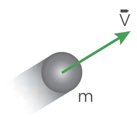
AULA

25 O teorema da energia cinética

NESTA AULA

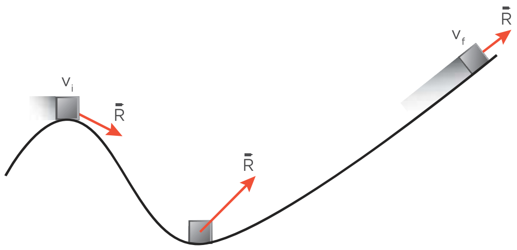
1. Energia cinética de um corpo (E_c)



$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

No SI: $[E_c] = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = J$ (joule)

2. Teorema da energia cinética (TEC)



$$\tau_R = E_c^f - E_c^i = \Delta E_c$$

EM CLASSE **DESENVOLVENDO HABILIDADES**

(Uerj) Atualmente, o navio mais rápido do mundo pode navegar em velocidade superior a 100 km/h. Em uma de suas viagens, transporta uma carga de 1 000 passageiros e 150 carros. Admita, além da massa do navio, de 450 000 kg, os seguintes valores médios **m** para as demais massas:

- $m_{passageiro}$: 70 kg
- m_{carro}: 1000 kg

Estime, em MJ, a energia cinética do conjunto no instante em que o navio se desloca com velocidade igual a 108 km/h.

Aplicando a definição de energia cinética:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$E_c = \frac{(m_{navio} + 1\,000 \cdot m_{passageiro} + 150 \cdot m_{carro}) \cdot v^2}{2}$$

$$E_c = \frac{(450\,000 + 1\,000 \cdot 70 + 150 \cdot 1000) \cdot 30^2}{2}$$

$$E_c = 3{,}015 \cdot 10^8 \text{ J} = 301{,}5 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$\therefore E_c = 301{,}5 \text{ MJ}$$

ENEM

Uma análise criteriosa do desempenho de Usain Bolt na quebra do recorde mundial dos 100 metros rasos mostrou que, apesar de ser o último dos corredores a reagir ao tiro e iniciar a corrida, seus primeiros 30 metros foram os mais velozes já feitos em um recorde mundial, cruzando essa marca em 3,78 segundos. Até se colocar com o corpo reto, foram 13 passadas, mostrando sua potência durante a aceleração, o momento mais importante da corrida. Ao final desse percurso, Bolt havia atingido a velocidade máxima de 12 m/s.

Disponível em: http://esporte.uol.com.br. Acesso em: 5 ago. 2012 (adaptado)

Supondo que a massa desse corredor seja igual a 90 kg, o trabalho total realizado nas 13 primeiras passadas é mais próximo de

a) $5,4 \cdot 10^2$ J.

b) $6,5 \cdot 10^3$ J.

c) $8,6 \cdot 10^3$ J.

d) $1,3 \cdot 10^4$ J.

e) $3,2 \cdot 10^4$ J.

Aplicando o TEC, entendendo como trabalho total o trabalho da resultante:

$$\tau_R = E_c^{final} - E_c^{inicial}$$

$$\tau_R = \frac{m \cdot v_f^2}{2} - 0$$

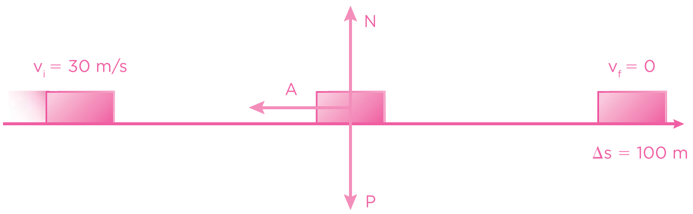
$$\tau_R = \frac{90 \cdot 12^2}{2} - 0$$

$$\therefore \tau_R = 6\,480 \text{ J} \approx 6,5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Um carro de massa igual a 2 000 kg trafega a uma velocidade de 108 km/h em um trecho horizontal de uma estrada onde a velocidade limite é de 120 km/h. De repente, um animal entra na pista, obrigando o motorista a frear bruscamente o carro. Como o carro não possuía freios ABS, as rodas travaram e os pneus escorregaram na pista. Sabendo-se que o carro percorreu uma distância de 100 m até parar, determine:

a) o trabalho do atrito até o carro parar;

A figura a seguir ilustra o movimento do carro:



Aplicando o TEC:

$$\tau_R = E_c^f - E_c^i$$

$$\tau_A + \tau_N + \tau_P = \frac{m \cdot v_f^2}{2} - \frac{m \cdot v_i^2}{2}$$

$$\tau_A + 0 + 0 = 0 - \frac{2\,000 \cdot 30^2}{2}$$

$$\tau_A = -9 \cdot 10^5 \text{ J}$$

b) a intensidade do atrito, suposto constante.

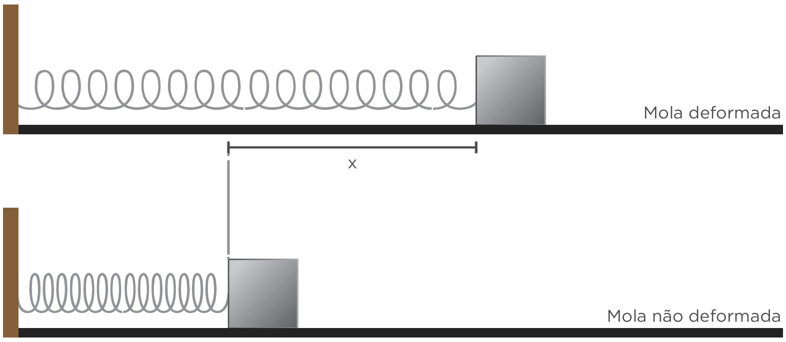
Como o atrito é constante:

$\tau_A = A \cdot \Delta s \cdot \cos 180°$

$-9 \cdot 10^5 = A \cdot 100 \cdot (-1)$

$\therefore A = 9 \cdot 10^3$ N

5. Energia potencial elástica ($E_{P_{elást}}$)



$$E_{P_{elást}} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

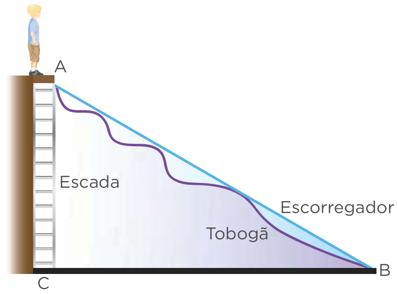
No SI: $\left[E_{P_{elást}}\right] = J$

6. Movimentos espontâneos e forçados

Movimento	Energia potencial	$\tau_{F_{conservativa}}$
Espontâneo	Diminui	Motor $\left(\tau_{F_{conservativa}} > 0\right)$
Forçado	Aumenta	Resistente $\left(\tau_{F_{conservativa}} < 0\right)$

EM CLASSE **DESENVOLVENDO HABILIDADES**

Em um parque de diversões, há um brinquedo onde, da mesma altura, partem um escorregador de formato retilíneo, que forma 30° com a horizontal, e um tobogã, de formato ondulado. Ambos terminam no mesmo ponto no chão.

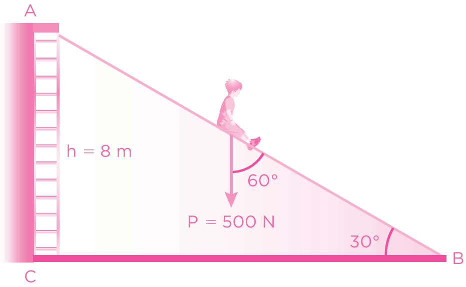


Na figura estão indicados os pontos A, no início do escorregador e do tobogã, B, no final deles, e C, na parte mais baixa da escada. Um garoto de massa 50 kg encontra-se no ponto A, a 8 metros de altura.

- Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a) Calcule o trabalho da força peso aplicada no garoto caso ele decida descer pelo escorregador do ponto A até o ponto B.

A figura a seguir ilustra o garoto descendo o escorregador e a força peso aplicada nele.



Como o peso é constante:

$\tau_P^{A \to B} = P \cdot \Delta s_{AB} \cdot \cos 60°$

A partir do triângulo ABC:

$\text{sen } 30° = \dfrac{h}{\Delta s_{AB}}$

$\Delta s_{AB} = \dfrac{8}{\frac{1}{2}}$

$\Delta s_{AB} = 16 \text{ m}$

Assim:

$\tau_P^{A \to B} = 500 \cdot 16 \cdot \dfrac{1}{2}$

$\tau_P^{A \to B} = 4000 \text{ J}$

b) Calcule o trabalho da força peso aplicada no garoto caso ele desista de escorregar e resolva descer a escada, partindo do ponto A, e depois caminhar até o ponto B.

$\tau_P^{A \to B} = \tau_P^{A \to C} + \tau_P^{C \to B}$

$\tau_P^{A \to B} = P \cdot \Delta s_{AC} \cdot \cos 0° + P \cdot \Delta s_{CB} \cdot \cos 90°$

$\tau_P^{A \to B} = 500 \cdot 8 \cdot 1 + 0$

$\therefore \tau_P^{A \to B} = 4000 \text{ J}$

c) Calcule o trabalho da força peso aplicada no garoto caso ele decida descer pelo tobogã do ponto A até o ponto B.

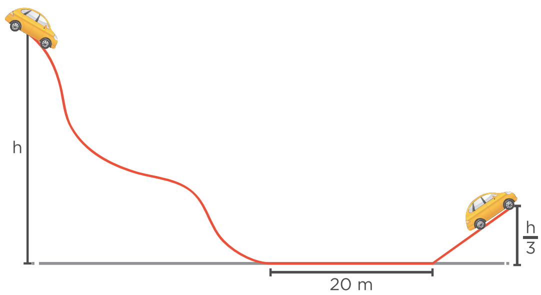
A partir dos itens **a** e **b**, conclui-se que o trabalho da força peso não depende da trajetória.

$\therefore \tau_P^{A \to B} = 4000 \text{ J}$

Se achar conveniente, comente que essa propriedade é válida para todas as forças conservativas, e não só para o peso.

Sugerimos que, após a resolução desse exercício, resolva com os alunos qualquer um dos itens utilizando o TEP.

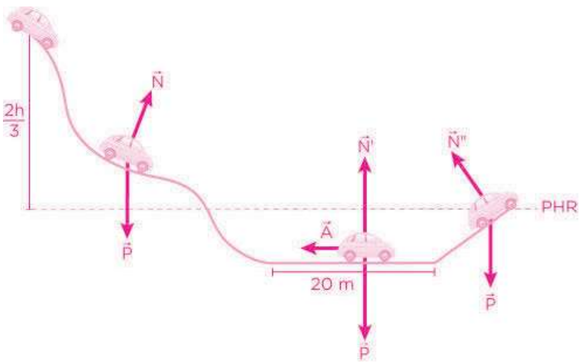
Abandona-se um carrinho em uma pista ondulada, de altura **h** e sem atrito, que termina em uma pista horizontal. Nesse trecho horizontal, de comprimento 20 m, o carrinho fica sujeito à ação de uma força de atrito. Depois de percorrer esse trecho horizontal, o carrinho sobe um plano inclinado, sem atrito, atingindo uma altura $\frac{h}{3}$.



Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre o carrinho e a pista horizontal é igual a 0,5, a altura **h** de onde o carrinho é abandonado é igual a:

a) 10 m
b) 15 m
c) 20 m
d) 25 m
e) 30 m

A figura a seguir indica as forças aplicadas do corpo nos três trechos:



Aplicando o TEC e considerando o plano horizontal de referência indicado:

$\tau_R = E_c^f - E_c^i$

$\tau_P + \tau_N + \tau_A = \dfrac{m \cdot v_F^2}{2} - \dfrac{m \cdot v_i^2}{2}$

$\left(E_{P_{grav}}^i - E_{P_{grav}}^f\right) + 0 + A \cdot \Delta s_A \cdot \cos 180° = \dfrac{m \cdot v_f^2}{2} - \dfrac{m \cdot v_i^2}{2}$

$(m \cdot g \cdot h_i - 0) + 0 + \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta s_A \cdot (-1) = 0$

$h_i - \mu \cdot \Delta s_A = 0$

$\dfrac{2h}{3} - 0{,}5 \cdot 20 = 0$

$\therefore h = 15 \text{ m}$

Alternativa **b**.

