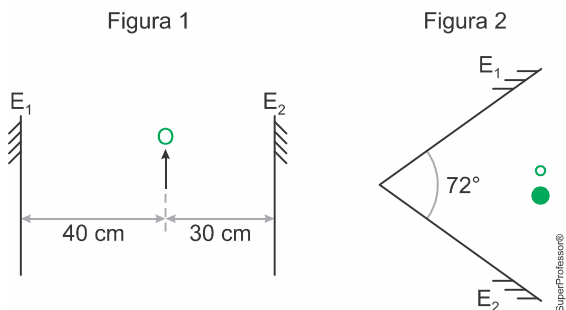
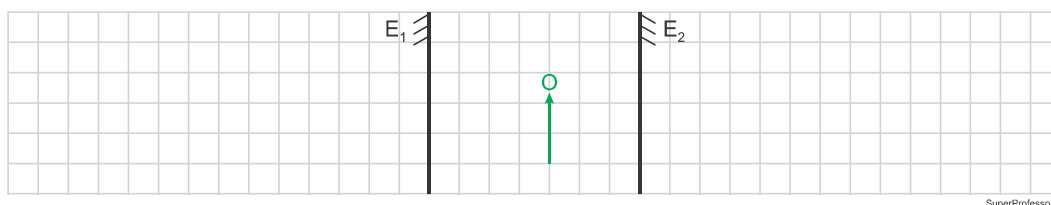


1. (Famerp 2024) Um objeto  $O$  é colocado entre dois espelhos planos,  $E_1$  e  $E_2$ , cujas superfícies refletoras estão paralelas e voltadas uma para a outra, como mostrado na figura 1. Considere que o corpo do objeto não obstrua a luz refletida pelos espelhos e que, em consequência desse fato, infinitas imagens são conjugadas devido a reflexões consecutivas nos espelhos. Posteriormente, os espelhos são movidos para que o ângulo entre as superfícies refletoras passe a ser de  $72^\circ$  e o objeto é posicionado no centro dessa configuração, como mostra a vista superior na figura 2.



a) No esquema fornecido a seguir, localize e desenhe as duas primeiras imagens conjugadas pelo espelho  $E_1$  e as duas primeiras imagens conjugadas pelo espelho  $E_2$  na situação mostrada na figura 1. Indique as distâncias dessas imagens ao espelho que as conjugam.



b) Determine o número de imagens conjugadas pelos espelhos na situação mostrada na figura 2. Quantas dessas imagens são conjugações primárias, formadas pela reflexão direta do objeto pelos espelhos e quantas são conjugações secundárias, formadas pela reflexão de outras imagens?

2. (Ufrj 2009) Uma criança segura uma bandeira do Brasil como ilustrado na figura 1. A criança está diante de dois espelhos planos verticais  $A$  e  $B$  que fazem entre si um ângulo de  $60^\circ$ . A figura 2 indica seis posições, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, relativas aos espelhos. A criança se encontra na posição 1 e pode ver suas imagens nas posições 2, 3, 4, 5 e 6.



Figura I

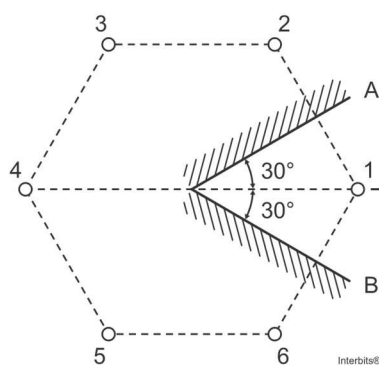
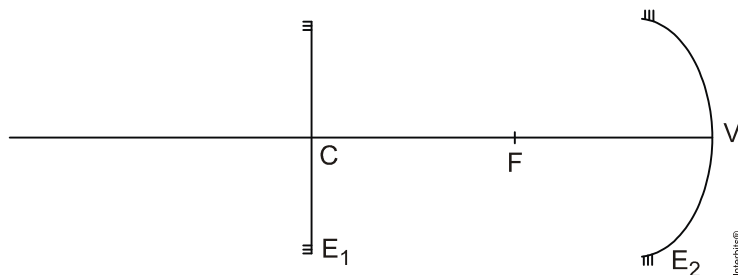


Figura II

Em quais das cinco imagens a criança pode ver os dizeres **ORDEM E PROGRESSO**? Justifique a sua resposta.

3. (Upe 2011) No esquema a seguir,  $E_1$  é um espelho plano, e  $E_2$  é um espelho esférico côncavo cujo raio de curvatura é 60cm. Considere relativo ao espelho  $E_2$ , C como sendo o centro de curvatura, F, o foco e V, o vértice. Em F, é colocada uma fonte pontual de luz.

