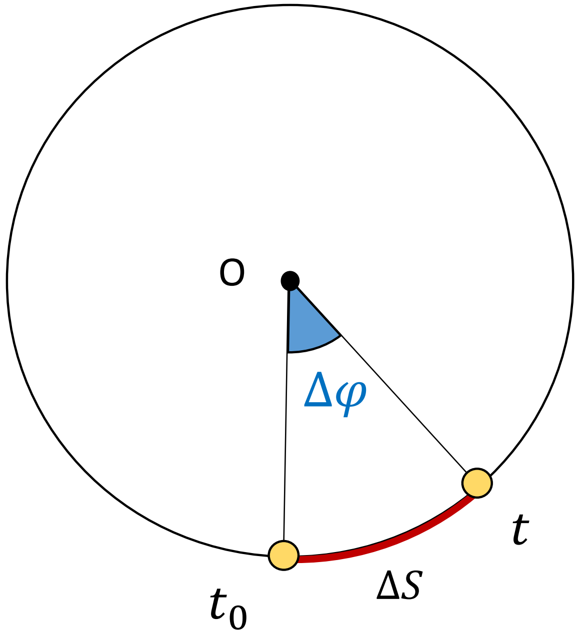
Grandezas angulares e movimento circular uniforme

Aula 8 / Página 355 / Hexa 1 / Frente 1

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

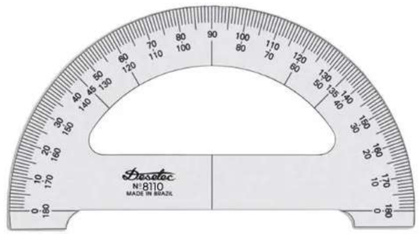
Professor Caio

1. Introdução: escalar (linear) x angular

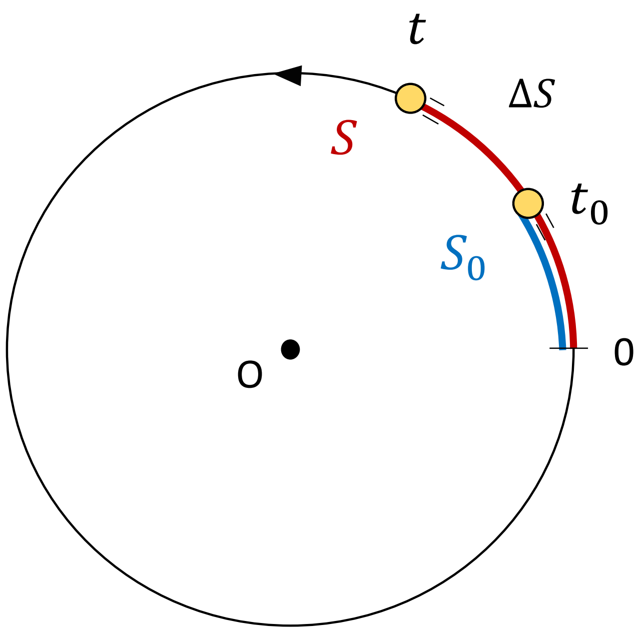


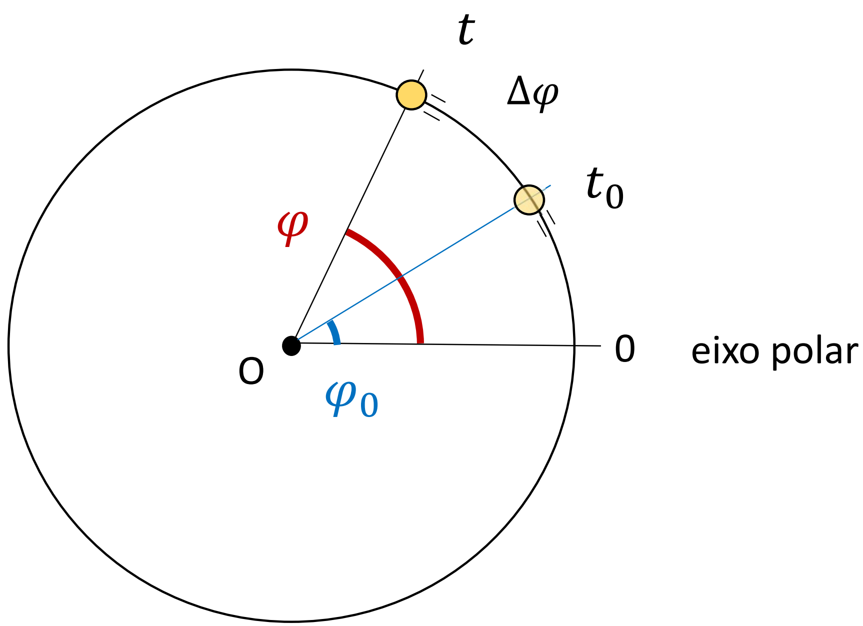
$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad SI: \frac{m}{s}$$

