KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

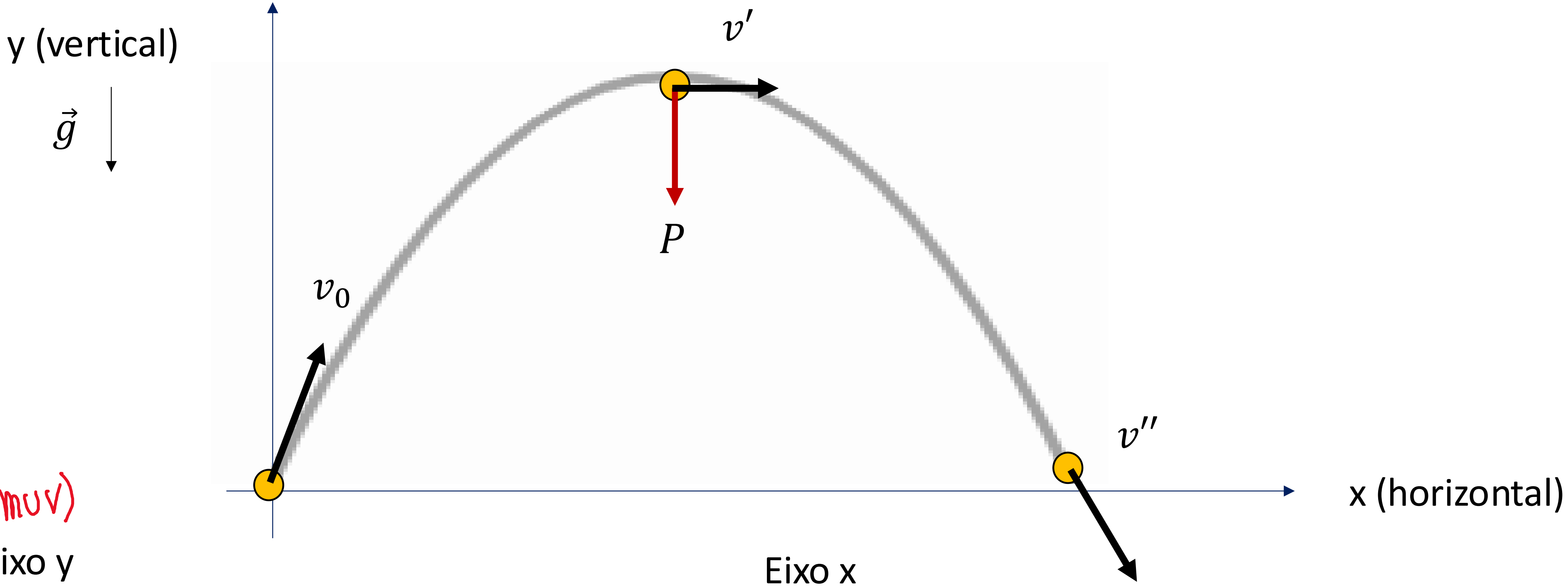
Balística: lançamento oblíquo

- Aula 34 / Pg. 395 / Alfa 4 / Setor A

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

Professor Caio

1. Análise dinâmica



(MUV)