(Unesp-SP) Uma minicama elástica é constituída por uma superfície elástica presa a um aro lateral por 32 molas idênticas, como mostra a figura. Quando uma pessoa salta sobre esta minicama, transfere para ela uma quantidade de energia que é absorvida pela superfície elástica e pelas molas.

Considere que, ao saltar sobre uma dessas minicamas, uma pessoa transfira para ela uma quantidade de energia igual a 160 J, que 45% dessa energia seja distribuída igualmente entre as 32 molas e que cada uma delas se distenda 3,0 mm. Nessa situação, a constante elástica de cada mola, em N/m, vale

a) $5{,}0 \cdot 10^5$

b) $1{,}6 \cdot 10^1$

c) $3{,}2 \cdot 10^3$

d) $5{,}0 \cdot 10^3$

e) $3{,}2 \cdot 10^0$

A quantidade de energia ΔE transferida para as molas é dada por:

$$\Delta E = \frac{45}{100} \cdot 160$$

$$\Delta E = 72 \text{ J}$$

Como são 32 molas, para cada uma tem-se:

$$E_{p_{elást}} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

$$\frac{72}{32} = \frac{k \cdot \left(3 \cdot 10^{-3}\right)^2}{2}$$

$$k = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

ORIENTAÇÃO DE ESTUDO

Material de consulta: Caderno de Estudos 2 — Física — *Mecânica newtoniana* — Capítulo 18

Tarefa Mínima

Aula 26

- Leia os itens 1 a 5 da seção *Nestas aulas.*
- Faça as questões 1 a 4.

Aula 27

- Leia o item 6 da seção *Nestas aulas.*
- Faça as questões 13 a 16.

Tarefa Complementar

Aula 26

- Leia os itens 1 a 2.1.1 e o item 3.
- Faça as questões 5 a 8.

Aula 27

- Leia os itens 2.1.2 e 4.
- Faça as questões 17 a 20.

Tarefa Desafio

Aula 26

- Faça as questões 9 e 10.

Aula 27

- Faça as questões 21 e 22.

SETOR A

AULAS

28 e 29 O teorema da energia mecânica

NESTAS AULAS

1. Energia mecânica

$$E_M = E_M + E_{P_{grav}} + E_{P_{elást}} + E_{P_{elétr}}$$

2. Teorema da energia mecânica

$$\tau_{F_{\text{não conservativas}}} = E_M^f - E_M^i = \Delta E_M$$

3. Sistemas conservativos

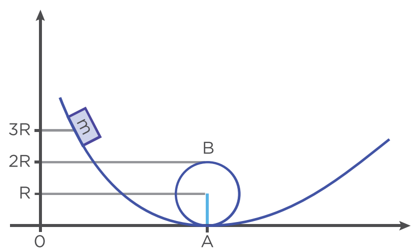
Se $\tau_{F_{\text{não conservativas}}} = 0$ → $E_M^f = E_M^i$ → E_M = constante

4. Sistemas não conservativos

Se $\tau_{F_{\text{não conservativas}}} \neq 0$ → $E_M^f \neq E_M^i$ → E_M = variável

EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

(UFPR) Uma pista de lançamento foi montada contendo uma parte circular, de raio R conforme mostra a figura abaixo. A pista está apoiada sobre a superfície da Terra, considerada como sendo um referencial inercial. A aceleração gravitacional no local é assumida como constante e tem módulo **g**. O ponto A está na parte mais baixa do trajeto circular, junto ao chão, e o ponto B está na parte mais alta do trajeto circular, numa altura 2R em relação ao chão. Um objeto de massa **m** está colocado no início da pista, num ponto que fica a uma altura 3R do chão, e está inicialmente em repouso. Para esse problema, todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados. O objeto inicia o movimento a partir do repouso, desce a rampa, passa pelo ponto A, executa *loop* no sentido anti-horário passando pelo ponto B, volta ao ponto A e sai pela extremidade direita da pista.



Com base nesses dados, obtenha uma expressão algébrica para o módulo da velocidade v_B do objeto quando ele passa pelo ponto B após ser liberado a partir do repouso. Na expressão, somente devem aparecer dados fornecidos no problema.

As únicas forças que agem sobre o corpo são a peso e a contato. Como não há atrito, a contato é igual à componente normal, que fica sempre perpendicular à pista. Dessa forma:

$$\tau_{F_{\text{não conservativas}}} = \tau_N = 0$$

Portanto, o sistema é conservativo. Assim:

$$E_M^i = E_M^B$$

$$E_C^i + E_{P_{grav}}^i = E_C^B + E_{P_{grav}}^B$$

$$0 + m \cdot g \cdot h_{inicial} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} + m \cdot g \cdot h_B$$

Dividindo-se os dois membros por **m** e adotando-se como referência o plano horizontal que contém o ponto B ($h_{inicial} = 3R$ e $h_B = 2R$):

$$g \cdot 3R = \frac{v_B^{\;2}}{2} + g \cdot 2R \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot R}$$

(Fuvest-SP) Helena, cuja massa é 50 kg, pratica o esporte radical *bungee jumping*. Em um treino, ela se solta da beirada de um viaduto, com velocidade inicial nula, presa a uma faixa elástica de comprimento natural $L_0 = 15$ m e constante elástica $k = 250$ N/m.

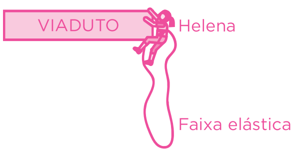
Quando a faixa está esticada 10 m além de seu comprimento natural, o módulo da velocidade de Helena é

> Note e adote:
> - Aceleração da gravidade: 10 m/s^2.
> - A faixa é perfeitamente elástica; sua massa e efeitos dissipativos devem ser ignorados.

