O teorema da energia mecânica

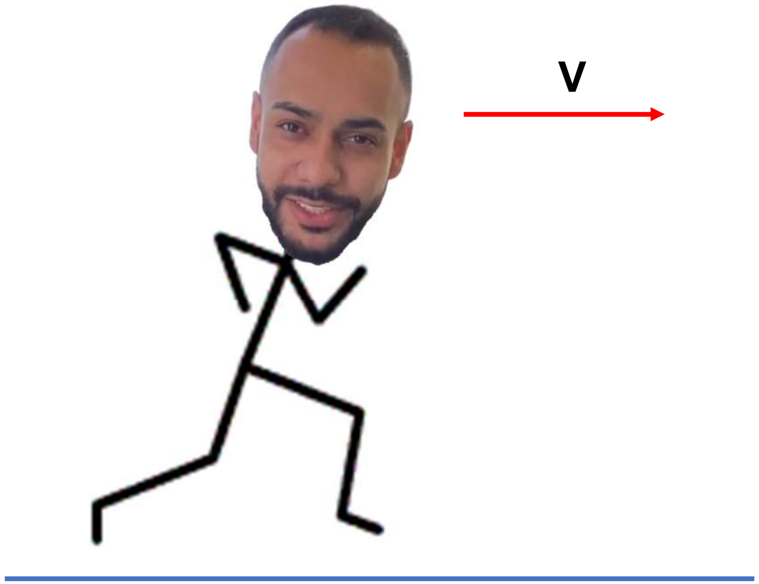
Aulas 28 e 29 / Pg. 379 / Alfa 4

Apresentação, orientação e tarefa: **fisicasp.com.br**

Professor Caio

1. Modalidades de energia

Energia cinética: associada ao movimento do corpo.



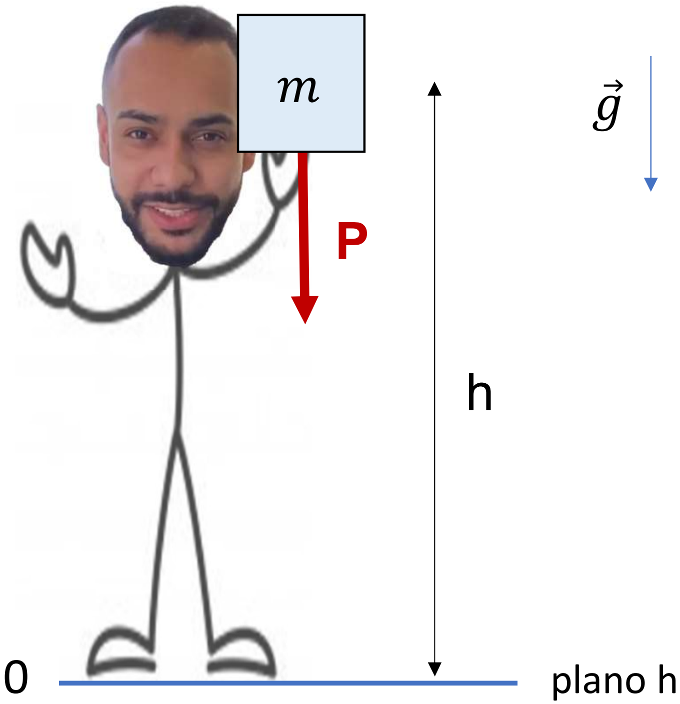
Como calcular?

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

SI: J kg m/s

1. Modalidades de energia

Energia potencial gravitacional: associada à posição do corpo. Energia armazenada.



h = 0 plano horizontal de referência - PHR

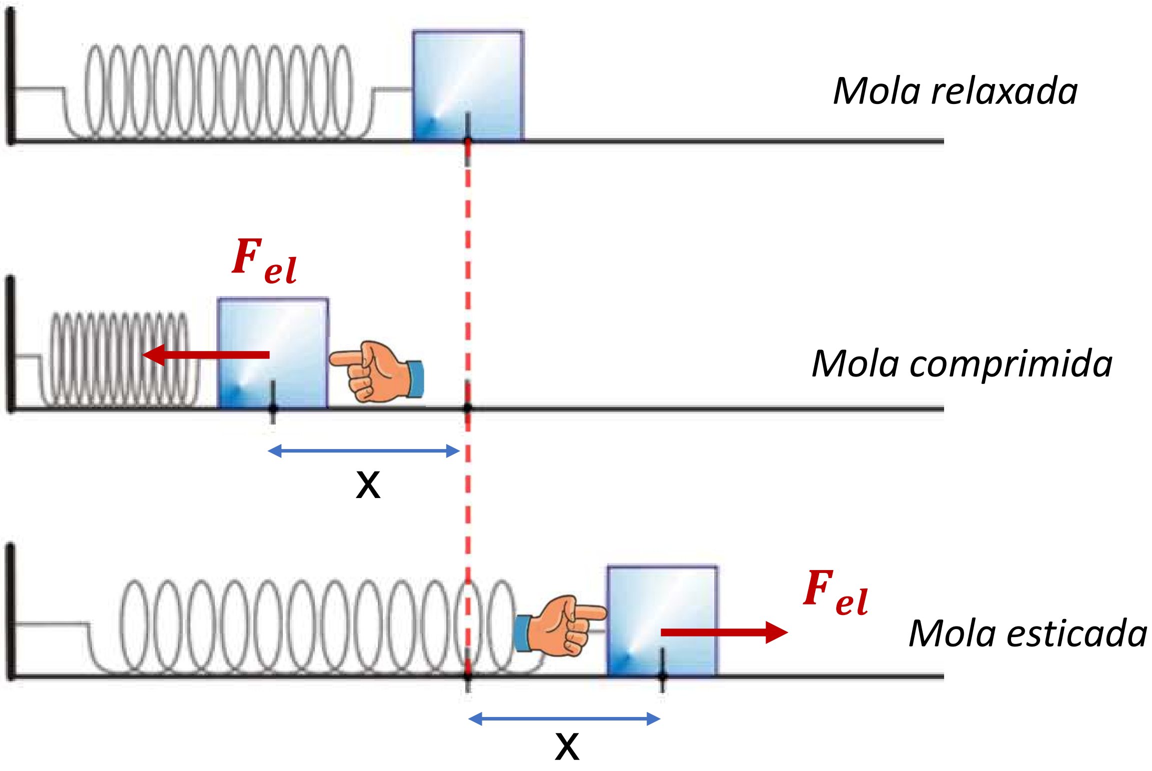
Como calcular?