Eixo y

$R_y = P$

$\cancel{m} \cdot |a_y| = \cancel{m} \cdot g$

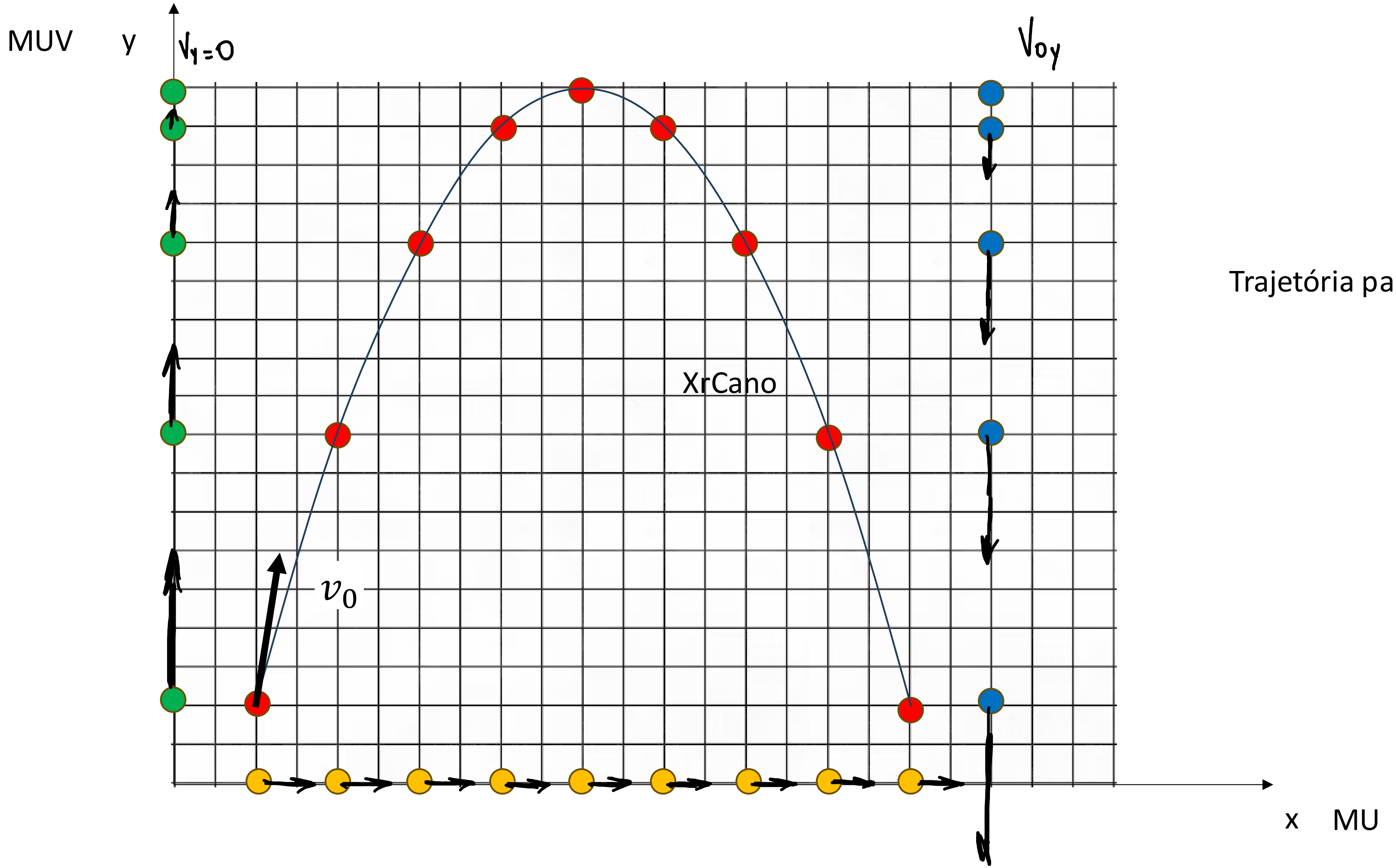
$|a_y| = g$

Eixo x

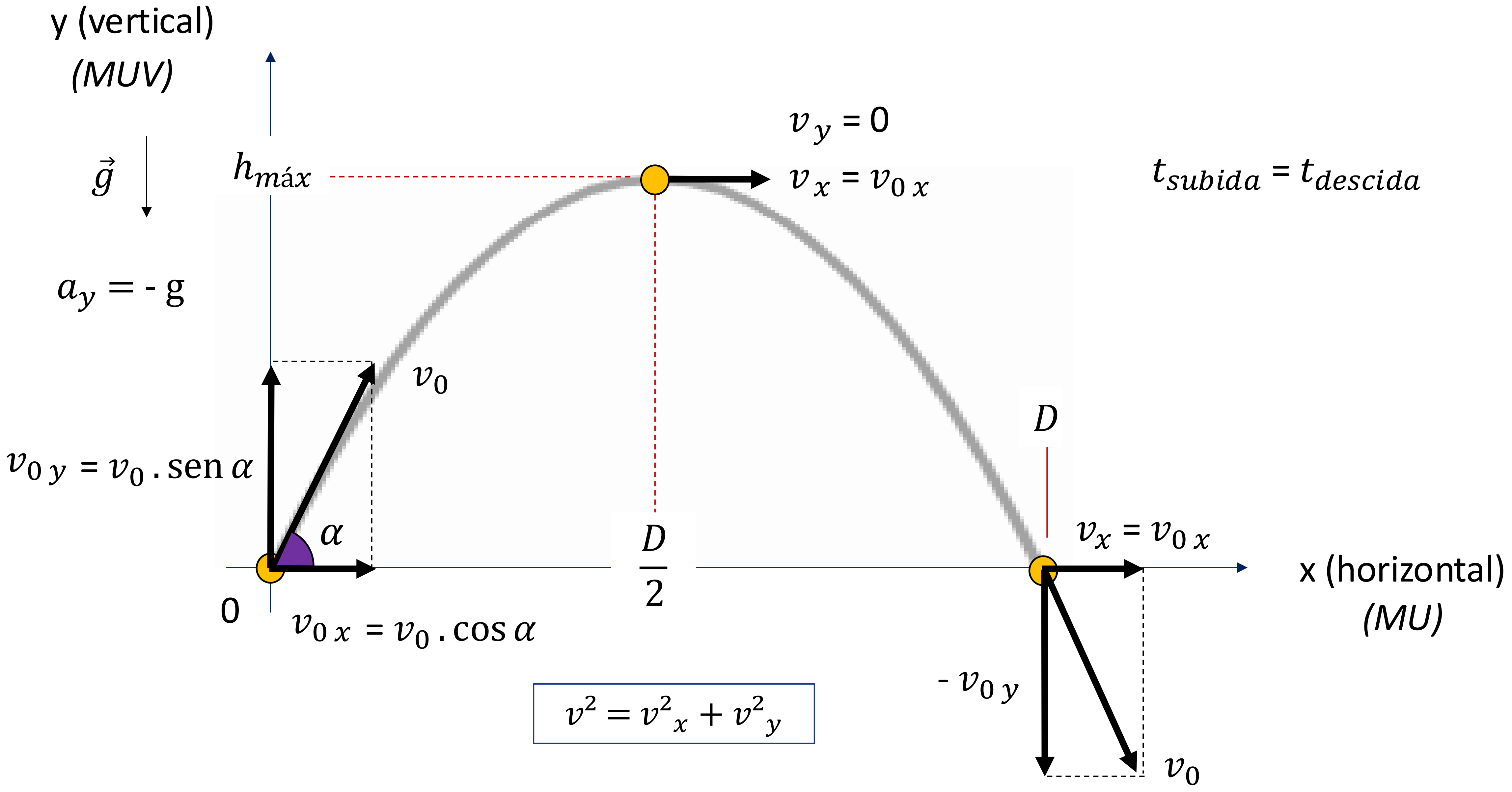
$R_x = 0$

$a_x = 0$

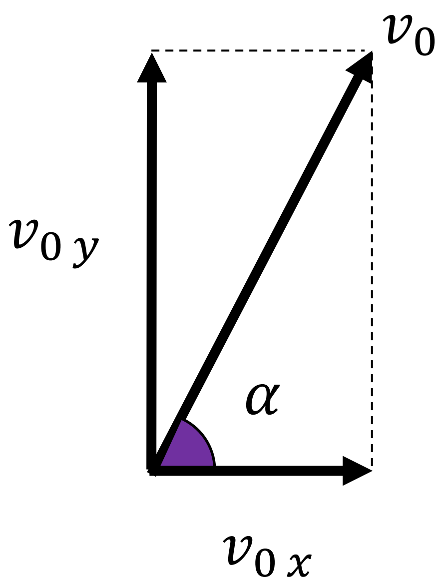
2. Análise cinemática

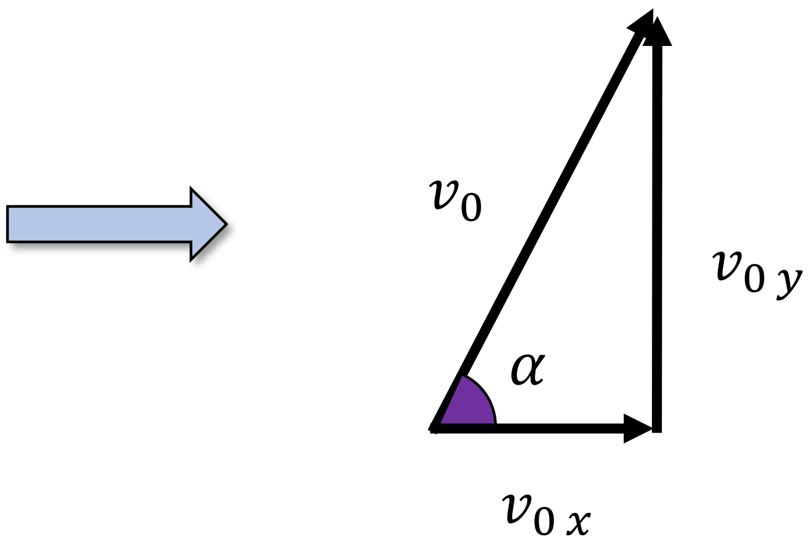


Trajetória parabólica


y (vertical)
(MUV)
$\vec{g}$
$a_y = - g$
$h_{máx}$
$v_y = 0$
$v_x = v_{0\,x}$
$t_{subida} = t_{descida}$
v_0
$v_{0\,y} = v_0 \,.\, \text{sen}\, \alpha$
α
D
$\frac{D}{2}$
$v_x = v_{0\,x}$
x (horizontal)
(MU)
0
$v_{0\,x} = v_0 \,.\, \cos \alpha$
$- v_{0\,y}$
v_0
$v^2 = v^2{}_x + v^2{}_y$