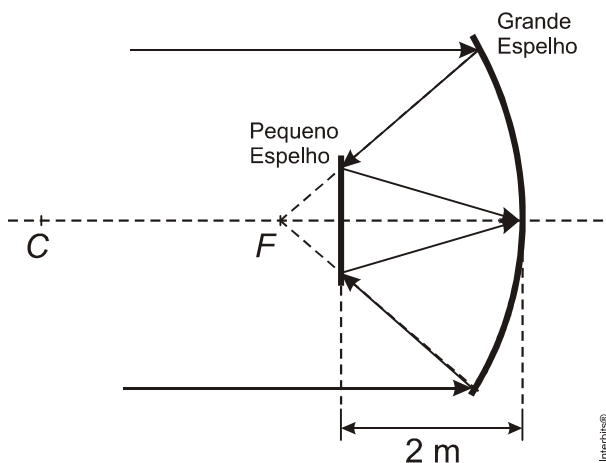


Considere que a luz sofre dupla reflexão, primeiramente no espelho  $E_1$  e, posteriormente, no espelho  $E_2$ .

Analise as afirmações a seguir e conclua.

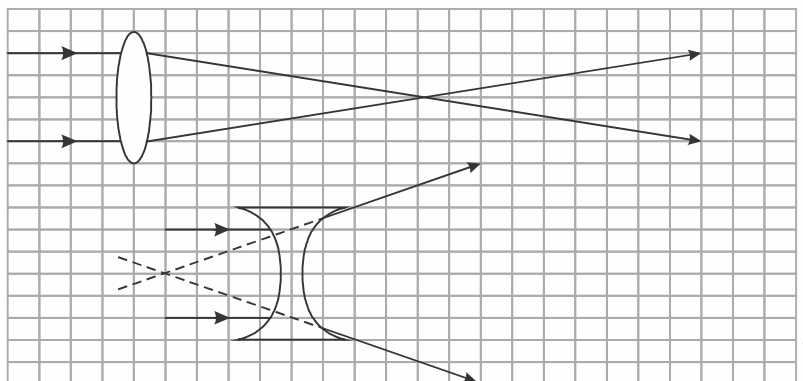
- ( ) A distância focal do espelho esférico é de 30 cm.
- ( ) Considerando a primeira reflexão, pode-se afirmar que a distância da imagem ao vértice do espelho  $E_2$  é de 90 cm.
- ( ) Após a segunda reflexão, pode-se afirmar que a nova imagem está a uma distância em relação à primeira imagem igual a 30 cm.
- ( ) Após a segunda reflexão, pode-se afirmar que a distância da fonte pontual de luz à sua imagem é igual a 15 cm.
- ( ) Após a segunda reflexão, observa-se que a imagem formada no espelho  $E_2$  é virtual e está posicionada a 45 cm à direita do vértice.

4. (Uffj 2011) A luz de um feixe paralelo de um objeto distante atinge um grande espelho, de raio de curvatura  $R = 5,0$  m, de um poderoso telescópio, como mostra a figura ao lado. Após atingir o grande espelho, a luz é refletida por um pequeno espelho, também esférico e não plano como parece, que está a 2 m do grande. Sabendo que a luz é focalizada no vértice do grande espelho esférico, faça o que se pede nos itens seguintes.



- a) O objeto no ponto  $F$ , para o pequeno espelho, é real ou virtual? Justifique sua resposta.
- b) Calcule o raio de curvatura  $r$  do pequeno espelho.
- c) O pequeno espelho é côncavo ou convexo? Justifique sua resposta.

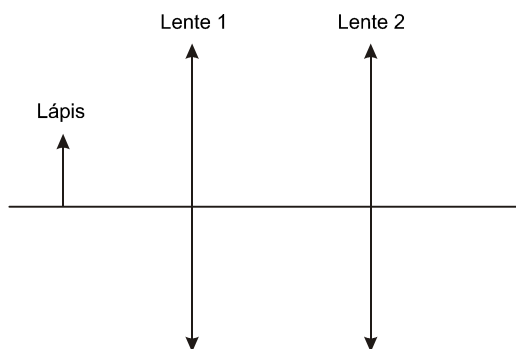
5. (Fcmmg 2020) Raios de luz paralelos incidem em duas lentes delgadas de vidro, uma convergente e outra divergente, e são desviados, conforme está mostrado na figura. O quadriculado possui lado de 1 cm.