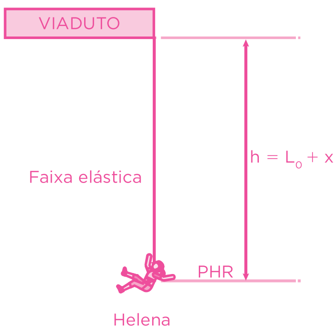
a) 0 m/s
b) 5 m/s
c) 10 m/s
d) 15 m/s
e) 20 m/s

De acordo com o enunciado, podemos representar as situações inicial e final:

Situação inicial



Situação final



As forças que agem em Helena são a força peso e a força elástica. Assim, o sistema é conservativo:

$$E_M^f = E_M^i$$

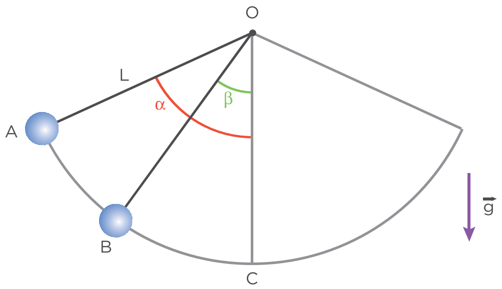
$$E_{P_{grav}}^f + E_{P_{elást}}^f = E_c^i + E_{P_{grav}}^i + E_{P_{elást}}^i$$

$$\frac{m \cdot v_f^2}{2} + 0 + \frac{k \cdot x_f^2}{2} = 0 + m \cdot g \cdot h_i + 0$$

Substituindo-se os valores:

$$\frac{50 \cdot v_f^2}{2} + \frac{250 \cdot 10^2}{2} = 50 + 10 \cdot (15 + 10) \Rightarrow v_f = 0$$

(FCMSCSP) Um pêndulo é constituído de uma pequena esfera de massa **m** presa por meio de um fio ideal de comprimento L a um ponto fixo O. A esfera é abandonada do repouso do ponto A, com o fio inclinado de um ângulo α com a vertical. Depois de passar algumas vezes pelo ponto C, a esfera para instantaneamente no ponto B, com o fio inclinado de um ângulo β com a vertical.



Considerando sen $\alpha = 0{,}9$, cos $\alpha = 0{,}4$, sen $\beta = 0{,}6$ e cos $\beta = 0{,}8$, a energia mecânica dissipada, desde o início das oscilações até a parada instantânea no ponto B, foi igual a

a) 0,8 mgL

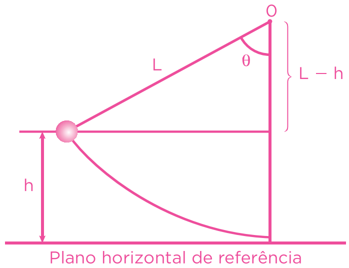
b) 0,4 mgL

c) 0,2 mgL

d) 0,5 mgL

e) 0,6 mgL

Inicialmente, é possível determinar um ângulo θ no qual a velocidade da esfera é igual a zero:



$$\cos\theta = \frac{L - h}{L} \Rightarrow h = L \cdot (1 - \cos\theta)$$

A energia mecânica nessa posição é dada por:

$$E_M = E_C + E_{P_{grav}} \Rightarrow E_M = 0 + m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_M = m \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos\theta)$$

Quando a esfera é abandonada no ponto A, $\theta = \alpha$:

$$E_M^A = m \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos\alpha) \Rightarrow E_M^A = m \cdot g \cdot L \cdot (1 - 0{,}4) \Rightarrow E_M^A = 0{,}6 \cdot m \cdot g \cdot L$$

Ao parar no ponto B, a energia mecânica da esfera é:

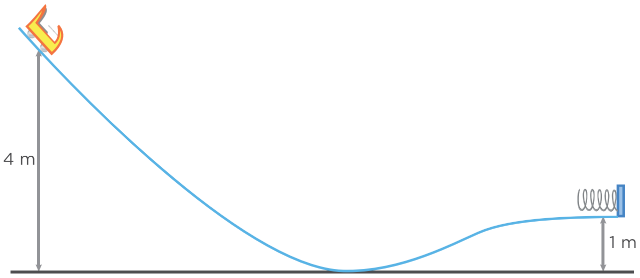
$$E_M^B = m \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos\beta) \Rightarrow E_M^B = m \cdot g \cdot L \cdot (1 - 0{,}8) \Rightarrow E_M^B = 0{,}2 \cdot m \cdot g \cdot L$$

A energia dissipada é dada por:

$$E_{diss} = E_M^A - E_M^B = 0{,}6 \cdot m \cdot g \cdot L - 0{,}2 \cdot m \cdot g \cdot L$$

$$\therefore E_{diss} = 0{,}4 \cdot m \cdot g \cdot L$$

Em um brinquedo de *playground*, um carrinho, de massa igual a 50 kg, é abandonado de uma altura de 4 m, percorre uma pista e atinge uma mola no final do percurso. No carrinho cabem duas crianças, de 35 kg cada uma.



Quando o carrinho para devido à ação da mola, uma trava é acionada, permitindo a saída das crianças. Na posição indicada na figura, a velocidade do carrinho é igual a 3,6 km/h. Considere como referência para a energia potencial gravitacional a altura da mola no final do percurso. Sabendo-se que a mola é comprimida de 1 m, e que houve uma dissipação de 20% da energia mecânica inicial ao longo do movimento, a constante elástica da mola utilizada é igual a:

a) 1 464 N/m

b) 2 928 N/m

c) 4 392 N/m

d) 5 856 N/m

e) 7 320 N/m

Como há dissipação de 20% de energia:

$$E_M^f = 0,8 \cdot E_M^i$$

$$E_c^f + E_{P_{grav}}^f + E_{P_{elást}}^f = 0,8 \cdot \left(E_c^i + E_{P_{grav}}^i + E_{P_{elást}}^i\right)$$

Adotando o plano horizontal de referência na altura em que está localizada a mola:

$$0 + 0 + E_{P_{elást}}^f = 0,8 \cdot \left(E_c^i + E_{P_{grav}}^i + 0\right)$$

$$\frac{k \cdot x_f^2}{2} = 0,8 \cdot \left(\frac{m \cdot v_i^2}{2} + m \cdot g \cdot h_i\right) \Rightarrow \frac{k \cdot 1^2}{2} = 0,8 \cdot \left(\frac{120 \cdot 1^2}{2} + 120 \cdot 10 \cdot 3\right) \Rightarrow k = 5\,856 \text{ N/m}$$

ORIENTAÇÃO DE ESTUDO

Material de consulta: Caderno de Estudos 2 – Física – *Mecânica newtoniana* – Capítulo 19

Tarefa Mínima

Aula 28

- Leia os itens 1 a 3 da seção *Nestas aulas*.
- Faça as questões 1 a 4.