2. Análise cinemática

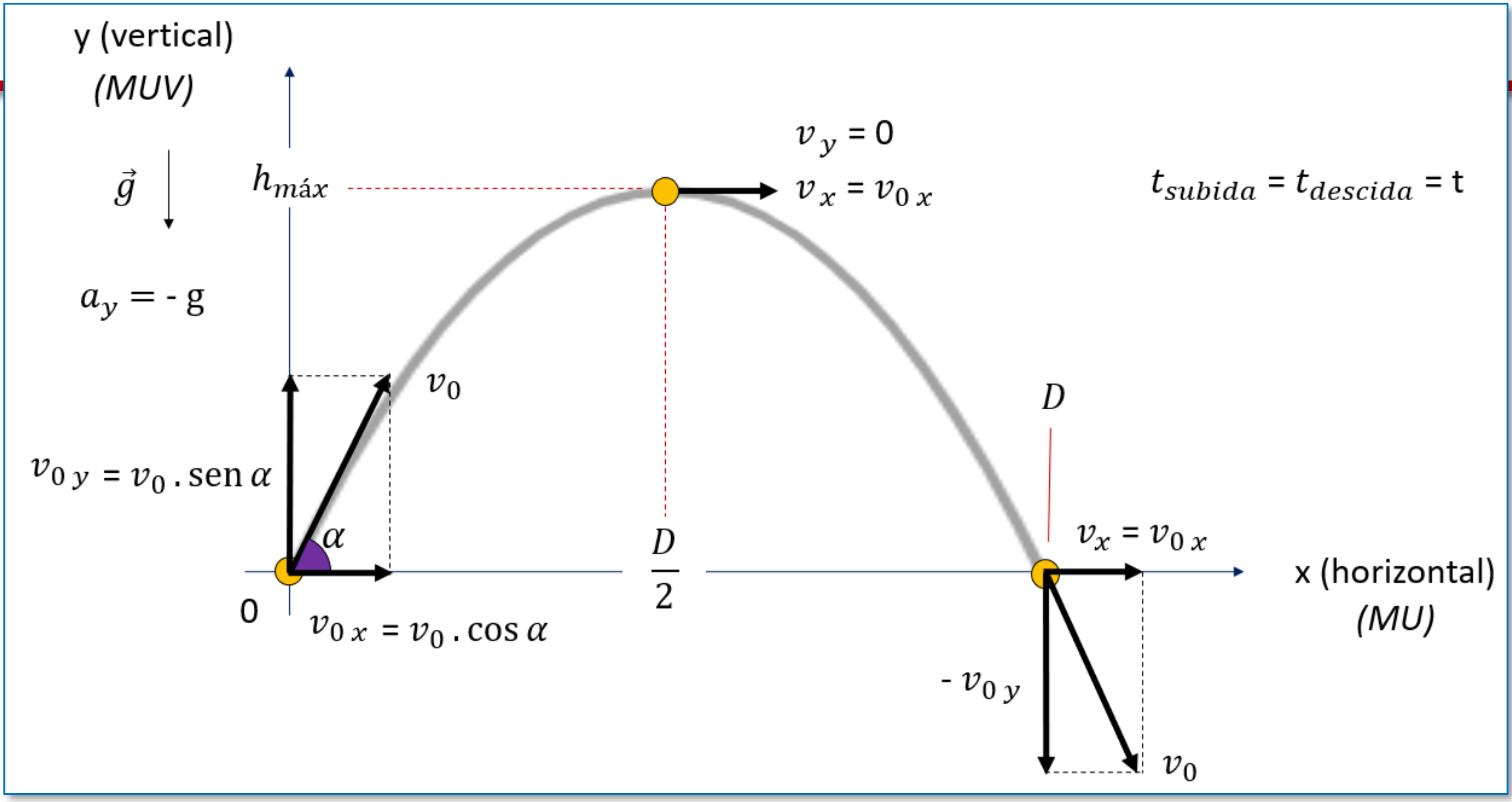




$$\cos\alpha = \frac{V_{0x}}{V_0} \rightarrow V_{0x} = V_0 . \cos\alpha$$

$$\operatorname{Sen}\alpha = \frac{V_{0y}}{V_0} \rightarrow V_{0y} = V_0 . \operatorname{sen}\alpha$$

2. Análise cinemática



y (vertical)

$a_y = -g$ MUV

$S_y = S_{0y} + V_{0y}.t + \frac{a_y}{2} t^2$

$V_y = V_{0y} + a_y.t$

$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2a_y \Delta S_y$

x (horizontal)