Se as lentes forem colocadas sobre o mesmo eixo principal, a distância entre elas, para que os feixes de luz penetrem e saiam delas, paralelamente, será de:

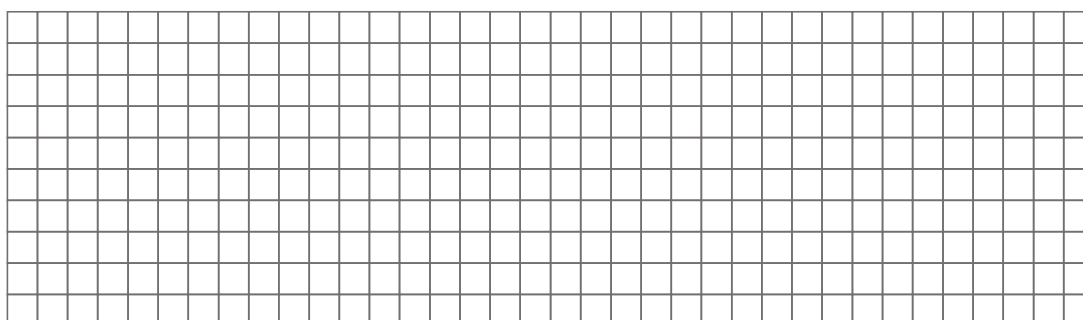
- a) 4 cm.
- b) 5 cm.
- c) 9 cm.
- d) 13 cm.

6. (Ufpr 2010) A figura a seguir é a representação esquemática de um sistema óptico formado por duas lentes convergentes, separadas por 50 cm. As distâncias focais das lentes 1 e 2 são, respectivamente, 10 cm e 15 cm.

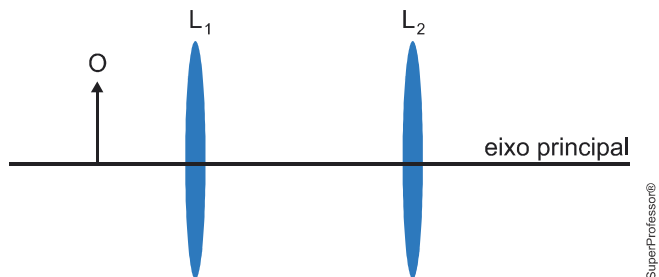


Utiliza-se um lápis com 4 cm de comprimento como objeto, o qual é posicionado a 15 cm da lente 1. Com base nesses dados:

- a) Determine a posição da imagem formada pelo sistema de lentes.
- b) Determine o tamanho da imagem formada pelo sistema. Ela é direita ou invertida, em relação ao objeto? Justifique sua resposta.
- c) Empregando a representação de raios, faça um desenho em escala, mostrando a localização e o tamanho da imagem formada pelo sistema. Utilize a escala 10 para 1, ou seja, cada 10 cm no sistema real correspondem a 1 cm no seu desenho. (Cada quadrícula tem 0,5 cm de lado.)



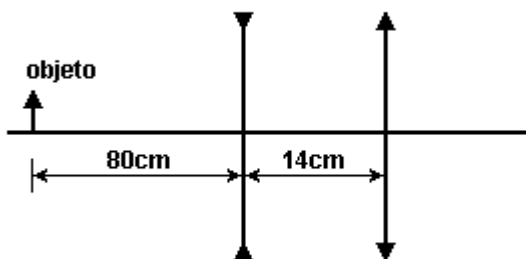
7. (Ufgd 2023) Um estudante deseja construir uma luneta com materiais de baixo custo para realizar observações astronômicas. Antes de iniciar a montagem do equipamento, ele resolveu fazer alguns testes. Utilizou, então, uma lente objetiva ( $L_1$ ) e uma lente ocular ( $L_2$ ), ambas convergentes, com focos, respectivamente, iguais a 200 mm e a 20 mm. Os eixos principais das lentes são coincidentes, como mostra o desenho esquemático a seguir.



Em um primeiro teste, o estudante posicionou um objeto real **O** a 30 cm de distância da lente objetiva. Nessas condições, para que a imagem final produzida fosse invertida e ampliada dezesseis vezes em relação ao objeto **O**, a distância entre as lentes deveria ser de

- a) 220,00 mm.
- b) 520,00 mm.
- c) 617,50 mm.
- d) 618,75 mm.
- e) 622,50 mm.