$$E_{p\ grav} = m\ .\ g\ .\ h$$

SI:	J	kg	m/s²	m

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Energia potencial elástica: associada à posição do corpo. Energia armazenada.



Como calcular?

$$E_{p\ elástica} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

SI: J | N/m *(constante elástica)* | m *(deformação)*

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

2. Forças conservativa e não conservativas

Forças conservativas (FC)

- Força peso
- Força elástica
- Força elétrica

O trabalho não depende da trajetória

Forças não conservativas (FNC)

- As outras

O trabalho depende da trajetória

3. Energia mecânica

$$\mathrm{E_m = E_c + E_p}$$

- Energia cinética
  - $E_c = \frac{1}{2}\mathrm{m\,.\,v^2}$
- Energia potencial
  - $E_{p\ grav} = m\,.\,g\,.\,h$
  - $E_{p\ elástica} = \frac{1}{2}k\,.\,x^2$
  - $E_{p\ elétrica} = \frac{k\,.\,Q\,.\,q}{r}$

4. Teorema da energia mecânica

$$\tau_{\text{Forças não conservativas}} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

Sistema não conservativo

$$\tau_{\text{Forças não conservativas}} \neq 0$$

$$\boxed{E_{m\,(f)} \neq E_{m\,(i)}}$$

Sistema conservativo

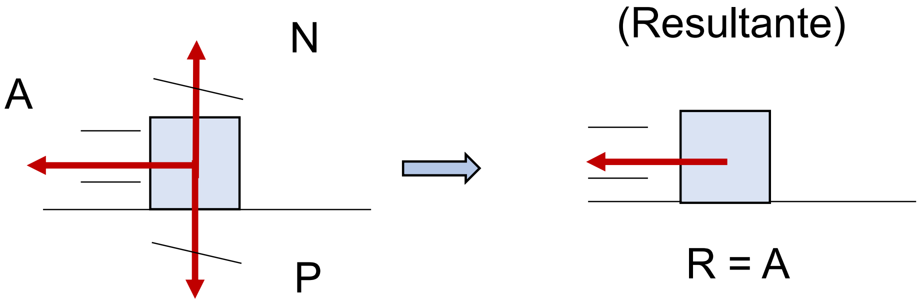
$$\tau_{\text{Forças não conservativas}} = 0$$

$$\boxed{E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)} = \text{cte}}$$