Aula 29

- Leia o item 4 da seção *Nestas aulas*.
- Faça as questões 13 a 16.

Tarefa Complementar

Aula 28

- Leia os itens 1 e 2.
- Faça as questões 5 a 8.

Aula 29

- Leia o item 3.
- Faça as questões 17 a 20.

Tarefa Desafio

Aula 28

- Faça as questões 9 e 10.

Aula 29

- Faça as questões 21 e 22.

2.1 Rendimento

$$\eta = \frac{|\Delta E_{útil}|}{|\Delta E_{total}|}$$

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_{útil_m}}{\mathcal{P}_{total_m}} = \frac{\mathcal{P}_{útil}}{\mathcal{P}_{total}}$$

Note que:

$0 \leqslant \eta < 1$ ou $0\% \leqslant \eta < 100\%$

EM CLASSE **DESENVOLVENDO HABILIDADES**

(Fuvest-SP) Em 2016, as lâmpadas incandescentes tiveram sua venda definitivamente proibida no país, por razões energéticas. Uma lâmpada fluorescente, considerada energeticamente eficiente, consome 28 W de potência e pode produzir a mesma intensidade luminosa que uma lâmpada incandescente consumindo a potência de 100 W. A vida útil média da lâmpada fluorescente é de 10 000 h e seu preço médio é de R$ 20,00, enquanto a lâmpada incandescente tem vida útil de 1 000 h e cada unidade custaria, hoje, R$ 4,00. O custo da energia é de R$ 0,25 por quilowatt-hora. O valor total, em reais, que pode ser poupado usando uma lâmpada fluorescente, ao longo da sua vida útil, ao invés de usar lâmpadas incandescentes para obter a mesma intensidade luminosa, durante o mesmo período de tempo, é

a) 90,00
b) 140,00
c) 200,00
d) 250,00
e) 290,00

O custo total de cada lâmpada é dado pelo valor da compra mais o consumo de energia elétrica. Vamos analisar cada lâmpada separadamente.
• Lâmpada fluorescente:
Aplicando a definição de potência, já com os ajustes de unidade:

$$\mathcal{P}_m = \frac{|\Delta E|}{\Delta t}$$

$$0,028 = \frac{|\Delta E|}{10^4}$$

$|\Delta E| = 280$ kWh

Como cada quilowatt-hora custa R$ 0,25, o custo devido ao consumo é dado por:
280 kWh · R$ 0,25/kWh = R$ 70,00
Assim, o custo total é dado por:
R$ 70,00 + R$ 20,00 = R$ 90,00
• Lâmpada incandescente:
Aplicando a definição de potência, já com os ajustes de unidade:

$$\mathcal{P}_m = \frac{|\Delta E|}{\Delta t}$$

$$0,1 = \frac{|\Delta E|}{10^4}$$

$|\Delta E| = 1\,000$ kWh

Como cada quilowatt-hora custa R$ 0,25, o custo devido ao consumo é dado por:
1 000 kWh · R$ 0,25/kWh = R$ 250,00
Para que os intervalos de tempo sejam iguais, é preciso usar 10 lâmpadas incandescentes para cada lâmpada fluorescente.
Assim, o custo total é dado por:
R$ 250,00 + 10 · R$ 4,00 = R$ 290,00
Dessa forma, a economia é de:
R$ 290,00 − R$ 90,00 = R$ 200,00

(Unesp-SP) Um gerador portátil de eletricidade movido a gasolina comum tem um tanque com capacidade de 5,0 L de combustível, o que garante uma autonomia de 8,6 horas de trabalho abastecendo de energia elétrica equipamentos com potência total de 1 kW, ou seja, que consomem, nesse tempo de funcionamento, o total de 8,6 kWh de energia elétrica. Sabendo que a combustão da gasolina comum libera cerca $3{,}2 \cdot 10^4$ kJ/L e que 1 kWh = $3{,}6 \cdot 10^3$ kJ, a porcentagem da energia liberada na combustão da gasolina que será convertida em energia elétrica é próxima de

a) 30%.
b) 40%.
c) 20%.
d) 50%.
e) 10%.

A energia total dessa máquina pode ser obtida a partir da queima dos 5 L de gasolina:

$|\Delta E_{total}| = 3{,}2 \cdot 10^4 \cdot 5$

$|\Delta E_{total}| = 16 \cdot 10^4$ kJ

Convertendo para kWh:

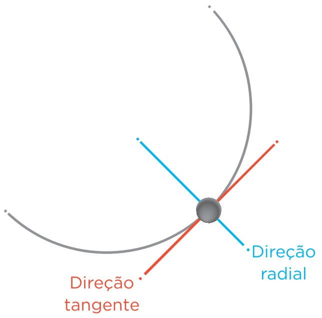
$$|\Delta E_{total}| = 16 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{3,6 \cdot 10^3} = \frac{400}{9} \text{ kWh}$$

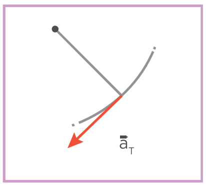
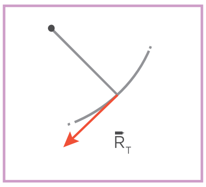
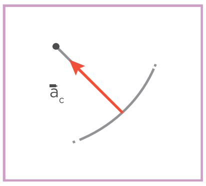
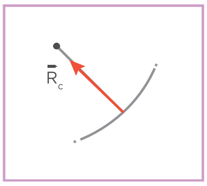
Aqui é importante deixar claro que não é necessário decorar a transformação, mas sim saber deduzi-la. Assim, o rendimento pode ser calculado a partir da razão entre as energias útil e total:

$$\eta = \frac{|\Delta E_{útil}|}{|\Delta E_{total}|} = \frac{8,6}{\frac{400}{9}}$$

$$\therefore \eta = 0,1935 = 19,35\%$$

3. Análise do movimento com as forças em uma direção qualquer



	Aceleração	Resultante	Equação
Direção tangente			$\vec{R}_T = m \cdot \vec{a}_T$
Direção radial			$\vec{R}_c = m \cdot \vec{a}_c$

EM CLASSE **DESENVOLVENDO HABILIDADES**

(Fuvest-SP) O projeto para um balanço de corda única de um parque de diversões exige que a corda do brinquedo tenha um comprimento de 2,0 m. O projetista tem que escolher a corda adequada para o balanço, a partir de cinco ofertas disponíveis no mercado, cada uma delas com distintas tensões de ruptura.