8. (Ita 2003)

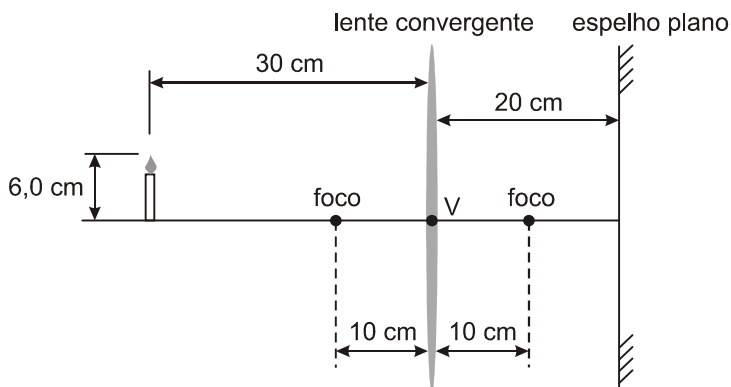


A figura mostra um sistema óptico constituído de uma lente divergente, com distância focal  $f_1 = -20\text{cm}$ , distante 14cm de uma lente convergente com distância focal  $f_2 = 20\text{cm}$ . Se um objeto linear é posicionado a 80cm à esquerda da lente divergente, pode-se afirmar que a imagem definitiva formada pelo sistema

- a) é real e o fator de ampliação linear do sistema é -0,4.
- b) é virtual, menor e direita em relação ao objeto.
- c) é real, maior e invertida em relação ao objeto.
- d) é real e o fator de ampliação linear do sistema é -0,2.
- e) é virtual, maior e invertida em relação ao objeto.

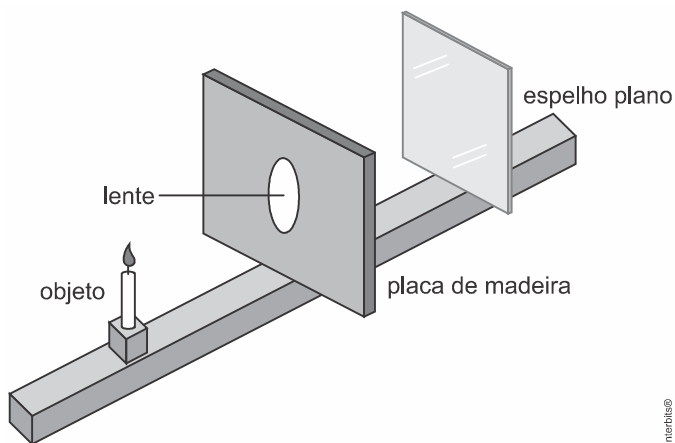
9. (Unesp) Um objeto com 8,0 cm de altura está a 15 cm de uma lente convergente de 5,0 cm de distância focal. Uma lente divergente de distância focal - 4,0 cm é colocada do outro lado da convergente e a 5,0 cm dela. Determine a posição e a altura da imagem final.

10. (Ufrj 2010) A figura a seguir mostra uma lente convergente de distância focal 10 cm frente a um espelho plano paralelo à lente. O espelho encontra-se a uma distância de 20 cm do vértice V da lente. Do outro lado da lente, uma vela de 6,0 cm de altura encontra-se a uma distância de 30 cm do vértice da lente.



- Calcule a distância entre a vela e sua imagem formada pelo espelho plano.
- Calcule a altura da imagem da vela formada pelo espelho plano.

11. (Unesp 2017) No centro de uma placa de madeira, há um orifício no qual está encaixada uma lente delgada convergente de distância focal igual a 30 cm. Esta placa é colocada na vertical e um objeto luminoso é colocado frontalmente à lente, à distância de 40 cm. No lado oposto, um espelho plano, também vertical e paralelo à placa de madeira, é disposto de modo a refletir a imagem nítida do objeto sobre a placa de madeira. A figura ilustra a montagem.



Nessa situação, o espelho plano se encontra em relação à placa de madeira a uma distância de

- 70 cm.
- 10 cm.
- 60 cm.
- 30 cm.
- 40 cm.

12. (Udesc 2018) Um objeto é colocado a 4,0 cm à esquerda de uma lente convergente de distância focal de 2,0 cm. Um espelho convexo de raio de curvatura de 4,0 cm está 10,0 cm à direita da lente convergente, como mostra a figura abaixo.



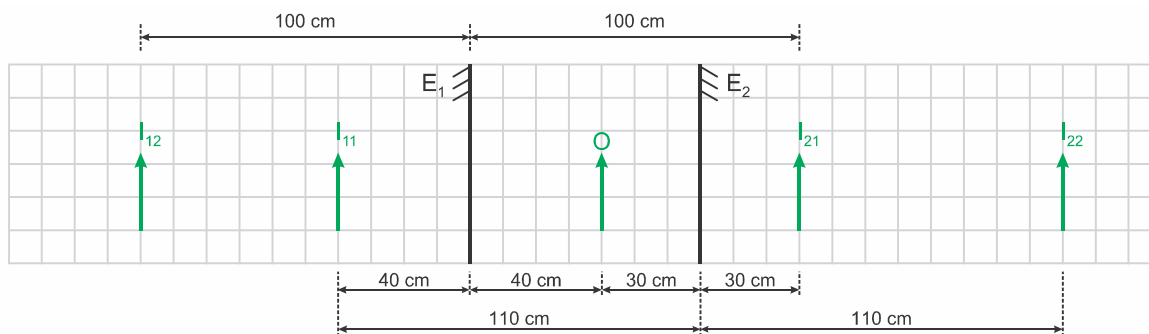
Assinale a alternativa que corresponde à posição da imagem final, com relação ao vértice V do espelho.

