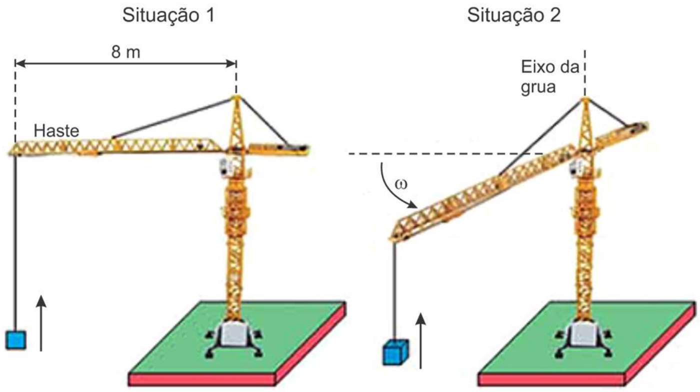
**1.** (Albert Einstein - Medicina 2022) Gruas são equipamentos utilizados na construção civil para movimentar objetos tanto na direção vertical como na horizontal. As figuras mostram uma grua em duas situações.

Situação 1: com a haste horizontal da grua parada, um bloco de 200 kg é puxado verticalmente para cima, em movimento uniforme, por um cabo de massa desprezível.

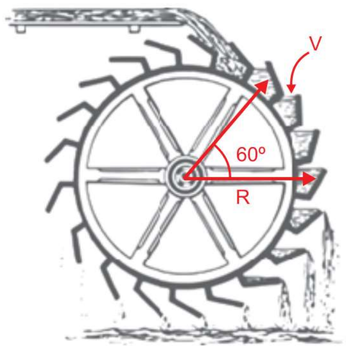
Situação 2: o cabo, que passa a 8 m do eixo da grua, puxa um bloco que sobe com velocidade vertical constante de 0,6 m/s, enquanto a haste horizontal da grua e o bloco giram com velocidade angular constante de 0,1 rad/s.




Adotando g = 10 m/s$^2$ e desprezando a resistência do ar, calcule:

a) na situação 1, o trabalho, em J, realizado pela força de tração que atua no bloco, quando ele subir 3 m.
b) na situação 2, o módulo da velocidade vetorial instantânea do bloco, em m/s, em relação à Terra.

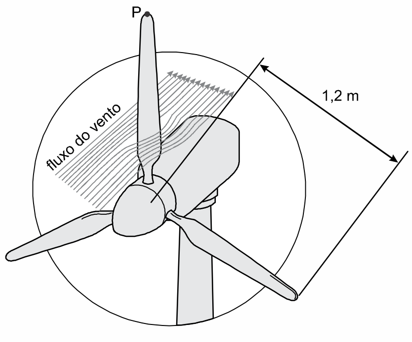
**2.** (Famerp 2022) Uma roda d'água, que gira a uma velocidade angular constante, possui 20 reservatórios de volume $V = 5\text{L}$ cada e um raio $R = \frac{\sqrt{3}}{3}\text{m}.$ Sobre a roda está instalada uma calha que despeja água, de densidade igual a 1 kg/L, a uma taxa de 1,25 L por segundo, conforme ilustrado na figura. Considere que essa taxa é a mesma com que os reservatórios são preenchidos e que eles ficam completamente cheios ao passarem pela queda d'água.




(https://openclipart.org. Adaptado.)

a) Qual é o tempo, em segundos, necessário para se encher cada reservatório? Sabendo que a roda leva 80 s para completar uma volta, qual a sua velocidade angular, em radianos por segundo?
b) Um reservatório, após ser completamente cheio, percorre um trajeto que corresponde a um ângulo de 60°, cujo seno vale $\frac{\sqrt{3}}{2}$, sem despejar água. A partir disso, esse reservatório estará alinhado com o eixo da roda e começará a despejar água. Qual é a variação, em módulo, da energia potencial gravitacional do volume V de água, dada em joules, considerando $g = 10\,\text{m/s}^2$, durante esse trajeto? Considerando que essa energia possa ser convertida em energia elétrica, quantas voltas a roda deve dar para gerar 50 kWh de energia?

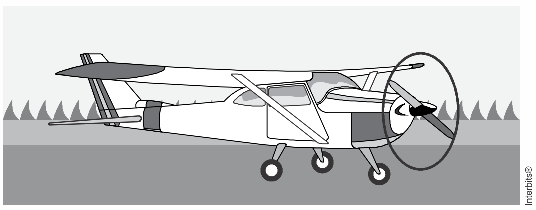
3**.** (Unesp 2017) As pás de um gerador eólico de pequeno porte realizam $300$ rotações por minuto. A transformação da energia cinética das pás em energia elétrica pelo gerador tem rendimento de $60\%,$ o que resulta na obtenção de $1.500\ \text{W}$ de potência elétrica.




