

Dinâmica do movimento circular e variado no plano vertical

Aula 31 / Página 384 / Alfa 4 / Setor A

Apresentação e demais documentos: fisicasp.com.br

Professor Caio – Física

A long time ago in a galaxy far,
far away....

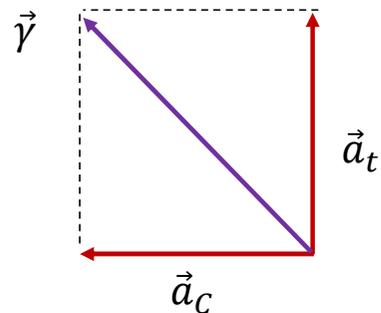
1. Revisão: aceleração vetorial ($\vec{\gamma}$)

Aceleração vetorial ($\vec{\gamma}$)

Mudança na

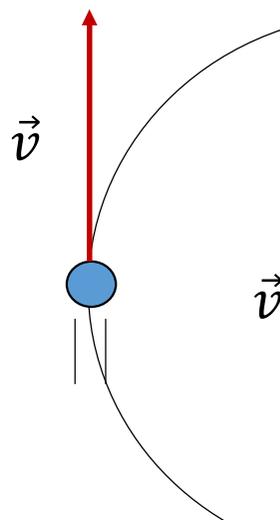


Velocidade vetorial (\vec{v})



Indica que o corpo fica mais rápido ou mais devagar

Indica que o corpo faz curva



\vec{v}

- Intensidade / módulo: $|\vec{v}| = |v|$
- direção: tangente à trajetória
- sentido: o mesmo do movimento



Intensidade da velocidade vetorial

módulo da velocidade escalar

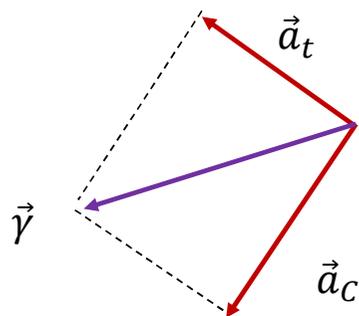
2. Dinâmica do movimento circular variado (MCV)

Trajectoria circular \leftarrow \rightarrow

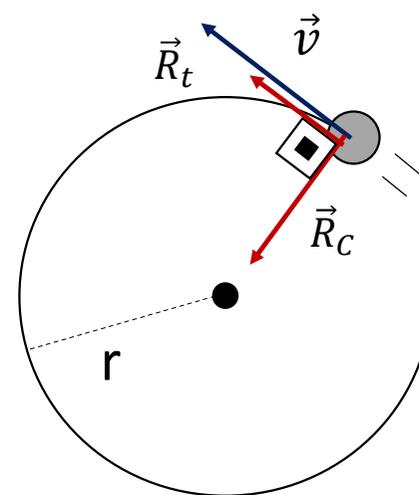
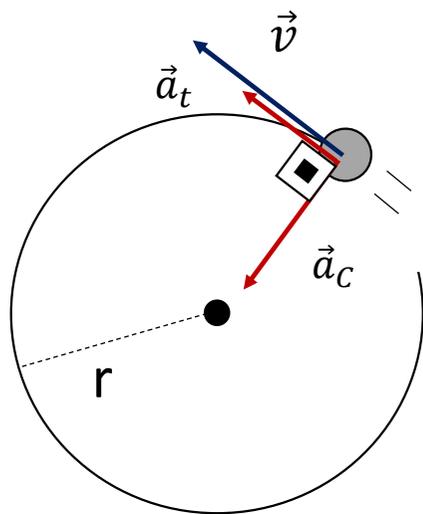
$|\vec{v}|$ varia
 ω varia

$$\vec{\gamma} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

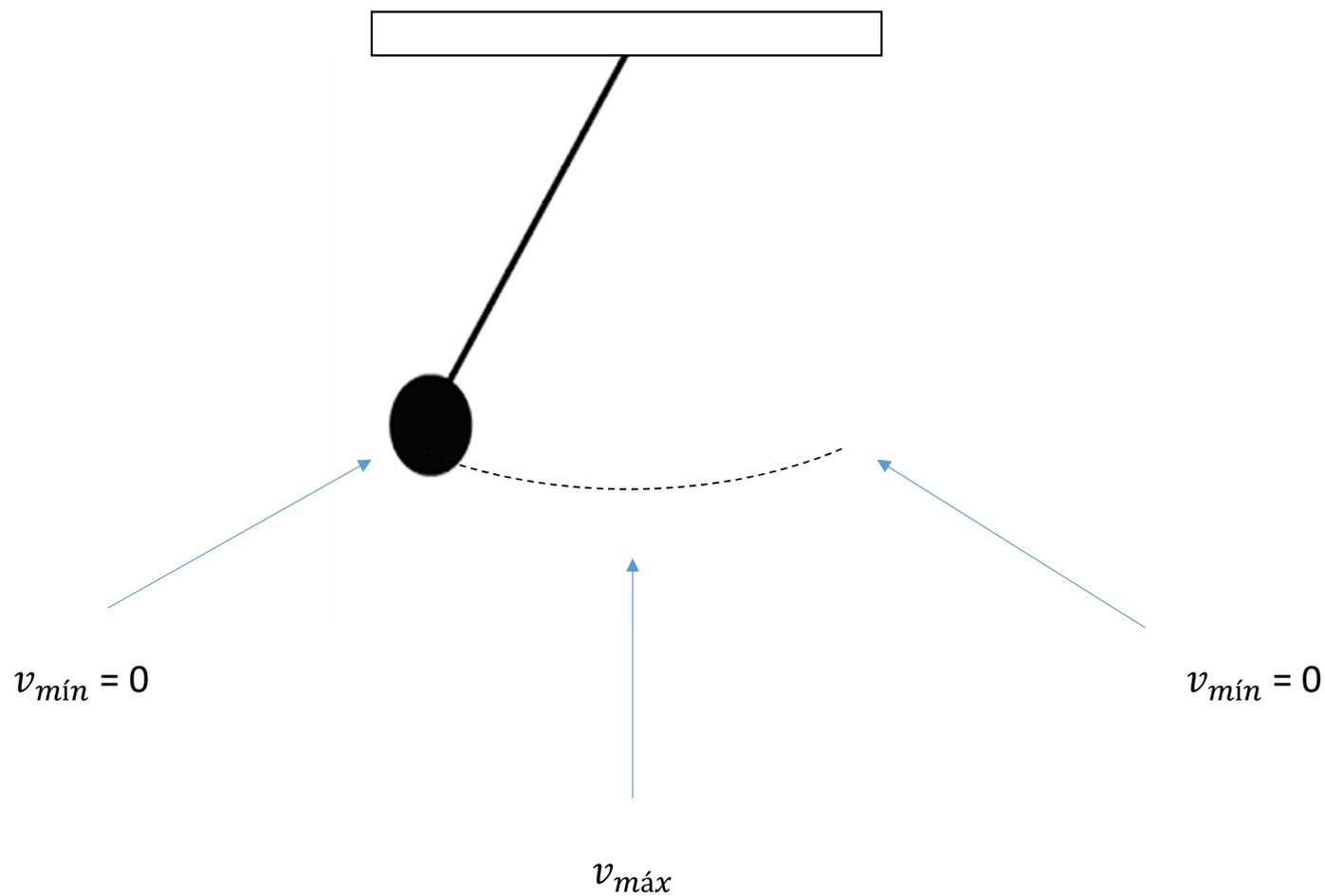
$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$