- a) 1,5 cm
- b) -1,5 cm
- c) -1,3 cm
- d) 1,3 cm
- e) 3,0 cm

**Gabarito:**

**Resposta da questão 1:**

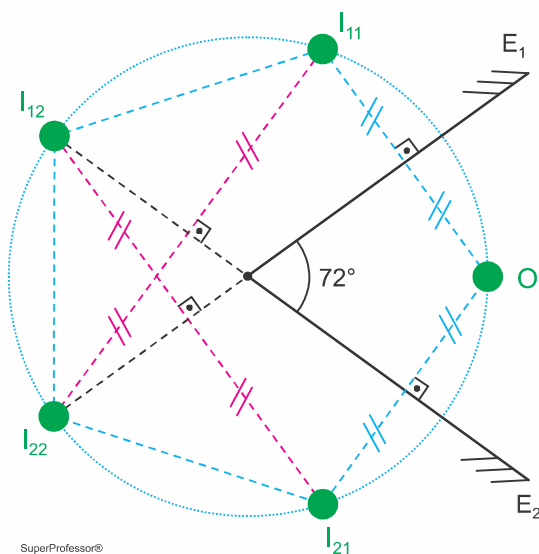
a) No espelho plano, objeto e imagem são simétricos em relação à superfície refletora.



b) Sendo  $n$  o número de imagens formadas e  $\theta$  o ângulo entre as faces refletoras, como o objeto está no plano bissetor dos espelhos, vale a expressão:

$$n = \frac{360^\circ}{\theta} - 1 \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{72^\circ} - 1 \Rightarrow \boxed{n = 4}$$

A figura ilustra a situação, mostrando as quatro imagens, todas situadas em uma circunferência com centro no vértice do ângulo formado entre os espelhos.



Dessas imagens:

- Duas são primárias:  $I_{11}$  e  $I_{21}$ ;
- Duas são secundárias:  $I_{12}$  e  $I_{22}$

**Resposta da questão 2:**

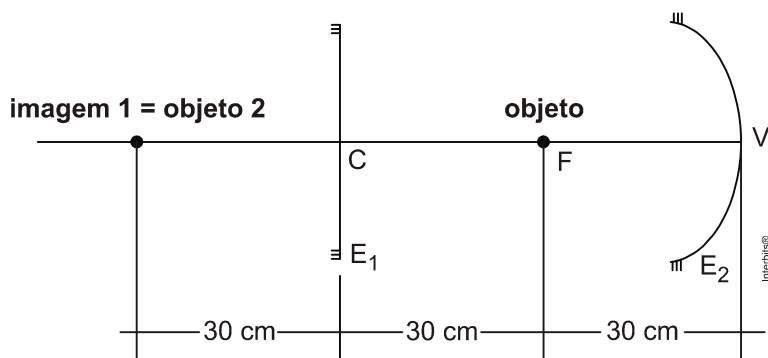
Nas imagens 3 e 5.

Os dizeres **ORDEM E PROGRESSO** da bandeira nacional poderão ser vistos na posição correta naquelas imagens que são resultado de um número par de reflexões, o que ocorre com as imagens chamadas de 3 e 5.

**Resposta da questão 3:**

V V F V F.

A primeira imagem após a reflexão, em E<sub>1</sub>, está mostrada abaixo.

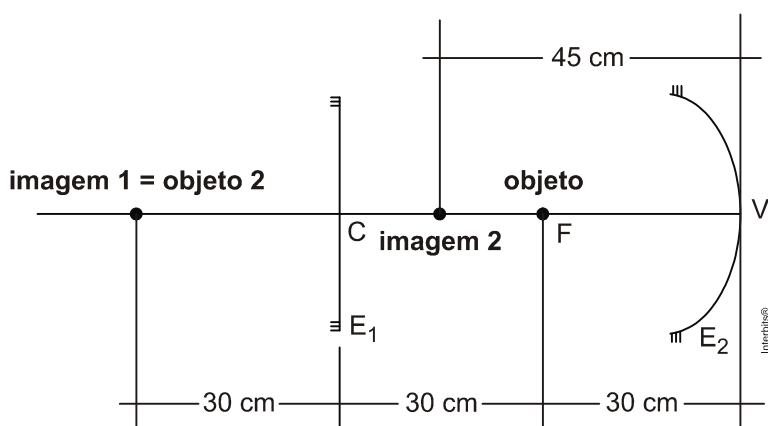


Esta imagem serve de objeto para o espelho E<sub>2</sub>. Calculando a segunda imagem produzida pelo espelho E<sub>2</sub>, após a reflexão em E<sub>1</sub>, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{90} + \frac{1}{p'} \rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{30} - \frac{1}{90} = \frac{3-1}{90} = \frac{1}{45}$$

$$p' = 45 \text{ cm}.$$

Todas as respostas podem ser tiradas da figura abaixo.