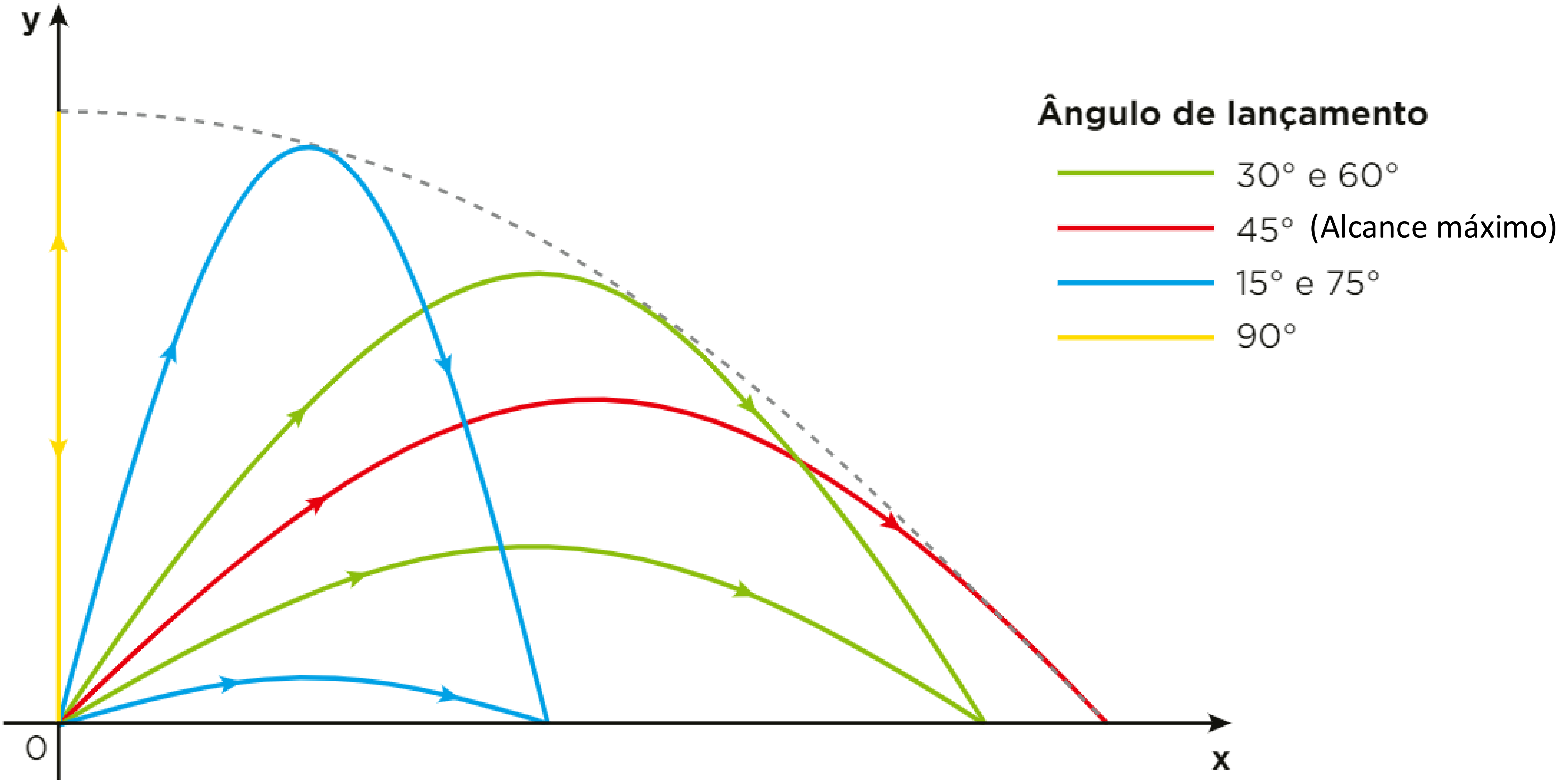
$a_x = 0$ MU

$S_x = S_{0x} + V_{0x}.t$

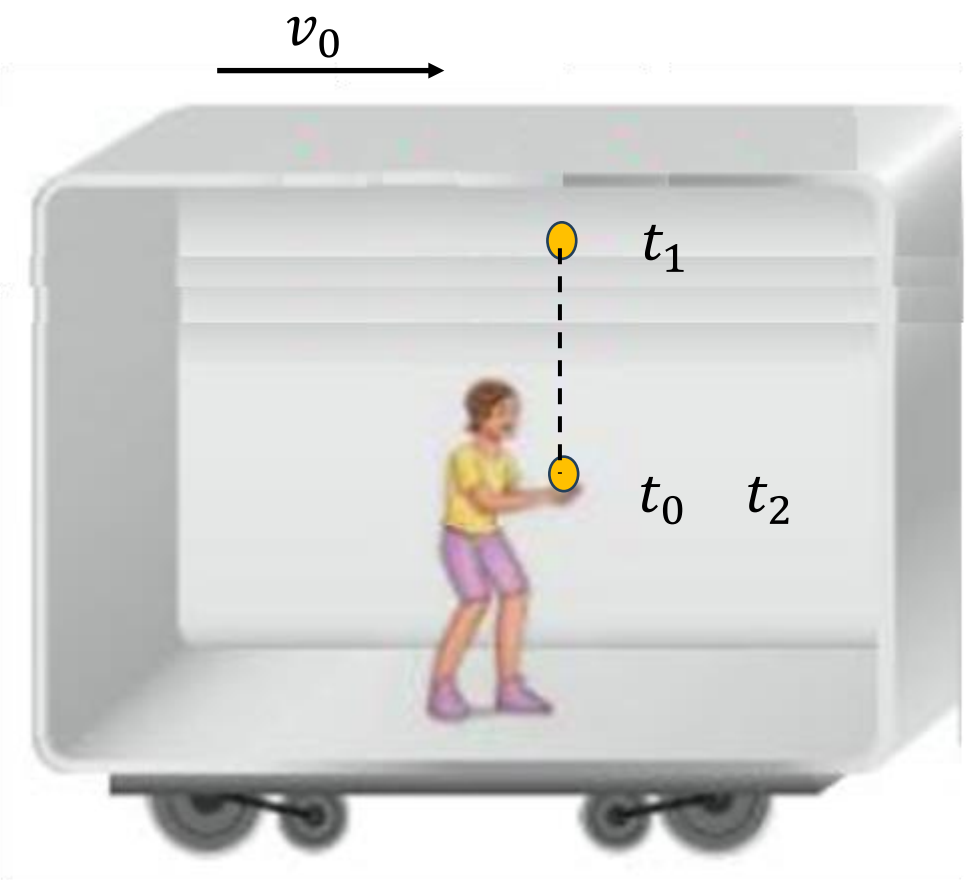
$V_x = \frac{\Delta S_x}{\Delta t}$

cte

2. Análise cinemática



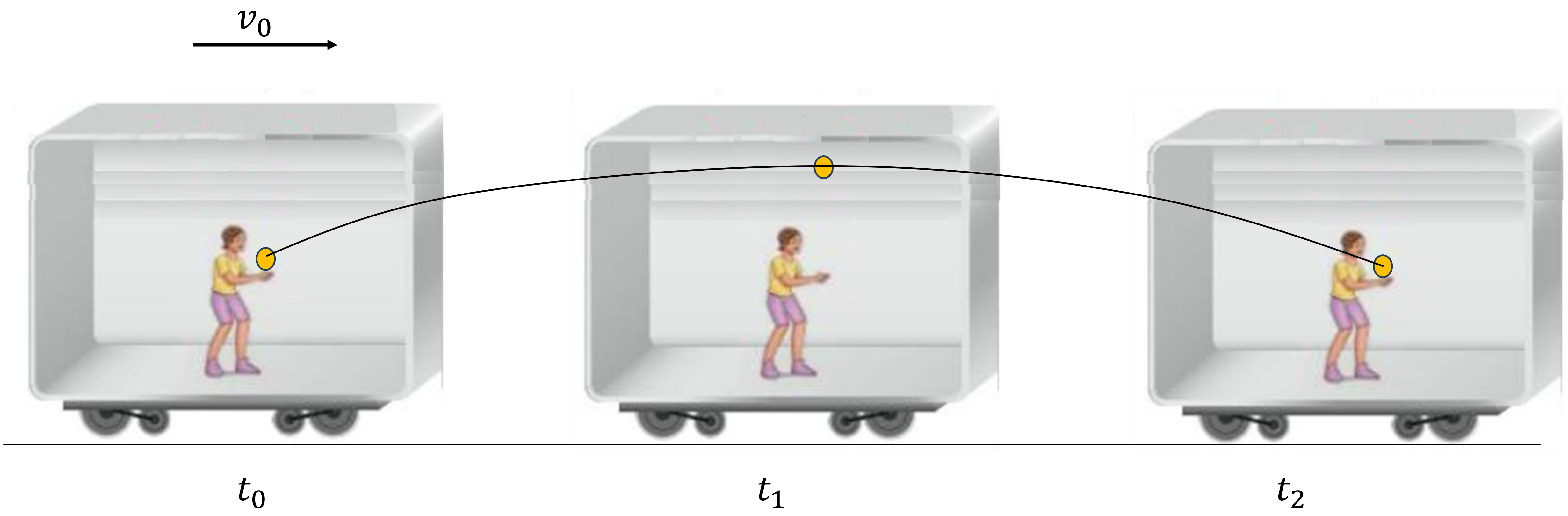
Exemplo



Em relação ao vagão: trajetória retilínea

https://www.youtube.com/watch?v=j1URC2G2qnc

Exemplo



Em relação ao solo: trajetória parabólica

3. Análise energética

Na queda livre e nos lançamentos consideramos apenas a ação da força peso, logo os sistemas são conservativos.

Conservação da energia mecânica

$$E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$

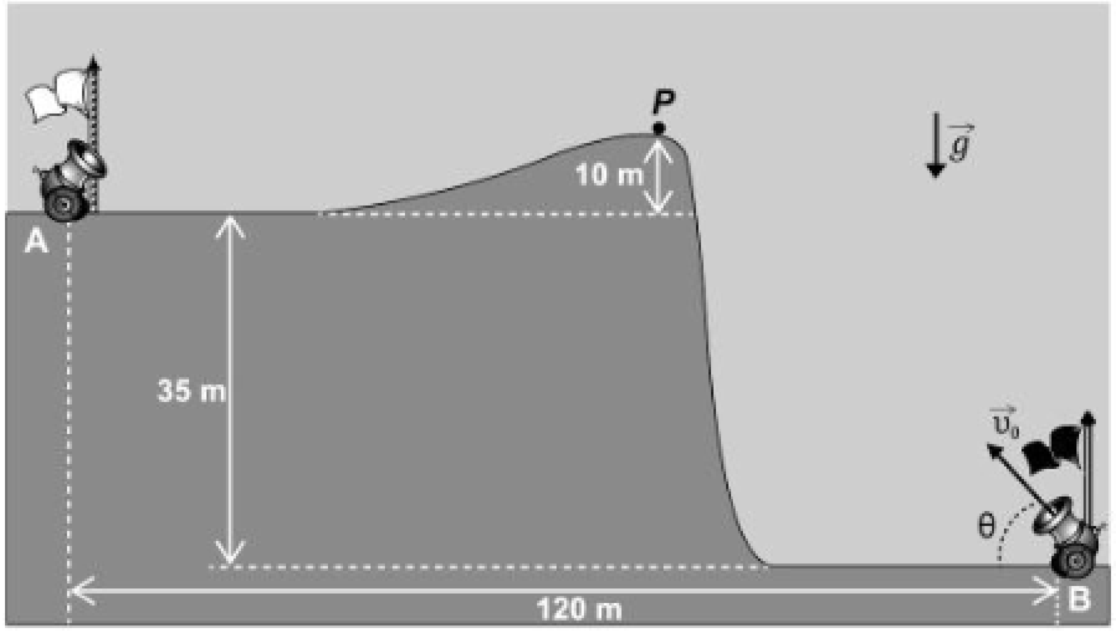
Energia mecânica

$$\mathrm{E_m = E_c + E_p}$$

- Energia cinética
  - $E_c = \frac{1}{2}\,\mathrm{m} \,.\, \mathrm{v}^2$
- Energia potencial
  - $E_{p\;grav} = m \,.\, g \,.\, h$