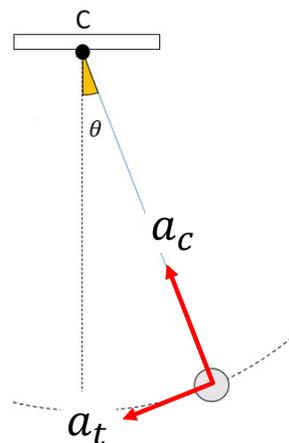
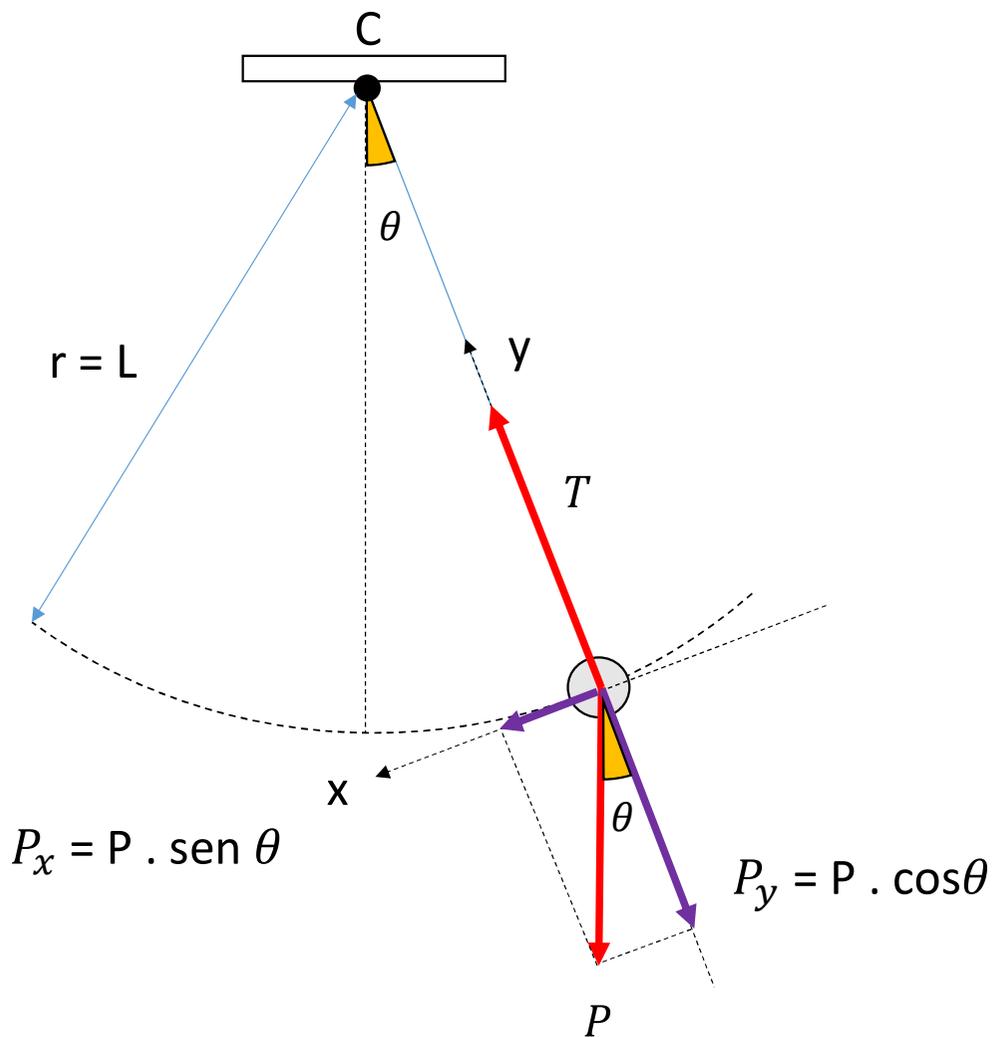
$$\vec{R} = m \cdot \vec{\gamma} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_c = m \cdot \vec{a}_c \\ \vec{R}_t = m \cdot \vec{a}_t \end{array} \right.$$