4. Teorema da energia mecânica: verificação

$$\tau_R = \tau_P + \tau_A + \tau_N$$

$$\tau_R = \tau_{FC} + \tau_{FNC}$$



$$\tau_R = E_{c\,(f)} - E_{c\,(i)}$$

$$\tau_{FC} = E_{p\,(i)} - E_{p\,(f)}$$

$$\tau_{FC} + \tau_{FNC} = E_{c\,(f)} - E_{c\,(i)}$$

$$E_{p\,(i)} - E_{p\,(f)} + \tau_{FNC} = E_{c\,(f)} - E_{c\,(i)}$$

$$\tau_{FNC} = E_{c\,(f)} - E_{c\,(i)} - E_{p\,(i)} + E_{p\,(f)}$$

$$\tau_{FNC} = E_{c\,(f)} + E_{p\,(f)} - E_{c\,(i)} - E_{p\,(i)}$$

$$\boxed{\tau_{FNC} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}}$$

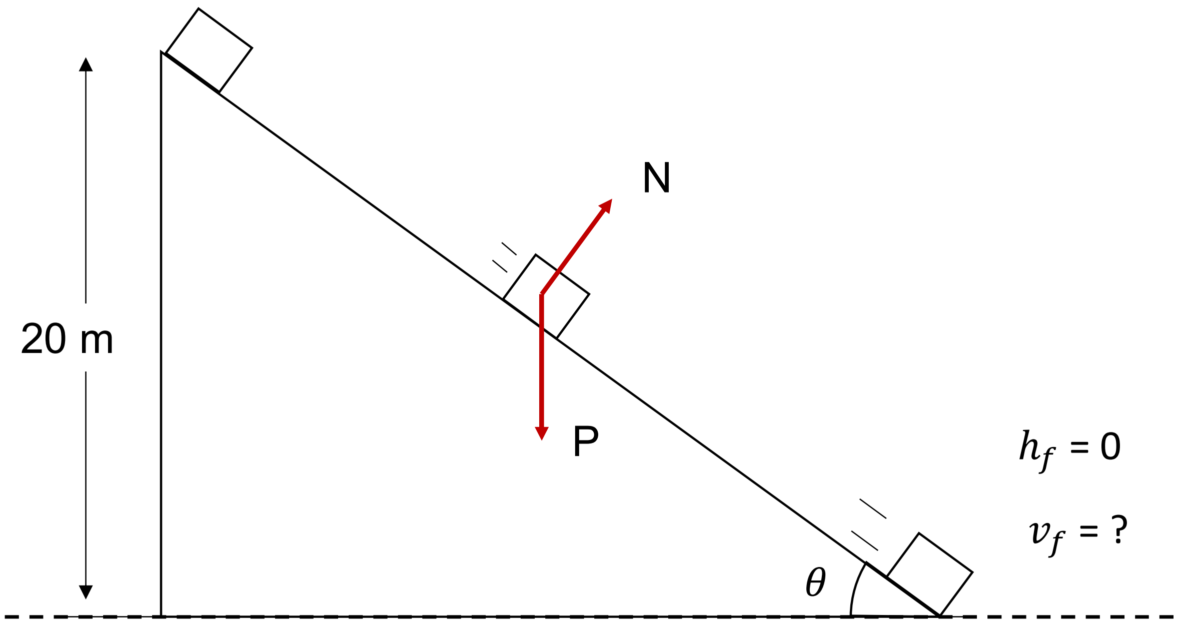
Exemplo 1

Um corpo desliza em um plano inclinado a partir do repouso. Calcule sua velocidade no ponto mais baixo da trajetória. Despreze os atritos.

- g = 10 m/s²

h_i = 20 m

v_i = 0



h_f = 0

v_f = ?

h = 0
(referência)

$\tau_N = 0 \rightarrow \tau_{FNC} = 0$

$$E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$

$$E_{c\,(f)} = E_{p\,(i)}$$

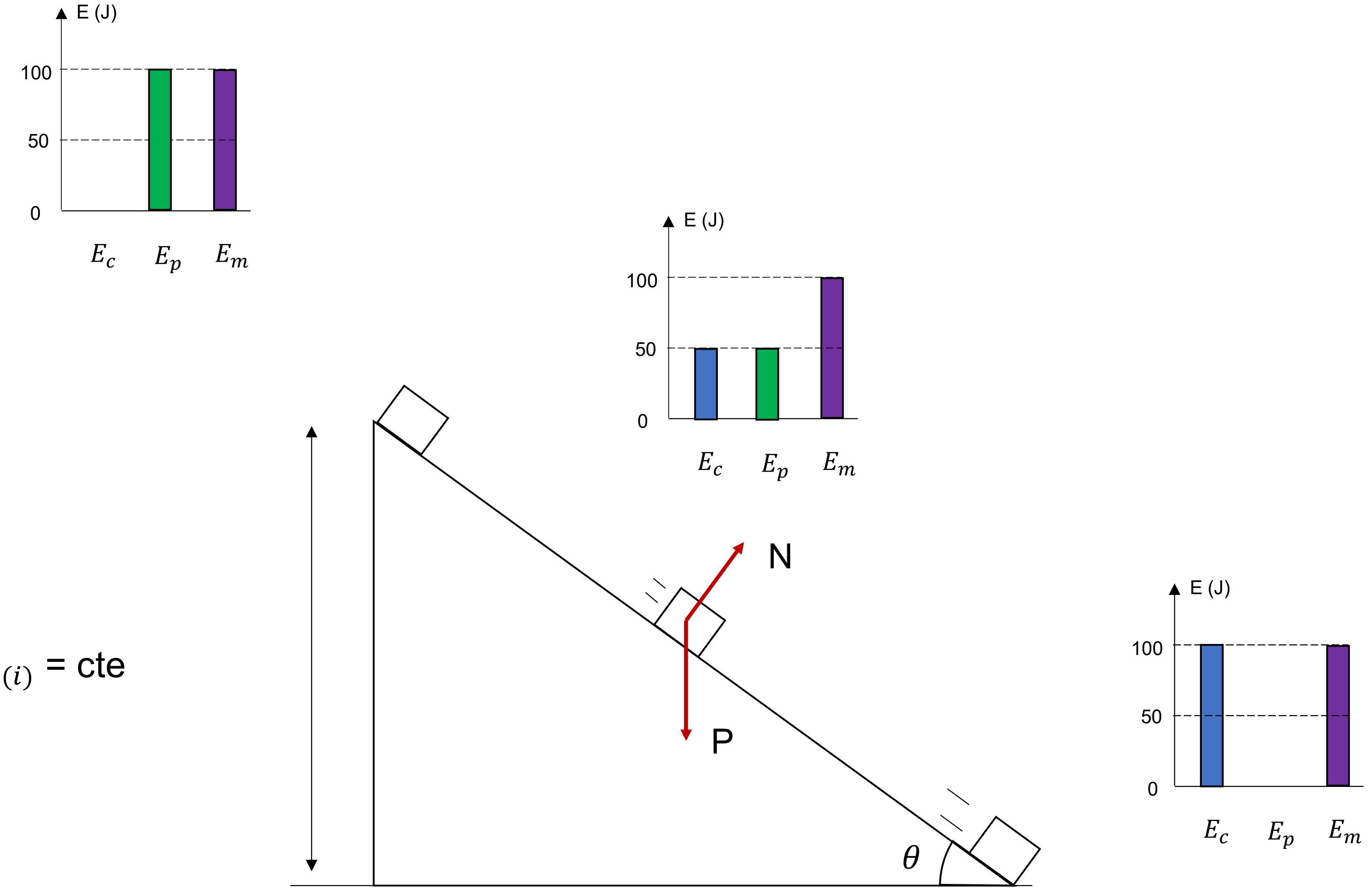
$$\frac{\cancel{m}\cdot v_f^2}{2} = \cancel{m}gh_i$$