(http://ambiente.hsw.uol.com.br. Adaptado.)

Considerando $\pi = 3,$ calcule o módulo da velocidade angular, em $\text{rad/s},$ e da velocidade escalar, em $\text{m/s},$ de um ponto P situado na extremidade de uma das pás, a $1,2\ \text{m}$ do centro de rotação. Determine a quantidade de energia cinética, em joules, transferida do vento para as pás do gerador em um minuto. Apresente os cálculos.

4**.** (Unifesp 2017) Um avião, logo após a aterrissagem, está em movimento retilíneo sobre a pista horizontal, com sua hélice girando com uma frequência constante de $4\ \text{Hz}.$



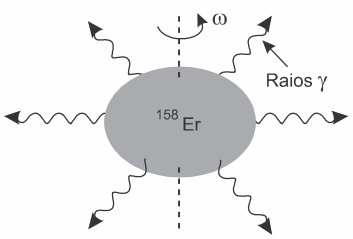

Considere que em um determinado intervalo de tempo a velocidade escalar desse avião em relação ao solo é constante e igual a $2\ \text{m/s},$ que cada pá da hélice tem $1\ \text{m}$ de comprimento e que $\pi = 3.$ Calcule:

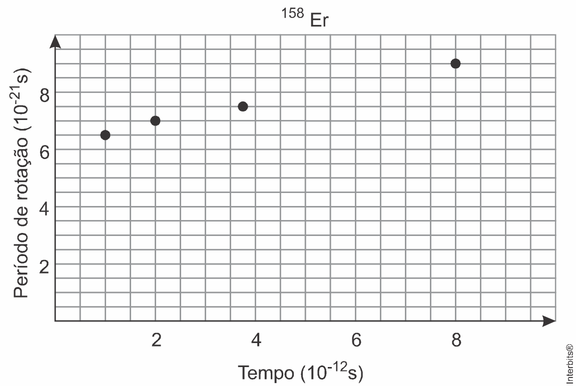
a) a distância, em metros, percorrida pelo avião enquanto sua hélice dá $12$ voltas completas.
b) o módulo da velocidade vetorial instantânea, em $\text{m/s},$ de um ponto da extremidade de uma das pás da hélice do avião, em relação ao solo, em determinado instante desse intervalo.

5**.** (Famerp 2021) Em julho de 2020, Estados Unidos, China e Emirados Árabes lançaram missões espaciais não tripuladas a Marte.

a) Para chegar ao planeta, as naves devem percorrer uma distância aproximada de $4,80 \times 10^8\ \text{km}$ em cerca de 200 dias terrestres. Quantas horas demorará a viagem das naves da Terra até Marte? Qual é a velocidade média, em $\text{km/h},$ desenvolvida pelas naves nessa viagem?
b) O período de translação de Marte em torno do Sol é de 1,9 anos terrestres. Considerando as órbitas no mesmo plano e aproximadamente circulares, e que os planetas se movem no mesmo sentido com velocidades angulares constantes, calcule o menor intervalo de tempo, em meses terrestres, entre dois instantes de máxima aproximação entre Marte e Terra.

6. (Fuvest 2018) Núcleos atômicos podem girar rapidamente e emitir raios $\gamma$. Nesse processo, o núcleo perde energia, passando sucessivamente por estados de energia cada vez mais baixos, até chegar ao estado fundamental, que é o estado de menor energia desse sistema. Nos laboratórios onde esses núcleos são estudados, detectores registram dados dos pulsos da radiação $\gamma$ emitida, obtendo informações sobre o período de rotação nuclear. A perda de energia devido à emissão de radiação eletromagnética altera o período de rotação nuclear. O gráfico mostra quatro valores do período de rotação de um dos isótopos do núcleo de érbio $(^{158}Er)$ durante um certo intervalo de tempo, obtidos a partir de dados experimentais.




Obtenha o valor da

a) velocidade angular de rotação, $\omega$, , do núcleo no instante $t = 8 \times 10^{-12}$ s, em rad/s;

b) aceleração angular média, $\alpha$, do núcleo entre os instantes $t = 2 \times 10^{-12}$ s e $t = 8 \times 10^{-12}$ s em $\text{rad}/\text{s}^2$;

c) aceleração centrípeta, $a_c$, de uma porção de matéria nuclear localizada a uma distância $R = 6 \times 10^{-15}$ m do eixo de rotação nuclear para o instante $t = 8 \times 10^{-12}$ s;

d) energia, E, emitida pelo $^{158}Er$ sob a forma de radiação eletromagnética entre os instantes $t = 2 \times 10^{-12}$ s e $t = 8 \times 10^{-12}$ s.