Exemplo 1: pêndulo simples



Exemplo 1: pêndulo simples – qualquer posição e v



Eixo x

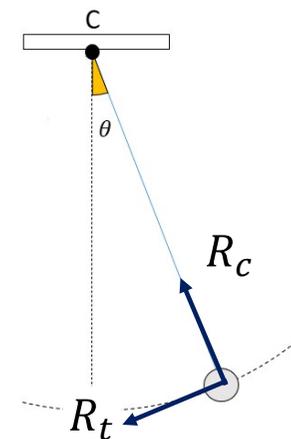
$$R_t = m \cdot a_t$$

$$P \cdot \text{sen } \theta = m \cdot a_t$$

~~$$m \cdot g \cdot \text{sen } \theta = m \cdot a_t$$~~

$$a_t = g \cdot \text{sen } \theta$$

↳ varia → não é MUV



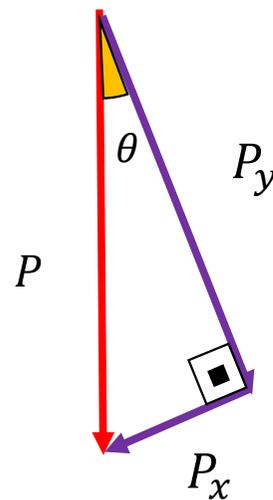
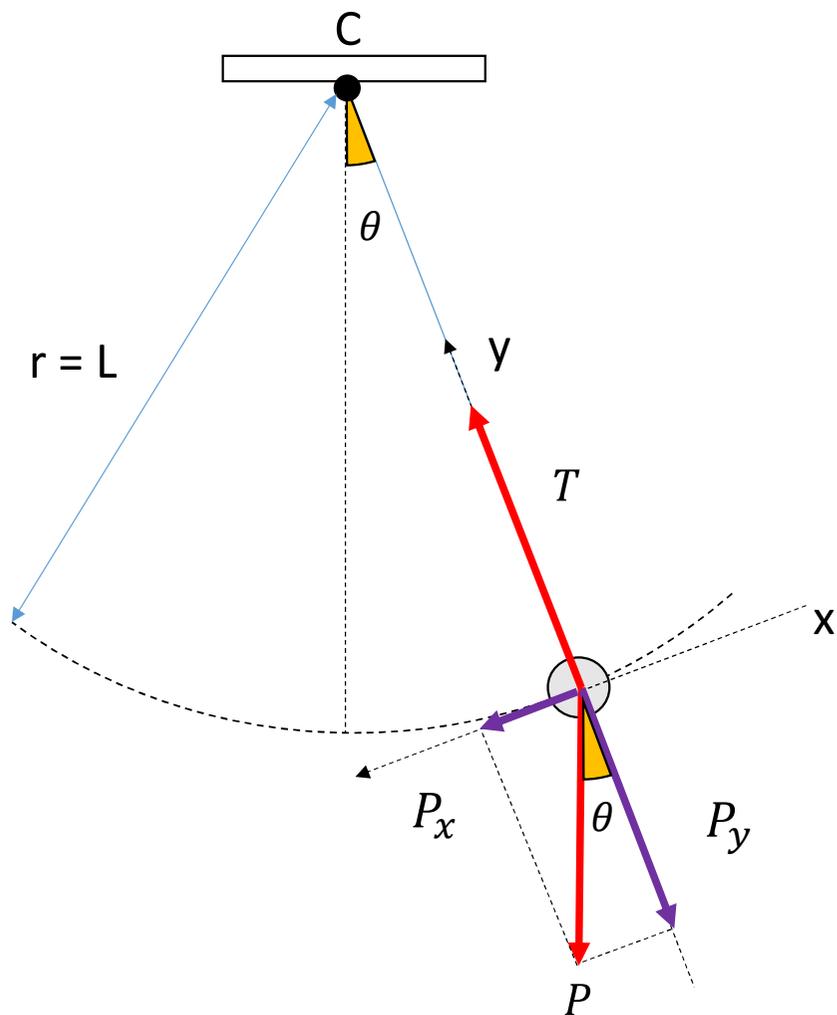
Eixo y

$$R_c = m \cdot a_c$$

$$T - P \cdot \text{cos } \theta = m \cdot a_c$$

$$T - P \cdot \text{cos } \theta = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

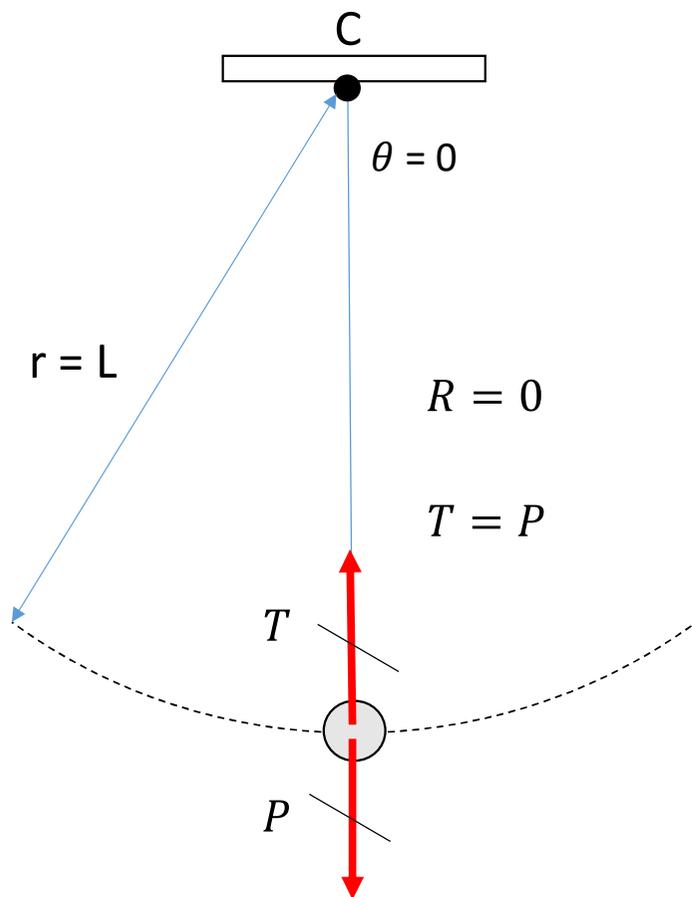
Exemplo 1: pêndulo simples - Posição qualquer



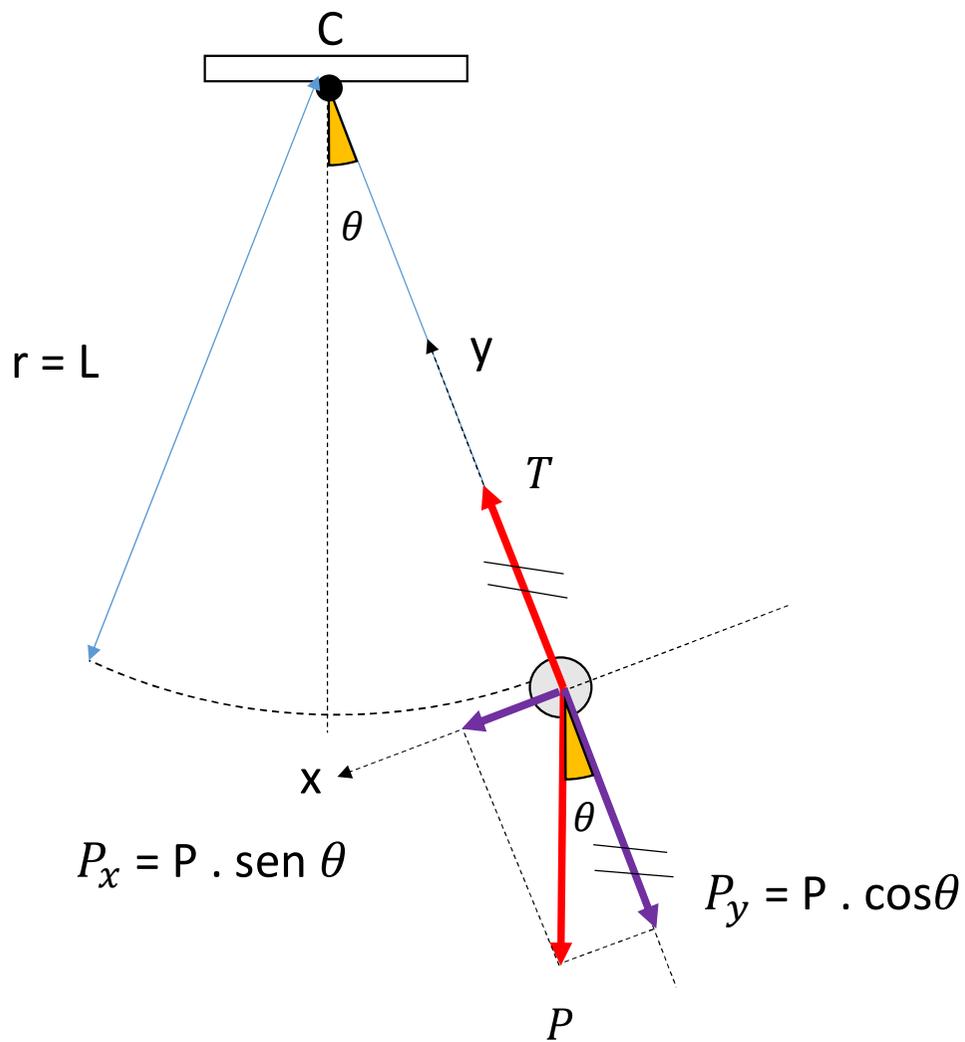
$$\text{sen } \theta = \frac{P_x}{P} \quad \rightarrow P_x = P \cdot \text{sen } \theta$$