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad SI: \frac{rad}{s}$$



1. Introdução: escalar (linear) x angular





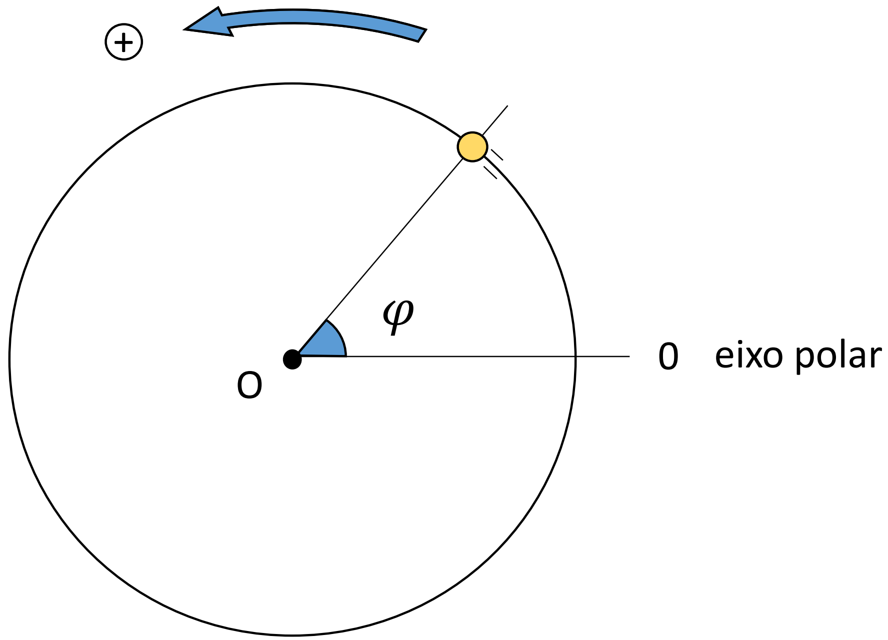
$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0} \qquad SI: \ \frac{m}{s}$$

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0} \qquad SI: \ \frac{rad}{s}$$

2. Grandezas angulares

- Ângulo de fase, espaço angular ou posição angular

$[\varphi]$ = SI: rad



Exemplos:

1 volta = 2π rad = 360°

- $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$ rad = 30°

- $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$ rad = 45°

- $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$ rad = 60°

- $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ rad = 90°

- $\varphi = \pi$ rad = 180°

- $\varphi = 2\pi$ rad = 360°

3. Velocidade angular média (ω_m)

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0} \quad \text{SI: } \frac{rad}{s}$$

4. Velocidade angular instantânea (ω)

Indica a velocidade angular (ω) em um instante (t)

5. Aceleração angular média (α_m)

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} \quad \text{SI: } \frac{rad}{s^2}$$

6. Aceleração angular instantânea (α)

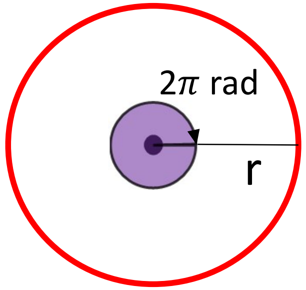
Indica a aceleração angular (α) em um instante (t)

7. Relação entre grandezas angulares e grandezas escalares

$$\textit{grandeza escalar} = \textit{grandeza angular} \times \textit{raio}$$

Ex: Perímetro

$$2\pi r = 2\pi \;.\; \text{r}$$



$$\Delta s = \Delta\varphi \;.\; \text{r}$$

SI: m = rad . m

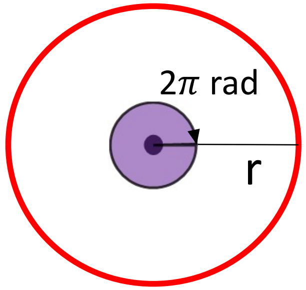
$$v = \omega \;.\; \text{r}$$

SI: $\frac{m}{s}$ = $\frac{rad}{s}$. m

7. Relação entre grandezas angulares e grandezas escalares

$$\begin{matrix} grandeza \\ escalar \end{matrix} = \begin{matrix} grandeza \\ angular \end{matrix} \times raio$$

Ex: Perímetro $= 2\pi \; . \; r$



$$a = \alpha \; . \; r$$

SI: $\frac{m}{s^2}$ $\qquad \frac{rad}{s^2}$ $\qquad m$

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

8. Período e frequência no MCU

- Período (T): intervalo de tempo para o ocorrer uma rotação.

$$[T] = \text{SI: s}$$

- Frequência (f): rotações por unidade de tempo.

$$f = \frac{\text{quantidade de rotações}}{\Delta t} \qquad [\, f \,] = \text{SI: Hz} \qquad 1\ \text{Hz} = 1\ \frac{\text{rotação}}{\text{s}}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

9. Movimento circular uniforme (MCU)

Trajetória circular

$v \; e \; \omega \; constantes$

$$v = \omega \, . \, r$$

SI: $[v] = \frac{m}{s}$

SI: $[\omega] = \frac{rad}{s}$

SI: [r] = m

- $v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$
- $s = s_0 + v.t$
- $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
- $\varphi = \varphi_0 + \omega \, . \, t$