- (V) A distância focal do espelho esférico é de 30 cm;
- (V) Considerando a primeira reflexão, pode-se afirmar que a distância da imagem ao vértice do espelho E<sub>2</sub> é de 90 cm;
- (F) Após a segunda reflexão, pode-se afirmar que a nova imagem está a uma distância em relação à primeira imagem igual a 30 cm;
- (V) Após a segunda reflexão, pode-se afirmar que a distância da fonte pontual de luz a sua imagem é igual a 15 cm;
- (F) Após a segunda reflexão, observa-se que a imagem formada no espelho E<sub>2</sub> é virtual e está posicionada a 45 cm à direita do vértice.

**Resposta da questão 4:**

a) Ponto Objeto (**PO**) é vértice de feixe **Incidente** no sistema óptico. Pode ser classificado em:

**PO Real** ⇒ vértice de feixe incidente, divergente;

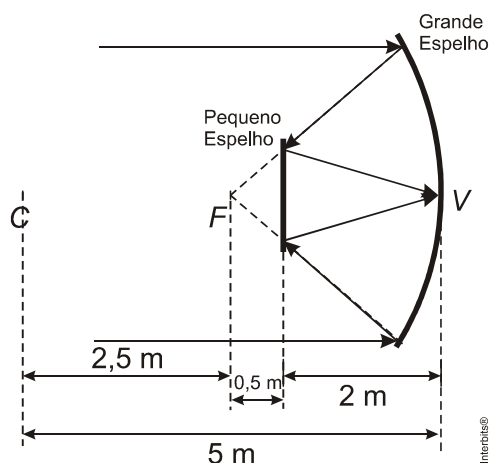
**PO Virtual** ⇒ vértice de feixe incidente, convergente;

**PO Impróprio** ⇒ vértice de feixe incidente, cilíndrico.

O ponto F é vértice de feixe convergente e incidente no pequeno espelho, comportando-se, então, para esse espelho como um **Ponto Objeto Virtual**.

b)





Como se trata de espelhos gaussianos, o foco  $F$  situa-se no ponto médio entre o centro de curvatura  $C$  e o vértice  $V$ .

$$\overline{CF} = \overline{FV} = \frac{\overline{CV}}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ m.}$$

Por isso a distância a distância focal do grande espelho é 2,5 m, uma vez que o feixe nele incidente é cilíndrico (todo raio que incide paralelo ao eixo principal reflete passando pelo foco principal).

O ponto  $F$ , de acordo com a figura acima, está a 2,5 m de  $V$  e a 0,5 m do vértice do pequeno espelho. Como ele é ponto objeto virtual, de acordo com o referencial de Gauss, sua abscissa é negativa ( $p = -0,5 \text{ m}$ ). O ponto imagem real conjugado pelo pequeno espelho forma-se no vértice  $V$  do grande espelho. Então  $p' = +2 \text{ m}$ .

Aplicando a equação dos pontos conjugados:

$$f = \frac{p \times p'}{p + p'} = \frac{-0,5(2)}{-0,5 + 2} = \frac{-1}{1,5} \Rightarrow f = -\frac{2}{3} \text{ m.}$$

Como o raio de curvatura ( $r$ ) é igual ao dobro do módulo da abscissa focal, vem:

$$r = 2|f| = 2\frac{2}{3} = \frac{4}{3} \text{ m} \Rightarrow r \cong 1,3 \text{ m.}$$

c) Novamente, de acordo com o referencial de Gauss:

**Espelho côncavo:  $f > 0$ ;**

**Espelho convexo:  $f < 0$ ;**

Ora, no item anterior, obtivemos para o pequeno espelho  $f = -\frac{2}{3} \text{ m}$ . Logo, ele é convexo.

**Resposta da questão 5:**

[B]

Para que os raios saiam paralelos, a distância entre as lentes deve obedecer a seguinte condição:

$$d = f_{\text{conv}} + f_{\text{div}} = 9 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

**Resposta da questão 6:**

a) Dados:  $f_1 = 10 \text{ cm}$ ;  $f_2 = 15 \text{ cm}$ ;  $d = 50 \text{ cm}$  e  $p_1 = 15 \text{ cm}$ .