$$v = \sqrt{2gh_i}$$

$$v = \sqrt{2.10.20}$$

$$\boxed{\therefore v_f = 20\ m/s}$$

Exemplo 1

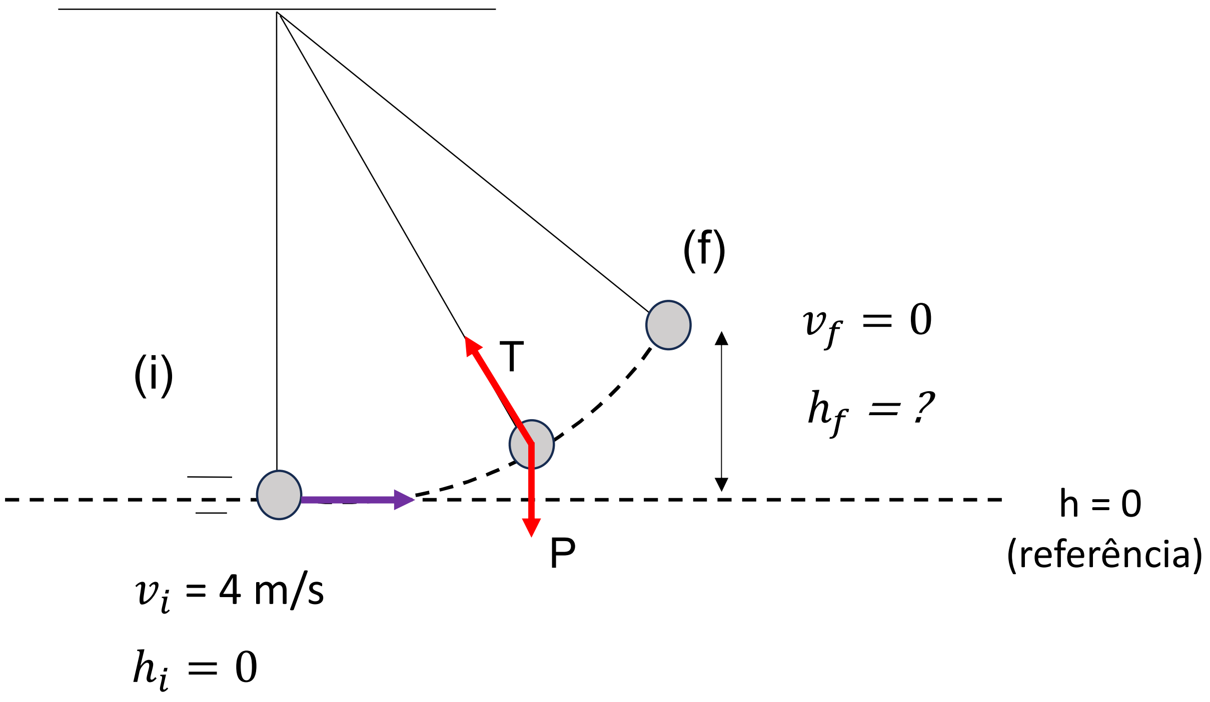


$E_{m\,(f)}$ = $E_{m\,(i)}$ = cte

Exemplo 2

Calcule a altura máxima atingida pelo corpo. Despreze os atritos.