A tabela apresenta essas opções.

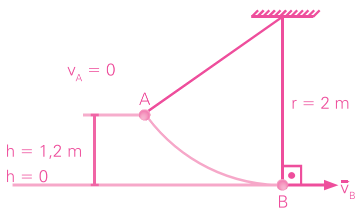
Corda	I	II	III	IV	V
Tensão de ruptura (N)	4 200	7 500	12 400	20 000	29 000

Ele tem também que incluir no projeto uma margem de segurança; esse fator de segurança é tipicamente 7, ou seja, o balanço deverá suportar cargas sete vezes a tensão no ponto mais baixo da trajetória. Admitindo que uma pessoa de 60 kg, ao se balançar, parta do repouso, de uma altura de 1,2 m em relação à posição de equilíbrio do balanço, as cordas que poderiam ser adequadas para o projeto são:

Note e adote:
- Aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$
- Desconsidere qualquer tipo de atrito ou resistência ao movimento e ignore a massa do balanço e as dimensões da pessoa
- As cordas são inextensíveis

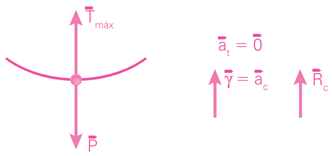
a) I, II, III, IV e V.
b) II, III, IV e V, apenas.
c) III, IV e V, apenas.
d) IV e V, apenas.
e) V, apenas.

Admitindo que a pessoa tenha partido do ponto A, representado na figura a seguir, a intensidade máxima da força de tração na corda é atingida no ponto B, quando a corda fica vertical. Nesse ponto, a velocidade da pessoa pode ser calculada pelo teorema da conservação da energia:



$$E_M^A = E_M^B$$
$$E_c^A + E_P^A = E_c^B + E_P^B$$
$$m \cdot \frac{v_B^2}{2} = m \cdot g \cdot h$$
$$v_B = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}2}$$
$$\therefore v_B = \sqrt{24}\ m/s$$

Cálculo da intensidade máxima da força de tração na corda:



$$T - P = R_c$$
$$T_{máx} - 600 = 60 \cdot \frac{24}{2}$$

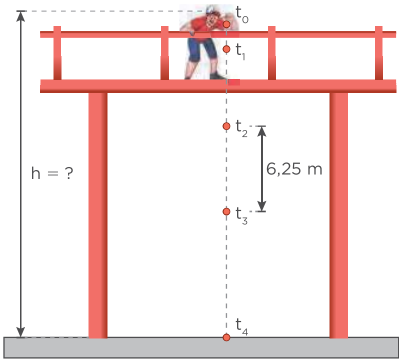
$T_{máx} = 1\,320$ N

Considerando a margem de segurança exigida, as cordas adequadas ao projeto são aquelas cuja tensão de ruptura obedeça à relação:

$$T \geq 7 \cdot T_{máx} \Rightarrow T \geq 7 \cdot 1\,320 \therefore T \geq 9\,240\ N$$

Portanto, são adequadas as cordas III, IV e V.

(Unesp-SP) Em um dia de calmaria, um garoto sobre uma ponte deixa cair, verticalmente e a partir do repouso, uma bola no instante $t_0 = 0$ s. A bola atinge, no instante t_4, um ponto localizado no nível das águas do rio e à distância **h** do ponto de lançamento. A figura apresenta, fora de escala, cinco posições da bola, relativas aos instantes t_0, t_1, t_2, t_3 e t_4. Sabe-se que entre os instantes t_2 e t_3 a bola percorre 6,25 m e que $g = 10\ m/s^2$.



Desprezando a resistência do ar e sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas apresentadas na figura é sempre o mesmo, pode-se afirmar que a distância **h**, em metros, é igual a

a) 25.

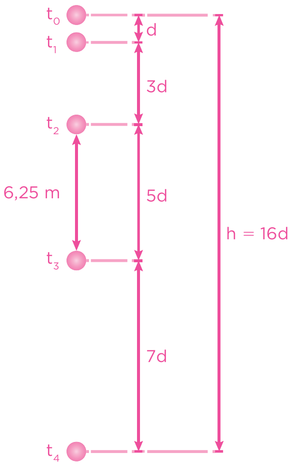
b) 28.

c) 22.

d) 30.

e) 20.

De acordo com a regra de Galileu:



Logo:

$5d = 6{,}25 \Rightarrow d = \dfrac{6{,}25}{5} \therefore d = 1{,}25$ m.

Portanto:

$h = 16d \Rightarrow h = 16 \cdot 1{,}25 \therefore h = 20$ m.

(Unifesp) Um gato encontra-se parado na beirada de um telhado, observando alguns pássaros.

A beirada do telhado está a 5 m do chão, a massa do gato é 3 kg, a aceleração da gravidade vale 10 m/s² e a resistência do ar é desprezível. Determine:

a) a energia potencial gravitacional que o gato possui quando se encontra em repouso na beirada do telhado e o módulo da velocidade com a qual ele chegaria ao chão se acidentalmente sofresse uma queda livre, após pisar em uma telha solta.