Note e adote:
Radiação $\gamma$: radiação eletromagnética de frequência muito alta.
Energia rotacional do núcleo $E_R = (1/2)\, I\, \omega^2$, onde $I = 12 \times 10^{-55}$ J s$^2$ é constante.
$\pi = 3$

7. (Unesp) Um cilindro oco de 3,0 m de comprimento, cujas bases são tampadas com papel fino, gira rapidamente em torno de seu eixo com velocidade angular constante. Uma bala disparada com velocidade de 600 m/s, paralelamente ao eixo do cilindro, perfura suas bases em dois pontos, P na primeira base e Q na segunda. Os efeitos da gravidade e da resistência do ar podem ser desprezados.

a) Quanto tempo a bala levou para atravessar o cilindro?

b) Examinando as duas bases de papel, verifica-se que entre P e Q há um deslocamento angular de 9°. Qual é a frequência de rotação do cilindro, em hertz, sabendo que não houve mais do que uma rotação do cilindro durante o tempo que a bala levou para atravessá-lo?

8. (Fuvest 2017) De férias em Macapá, cidade brasileira situada na linha do equador e a 51° de longitude oeste, Maria faz um *selfie* em frente ao monumento do marco zero do equador. Ela envia a foto a seu namorado, que trabalha em um navio ancorado próximo à costa da Groenlândia, a 60° de latitude norte e no mesmo meridiano em que ela está. Considerando apenas os efeitos da rotação da Terra em torno de seu eixo, determine, para essa situação,

a) a velocidade escalar $v_M$ de Maria;

b) o módulo $a_M$ da aceleração de Maria;

c) a velocidade escalar $v_n$ do namorado de Maria;

d) a medida do ângulo $\alpha$ entre as direções das acelerações de Maria e de seu namorado.

Note e adote:
Maria e seu namorado estão parados em relação à superfície da Terra. (continua na próxima página)

As velocidades e acelerações devem ser determinadas em relação ao centro da Terra.
Considere a Terra uma esfera com raio $6 \times 10^6$ m.
Duração do dia $\approx 80.000$ s
$\pi \approx 3$
Ignore os efeitos da translação da Terra em torno do Sol.
$\text{sen}\,30° = \cos 60° = 0,5$
$\text{sen}\,60° = \cos 30° \approx 0,9$

9. (Fuvest 2015) Uma criança com uma bola nas mãos está sentada em um “gira-gira” que roda com velocidade angular constante e frequência $f = 0,25\ \text{Hz}$.

a) Considerando que a distância da bola ao centro do “gira-gira” é $2\ \text{m}$, determine os módulos da velocidade $\vec{V}_T$ e da aceleração $\vec{a}$ da bola, em relação ao chão.

Num certo instante, a criança arremessa a bola horizontalmente em direção ao centro do “gira-gira”, com velocidade $\vec{V}_R$ de módulo $4\ \text{m/s}$, em relação a si.

Determine, para um instante imediatamente após o lançamento,
b) o módulo da velocidade $\vec{U}$ da bola em relação ao chão;
c) o ângulo $\theta$ entre as direções das velocidades $\vec{U}$ e $\vec{V}_R$ da bola.

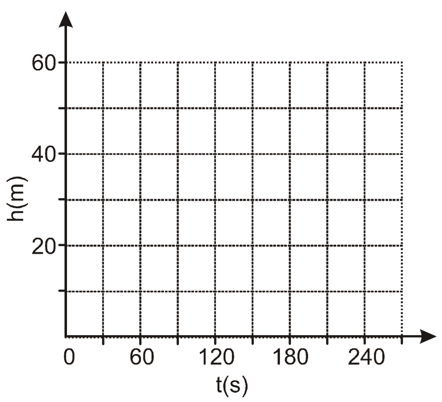
Note e adote:
$\pi = 3$

10. (Unicamp 2011) Várias Leis da Física são facilmente verificadas em brinquedos encontrados em parques de diversões. Suponha que em certo parque de diversões uma criança está brincando em uma roda gigante e outra em um carrossel.

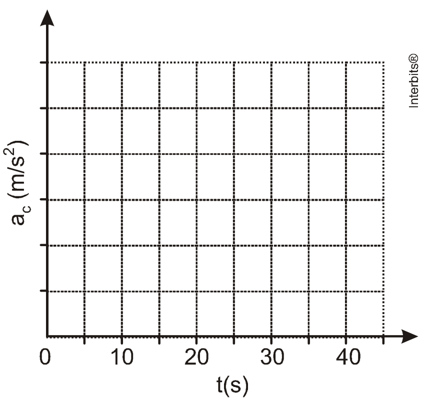
a) A roda gigante de raio R = 20 m gira com velocidade angular constante e executa uma volta completa em T = 240 s. No gráfico **a)** abaixo, marque claramente com um ponto a altura h da criança em relação à base da roda gigante nos instantes t = 60 s, t = 120 s, t = 180 s e t = 240 s, e, em seguida, esboce o comportamento de h em função do tempo. Considere que, para t = 0, a criança se encontra na base da roda gigante, onde h = 0.