- g = 10 m/s²



$\tau_T = 0 \rightarrow \tau_{FNC} = 0$

$E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$

$$\cancel{m} g h_f = \frac{\cancel{m} \cdot v_i^2}{2}$$

$$h_f = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{4^2}{2 \cdot 10} = \frac{16}{20}$$

$$\boxed{\therefore h_{máx} = 0{,}8\ m}$$

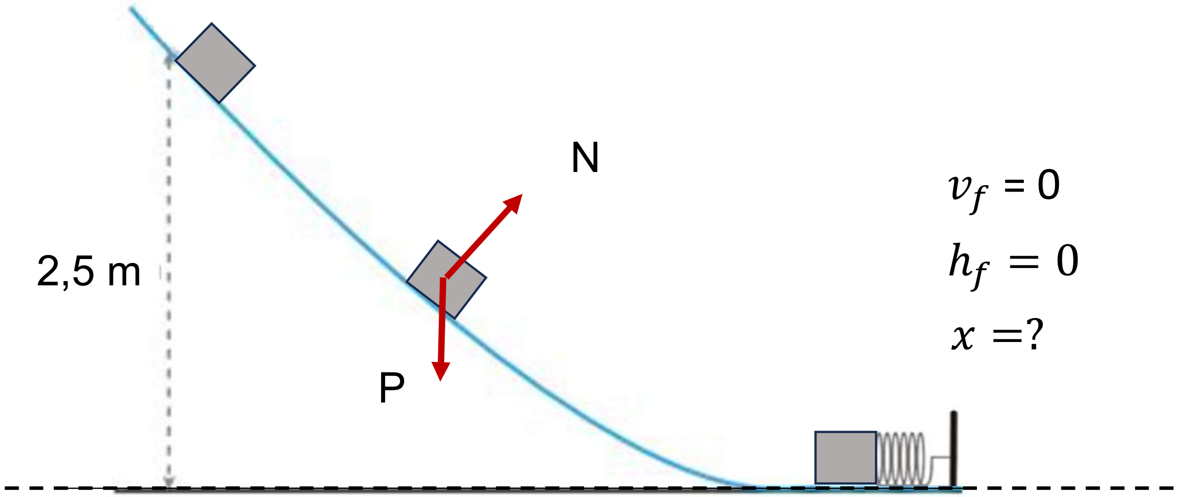
Exemplo 3

Um corpo desliza em uma pista sem atrito a partir do repouso. Calcule a deformação máxima da mola.

- g = 10 m/s²
- m = 2 kg
- Constante elástica da mola k = 100 N/m

v_i = 0

$h_i = 2{,}5\ m$



v_f = 0

$h_f = 0$

$x = ?$

h = 0
(referência)

$\tau_N = 0 \quad \rightarrow \tau_{FNC} = 0$

$$E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$

$$E_{p\,(f)} = E_{p\,(i)}$$

$$\frac{k \cdot x^2}{2} = mgh_i$$

$$\frac{100 \cdot x^2}{2} = 2 \cdot 10 \cdot 2{,}5$$

$$x^2 = 1$$

$$\boxed{\therefore x_{máx} = 1\ \mathrm{m}}$$

Exemplo 4

A partir do repouso, um corpo desliza sobre uma pista com atrito e atinge o ponto mais baixo da trajetória com velocidade de 5 m/s. Calcule a quantidade de energia mecânica dissipada.

- $g = 10\ m/s^2$
- $m = 2\ kg$

$$E_{m\,(diss)} = ? = |\tau_{(Atrito)}|$$

$$\tau_{FNC} = \tau_{Atrito}$$

$$\boxed{\therefore E_{m\,(diss)} = 55\ J}$$

$$\left.\begin{array}{l} \tau_A \neq 0 \\ \tau_N = 0 \end{array}\right\}$$

$$\tau_{FNC} = E_{m\,(f)} - E_{m\,(i)}$$

$$\tau_{FNC} = E_{c\,(f)} - E_{p\,(i)}$$

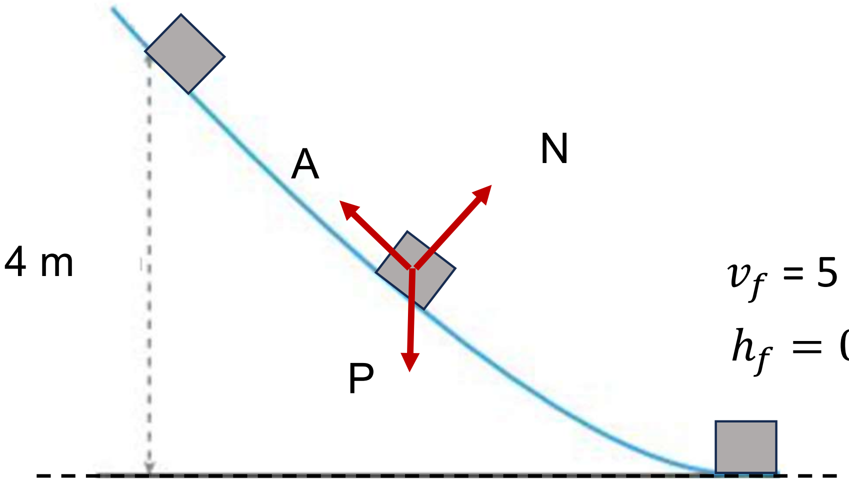
$$\tau_{FNC} = \frac{m \cdot {v_f}^2}{2} - m \cdot g \cdot h_i$$