Exercícios da apostila

1. A figura foi extraída de um antigo jogo para computadores, chamado Bang! Bang!

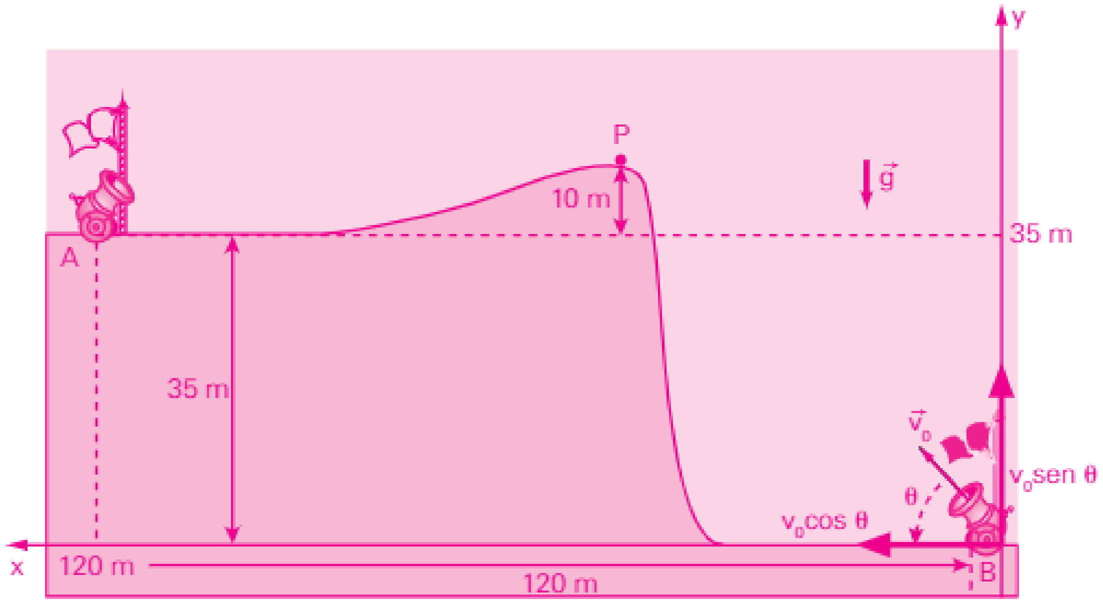


No jogo, dois competidores controlam os canhões A e B, disparando balas alternadamente com o objetivo de atingir o canhão do adversário; para isso, atribuem valores estimados para o módulo da velocidade inicial de disparo $|\vec{v}_0|$ e para o ângulo de disparo (θ). Em determinado momento de uma partida, o competidor B deve disparar; ele sabe que a bala disparada anteriormente, θ = 53°, passou tangenciando o ponto P.

No jogo, | g| = 10 m/s² é igual a 10 m/s². Considere sen 53° = 0,8, cos 53° = 0,6, e desprezível a ação de forças dissipativas.

Com base nas distâncias dadas e mantendo o último ângulo de disparo, qual deveria ser, aproximadamente, o menor valor de $|\vec{v}_0|$ que permitiria ao disparo efetuado pelo canhão B atingir o canhão A?

a) 30 m/s. b) 35 m/s. c) 40 m/s. d) 45 m/s. e) 50 m/s.



Ao atingir o ponto A, as coordenadas do projétil serão x = 120 m e y = 35 m. Decompondo-se o movimento do projétil em vertical (MUV) e horizontal (MU), tem-se:

- Movimento vertical:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$y = 0 + v_0 \cdot \text{sen}\theta \cdot t - \frac{10t^2}{2}$$

$$y = 0 + 0{,}8v_0 \cdot t - 5t^2$$

Ao atingir o ponto A, a coordenada **y** do projétil será 35 m, sendo assim:

$$35 = 0 + 0{,}8v_0 \cdot t - 5t^2 \quad \text{(I)}$$

- Movimento horizontal:

$$s = s_0 + vt$$

$$x = 0 = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t$$

$$x = 0 + 0{,}6v_0 \cdot t$$

Ao atingir o ponto A, a coordenada **x** do projétil será 120 m, sendo assim:

$$120 = 0 + 0{,}6v_0 \cdot t$$

$$v_0 \cdot t = \frac{120}{0{,}6}$$

$$v_0 \cdot t = 200 \quad \text{(II)}$$

Substituindo-se a equação II na equação I, tem-se:

$$35 = 0 + 0{,}8v_0 \cdot t - 5t^2$$

$$35 = 0{,}8 \cdot 200 - 5t^2$$

$$35 = 160 - 5t^2$$

$$5t^2 = 125$$

$$t = 5 \text{ s}$$

Sendo assim, a velocidade v_0 de lançamento será:

$$v_0 \cdot t = 200$$

$$v_0 \cdot 5 = 200$$

$$v_0 = 40 \text{ m/s}$$

Exercícios do Caio

1. Uma jogadora chuta uma bola com velocidade inicial de 10 m/s. O vetor velocidade forma um ângulo θ em relação à horizontal.

Dados:

- g = 10 m/s²
- $\text{sen}\,\alpha$ = 0,6
- $\cos\alpha$ = 0,8
- Despreze a resistência do ar

Calcule:

a) A velocidade no ponto mais alto da trajetória.

b) O tempo que a bola permanece no ar.

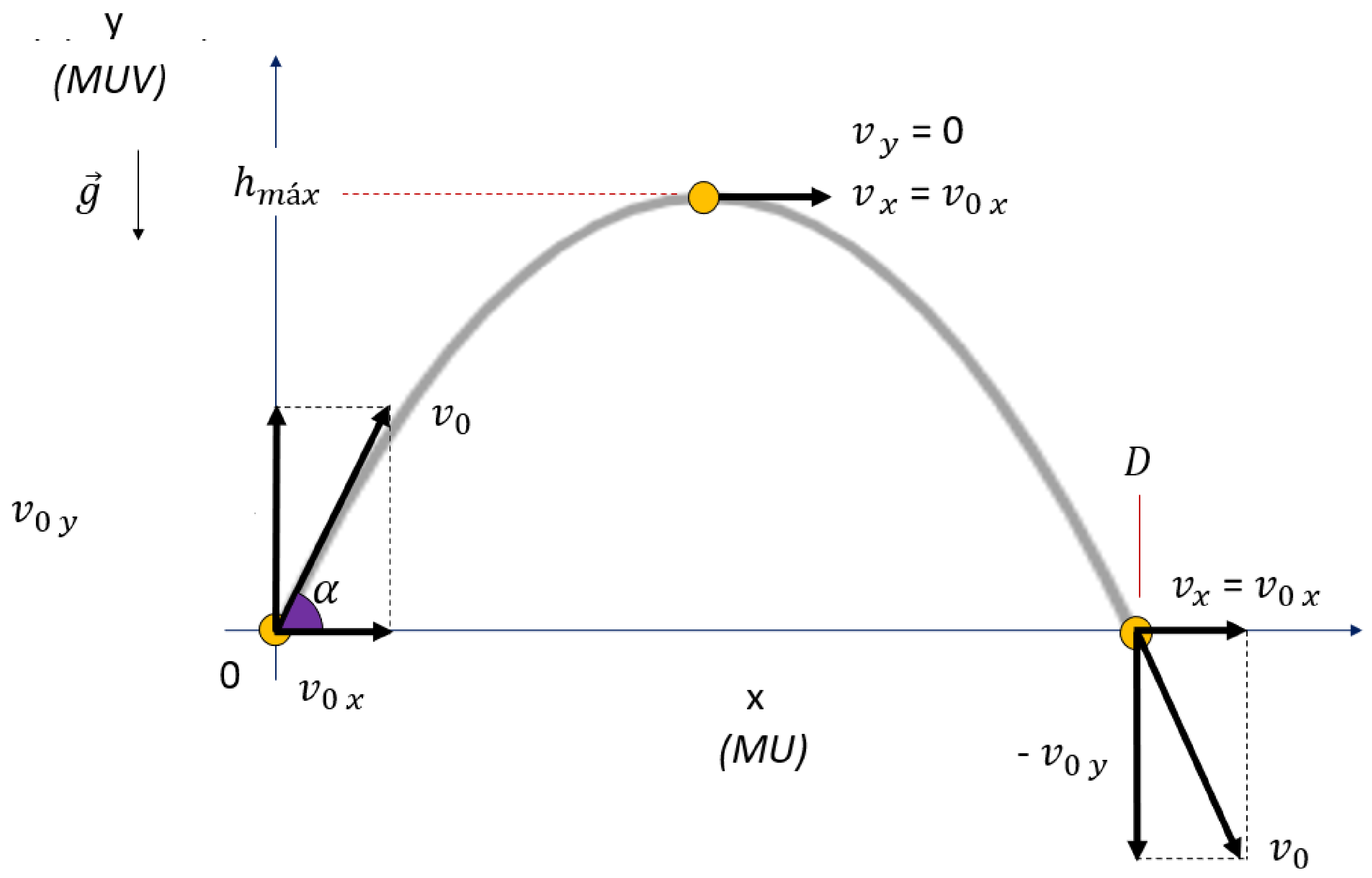
c) O alcance horizontal.