b) No carrossel, a criança se mantém a uma distância r = 4 m do centro do carrossel e gira com velocidade angular constante $\omega_0$. Baseado em sua experiência cotidiana, estime o valor de $\omega_0$ para o carrossel e, a partir dele, calcule o módulo da aceleração centrípeta $a_c$ da criança nos instantes t = 10 s, t = 20 s, t = 30 s e t = 40 s. Em seguida, esboce o comportamento de $a_c$ em função do tempo no gráfico **b)** abaixo, marcando claramente com um ponto os valores de $a_c$ para cada um dos instantes acima. Considere que, para t = 0, o carrossel já se encontra em movimento.

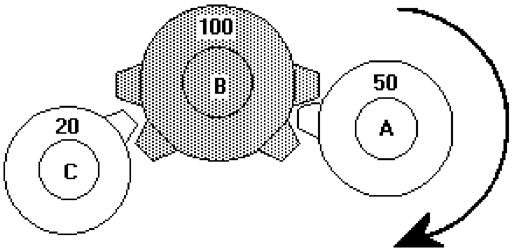
a)




b)



11. (Unicamp) Considere as três engrenagens acopladas simbolizadas na figura a seguir. A engrenagem A tem 50 dentes e gira no sentido horário, indicado na figura, com velocidade angular de 100 rpm (rotação por minuto). A engrenagem B tem 100 dentes e a C tem 20 dentes.




a) Qual é o sentido de rotação da engrenagem C?

b) Quanto vale a velocidade tangencial da engrenagem A em dentes/min?

c) Qual é a velocidade angular de rotação (em rpm) da engrenagem B?

12. (Unicamp) Em 1885, Michaux lançou o biciclo com uma roda dianteira diretamente acionada por pedais (Fig. A). Através do emprego da roda dentada, que já tinha sido concebida por Leonardo da Vinci, obteve-se melhor aproveitamento da força nos pedais (Fig. B). Considere que um ciclista consiga pedalar 40 voltas por minuto em ambas as bicicletas.

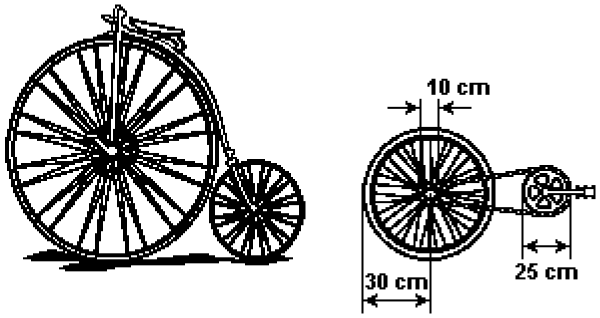


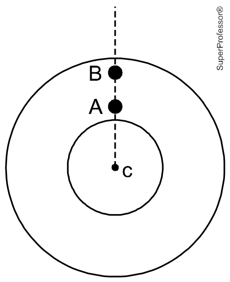

**Figura A** **Figura B**

a) Qual a velocidade de translação do biciclo de Michaux para um diâmetro da roda de 1,20 m?

b) Qual a velocidade de translação para a bicicleta padrão aro 60 (Fig. B)?

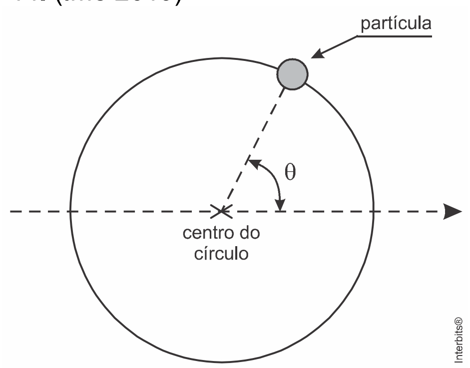
13. (Eear 2023) Dois ciclistas, A e B, percorrem uma pista circular, partindo exatamente ao mesmo tempo, da mesma linha radial e com a mesma velocidade angular, conforme mostrado na figura a seguir. O ciclista A realiza um movimento circular no sentido horário e está a 250 m do centro da pista (c). O ciclista B realiza um movimento no sentido anti-horário e está a 300 m do centro da pista (c). Sabendo que os ciclistas se cruzam em sentidos contrários pela primeira vez 5 min após a partida, qual a intensidade, em m/s, respectivamente, da velocidade linear do ciclista A e do ciclista B?