$$\tau_{FNC} = \frac{2 \cdot 5^2}{2} - 2 \cdot 10 \cdot 4$$

$$\tau_{FNC} = 25 - 80 = -55\ J$$

$v_i = 0$

$h_i = 4\ m$



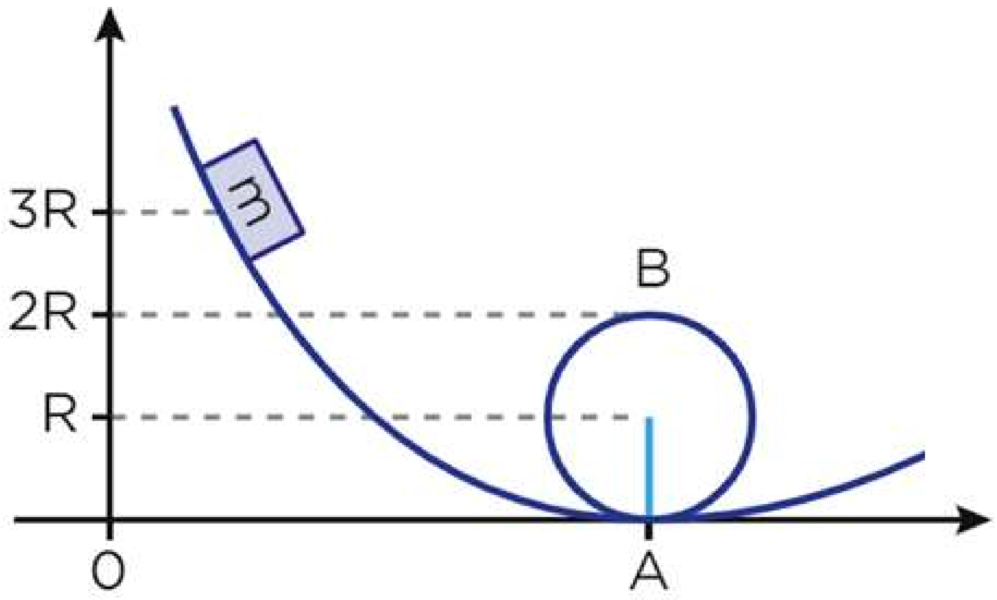
$v_f = 5\ m/s$

$h_f = 0$

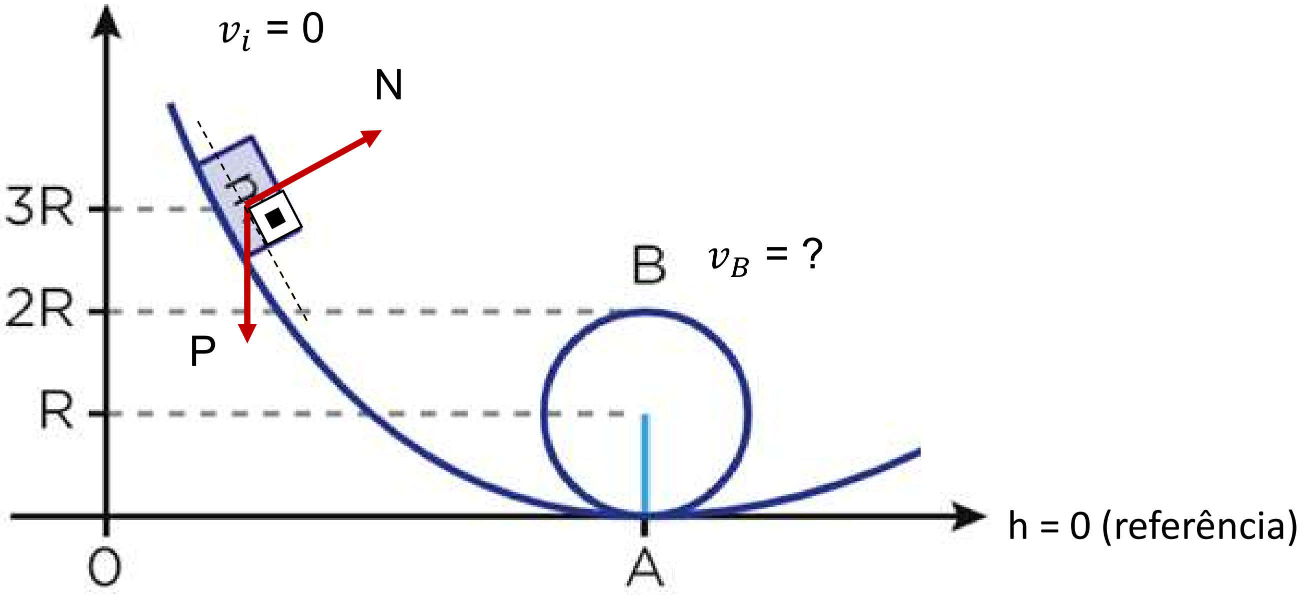
h = 0 (referência)