Admitindo o plano horizontal de referência no solo:

$E_{P_{grav}} = m \cdot g \cdot h$

$E_{P_{grav}} = 3 \cdot 10 \cdot 5$

$E_{P_{grav}} = 150$ J

Como o sistema é conservativo:

$E_c^i + E_{P_{grav}}^i = E_c^f + E_{P_{grav}}^f$

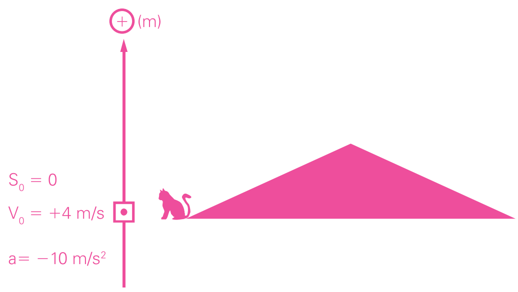
Considerando que, na queda, o gato parte do repouso $\left(E_c^i = 0\right)$, e lembrando que o plano horizontal de referência está no solo $\left(E_{P_{grav}}^i = 150 \text{ J e } E_{P_{grav}}^f = 0\right)$:

$0 + 150 = \dfrac{m \cdot v_f^2}{2} + 0$

$v_f = 10$ m/s

b) o tempo de permanência do gato no ar, supondo que, na tentativa frustrada de apanhar um pássaro em voo, o gato salte verticalmente para cima com velocidade inicial de 4 m/s, subindo e voltando para o ponto inicial de seu salto, na beirada do telhado.

A figura a seguir ilustra a situação inicial descrita:



Ao voltar ao ponto inicial de seu salto, a velocidade **v** do gato é igual a $v = -4$ m/s, já que o sistema é conservativo. Aplicando a função horária das velocidades do MUV:

$v = v_0 + a \cdot t$

$-4 = 4 - 10 \cdot t$

$t = 0{,}8$ s

Velocidade

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \therefore \boxed{v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}}$$

Sendo

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t \therefore \boxed{v_y = g \cdot t}$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a_y \cdot \Delta y \therefore \boxed{v_y^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta y}$$

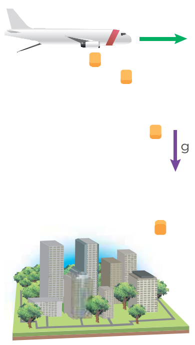
1.3 Análise energética

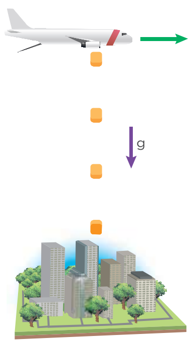
O lançamento horizontal livre é um sistema conservativo, pois a única força aplicada é o peso, que é uma força conservativa. Logo:

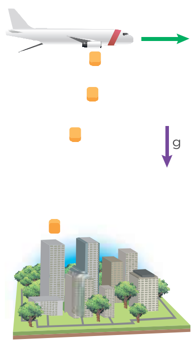
$$E_M = E_c + E_{p_{grav}} = \text{constante}$$

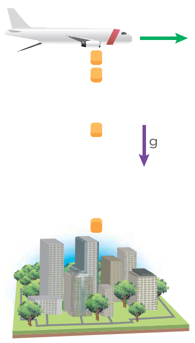
EM CLASSE **DESENVOLVENDO HABILIDADES**

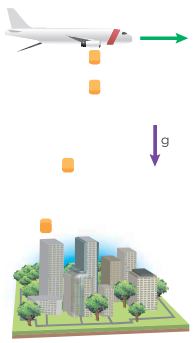
(Fuvest-SP) Em decorrência de fortes chuvas, uma cidade do interior paulista ficou isolada. Um avião sobrevoou a cidade, com velocidade horizontal constante, largando 4 pacotes de alimentos, em intervalos de tempos iguais. No caso ideal, em que a resistência do ar pode ser desprezada, a figura que melhor poderia representar as posições aproximadas do avião e dos pacotes em um mesmo instante é:

a)


c)


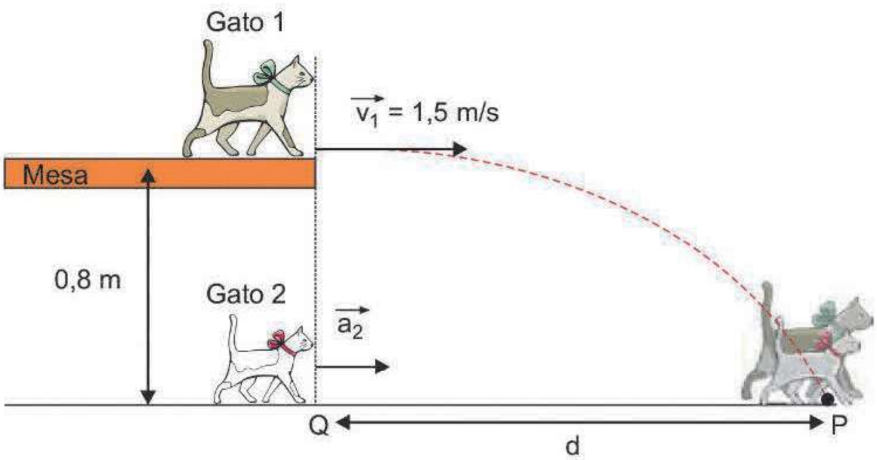
e)


b)


d)


Em relação à Terra, o movimento de um pacote é um lançamento horizontal, que pode ser considerado como a composição de um MRU horizontal com uma queda livre. No caso em questão, a velocidade de lançamento é igual à do avião, e, em consequência, na direção horizontal os movimentos dos pacotes e do avião são idênticos. Portanto, em relação ao avião, o movimento dos pacotes é uma queda livre, que é um MUV. Como o esquema indica as posições dos pacotes em intervalos de tempo iguais, a distância entre dois pacotes consecutivos é crescente (de acordo com a regra de Galileu).

(Famerp-SP) Dois gatos estão brincando num local onde $g = 10\ m/s^2$, conforme representado na imagem. O gato 1 se encontra sobre o tampo de uma mesa, a 0,8 m do chão. O gato 2, que está no chão, na mesma vertical Q que passa pelo gato 1, inicia uma corrida, a partir do repouso, com aceleração a_2 constante. No mesmo instante, o gato 1 salta horizontalmente para frente, com velocidade horizontal $v_1 = 1{,}5\ m/s$, levando 0,40 s para atingir o chão. Por fim, os dois gatos chegam ao ponto P no mesmo instante. Para a resolução da questão, despreze as dimensões dos gatos.



a) Após saltar, qual era o módulo da aceleração do gato 1, em m/s^2? Qual era o módulo da componente vertical de sua velocidade, em m/s, quando atingiu o chão?