Grandezas angulares e movimento circular uniforme

Aula 9 / Página 357 / Hexa 1 / Frente 1

Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

Professor Caio

1. Movimento circular uniformemente variado (MCUV)

Trajetória circular

$\alpha\ constante\ /\ v\ e\ \omega\ variam$

$v = \omega\ .\ r$

SI: $[v] = \frac{m}{s}$

SI: $[\omega] = \frac{rad}{s}$

SI: [r] = m

$a = \alpha\ .\ r$

SI: $[a] = \frac{m}{s^2}$

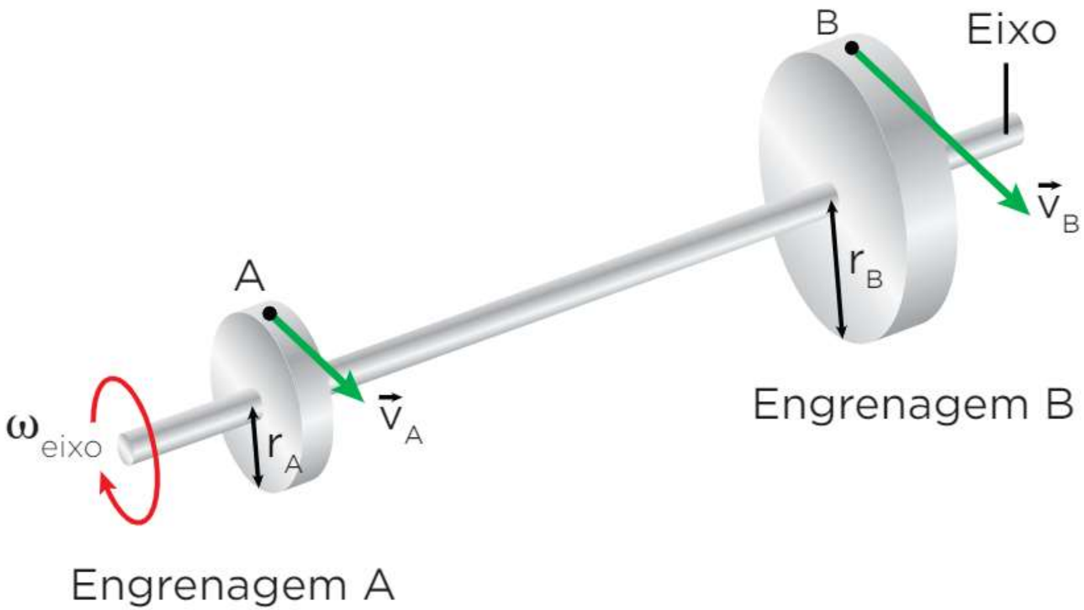
SI: $[\alpha] = \frac{rad}{s^2}$

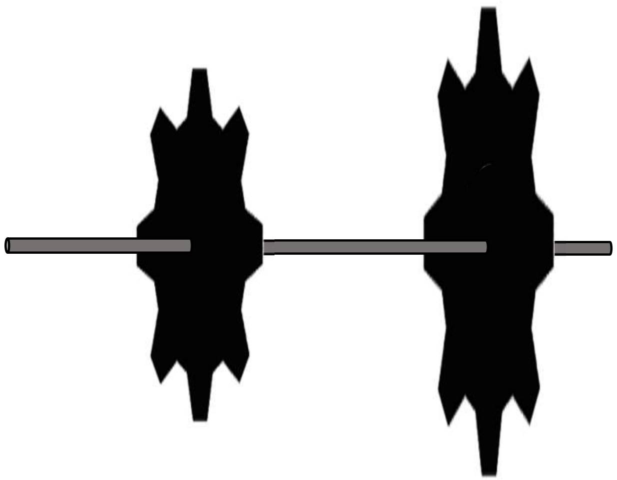
SI: [r] = m

- $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
- $\varphi = \varphi_0 + \omega_0\ .\ t + \frac{1}{2}\ .\ \alpha\ .\ t^2$
- $\omega = \omega_0 + \alpha\ .\ t$
- $\omega^2 = {\omega_0}^2 + 2\alpha\ .\ \Delta\varphi$