Adote o valor de $\pi = 3$




a) 3 e 2,5
b) 2,5 e 3
c) 6 e 5
d) 5 e 6

14. (Ime 2019)




Uma partícula desloca-se solidária a um trilho circular com $0{,}5\,\text{m}$ de raio. Sabe-se que o ângulo $\theta$, indicado na figura, segue a equação $\theta = t^2$, onde $t$ é o tempo em segundos e $\theta$ é o ângulo em radianos. O módulo do vetor aceleração da partícula, em $t = 1\,\text{s}$, é:

a) $\sqrt{5}$
b) $\sqrt{2}$
c) 1
d) $2\sqrt{5}$
e) 2

**Gabarito:**

**Resposta da questão 1:**
a) Como o movimento é uniforme, a tração e o peso têm mesma intensidade. Calculando o trabalho da tração:

$$W_{\vec{T}} = Th_1 \cos 0° = mgh_1 = 200 \times 10 \times 3 \Rightarrow \boxed{W_{\vec{T}} = 6.000\,\text{J}}$$

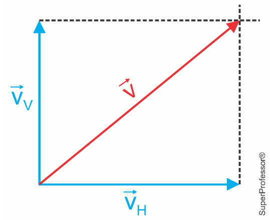
b) O módulo da componente vertical da velocidade vetorial é dado no enunciado:

$$\boxed{|\vec{v}_V| = 0{,}6\ \text{m/s}}$$

Calculando o modulo da componente horizontal:

$$|\vec{v}_H| = \omega R = 0{,}1 \times 8 \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_H| = 0{,}8\ \text{m/s}}$$

A figura mostra essas duas componentes.




Pitágoras:

$$|\vec{v}|^2 = |\vec{v}_H|^2 + |\vec{v}_V|^2 \Rightarrow |\vec{v}|^2 = 0{,}8^2 + 0{,}6^2 = 1 \Rightarrow \boxed{v = 1\ \text{m/s}}$$

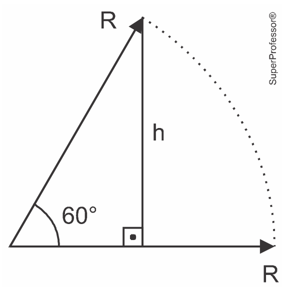
**Resposta da questão 2:**
a) O período (T) da roda é 80 s. Como são 20 reservatórios, o tempo (**Δt**) para encher cada reservatório é:

$$20\,\Delta t = 80 \Rightarrow \boxed{\Delta t = 4\,\text{s}}$$

A velocidade angular da roda é:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{80} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\pi}{40}\text{rad/s}}$$

b) Calculando a variação da altura:




$$\text{sen}\,60° = \frac{h}{R} \Rightarrow h = R\,\text{sen}\,60° = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{6} \Rightarrow \boxed{h = 0{,}5\,\text{m}}$$

O módulo da variação da energia potencial do volume de água em cada reservatório é:

$$|\Delta E_p| = mgh = \rho V g h = 1 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \boxed{|\Delta E_p| = 25\,\text{J}}$$

A cada volta, a energia potencial liberada pelos 20 reservatórios é:

$$E_p = 20|\Delta E_p| = 20 \cdot 25 \Rightarrow \boxed{E_p = 500\,\text{J}}$$

Pela conservação da energia, no número de voltas dadas (**n**) para gerar energia elétrica de 50 kWh é:

$$nE_p = E_{el} \Rightarrow n \times 5 \times 10^2 = 50(1.000\,\text{W}) \times (3.600\,\text{s}) \Rightarrow n = \frac{50 \times 3{,}6 \times 10^6}{5 \times 10^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{n = 3{,}6 \times 10^5}$$

**Resposta da questão 3:**
Dados: $f = 300\,\text{rpm} = 5\,\text{Hz};\ \pi = 3;\ R = 1{,}2\,\text{m};\ P_U = 1.500\,\text{W};\ \eta = 60\% = 0{,}6.$

Velocidade (escalar) angular:

$$\omega = 2\pi f = 2 \times 3 \times 5 \ \Rightarrow \ \boxed{\omega = 30\,\text{rad/s.}}$$

Velocidade (escalar) linear:

$$v = \omega R = 30 \times 1{,}2 \ \Rightarrow \ \boxed{v = 36\,\text{m/s.}}$$

Energia cinética transmitida:

$$\left\{\begin{array}{l} E_{cin} = P_T\,\Delta t \\ \eta = \dfrac{P_U}{P_T} \ \Rightarrow \ P_T = \dfrac{P_U}{\eta} \end{array}\right\rangle E_{cin} = \frac{P_U}{\eta}\Delta t = \frac{1.500}{0{,}6} \times 60 \ \Rightarrow \ \boxed{E_{cin} = 1{,}5 \times 10^5\ \text{J.}}$$

**Resposta da questão 4:**
Dados: $f_{hel} = 4\ \text{Hz};\ v_{av} = 2\ \text{m/s};\ \ell_{hel} = 1\,\text{m};\ \pi = 3.$

a) O tempo gasto pela hélice para realizar $12$ voltas completas corresponde a:

$$\Delta t = 12T = 12\frac{1}{f_{hel}}$$

sendo $T = \dfrac{1}{f_{hel}}$ o período de cada ciclo da hélice.