c) A altura máxima.

1. Uma jogadora chuta uma bola com velocidade inicial de 10 m/s. O vetor velocidade forma um ângulo θ em relação à horizontal.

Dados:

- $g = 10\ m/s^2$
- $\text{sen}\ \alpha = 0{,}6$
- $\cos \alpha = 0{,}8$
- Despreze a resistência do ar



$$V_{0_x} = V_0 \cdot \cos\alpha = 10 \cdot 0{,}8 = 8\ \frac{m}{s}$$

$$V_{0_y} = V_0 \cdot \text{Sen}\,\alpha = 10 \cdot 0{,}6 = 6\ \frac{m}{s}$$

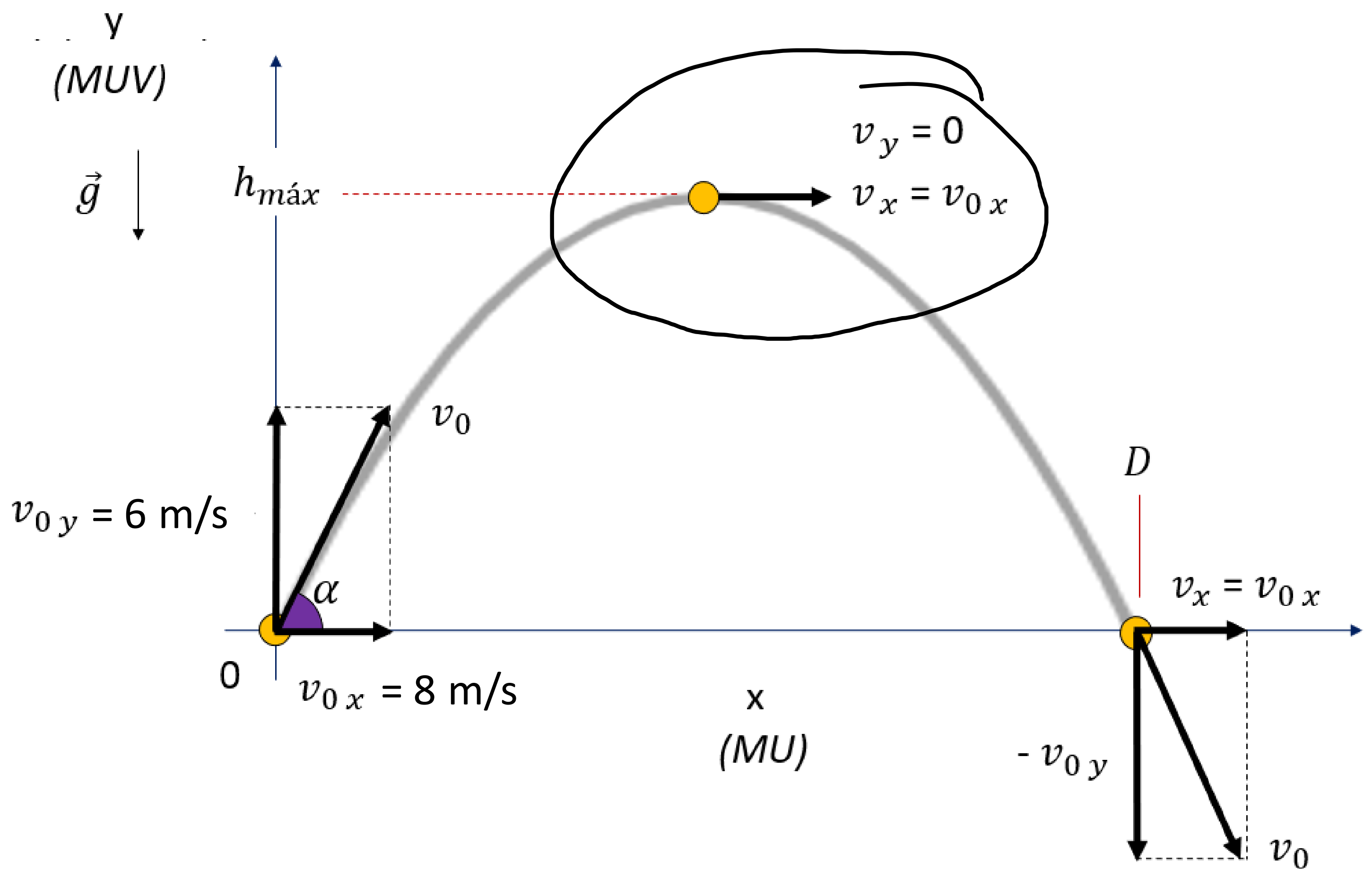
1. Uma jogadora chuta uma bola com velocidade inicial de 10 m/s. O vetor velocidade forma um ângulo θ em relação à horizontal.

Dados:

- g = 10 m/s²
- sen α = 0,6
- cos α = 0,8
- Despreze a resistência do ar

Calcule:

a) A velocidade no ponto mais alto da trajetória.