Calculando a distância ( $p_1'$ ) da primeira imagem à Lente 1:

$$p_1' = \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1} \Rightarrow p_1' = \frac{15(10)}{15 - 10} \quad p_1' = +30 \text{ cm.}$$

A primeira imagem é real e forma-se 30 cm à direita da Lente 1. Essa primeira imagem funciona como objeto para a segunda lente. Sendo a distância entre as lentes é  $d = 50 \text{ cm}$ , a distância da primeira imagem à Lente 2 é:

$$p_2 = d - p_1' = 50 - 30 \Rightarrow p_2 = 20 \text{ cm.}$$

Calculando a distância ( $p_2'$ ) da imagem final à Lente 2:

$$p_2' = \frac{p_2 f_2}{p_2 - f_2} \Rightarrow p_2' = \frac{20(15)}{20 - 15} \quad p_1' = +60 \text{ cm.}$$

A imagem final é real e se forma 60 cm à direita da Lente 2 ou 110 cm à direita da Lente 1.

b) O aumento fornecido pelo sistema é o produto dos aumentos:

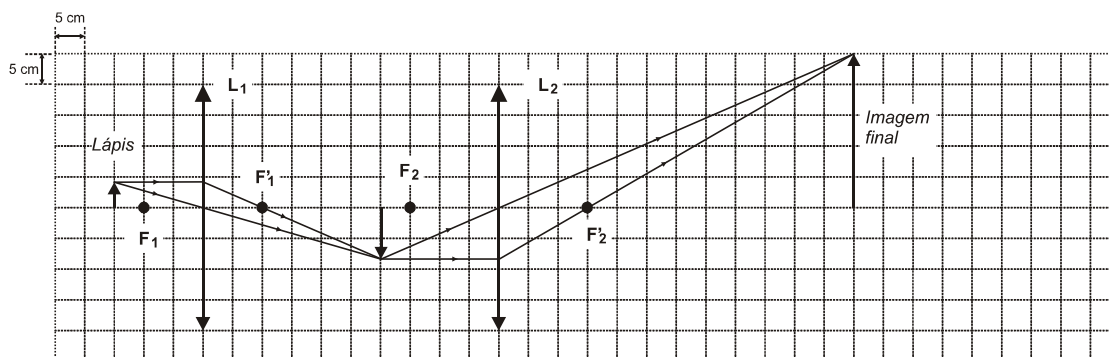
$$A = A_1 \times A_2 = \frac{-p_1'}{p_1} \times \frac{-p_2'}{p_2} = \frac{-30}{15} \times \frac{-60}{20} = (-2) \times (-3) \Rightarrow A = +6.$$

$$A = \frac{h_2'}{h} \Rightarrow 6 = \frac{h_2'}{4} \Rightarrow h_2' = 24 \text{ cm.}$$

A imagem final é real, tem comprimento 24 cm e é direita em relação ao objeto, pois o aumento linear transversal é positivo

c) Escala dada  $\Rightarrow [10 \text{ cm} : 1 \text{ cm} : 2 \text{ quadrículas}] \Rightarrow [5 \text{ cm} : 1 \text{ cm} : 1 \text{ quadrícula}]$ .

Portanto, na figura abaixo, o lado de cada quadrícula representa 5 cm nas medidas dadas no enunciado.



**Resposta da questão 7:**

[C]

Dados:  $f_1 = 200 \text{ mm}$ ;  $f_2 = 20 \text{ mm}$ ;  $p_1 = 30 \text{ cm} = 300 \text{ mm}$ .

Calculando a abscissa da primeira imagem ( $I_1$ ).

$$p_1' = \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1} = \frac{300 \times 200}{300 - 200} \Rightarrow p_1' = 600 \text{ mm}$$

Aumento da objetiva:

$$A_1 = \frac{-p_1'}{p_1} = \frac{-600}{300} \Rightarrow A_1 = -2$$

Para que a imagem final fosse invertida e ampliada 16 vezes, como propõe o enunciado, o aumento do sistema seria  $A = -16$ .