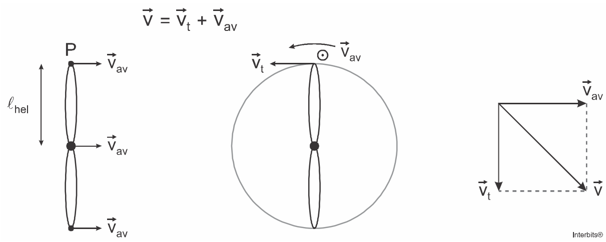
Substituindo na equação os valores de parâmetros conhecidos, tem-se que:

$$\Delta t = \frac{12}{f_{hel}} = \frac{12}{4} = 3\ \text{s}$$

A distância percorrida pelo avião no intervalo de tempo $\Delta t = 3\ \text{s},$ é:

$$\Delta S = v_{av} \cdot \Delta t = 2 \times 3 = 6\ \text{m}$$

b) A velocidade vetorial instantânea da extremidade de uma das hélices será uma composição da velocidade da extremidade da hélice relativa ao avião, $\vec{v}_t,$ e a velocidade do avião em relação ao solo, $\vec{v}_{av}$ :




lembrando que o símbolo  na segunda figura representa um vetor perpendicular ao plano do papel, "saindo" do mesmo.

Da composição vetorial, conclui-se que

$$v^2 = v_t^2 + v_{av}^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_t^2 + v_{av}^2}$$

A velocidade do avião $\vec{v}_{av}$ possui módulo conhecido e igual a $2\ \text{m/s}.$

A velocidade $\vec{v}_t,$ ou melhor, o seu módulo, é obtido da seguinte forma:

$$\vec{v}_t = \omega\,\ell_{hel} = 2\,\pi\,f_{hel}\,\ell_{hel} = 2 \times 3 \times 4 \times 1 = 24\ \text{m/s}$$

Substituindo-se os parâmetros conhecidos na equação do módulo da velocidade total, obtém-se:

$$v = \sqrt{24^2 + 2^2} \cong \sqrt{24^2} = 24\ \text{m/s}$$

**Resposta da questão 5:**
a) O tempo decorrido será de:

$$\Delta t = 200 \text{ dias} = 200 \cdot 24 \text{ h} \Rightarrow \Delta t = 4,8 \cdot 10^3 \text{ h}$$

E a velocidade média será igual a:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4,8 \cdot 10^8}{4,8 \cdot 10^3} \Rightarrow v = 10^5 \text{ km/h}$$

b) Da velocidade angular relativa entre os planetas, obtemos:

$$\omega_{rel} = \omega_{Terra} - \omega_{Marte}$$

$$\frac{\cancel{2\pi}}{T} = \frac{\cancel{2\pi}}{1} - \frac{\cancel{2\pi}}{1,9}$$

$$T = \frac{1,9}{0,9} \text{ anos} = \frac{1,9}{0,9} \cdot 12 \text{ meses}$$

$$\therefore T \cong 25,3 \text{ meses}$$

**Resposta da questão 6:**
a) Para $t = 8 \cdot 10^{-12} \text{ s} \Rightarrow T = 9 \cdot 10^{-21} \text{ s}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{9 \cdot 10^{-21}}$$

$$\therefore \omega \cong 6,7 \cdot 10^{20} \text{ rad/s}$$

b) Para $t = 2 \cdot 10^{-12} \text{ s} \Rightarrow T_1 = 7 \cdot 10^{-21} \text{ s} \Rightarrow \omega_1 = \frac{2\pi}{7} \cdot 10^{21} \text{ rad/s}$

Para $t = 8 \cdot 10^{-12} \text{ s} \Rightarrow T_2 = 9 \cdot 10^{-21} \text{ s} \Rightarrow \omega_2 = \frac{2\pi}{9} \cdot 10^{21} \text{ rad/s}$

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = 2\pi \cdot 10^{21} \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{1}{6 \cdot 10^{-12}}$$

$$\therefore \alpha \cong -3,2 \cdot 10^{31} \text{ rad / s}^2$$

c) Teremos:

$$a_c = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{9} \cdot 10^{21}\right)^2 \cdot 6 \cdot 10^{-15}$$

$$\therefore a_c \cong 2,7 \cdot 10^{27} \text{ m/s}^2$$

d) Teremos:

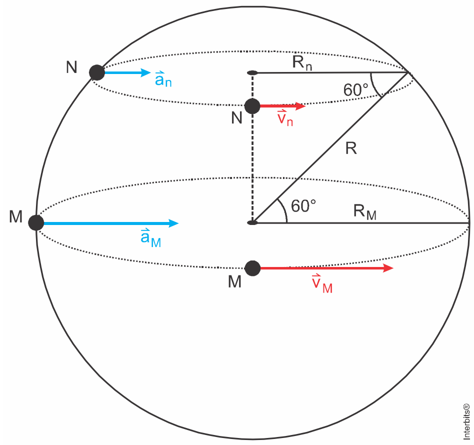
$$E_R = \frac{I\omega^2}{2} \Rightarrow \Delta E_R = \frac{I}{2}\left(\omega_1^2 - \omega_2^2\right)$$

$$E = \Delta E_R = \frac{12 \cdot 10^{-55}}{2} \cdot \left(2\pi \cdot 10^{21}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{7^2} - \frac{1}{9^2}\right)$$

$$\therefore E \cong 1,7 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

**Resposta da questão 7:**
a) 0,005 s
b) 5 Hz

**Resposta da questão 8:**
A figura ilustra a situação, mostrando Maria $(M)$ e seu namorado $(N)$ em duas posições diferentes, sobre o mesmo meridiano




a) O raio da trajetória de Maria é igual ao raio da Terra: $R_M = R = 6 \times 10^6$ m.

Como o movimento de Maria é circular uniforme:

$$v_M = \frac{\Delta S_M}{\Delta t} = \frac{2\pi R_M}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 6 \times 10^6}{80.000} \Rightarrow \boxed{v_M = 450\,\text{m/s}.}$$

b) No movimento circular uniforme, a aceleração é centrípeta.

$$a_M = \frac{v_M^2}{R_M} = \frac{450^2}{6 \times 10^6} = \frac{202.500}{6 \times 10^6} \Rightarrow \boxed{a_M = 0{,}034\,\text{m/s}^2.}$$

c) O movimento do namorado de Maria também é circular uniforme, de raio $R_n$.

$$\cos 60° = \frac{R_n}{R} \Rightarrow R_n = R\cos 60°$$

$$v_n = \frac{\Delta S_n}{\Delta t} = \frac{2\pi R_n}{T} = \frac{2\pi R\cos 60°}{T} = \frac{2\pi R}{T}\cos 60° = v_M \cos 60° = 450\frac{1}{2} \Rightarrow v_M = 225\,\text{m/s}.$$

d) Como mostra a figura, as acelerações de Maria e de seu namorado, $\vec{a}_M$ e $\vec{a}_n$, são paralelas entre si, logo:

$$\boxed{\alpha = 0°.}$$

**Resposta da questão 9:**

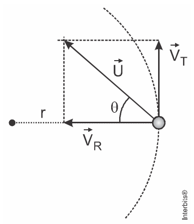
Dados: $f = 0{,}25$ Hz; $r = 2$ m; $\left|\vec{V}_R\right| = 4$ m/s; $\pi = 3$.

a) Como se trata de movimento circular uniforme, somente há a componente centrípeta da aceleração.

$$\left|\vec{V}_T\right| = 2\,\pi\,f\,r = 2 \cdot 3 \cdot 0{,}25 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{\left|\vec{V}_T\right| = 3\text{ m/s.}}$$

$$\left|\vec{a}\right| = \frac{\left|\vec{V}_T\right|^2}{r} = \frac{3^2}{2} \Rightarrow \boxed{\left|\vec{a}\right| = 4{,}5\text{ m/s}^2.}$$

b) A figura mostra a velocidade resultante $(\vec{U})$ da bola num ponto qualquer da trajetória.




$$U^2 = V_T^2 + V_R^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow \boxed{U = 5\text{ m/s.}}$$

c) $\cos\theta = \frac{V_R}{U} = \frac{4}{5} = 0{,}8 \Rightarrow \boxed{\theta = \arccos 0{,}8.}$

**Resposta da questão 10:**
a) Dados: **R** = 20 m**;** **T** = 240 s.

A Fig. 1 mostra a roda gigante e as posições da criança em cada um dos instantes citados.
No gráfico **a)** estão assinalados esses pontos.

Para traçar a curva do gráfico **a)**, vamos encontrar a função que fornece a altura em função do tempo [h = f(t)].

