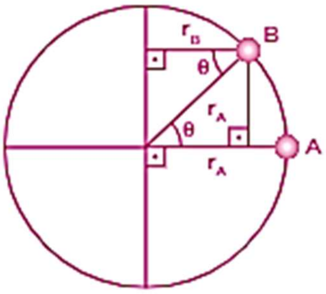
1 (Uece) Considere o movimento de rotação de dois objetos presos à superfície da Terra, sendo um deles no equador e o outro em uma latitude norte, acima do equador. Considerando somente a rotação da Terra, para que a velocidade tangencial do objeto que está a norte seja a metade da velocidade do que está no equador, sua latitude deve ser

▸ a) 60°
b) 45°
c) 30°
d) 0,5°



Entendamos velocidade tangencial como a velocidade escalar dos dois objetos se movimentando no sentido da orientação da trajetória.
A figura ao lado ilustra um objeto A sobre o equador, e um objeto B na referida latitude norte.

A partir da figura:

$$\cos\theta = \frac{r_B}{r_A}$$

$$r_B = r_A \cdot \cos\theta$$

Como os dois objetos se movimentam com as mesmas velocidades angulares:

$$\omega_A = \omega_B$$

$$\frac{v_A}{r_A} = \frac{v_B}{r_B}$$

$$\frac{v_A}{r_A} = \frac{v_B}{r_A \cdot \cos\theta}$$

$$v_A = \frac{v_B}{\cos\theta}$$

Para que $v_A = 2 \cdot v_B$:

$$2 \cdot v_B = \frac{v_B}{\cos\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = 60°$$

2 Dois atletas correm em uma pista circular de raio 50 m, com velocidades escalares constantes e iguais a 10,8 km/h e 9 km/h. Eles iniciaram suas corridas no mesmo instante e em posições diametralmente opostas. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos, sabendo-se que eles se movimentam no mesmo sentido, valem, respectivamente (considere $\pi = 3$):

a) 300 s e 300 s

b) 300 s e 600 s

▶ c) 300 s e 900 s

d) 900 s e 300 s

e) 900 s e 600 s

Chamando o corredor mais rápido de A e o outro de B:

$$\omega_A = \frac{v_A}{r} = \frac{3}{50} \text{ rad/s}$$

$$\omega_B = \frac{v_B}{r} = \frac{2,5}{50} = \frac{1}{20} \text{ rad/s}$$

Considerando que A parte da origem, e que os dois atletas correm a favor da orientação:

$$\varphi_A = \frac{3}{50}\Delta t \quad \text{(SI)}$$

$$\varphi_B = \pi + \frac{1}{20}\Delta t = 3 + \frac{1}{20}\Delta t \quad \text{(SI)}$$

Para os encontros:

$$\varphi_A - \varphi_B = 2k\pi = 6k$$

$$\frac{3}{50}\Delta t - 3 - \frac{1}{20}\Delta t = 6k$$

$$\frac{1}{100}\Delta t = 6k + 3$$

$$t = 600k + 300$$

Para k = 0, t = 300 s (1º encontro)

Para encontrarmos a periodicidade, há duas maneiras. A primeira é calculando os outros instantes de encontro, o que pode dar um resultado não muito preciso, devido aos arredondamentos.

Para k = 1, t = 900 s (2º encontro)

Para k = 2, t = 1 500 s (3º encontro)

Para k = 3, t = 2 100 s (4º encontro)

Assim, a periodicidade é de 600 s.

Outra maneira é encontrar o intervalo de tempo entre o instante **t** e o instante (t + 1):

$$\Delta t = 600(t + 1) + 300 - 600t - 300$$

$$\therefore \Delta t = 600 \text{ s}$$

3 Considere agora que os dois atletas do exercício anterior se movimentem em sentidos contrários. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o intervalo de tempo entre encontros sucessivos valem, aproximadamente (considere $\pi = 3$):

▶ a) 27,3 s e 54,5 s

b) 27,3 s e 81,8 s

c) 54,5 s e 81,8 s

d) 81,8 s e 54,3 s

e) 81,8 s e 136,4 s

Considerando que A parte da origem, e que ele se move a favor da orientação:

$$\omega_A = \frac{v_A}{r} = \frac{3}{50} \text{ rad/s}$$

$$\omega_B = \frac{v_B}{r} = \frac{-2,5}{50} = -\frac{1}{20} \text{ rad/s}$$

$$\varphi_A = \frac{3}{50}\Delta t \quad \text{(SI)}$$

$$\varphi_B = \pi - \frac{1}{20}\Delta t = 3 - \frac{1}{20}\Delta t \quad \text{(SI)}$$

Para os encontros:

$$\varphi_A - \varphi_B = 2k\pi = 6k$$

$$\frac{3}{50}\Delta t - 3 + \frac{1}{20}\Delta t = 6k$$

$$\frac{11}{100}\Delta t = 6k + 3$$

$$t = \frac{600k + 300}{11}$$

Para k = 0, t ≈ 27,3 s (1º encontro).