$$\text{cos } \theta = \frac{P_y}{P} \quad \rightarrow P_y = P \cdot \text{cos } \theta$$

Exemplo 1: pêndulo simples - ponto mais baixo da trajetória ($v = 0$)



Exemplo 1: pêndulo simples - extremidade ($v = 0$)



Eixo x

$$R_t = m \cdot a_t$$

$$P \cdot \sin \theta = m \cdot a_t$$

~~$$m \cdot g \cdot \sin \theta = m \cdot a_t$$~~

$$a_t = g \cdot \sin \theta$$

Eixo y

$$R_c = m \cdot a_c$$

$$T - P \cdot \cos \theta = m \cdot a_c$$

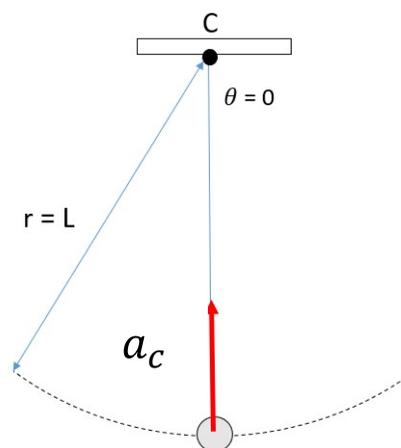
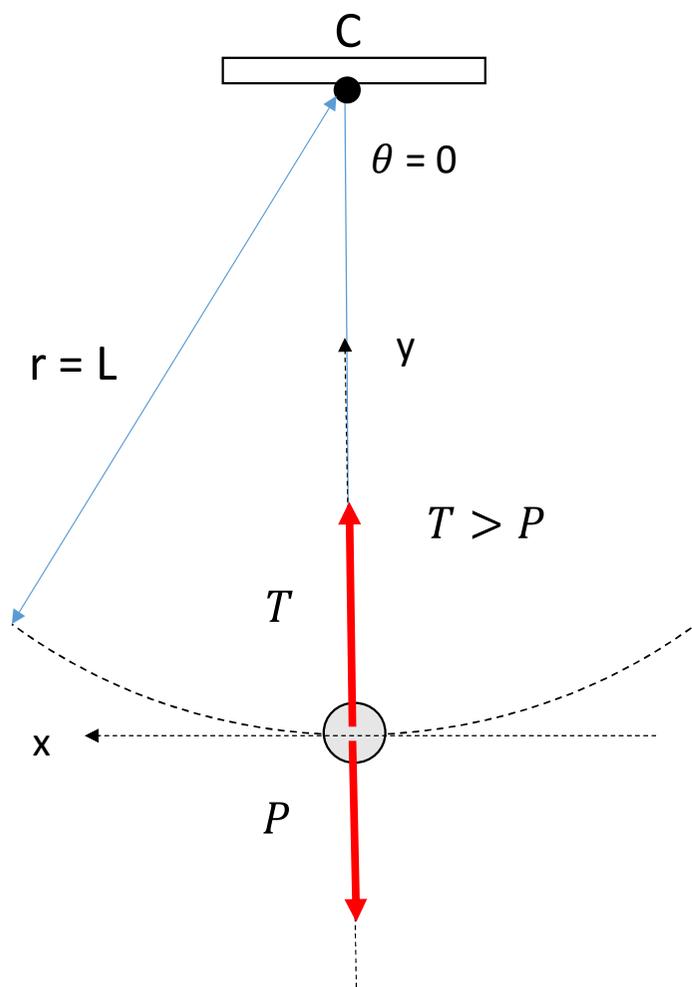
$$T - P \cdot \cos \theta = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$T - P \cdot \cos \theta = m \cdot \frac{0^2}{r}$$

$$T - P \cdot \cos \theta = 0$$

$$T = P \cdot \cos \theta$$

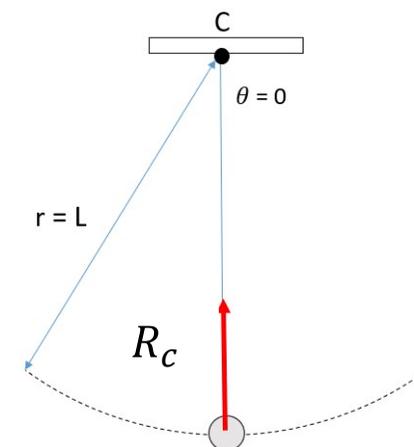
Exemplo 1: pêndulo simples - ponto mais baixo da trajetória ($v \neq 0$) (caso mais importante)



No ponto mais baixo

$$a_t = 0$$

$$a_c \neq 0$$



Eixo x

$$R_t = 0$$

$$a_t = 0$$

Eixo y

$$R_c = m \cdot a_c$$

$$T - P = m \cdot a_c$$

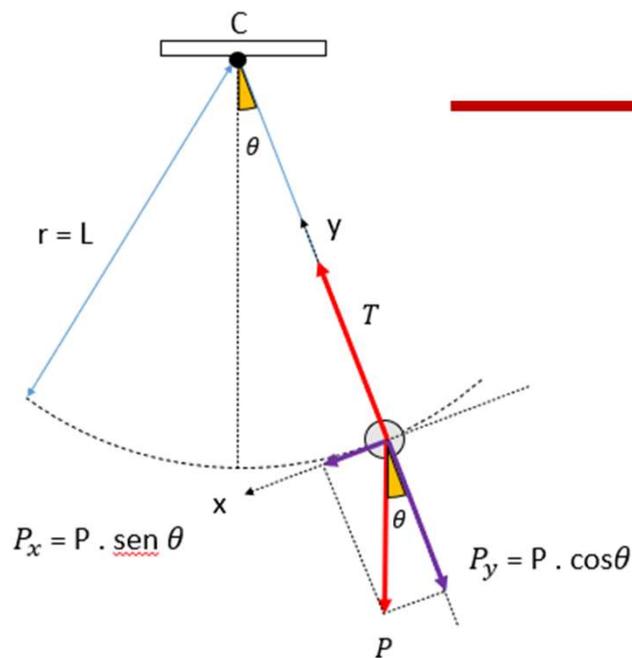
$$T - P = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Resumindo