2. Transmissão de movimento circular

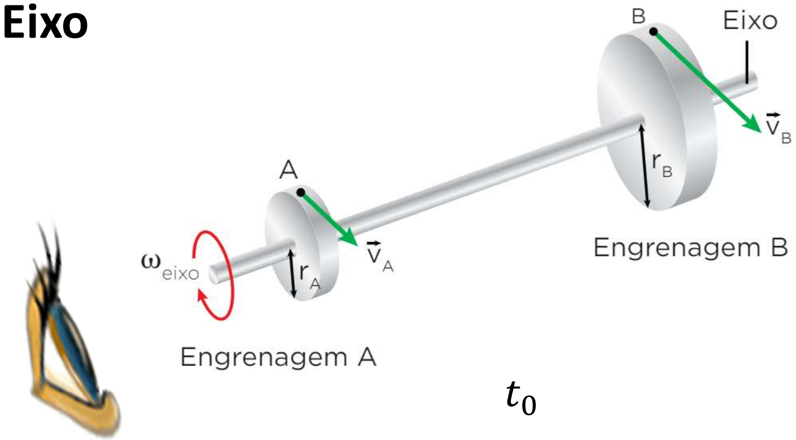
Eixo





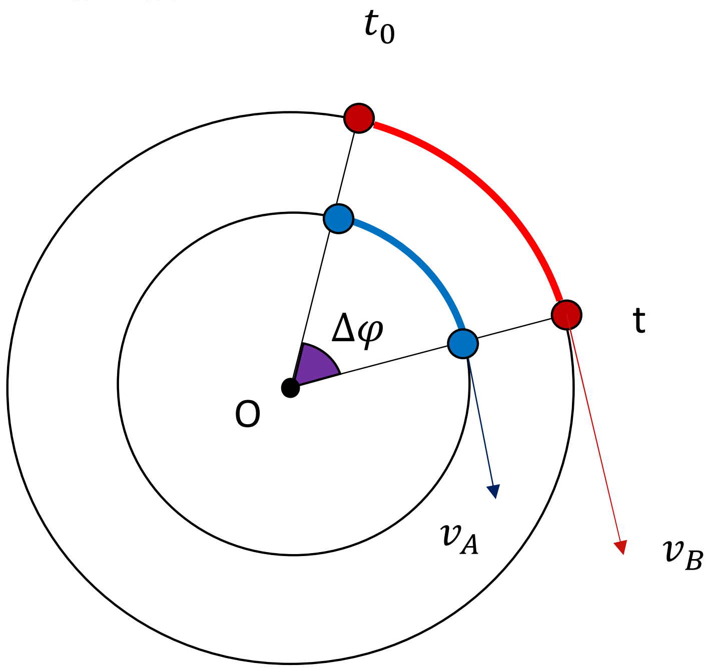
2. Transmissão de movimento circular

Eixo



$$\Delta\varphi_A = \Delta\varphi_B \qquad \Delta s_A < \Delta s_B$$

$$\omega_A = \omega_B \qquad v_A < v_B$$



$$v = \omega \cdot r$$

Maior velocidade escalar para B

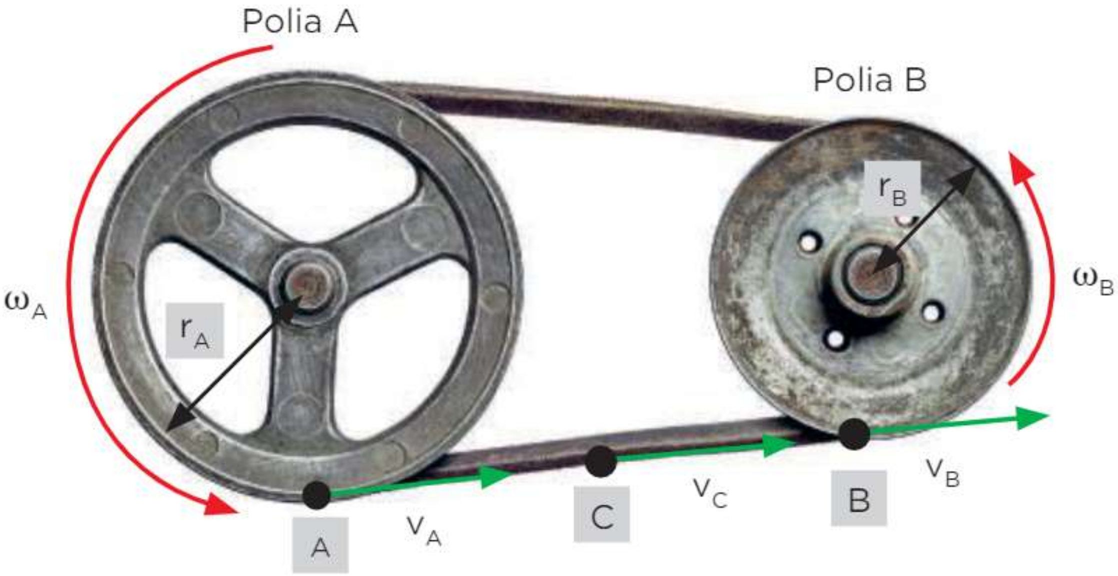
Igual para A e B

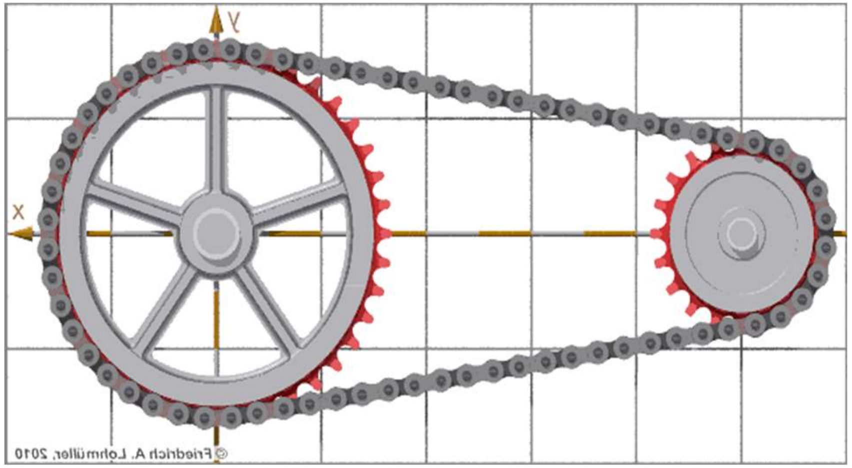
Maior raio para B

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad v = \omega \cdot r$$

2. Transmissão de movimento circular

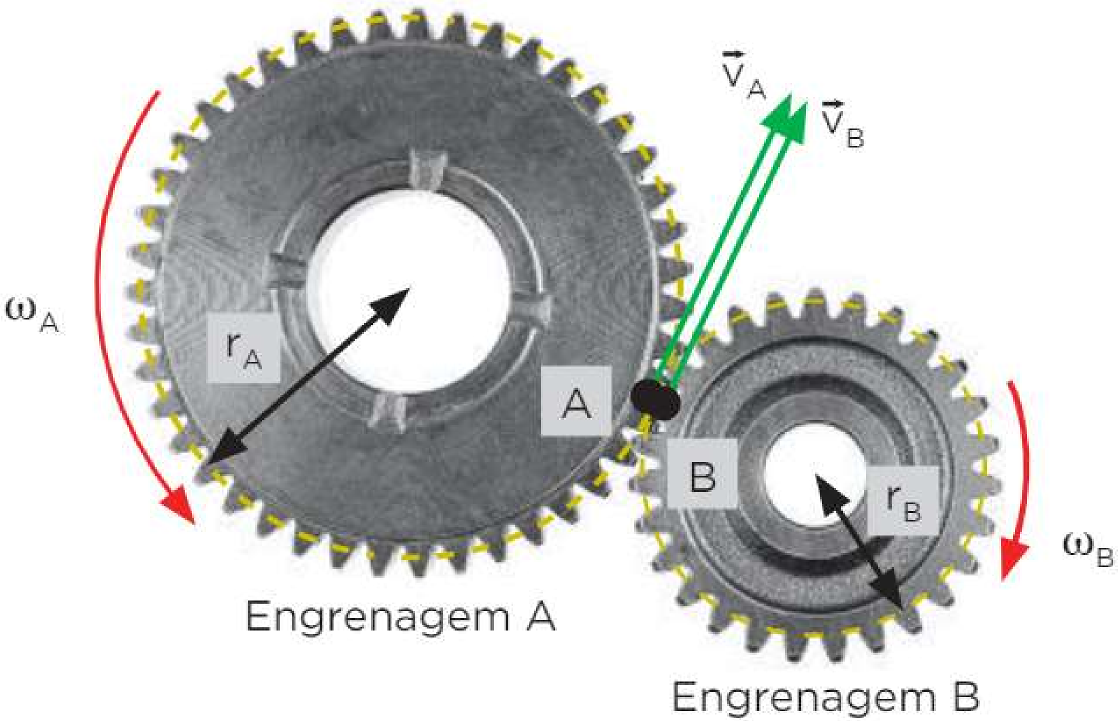