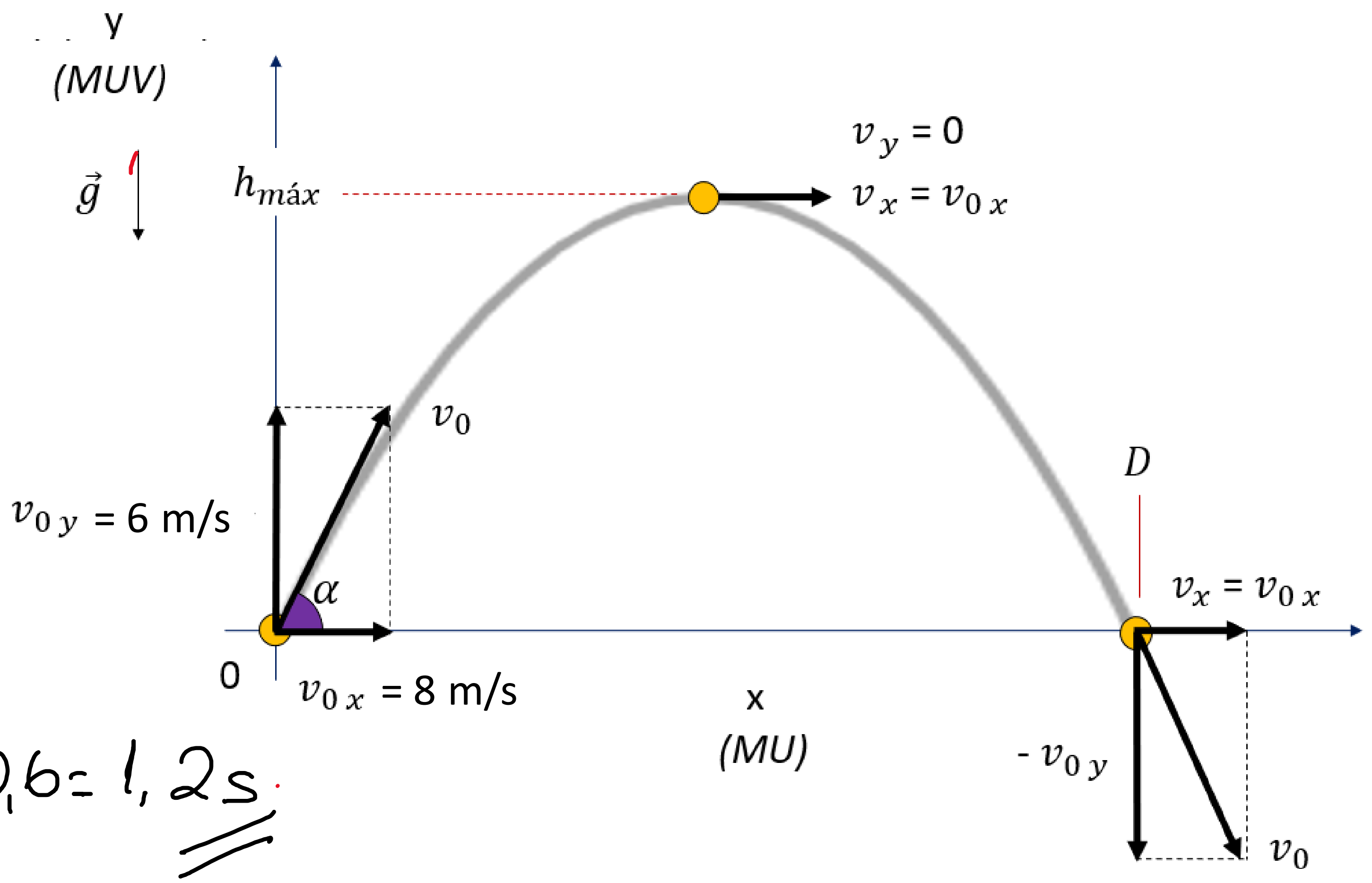


$$v = v_{0x} = 8 \frac{m}{s}$$

1. Uma jogadora chuta uma bola com velocidade inicial de 10 m/s. O vetor velocidade forma um ângulo θ em relação à horizontal.

Dados:

- $g = 10\ m/s^2$
- $\operatorname{sen} \alpha = 0{,}6$
- $\cos \alpha = 0{,}8$
- Despreze a resistência do ar



Calcule:

b) O tempo que a bola permanece no ar.

eixo y (MUV) → subida

$V_y = V_{0y} + a_y t$

$0 = 6 - 10.t$

$t_s = 0{,}6 s$

$\therefore \Delta t_{total} = 0{,}6 + 0{,}6 = 1{,}2 s$

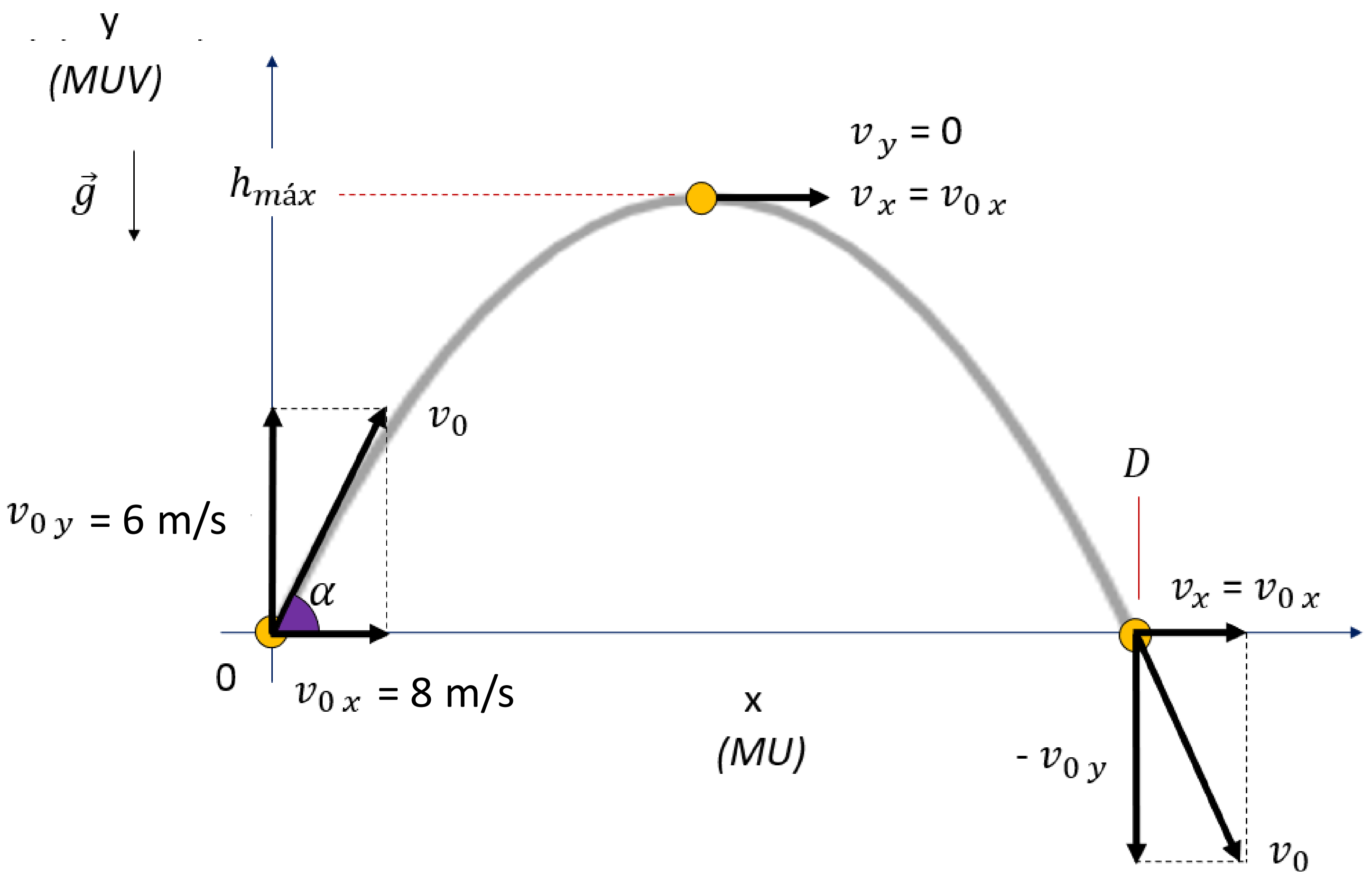
1. Uma jogadora chuta uma bola com velocidade inicial de 10 m/s. O vetor velocidade forma um ângulo θ em relação à horizontal.