Pode-se então calcular o aumento da ocular, pois o aumento do sistema é igual ao produto dos aumentos.

$$A = A_1 \cdot A_2 \Rightarrow -16 = -2A_2 \Rightarrow A_2 = 8$$

Mas:

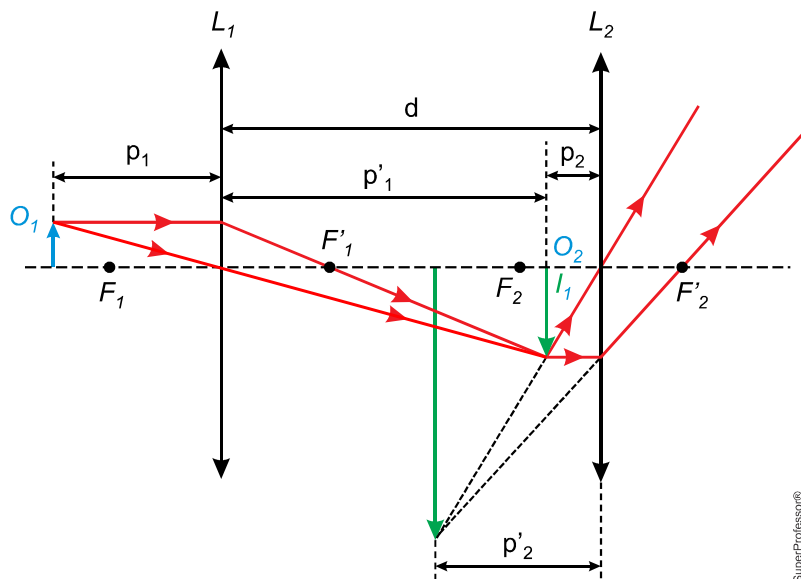
$$A_2 = \frac{f_2}{f_2 - p_2} \Rightarrow 8 = \frac{20}{20 - p_2} \Rightarrow 20 = 160 - 8p_2 \Rightarrow$$

$$p_2 = \frac{140}{8} \Rightarrow p_2 = 17,5 \text{ mm}$$

A distância entre as lentes deveria ser:

$$d = p'_1 + p_2 = 600 + 17,5 \Rightarrow d = 617,5 \text{ mm}$$

A figura, fora de escala, ilustra a situação.



SuperProfessora®

**Resposta da questão 8:**

[A]

**Resposta da questão 9:**

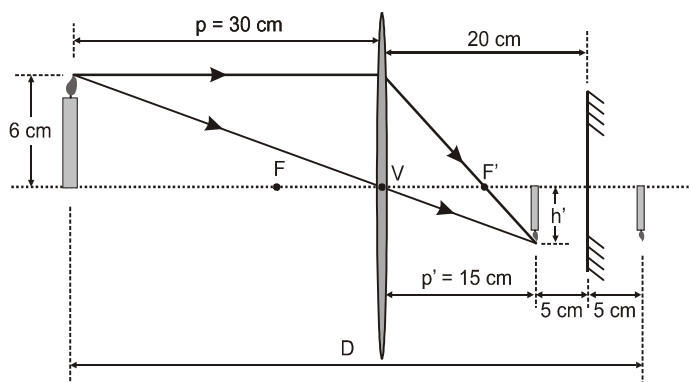
Imagem à  $20/3$  cm da lente divergente e com altura de  $32/3$  cm.

**Resposta da questão 10:**

Dados:  $p = 30$  cm;  $f = 10$  cm;  $h = 6$  cm.

a) Aplicando a equação de Gauss:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = \frac{p f}{p - f} \Rightarrow p' = \frac{30(10)}{30 - 10} = \frac{300}{20} \Rightarrow p' = 15$  cm.

Essa imagem real ( $p' > 0$ ) da vela funciona como objeto real para o espelho plano, que fornece uma segunda imagem, virtual e simétrica. A figura a seguir ilustra essa situação, com as medidas envolvidas.



Analisando essa figura, vemos que a distância (**D**) da vela até sua imagem fornecida pelo espelho plano é:

$$D = 30 + 20 + 5 \Rightarrow D = 55 \text{ cm.}$$

b) O altura da imagem da vela fornecida pelo espelho plano é igual a altura da imagem fornecida pela lente, pois a imagem formada no espelho plano tem o mesmo tamanho que o objeto.

Pela equação do aumento linear transversal:

$$\frac{h'}{h} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{h'}{6} = \frac{-15}{30} \Rightarrow h' = -3 \text{ cm. Ou seja, a imagem é invertida e tem altura } h' = 3 \text{ cm.}$$

**Resposta da questão 11:**

[C]

Pela equação de Gauss, a distância entre a imagem formada pela lente e a placa de madeira é de:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{40} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 120 \text{ cm}$$

Logo, o espelho plano deverá ser colocado a uma distância de  $\frac{120 \text{ cm}}{2} = 60 \text{ cm}$  da placa de madeira para refletir sobre ela a imagem formada.

**Resposta da questão 12:**

[B]

Usando a equação de Gauss para a lente:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{d_i} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \therefore d_i = 4 \text{ cm}$$

Assim, a imagem da lente estará a 6 cm do vértice do espelho, e aplicando a equação de Gauss novamente, agora pra o espelho, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} \Rightarrow \frac{1}{-2} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{d_i} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \therefore d_i = -1,5 \text{ cm}$$