Qualquer posição e v

$$a_t = g \cdot \text{sen } \theta$$

$$T - P \cdot \cos \theta = m \cdot \frac{v^2}{r}$$



Ponto mais baixo e $v = 0$

$$a_t = g \cdot \text{sen } 0$$

$$T - P \cdot \cos 0 = m \cdot \frac{0^2}{r}$$

$$a_t = 0$$

$$T - P = 0$$

$$T = P$$

Extremidade e $v = 0$

$$a_t = g \cdot \text{sen } \theta$$

$$T - P \cdot \cos \theta = m \cdot \frac{0^2}{r}$$

$$T - P \cdot \cos \theta = 0$$

$$T = P \cdot \cos \theta$$

Ponto mais baixo e $v \neq 0$

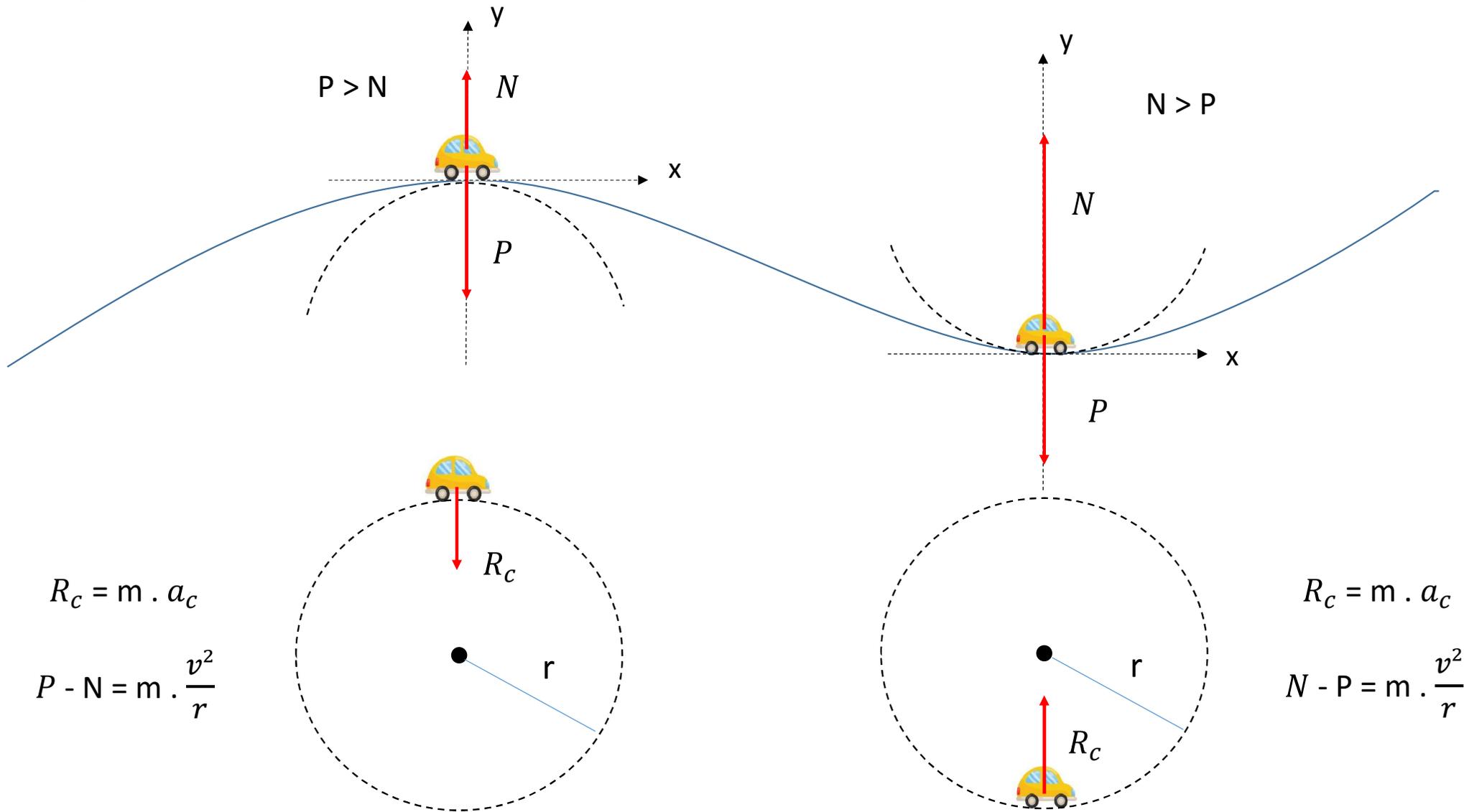
$$a_t = g \cdot \text{sen } 0$$