Para encontrarmos a periodicidade, há duas maneiras. A primeira é calculando os outros instantes de encontro, o que pode dar um resultado não muito preciso, devido aos arredondamentos.

Para k = 1, t ≈ 81,8 s (2º encontro)

Para k = 2, t ≈ 136,4 s (3º encontro)

Para k = 3, t ≈ 190,9 s (4º encontro)

Assim, a periodicidade é de 54,5 s, aproximadamente.

Outra maneira é encontrar o intervalo de tempo entre o instante **t** e o instante (t + 1):

$$\Delta t = \frac{600(t + 1) + 300}{11} - \frac{600t + 300}{11}$$

$$\therefore \Delta t = \frac{600}{11} \approx 54,5 \text{ s}$$

4.

a) a cadência desenvolvida pelo ciclista. Considere $\pi = 3$.

Lendo o texto, percebe-se que a cadência expressa a frequência de rotação do pedal, em rpm.

A partir do movimento dos pedais, que é uniforme, pode-se calcular seu período de rotação, que é o mesmo dos pedais.

Para uma volta completa:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot r_{pedal}}{T} = 2 \cdot \pi \cdot r_{pedal} \cdot f \Rightarrow 1{,}4 = 2 \cdot 3 \cdot 0{,}175 \cdot f \therefore f = \frac{4}{3}\text{ Hz}$$

Para transformar a unidade em rpm, sugerimos primeiro mostrar a transformação de 1 rpm para Hz, e depois aplicar no resultado.

$$1\text{ rpm} = 1\,\frac{\text{rotação}}{\text{min}} = 1\,\frac{\text{rotação}}{60\text{ s}} = \frac{1}{60}\text{ Hz} \therefore 1\text{ Hz} = 60\text{ rpm}$$

Dessa forma:

$$f = \frac{4}{3}\text{ Hz} = \frac{4}{3} \cdot 60 = 80\text{ rpm}$$

b) a velocidade escalar de um ponto da periferia do pneu traseiro em relação à bicicleta.

Observando o sistema de transmissão da bicicleta:

$$\omega_{coroa} = \omega_{pedal} \Rightarrow \frac{v_{coroa}}{r_{coroa}} = \frac{v_{pedal}}{r_{pedal}}$$

Ao substituir os valores, seria interessante comentar sobre a **não** necessidade de converter as unidades dos raios.

$$\frac{v_{coroa}}{60} = \frac{1{,}4}{175} \Rightarrow v_{coroa} = \frac{12}{25}\text{ m/s}$$

A v_{coroa}, que é a velocidade de um ponto da periferia da coroa, é a mesma velocidade da corrente, que coincide com a velocidade em um ponto da periferia da catraca. Dessa forma:

$$\omega_{catraca} = \omega_{pneu} \Rightarrow \frac{v_{catraca}}{r_{catraca}} = \frac{v_{pneu}}{r_{pneu}} \Rightarrow \frac{12/125}{40} = \frac{v_{pneu}}{320} \therefore v_{pneu} = \frac{96}{25} = 3{,}84\text{ m/s}$$

Se achar necessário, comente que a velocidade da bicicleta em relação à Terra é igual a 13,8 km/h, aproximadamente.

c) a frequência do movimento da catraca no Sistema Internacional.

Como a periferia do pneu realiza um MCU:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot r_{pneu}}{T} = 2\pi \cdot r_{pneu} \cdot f \Rightarrow \frac{96}{25} = 2 \cdot 3 \cdot 0{,}32 \cdot f \therefore f = 2\text{ Hz}$$

5.

Inicialmente, vamos relacionar as engrenagens A e B, considerando dois pontos localizados nas extremidades delas, também chamados de A e B:

$v_A = v_B$

$2\pi \cdot r_A \cdot f_A = 2\pi \cdot r_B \cdot f_B$

Como $r_B = 3r_A$:

$r_A \cdot 900 = 3r_A \cdot f_B$

$\therefore\ f_B = 300 \text{ rpm} = f_C$

Nesse momento da resolução, seria interessante mostrar que em uma engrenagem o número de dentes é proporcional à medida de seu raio. Assim, como $r_C = 1{,}5r_A$, o número de dentes de C é $20 \cdot 1{,}5 = 30$ dentes. Como as engrenagens C e D possuem 30 e 150 dentes, respectivamente, a proporção entre seus raios deve ser $r_D = 5r_C$. Dessa forma:

$v_D = v_C$

$2\pi \cdot r_D \cdot f_D = 2\pi \cdot r_C \cdot f_C$

$r_D \cdot f_D = r_C \cdot f_C$

$5r_C \cdot f_D = r_C \cdot 300$

$\therefore f_D = 60 \text{ rpm}$

Caso julgue interessante, explique que esse sistema pode funcionar como um sistema redutor. Diminuindo a frequência, diminui também a velocidade angular. Como o raio da engrenagem D é maior que o da C, e a intensidade das forças trocadas entre elas é a mesma, o momento aplicado aumenta. Ou seja, diminuindo a velocidade, aumenta o momento. Esse sistema é utilizado em tratores, sistemas de elevação de portões e pontes, e outros sistemas que exijam grandes esforços.