Exercícios da apostila

1. (UFPR) Uma pista de lançamento foi montada contendo uma parte circular, de raio R conforme mostra a figura abaixo. A pista está apoiada sobre a superfície da Terra, considerada como sendo um referencial inercial. A aceleração gravitacional no local é assumida como constante e tem módulo g. O ponto A está na parte mais baixa do trajeto circular, junto ao chão, e o ponto B está na parte mais alta do trajeto circular, numa altura 2R em relação ao chão. Um objeto de massa m está colocado no início da pista, num ponto que fica a uma altura 3R do chão, e está inicialmente em repouso. Para esse problema, todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados. O objeto inicia o movimento a partir do repouso, desce a rampa, passa pelo ponto A, executa loop no sentido anti-horário passando pelo ponto B, volta ao ponto A e sai pela extremidade direita da pista. Com base nesses dados, obtenha uma expressão algébrica para o módulo da velocidade v_B do objeto quando ele passa pelo ponto B após ser liberado a partir do repouso. Na expressão, somente devem aparecer dados fornecidos no problema.



- g
- todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados (sem atrito)
- v_B = ?



$$E_{m\,(B)} = E_{m\,(i)}$$

$$E_{c\,(B)} + E_{p\,(B)} = E_{p\,(i)}$$

$$\frac{\cancel{m}.v^2{}_B}{2} + \cancel{m}.g.h_B = \cancel{m}.g.h_i$$

$$\frac{v^2{}_B}{2} + g.(2R) = g.(3R)$$

$$\frac{v^2{}_B}{2} = 3g.R - 2gR$$

$$\frac{v^2{}_B}{2} = g.R$$

$$v^2{}_B = 2g.R$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2gR}}$$

- $\tau_N = 0$ $\Big\}$ $\underset{\text{F não conservativas}}{\tau} = 0$ $\Rightarrow$ $E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$

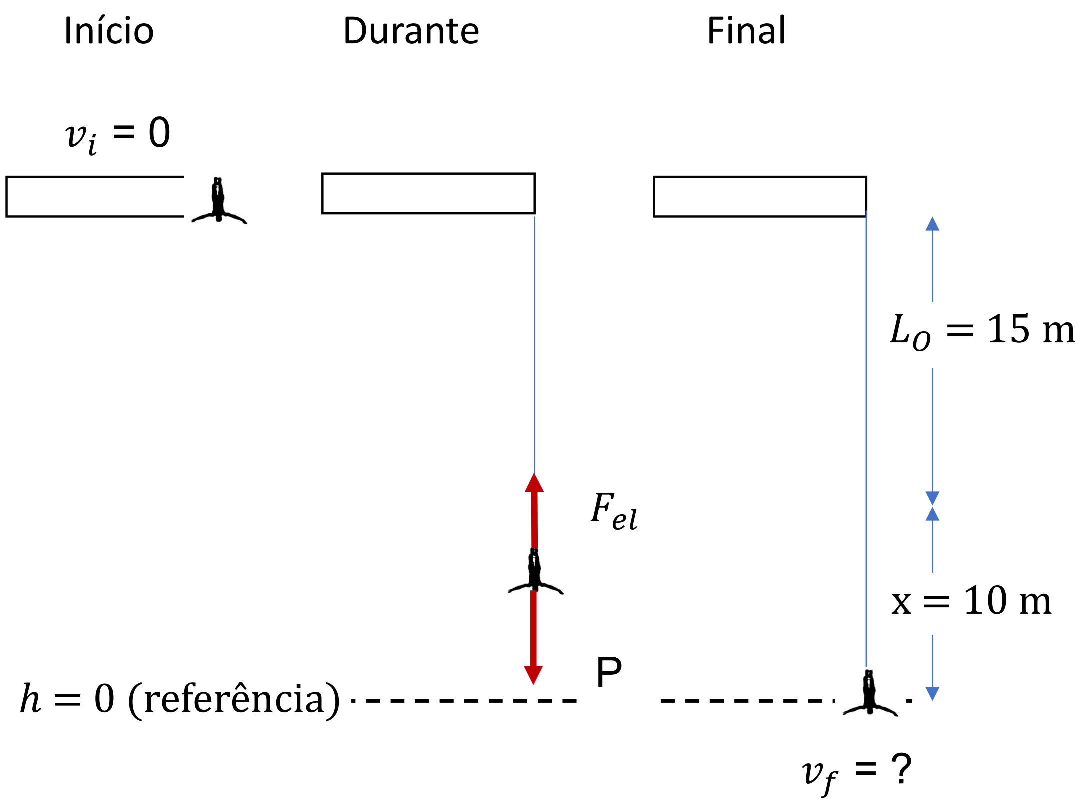
2. (Fuvest-SP) Helena, cuja massa é 50 kg, pratica o esporte radical bungee jumping. Em um treino, ela se solta da beirada de um viaduto, com velocidade inicial nula, presa a uma faixa elástica de comprimento natural L_0 = 15 m e constante elástica k = 250 N/m. Quando a faixa está esticada 10 m além de seu comprimento natural, o módulo da velocidade de Helena é

a) 0 m/s
b) 5 m/s
c) 10 m/s
d) 15 m/s
e) 20 m/s

Note e adote:
. Aceleração da gravidade: 10 m/s².
. A faixa é perfeitamente elástica; sua massa e efeitos dissipativos devem ser ignorados.