$$T - P \cdot \cos 0 = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

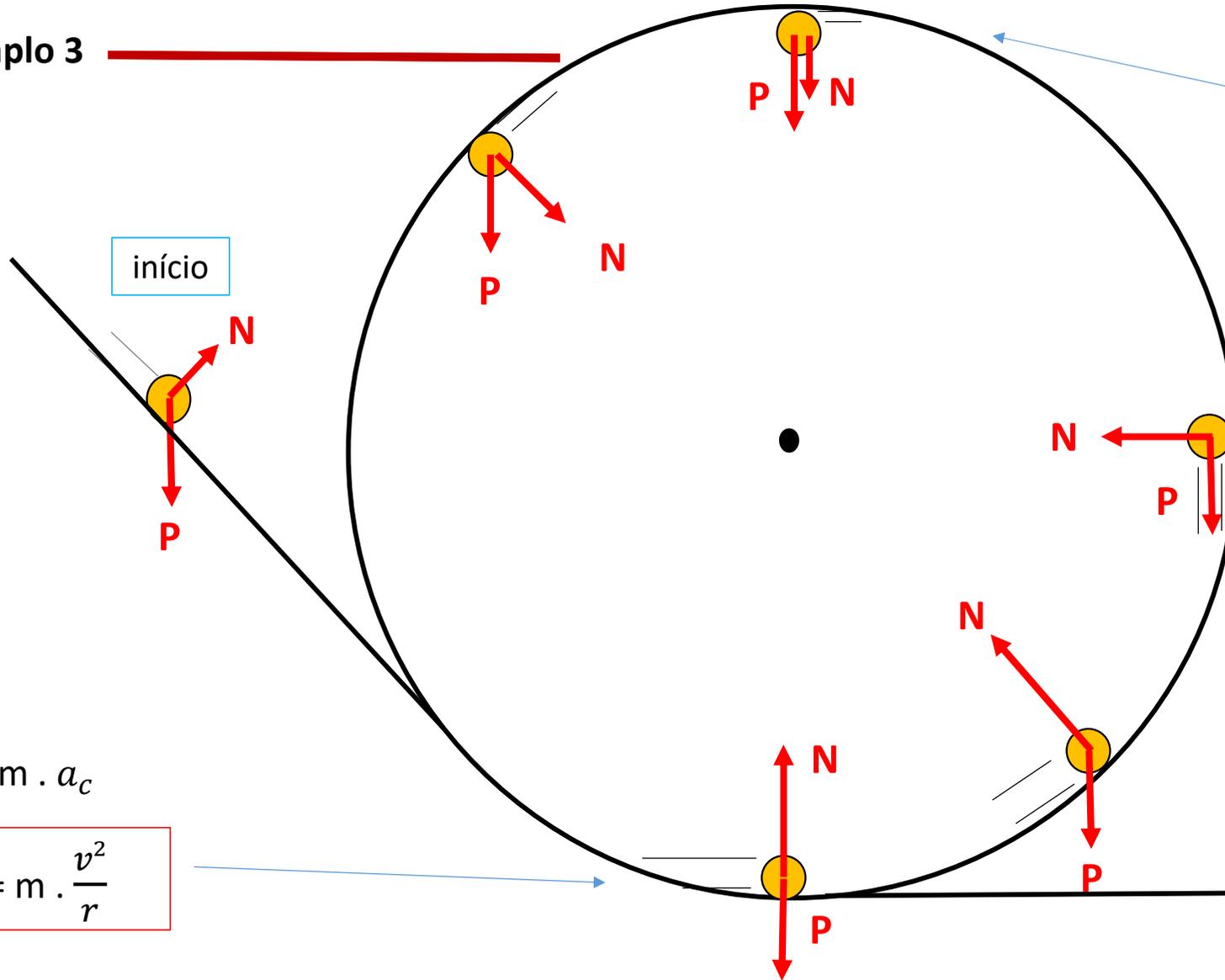
$$a_t = 0$$

$$T - P = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Exemplo 2



Exemplo 3



$$R_c = m \cdot a_c$$

$$N + P = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

v_{\min} para completar o looping (na iminência de cair)

$$N \rightarrow 0$$

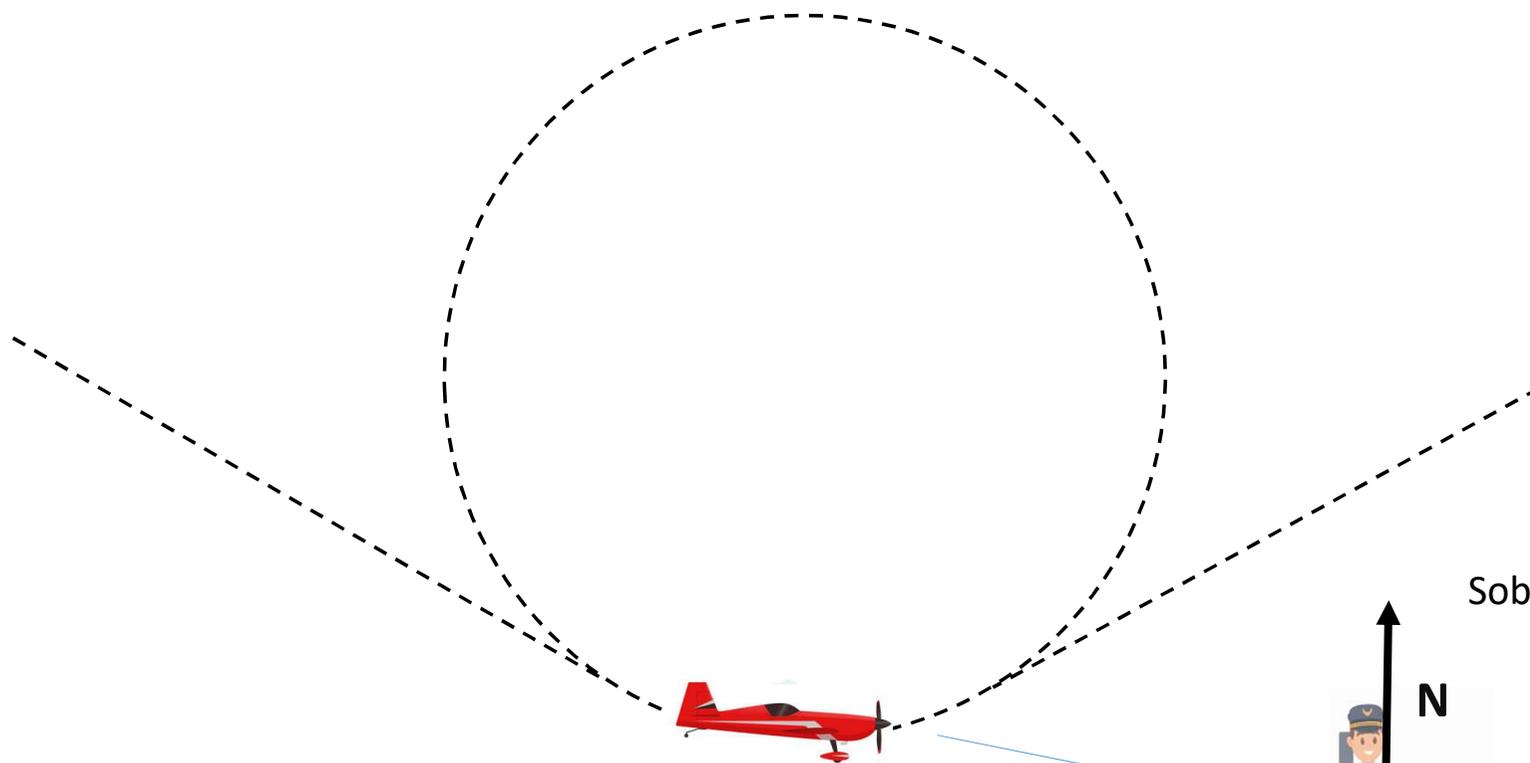
$$0 + P = m \cdot \frac{v^2}{r}$$
~~$$m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{r}$$~~