Correia

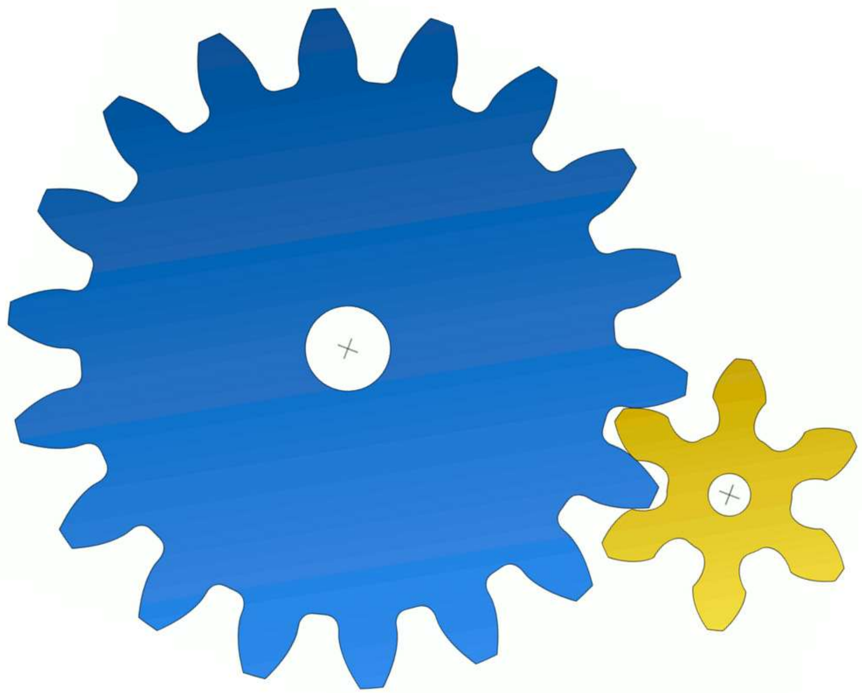




2. Transmissão de movimento circular

Contato



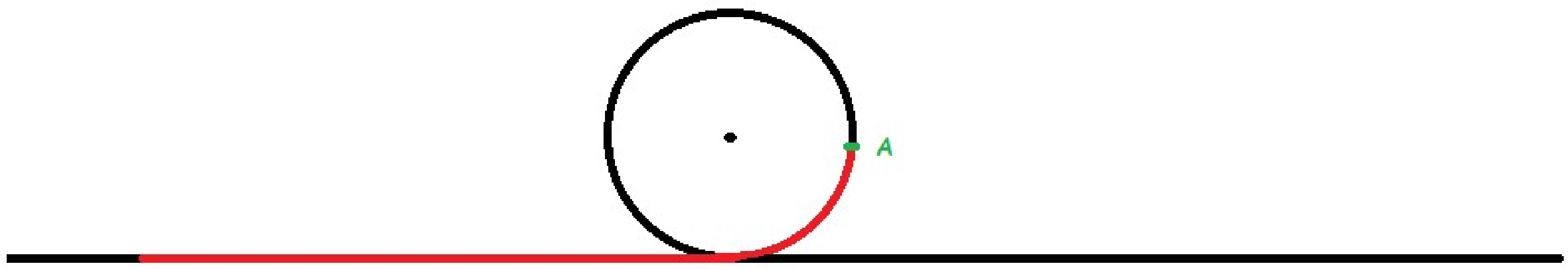


Exemplo da roda sobre uma superfície

Exemplo da roda sobre uma superfície

Exemplo da roda sobre uma superfície

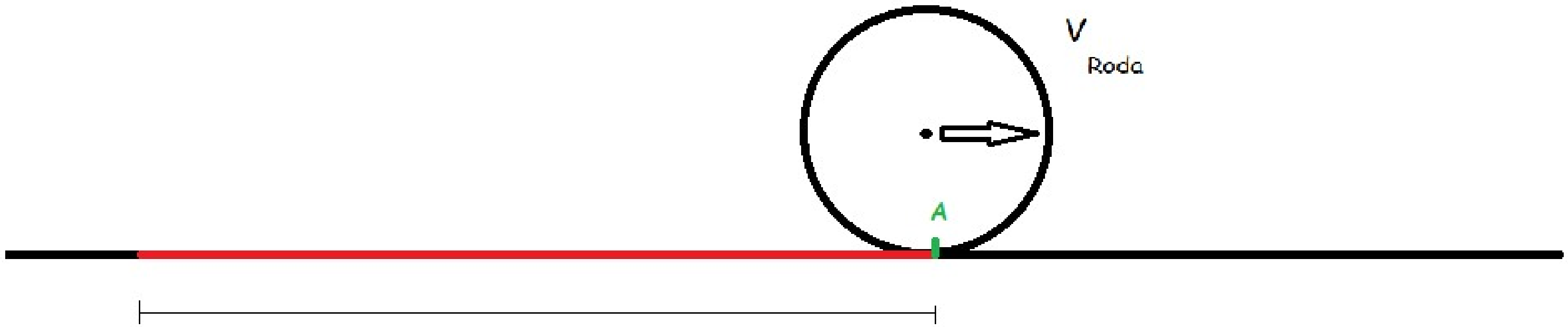
Exemplo da roda sobre uma superfície



Exemplo da roda sobre uma superfície

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Exemplo da roda sobre uma superfície



$$\Delta S_{\text{Roda}} = \Delta S_{\text{Ponto } A}$$

Centro da roda em relação ao chão — Ponto A em relação ao centro da circunferência

