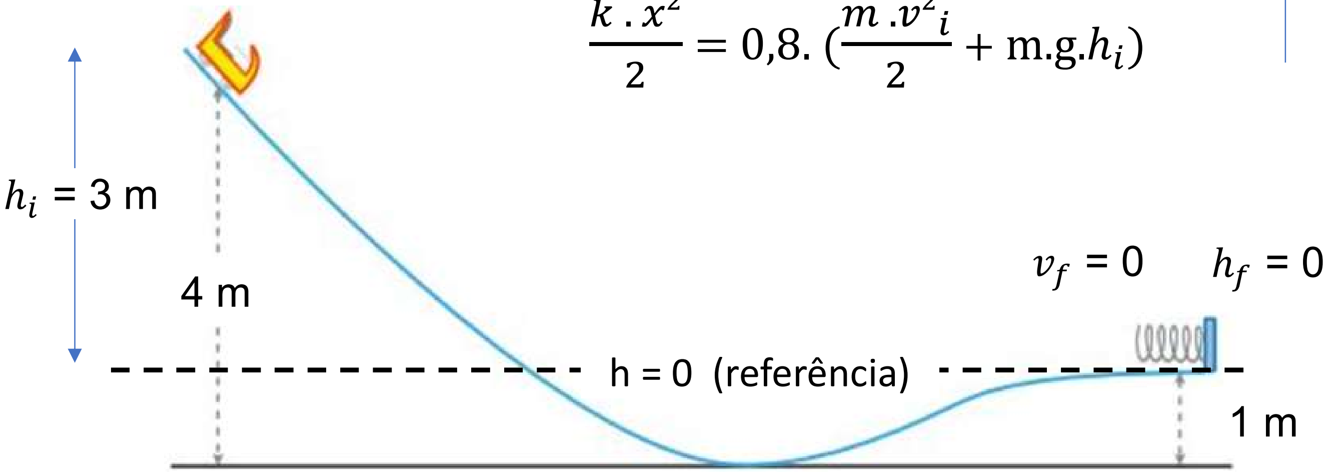
$$\frac{k}{2} = 0{,}8.\,(60 + 3600)$$

$$\frac{k}{2} = 0{,}8.\,(3660)$$

$$\frac{k}{2} = 2928$$

$$\boxed{\mathrm{k} = 5856\ \mathrm{N/m}}$$

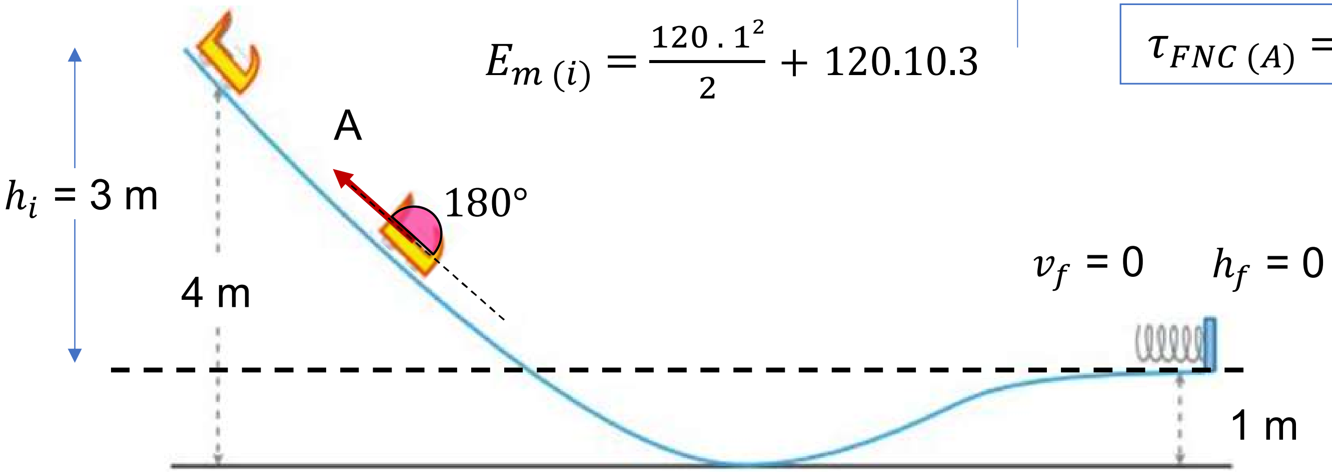
$v_i = 3{,}6\ \mathrm{km/h} = 1\ \mathrm{m/s}$



4. Em um brinquedo de playground, um carrinho, de massa igual a 50 kg, é abandonado de uma altura de 4 m, percorre uma pista, e atinge uma mola no final do percurso. No carrinho cabem duas crianças, de 35 kg cada uma. Quando o carrinho para devido à ação da mola, uma trava é acionada, permitindo a saída das crianças. Na posição indicada na figura, a velocidade do carrinho é igual a 3,6 km/h. Considere como referência para a energia potencial gravitacional a altura da mola no final do percurso. Sabendo-se que a mola é comprimida de 1 m, e que houve uma dissipação de 20% da energia mecânica inicial ao longo do movimento, a constante elástica da mola utilizada é igual a:

MUITA ATENÇÃO!

$v_i = 3{,}6 \text{ km/h}$
$= 1 \text{ m/s}$



Referência do enunciado

$$E_{\mathrm{m\ (i)}} = E_{c\ (i)} + E_{p\ g\ (i)}$$

$$E_{m\ (i)} = \frac{m\ .v^2{}_i}{2} + \mathrm{m.g.}h_i$$

$$E_{m\ (i)} = \frac{120\ .\ 1^2}{2} + 120.10.3$$

$$E_{m\ (i)} = 3600\ \mathrm{J}$$

$$\tau_{FNC\ (A)} = -\ 0{,}2\ (3600)$$

$$\boxed{\tau_{FNC\ (A)} = -\ 720\mathrm{J}}$$

Referência chão

$$E_{\mathrm{m\ (i)}} = E_{c\ (i)} + E_{p\ g\ (i)}$$

$$E_{m\ (i)} = \frac{m\ .v^2{}_i}{2} + \mathrm{m.g.}h_i$$

$$E_{m\ (i)} = \frac{120\ .\ 1^2}{2} + 120.10.4$$

$$E_{m\ (i)} = 4860\ \mathrm{J}$$

$$\tau_{FNC\ (A)} = -\ 0{,}2\ (4860)$$

$$\boxed{\tau'_{FNC\ (A)} = -\ 972\mathrm{J}}$$