$$v_{\min} = \sqrt{r \cdot g}$$

$$R_c = m \cdot a_c$$

$$N - P = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Exemplo 4



Ponto mais baixo

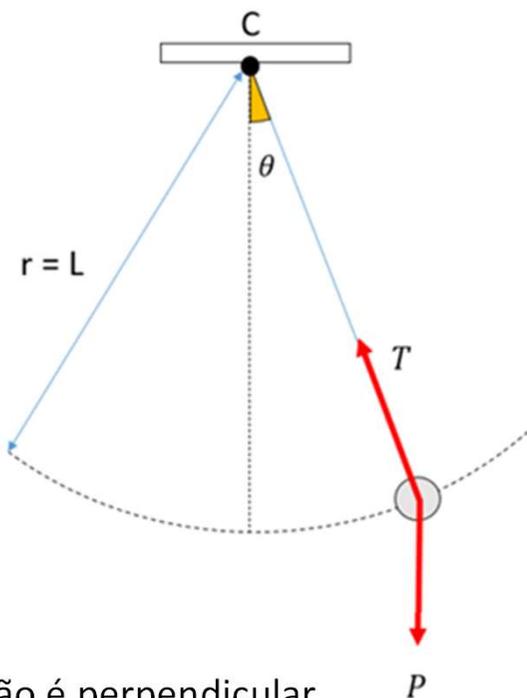
Sobre o piloto



$$R_c = m \cdot a_c$$
$$N - P = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

3. Conservação da energia mecânica

Pêndulo simples

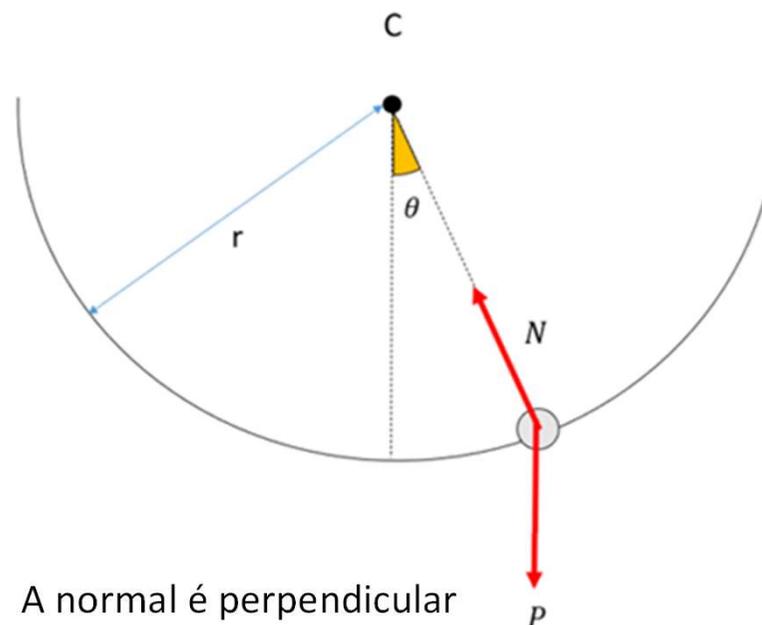


A tração é perpendicular
à trajetória

$$\tau_T = 0 \rightarrow \tau_{FNC} = 0$$

$$E_m(f) = E_m(i)$$

Pista circular



A normal é perpendicular
à trajetória

$$\tau_N = 0 \rightarrow \tau_{FNC} = 0$$

$$E_m(f) = E_m(i)$$

Exercício

1. (Fuvest-SP) O projeto para um balanço de corda única de um parque de diversões exige que a corda do brinquedo tenha um comprimento de 2,0 m. O projetista tem que escolher a corda adequada para o balanço, a partir de cinco ofertas disponíveis no mercado, cada uma delas com distintas tensões de ruptura.

A tabela apresenta essas opções.

Corda	I	II	III	IV	V
Tensão de ruptura (N)	4200	7500	12400	20000	29000

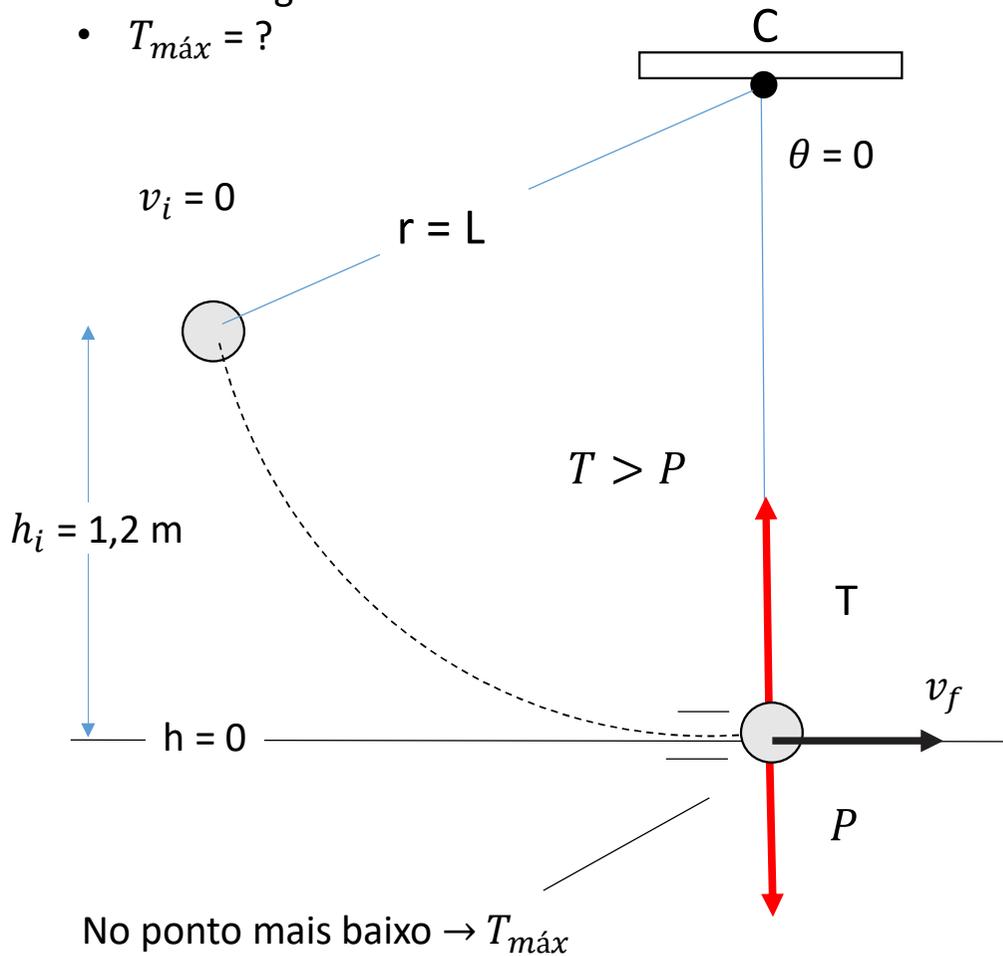
Ele tem também que incluir no projeto uma margem de segurança; esse fator de segurança é tipicamente 7, ou seja, o balanço deverá suportar cargas sete vezes a tensão no ponto mais baixo da trajetória. Admitindo que uma pessoa de 60 kg, ao se balançar, parta do repouso, de uma altura de 1,2 m em relação à posição de equilíbrio do balanço, as cordas que poderiam ser adequadas para o projeto são:

- a) I, II, III, IV e V. b) II, III, IV e V, apenas. c) III, IV e V, apenas. d) IV e V, apenas. e) V, apenas.

Note e adote:

- Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$
- Desconsidere qualquer tipo de atrito ou resistência ao movimento e ignore a massa do balanço e as dimensões da pessoa
- As cordas são inextensíveis

- $r = L = 2 \text{ m}$
- $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $m = 60 \text{ kg}$
- $T_{\text{máx}} = ?$



Sistema conservativo

$$E_m(f) = E_m(i)$$

~~$$\frac{m \cdot v_f^2}{2} = mgh_i$$~~

$$\frac{v_f^2}{2} = gh_i$$

$$v_f^2 = 2 \cdot g \cdot h_i$$

$$v_f^2 = 2 \cdot 10 \cdot 1,2 = 24$$

Análise dinâmica

$$R_c = m \cdot a_c$$

$$T - P = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$T = m \cdot \frac{v^2}{r} + P$$

$$T = 60 \cdot \frac{24}{2} + 600$$

$$T = 720 + 600 = 1320 \text{ N}$$

$$T_{\text{seg}} = 7 \cdot T = 9240 \text{ N}$$

Corda	I	II	III	IV	V
Tensão de ruptura (N)	4200	7500	12400	20000	29000

c) III, IV e V, apenas.

Exercício do Caio

1. Considere um balanço de corda única de um parque de diversões exige que a corda do brinquedo tenha um comprimento de 2,0 m.

Admitindo que uma pessoa de 60 kg, ao se balançar, parta do repouso, de uma altura de 1,2 m em relação à posição de equilíbrio do balanço, calcule a intensidade máxima da tração.

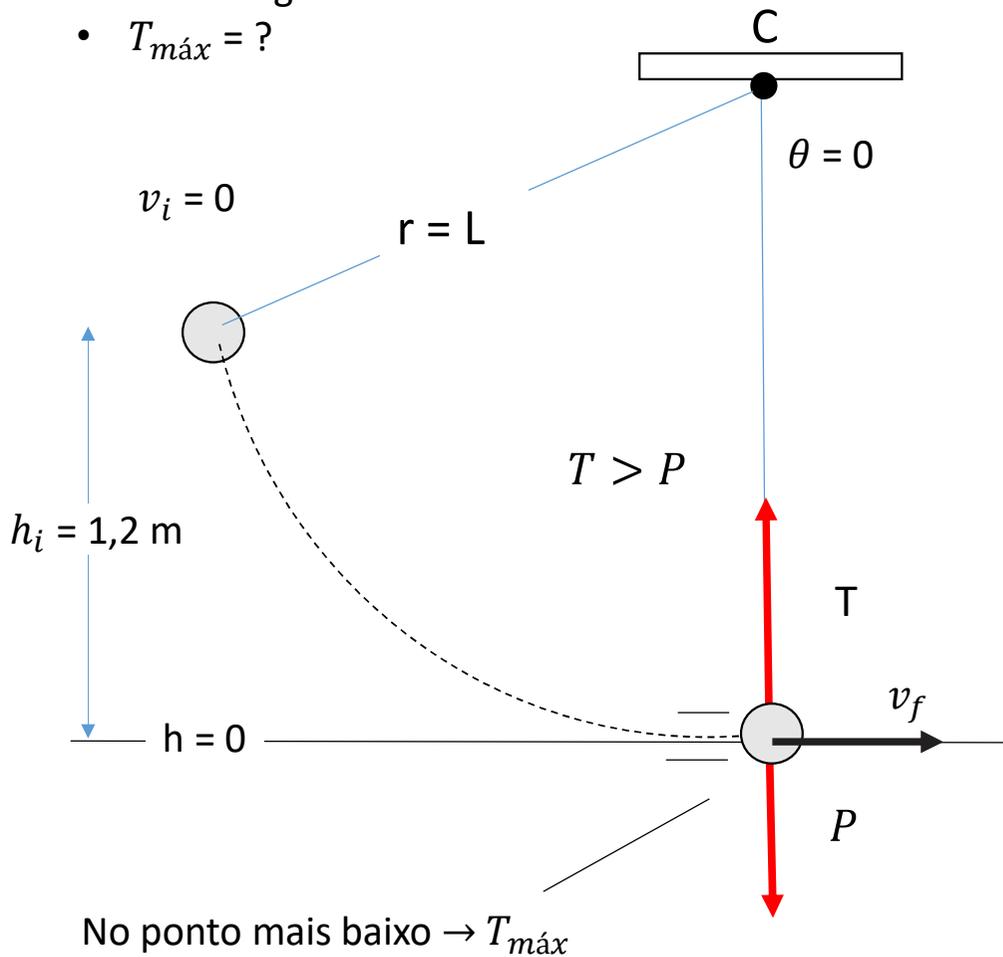
Note e adote:

- Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$

- Desconsidere qualquer tipo de atrito ou resistência ao movimento e ignore a massa do balanço e as dimensões da pessoa

- As cordas são inextensíveis

- $r = L = 2 \text{ m}$
- $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $m = 60 \text{ kg}$
- $T_{\text{máx}} = ?$



Sistema conservativo

$$E_m(f) = E_m(i)$$

~~$$\frac{m \cdot v_f^2}{2} = mgh_i$$~~

$$\frac{v_f^2}{2} = gh_i$$

$$v_f^2 = 2 \cdot g \cdot h_i$$

$$v_f^2 = 2 \cdot 10 \cdot 1,2 = 24$$

Análise dinâmica

$$R_c = m \cdot a_c$$

$$T - P = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$T = m \cdot \frac{v^2}{r} + P$$

$$T = 60 \cdot \frac{24}{2} + 600$$

$$T = 720 + 600 = 1320 \text{ N}$$

$$T_{\text{máx}} = 1320 \text{ N}$$