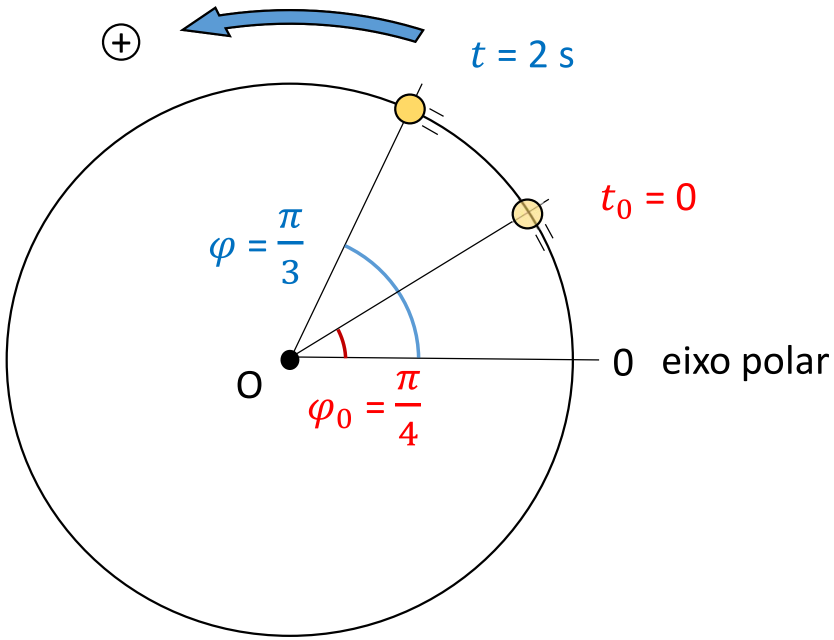
$$\boxed{V_{\text{Roda}} = V_{\text{Ponto } A}}$$

Centro da roda em relação ao chão — Ponto A em relação ao centro da circunferência

Exercícios do Caio

1. Um corpo descreve um MC de raio 80 m.

Calcule sua velocidade angular média.



2. Um corpo descreve um MCU de raio 50 cm com período igual a 2 s. Se o seu espaço angular inicial vale π rad, determine:

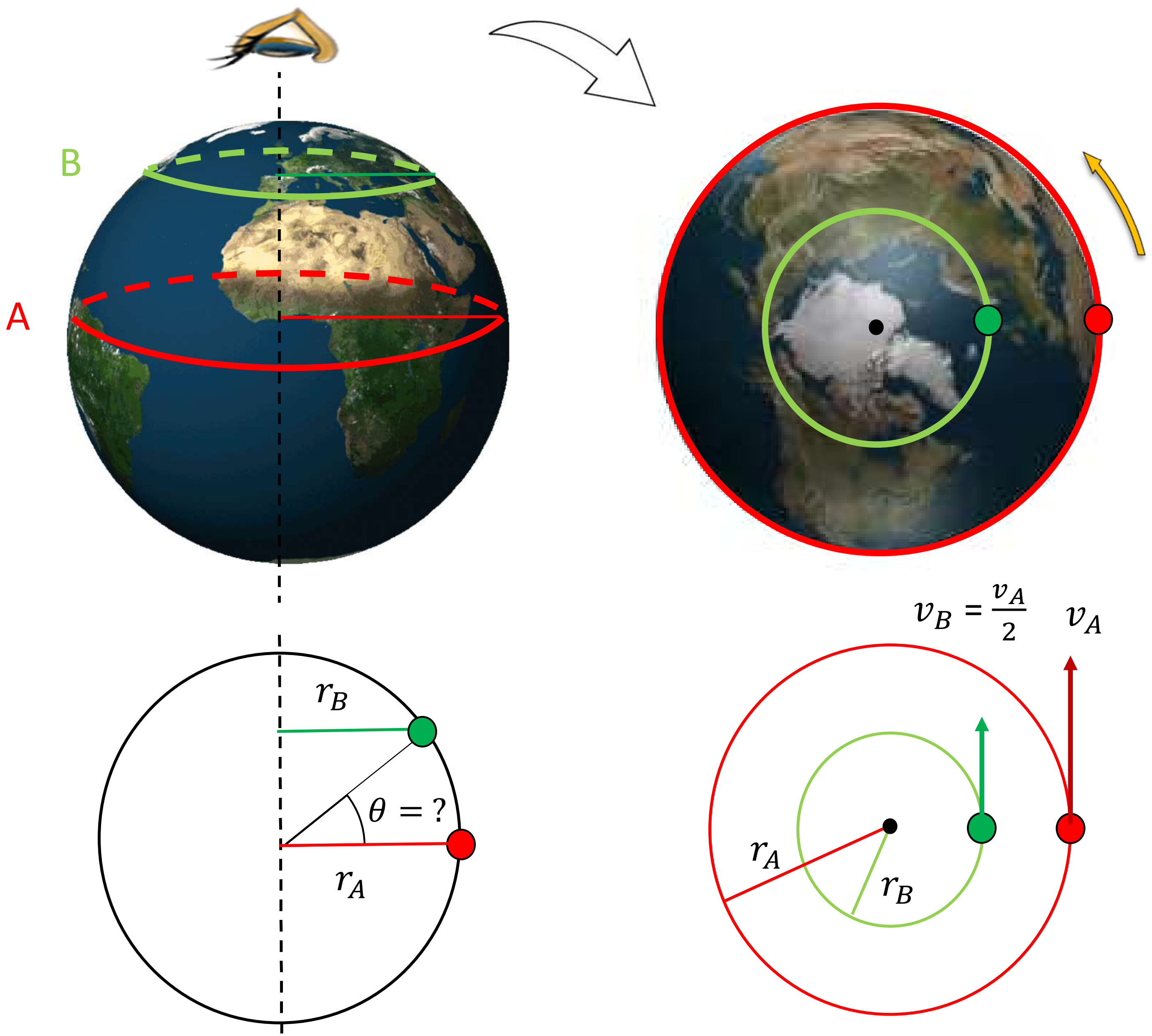
a) a frequência, em Hz.
b) a frequência angular, em rpm.
c) a velocidade angular, em rad/s.
d) a velocidade linear, em m/s.
e) a função horária do espaço angular.