2. (Fuvest-SP) Helena, cuja massa é 50 kg, pratica o esporte radical bungee jumping. Em um treino, ela se solta da beirada de um viaduto, com velocidade inicial nula, presa a uma faixa elástica de comprimento natural L_0 = 15 m e constante elástica k = 250 N/m. Quando a faixa está esticada 10 m além de seu comprimento natural, o módulo da velocidade de Helena é

$$\underset{\text{F não conservativas}}{\tau} = 0 \Rightarrow E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$



$$E_{m\,(f)} = E_{m\,(i)}$$

$$E_{p\,el\,(f)} + E_{c\,(f)} = E_{p\,g\,(i)}$$

$$\frac{k\,.\,x^2}{2} + \frac{m\,.v^2{}_f}{2} = mgh_{(i)}$$

$$\frac{250\,.\,10^2}{2} + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 50.10.25$$

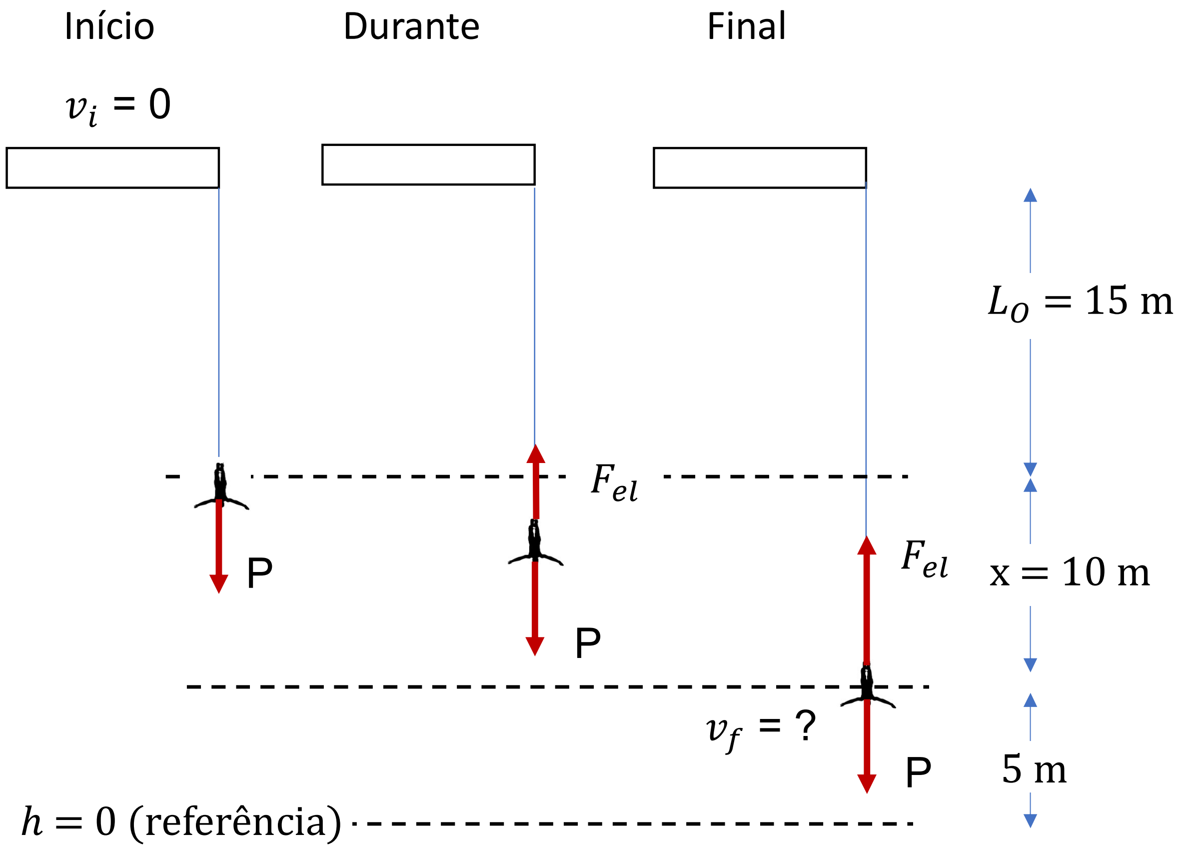
$$12500 + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 12500$$

$$\frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 0$$

$$\boxed{v_f = 0}$$

E se a altura de referência for colocada 5 m abaixo da posição final de Helena?

Salvo alguma especificidade do enunciado, a mudança na referência não altera o resultado!



$$E_{p\,el\,(f)} + E_{p\,g\,(f)} + E_{c\,(f)} = E_{p\,g\,(i)}$$

$$\frac{k\,.\,x^2}{2} + \frac{m\,.v^2{}_f}{2} + mgh_{(f)} = mgh_{(i)}$$

$$\frac{250\,.\,10^2}{2} + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} + 50.10.5 = 50.10.30$$

$$12500 + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} + 2500 = 15000$$

$$15000 + \frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 15000$$

$$\frac{50\,.v^2{}_f}{2} = 0 \qquad \boxed{v_f = 0}$$