Dados:

- $g = 10\ m/s^2$
- $\text{sen}\ \alpha = 0{,}6$
- $\cos \alpha = 0{,}8$
- Despreze a resistência do ar

Calcule:

c) O alcance horizontal.



eixo x (MU)

$S = S_0 + V_0 \cdot t$

$D = 0 + 8 \cdot 1{,}2$

$\therefore D = 9{,}6\ m$

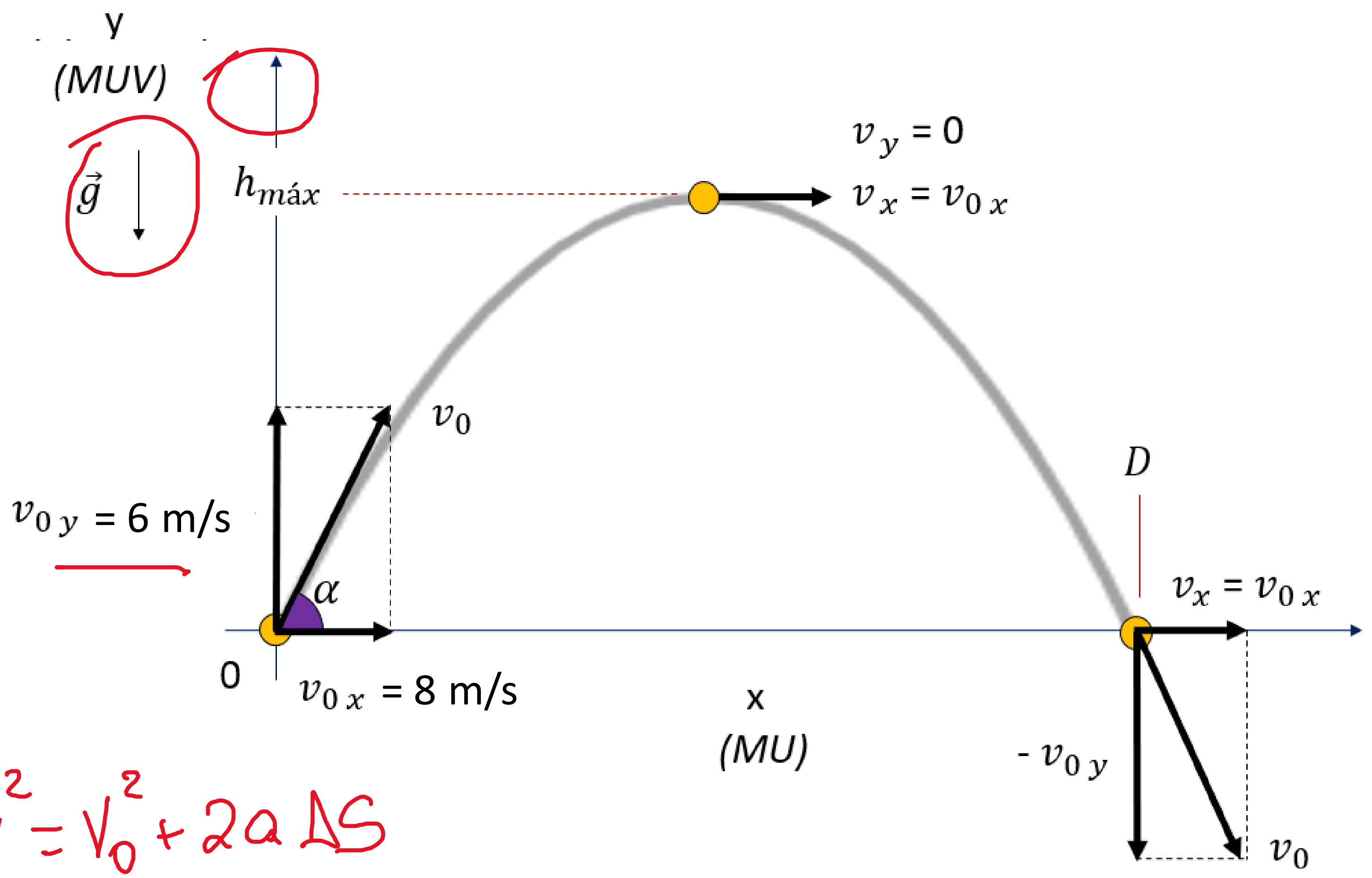
1. Uma jogadora chuta uma bola com velocidade inicial de 10 m/s. O vetor velocidade forma um ângulo θ em relação à horizontal.

Dados:

- $g = 10\ m/s^2$
- $\text{sen}\ \alpha = 0{,}6$
- $\cos \alpha = 0{,}8$
- Despreze a resistência do ar

Calcule:

d) A altura máxima.



eixo y

subida

$S = S_0 + V_0 t + \frac{a}{2} t^2$

$h = 0 + 6 \cdot 0{,}6 - \frac{10}{2} \cdot (0{,}6)^2$

$h = 3{,}6 - 1{,}8 = 1{,}8\ m$

ou

$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$

$0 = 6^2 + 2(-10) \cdot h$

$0 = 36 - 20h \quad \therefore \quad h = 1{,}8\ m$

2. Considere agora que a jogadora chuta a bola do alto de um morro de 4 m de altura com velocidade inicial v_0. O vetor velocidade forma um ângulo θ em relação à horizontal e o alcance horizontal da bola é de 8 m.

Dados:

- g = 10 m/s²
- $\text{sen}\,\alpha$ = 0,6
- $\cos\alpha$ = 0,8
- Despreze a resistência do ar

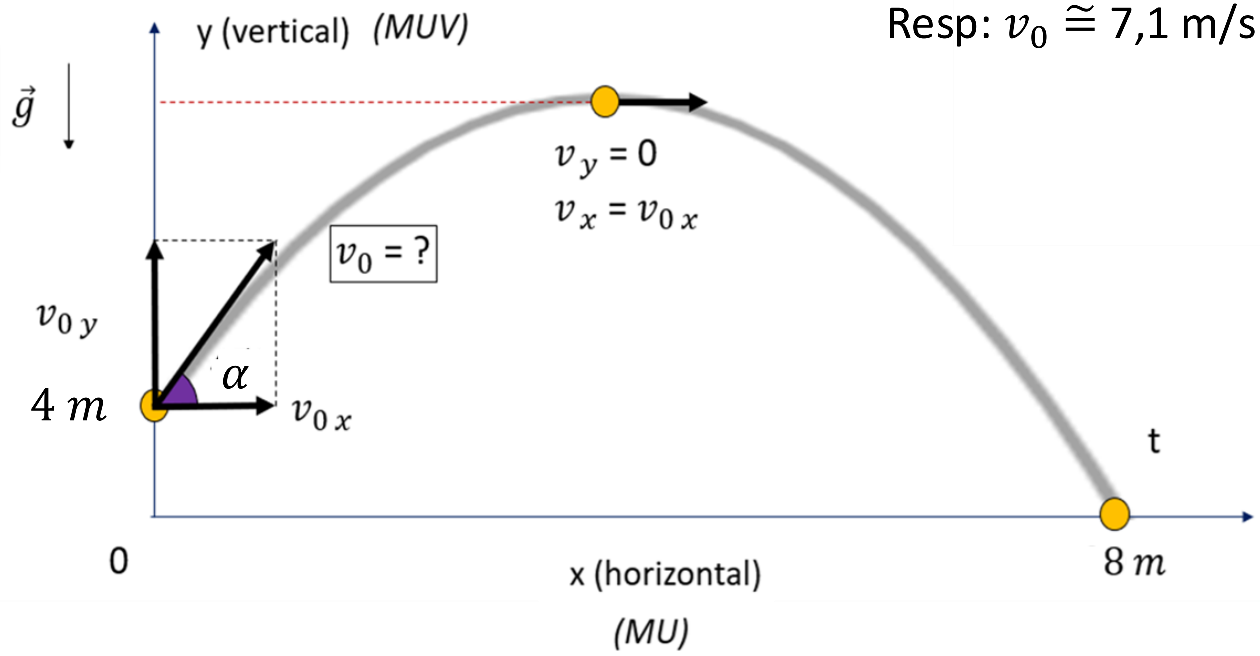
Calcule v_0.

Resp: $v_0 \cong 7{,}1$ m/s

Dados:

- g = 10 m/s²
- sen α = 0,6
- cos α = 0,8
- Despreze a resistência do ar

Calcule v_0.



2. Análise cinemática