3. Um móvel parte do repouso e percorre uma circunferência de raio 10 cm em MCUV. Após 2 s, sua velocidade angular vale 6 rad/s. Determine:

a) a aceleração angular.
b) a aceleração linear.
c) a função horária da velocidade angular.
d) a função horária do espaço angular.
e) o número de voltas percorridas nesse intervalo de tempo.

4. Considere o movimento de rotação de dois objetos presos a superfície da Terra sendo um deles no equador e o outro em uma latitude norte acima do equador considerando somente a rotação da Terra para que a velocidade tangencial do objeto que está a norte seja metade da velocidade do que está no equador sua atitude deve ser

a) 60°
b) 45°
c) 30°
d) 0,5°



B
A
r_B
$\theta = ?$
r_A
$v_B = \frac{v_A}{2}$
v_A
r_A
r_B

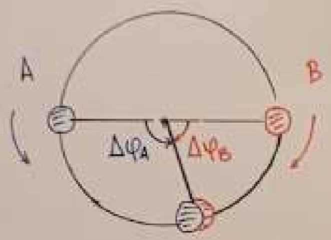
5. Dois atletas correm em uma pista circular de raio 50 m, com velocidades escalares constantes e iguais a 3 m/s e 2,5 m/s. Eles iniciaram suas corridas no mesmo instante e em posições diametralmente opostas. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o instante do segundo encontro, sabendo-se que eles se movimentam em sentidos contrários, valem, aproximadamente (considere $\pi = 3$):

a) 27,3 s e 54,5 s
b) 27,3 s e 81,8 s
c) 54,5 s e 81,8 s
d) 81,8 s e 54,3 s
e) 81,8 s e 136,4 s

Ex. 5

- $\omega_A = \frac{V_A}{r_A} = \frac{3}{50} = 0{,}06\ \frac{rad}{s}$
- $\omega_B = \frac{V_B}{r_B} = \frac{2{,}5}{50} = 0{,}05\ \frac{rad}{s}$

* Primeiro encontro



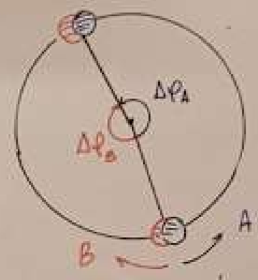
$$\Delta\varphi_A + \Delta\varphi_B = \pi$$

$$\omega_A . \Delta t + \omega_B \Delta t = \pi$$

$$0{,}06\Delta t + 0{,}05\Delta t = 3$$

$$\Delta t = \frac{3}{0{,}11} \cong 27{,}3s$$

* Segundo encontro



$$\Delta\varphi_A + \Delta\varphi_B = 2\pi$$

$$\omega_A . \Delta t + \omega_B . \Delta t = 2\pi$$

$$0{,}06\Delta t + 0{,}05\Delta t = 2\pi$$

$$0{,}11\Delta t = 6$$

$$\Delta t = \frac{6}{0{,}11} \cong 54{,}5s$$

$t_0 = 0$

$t_1 = 27{,}3s$ (1º enc) $\quad (+27{,}3s)$

$t_2 = 81{,}8s$ (2º enc) $\quad (+54{,}5s)$

Resp: alt. b

6. Considere agora que os dois atletas do exercício anterior se movimentam no mesmo sentido. O instante do primeiro encontro entre os corredores e o instante do segundo encontro valem, respectivamente (considere $\pi = 3$):

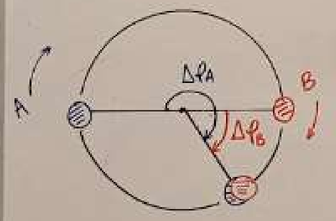
a) 300 s e 300 s
b) 300 s e 600 s
c) 300 s e 900 s
d) 900 s e 300 s
e) 900 s e 600 s

Ex. 6

- $W_A = \frac{V_A}{r_A} = \frac{3}{50} = 0{,}06\ \frac{rad}{s}$

- $W_B = \frac{V_B}{r_B} = \frac{2{,}5}{50} = 0{,}05\ \frac{rad}{s}$

* Primeiro encontro



$\Delta\varphi_A - \Delta\varphi_B = \pi$

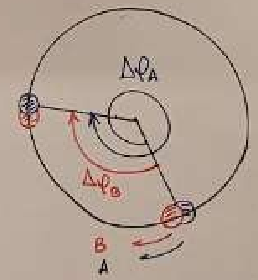
$w_A.\Delta t - w_B.\Delta t = \pi$

$0{,}06\Delta t - 0{,}05\Delta t = \pi$

$0{,}1\Delta t = 3$

$\Delta t = \frac{3}{0{,}1} = 300s$

* Segundo encontro



$\Delta\varphi_A - \Delta\varphi_B = 2\pi$

$w_A.\Delta t - w_B.\Delta t = 2\pi$

$0{,}06.\Delta t - 0{,}05\Delta t = 2\pi$

$0{,}01\Delta t = 6$

$\Delta t = 600s$

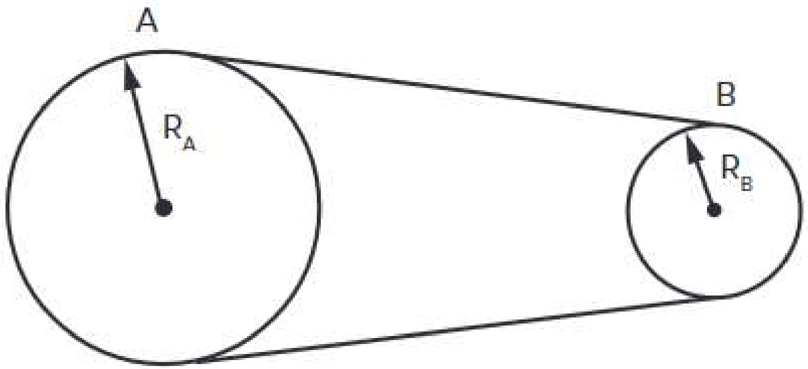
t_0

$t_1 = 300s$ (1º enc) $+300s$

$t_2 = 900s$ (2º enc) $+600s$

alt. m:c//

7. (EsPCEx-SP) Duas polias, A e B, ligadas por uma correia inextensível, têm raios r_A = 60 cm e r_B = 20 cm, conforme o desenho abaixo.