Após saltar, o gato 1 fica submetido apenas à aceleração da gravidade local, ou seja, $|a_1| = 10\ m/s^2$.

A componente vertical da sua velocidade pode ser obtida pela equação de Torricelli:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a_y \cdot \Delta y \Rightarrow v_y^2 = 0 + 2 \cdot 10 \cdot 0{,}8$$

$$\therefore |v_y| = 4\ m/s$$

b) Quanto vale a distância **d**, em metros, entre a linha vertical Q, de onde os dois gatos partiram, e o ponto P, onde se encontraram? Qual era a aceleração do gato 2, em m/s^2, para que ambos chegassem a esse ponto P no mesmo instante?

O tempo de queda do gato 1 pode ser obtido pela equação dos espaços do MUV:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2} \Rightarrow y = 0 + 0 + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$0{,}8 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \therefore t = 0{,}4\ s$$

Logo, a distância **d** pode ser obtida pela equação dos espaços do MU:

$$x = x_0 + v_x \cdot t \Rightarrow d = 1{,}5 \cdot 0{,}4 \therefore d = 0{,}6\ m$$

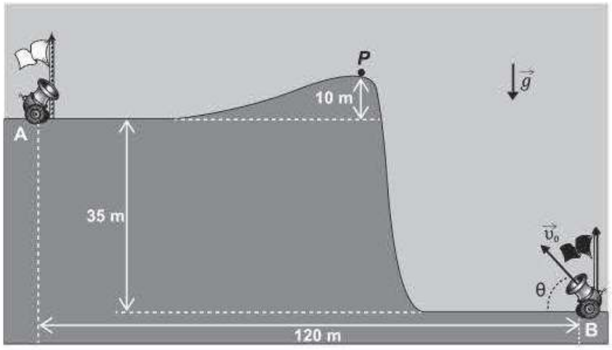
A aceleração do gato 2 pode ser obtida pela equação dos espaços do MUV:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow d = 0 + 0 + \frac{a_2 \cdot t^2}{2}$$

$$0{,}6 = \frac{a_2 \cdot 0{,}4^2}{2} \therefore a_2 = 7{,}5\ m/s^2$$

EM CLASSE — DESENVOLVENDO HABILIDADES

ENEM A figura foi extraída de um antigo jogo para computadores, chamado *Bang! Bang!*



Reprodução/ENEM, 2021.

No jogo, dois competidores controlam os canhões A e B, disparando balas alternadamente com o objetivo de atingir o canhão do adversário; para isso, atribuem valores estimados para o módulo da velocidade inicial de disparo ($|\vec{v}_0|$) e para o ângulo de disparo (θ).

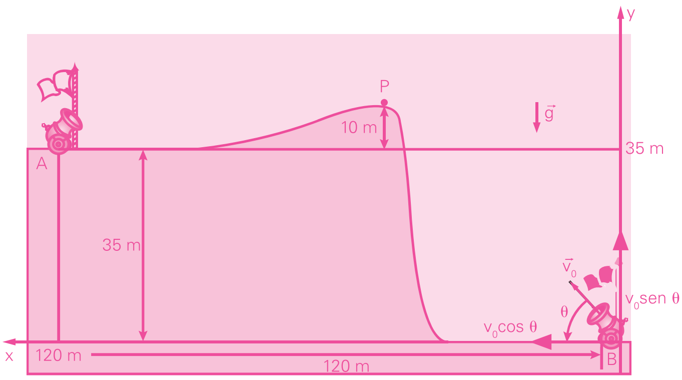
Em determinado momento de uma partida, o competidor B deve disparar; ele sabe que a bala disparada anteriormente, $\theta = 53°$, passou tangenciando o ponto P.

No jogo, $|\vec{g}|$ é igual a 10 m/s². Considere sen 53° = 0,8, cos 53° = 0,6, e desprezível a ação de forças dissipativas.

Disponível em: http://mebdownloads.butzke.net.br. Acesso em: 18 abr. 2015 (adaptado).

Com base nas distâncias dadas e mantendo o último ângulo de disparo, qual deveria ser, aproximadamente, o menor valor de $|\vec{v}_0|$ que permitiria ao disparo efetuado pelo canhão B atingir o canhão A?

a) 30 m/s.
b) 35 m/s.
c) 40 m/s.
d) 45 m/s.
e) 50 m/s.



Ao atingir o ponto A, as coordenadas do projétil serão x = 120 m e y = 35 m. Decompondo-se o movimento do projétil em vertical (MUV) e horizontal (MU), tem-se:

- Movimento vertical:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$y = 0 + v_0 \cdot \text{sen}\theta \cdot t - \frac{10t^2}{2}$$

$$y = 0 + 0{,}8v_0 \cdot t - 5t^2$$

Ao atingir o ponto A, a coordenada **y** do projétil será 35 m, sendo assim:

$$35 = 0 + 0{,}8v_0 \cdot t - 5t^2 \quad \text{(I)}$$

- Movimento horizontal:

$$s = s_0 + vt$$

$$x = 0 = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t$$

$$x = 0 + 0{,}6v_0 \cdot t$$

Ao atingir o ponto A, a coordenada **x** do projétil será 120 m, sendo assim:

$$120 = 0 + 0{,}6v_0 \cdot t$$

$$v_0 \cdot t = \frac{120}{0{,}6}$$

$$v_0 \cdot t = 200 \quad \text{(II)}$$

Substituindo-se a equação II na equação I, tem-se:

$$35 = 0 + 0{,}8v_0 \cdot t - 5t^2$$

$$35 = 0{,}8 \cdot 200 - 5t^2$$

$$35 = 160 - 5t^2$$

$$5t^2 = 125$$

$$t = 5 \text{ s}$$

Sendo assim, a velocidade v_0 de lançamento será:

$$v_0 \cdot t = 200$$

$$v_0 \cdot 5 = 200$$

$$v_0 = 40 \text{ m/s}$$