Novamente na Fig.1 notamos que:

$$h = R - R\cos\theta \;\Rightarrow\; h = R(1-\cos\theta) \;\Rightarrow$$
$$h = 20(1-\cos\theta) \text{ (I).}$$

Mas:

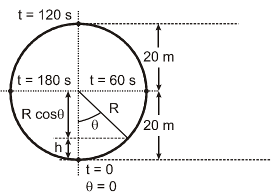
$$\theta = \omega t \;\Rightarrow\; \theta = \frac{2\pi}{T}t \;\Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{240}t \;\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{120}t \text{ (II).}$$

Substituindo (II) em (I):

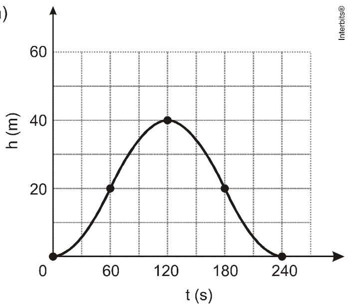
$$h = 20\left(1-\cos\frac{\pi}{120}t\right).$$

A partir dessa função, obtemos a tabela abaixo para a construção do gráfico. A curva tem forma senoidal.

Fig. 1




a)




| t(s) | h(m) |
|---|---|
| 0 | 0,0 |
| 30 | 5,9 |
| 60 | 20 |
| 90 | 34,1 |
| 120 | 40 |
| 150 | 34,1 |
| 180 | 20 |
| 210 | 5,9 |
| 240 | 0 |

b) Dados: **R** = 4 m; $\pi$ = 3.

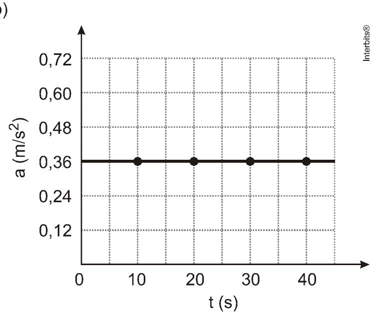
Estimando um período de 20 s para o movimento do carrossel, temos:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2(3)}{20} \;\Rightarrow\; \omega_0 = 0{,}3 \text{ rad/s.}$$

Como se trata de movimento circular uniforme, a aceleração centrípeta tem módulo constante. Calculando-o:

$a_c = \omega_0^2 R = (0{,}3)^2\, 4 \Rightarrow a_c = 0{,}36$ m/s$^2$ (constante). Assim, o gráfico é um segmento de reta horizontal.

b)




**Resposta da questão 11:**
a) horário.
b) 5,0 . $10^3$ dentes/min.

c) 50 rpm.

**Resposta da questão 12:**
a) 2,4m/s

b) 3,0m/s

**Resposta da questão 13:**
[B]

Como os ciclistas possuem a mesma velocidade angular, temos que:

$$\omega_A = \omega_B$$
$$\frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}$$
$$\frac{v_A}{250} = \frac{v_B}{300}$$
$$v_B = \frac{6v_A}{5} \quad \text{(I)}$$

A soma do espaço angular percorrido por ambos até o encontro deve totalizar o equivalente angular a uma volta. Logo:

$$\theta_A + \theta_B = 2\pi$$
$$\omega_A t + \omega_B t = 2\pi$$
$$\frac{v_A}{R_A} t + \frac{v_B}{R_B} t = 2\pi$$
$$\frac{v_A}{250} \cdot 5 \cdot 60 + \frac{v_B}{300} \cdot 5 \cdot 60 = 2 \cdot 3$$
$$\frac{6v_A}{5} + v_B = 6 \quad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$\frac{6v_A}{5} + \frac{6v_A}{5} = 6$$
$$12v_A = 30$$
$$\therefore v_A = 2{,}5 \text{ m/s}$$

e

$$v_B = \frac{6 \cdot 2{,}5}{5}$$
$$\therefore v_B = 3 \text{ m/s}$$

**Resposta da questão 14:**
[A]

Velocidade e aceleração angulares:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{dt^2}{dt} \Rightarrow \omega = 2t \text{ rad/s}$$
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d(2t)}{dt} \Rightarrow \alpha = 2 \text{ rad/s}^2$$

Módulos da aceleração centrípeta e tangencial para $t = 1\text{ s}$:

$$\left|\overrightarrow{a_{cp}}\right| = \omega^2 R = (2 \cdot 1)^2 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \left|\overrightarrow{a_{cp}}\right| = 2 \text{ m/s}^2$$
$$\left|\overrightarrow{a_t}\right| = \alpha R = 2 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \left|\overrightarrow{a_t}\right| = 1 \text{ m/s}^2$$

Portanto:

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\left|\overrightarrow{a_{cp}}\right|^2 + \left|\overrightarrow{a_t}\right|^2} = \sqrt{2^2 + 1^2}$$
$$\therefore \left|\vec{a}\right| = \sqrt{5} \text{ m/s}^2$$