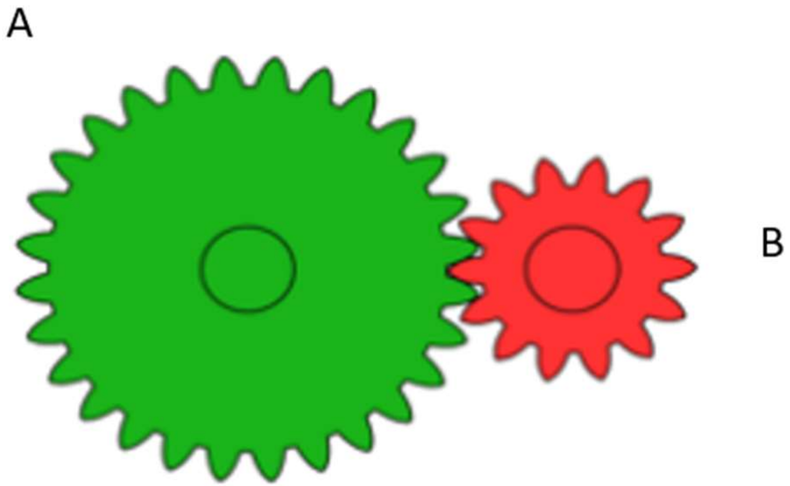


Desenho ilustrativo – fora de escala

Admitindo que não haja escorregamento da correia e sabendo que a frequência da polia A é f_A = 30 rpm, então a frequência da polia B é

a) 10 rpm.
b) 20 rpm.
c) 80 rpm.
d) 90 rpm.
e) 120 rpm.

As engrenagens A e B possuem 28 e 14 dentes, respectivamente. Se a frequência de rotação de A é de 100 rpm, qual a frequência de rotação de B? Considere que os dentes das engrenagens são igualmente espaçados.



9. Sistemas de transmissão de movimentos circulares são muito utilizados em máquinas dos mais variados tipos, desde sistemas de pequenas dimensões, como relógios, até grandes guindastes e motores de navios. A ilustração a seguir nos mostra algumas engrenagens e eixos de um desses sistemas de transmissão.

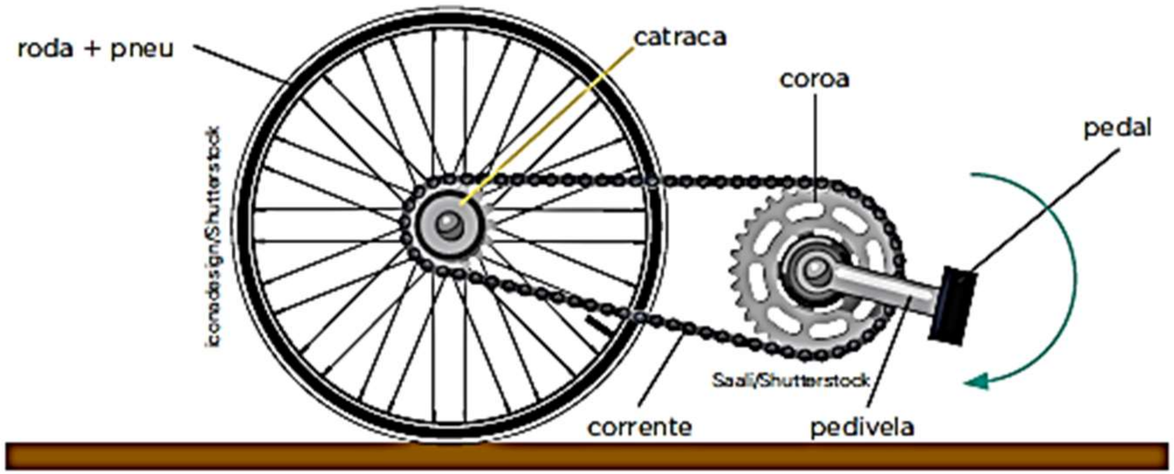
São feitas as seguintes observações:

. a engrenagem A está ligada ao motor, que gira com uma frequência de 900 rpm, através de um eixo, e possui 20 dentes;
. o raio da engrenagem B é o triplo do raio da engrenagem A;
. o diâmetro da engrenagem C é 50% maior que o diâmetro da engrenagem A;
. as engrenagens B e C estão acopladas por um eixo;
. a engrenagem D possui 150 dentes;
. os dentes das quatro engrenagens possuem a mesma largura.

A frequência da engrenagem D é:

a) 300 rpm
b) 210 rpm
c) 120 rpm
d) 60 rpm
e) 15 rpm

10. Considere o seguinte esquema simplificado de uma bicicleta:



A tabela a seguir relaciona cada elemento à sua medida.

Elemento	Dimensão	Medida (cm)
pedivela	comprimento	20
coroa	diâmetro	30
catraca	diâmetro	10
roda + pneu	diâmetro	80

Suponha que um ciclista acione o pedal de maneira uniforme imprimindo à coroa 30 rpm. Use $\pi = 3$

a) Quais são as velocidades angular e linear do pedal em relação ao eixo de rotação? Dê sua resposta no SI.
b) Quais são as frequências de rotação da coroa e da catraca?
c) Com que velocidade a bicicleta se move em relação ao solo?