KEEP
CALM
AND
STUDY
PHYSICS

Dinâmica dos corpos celestes: órbitas

- Aulas 30 e 31 / Caderno 4 / Pg. 555

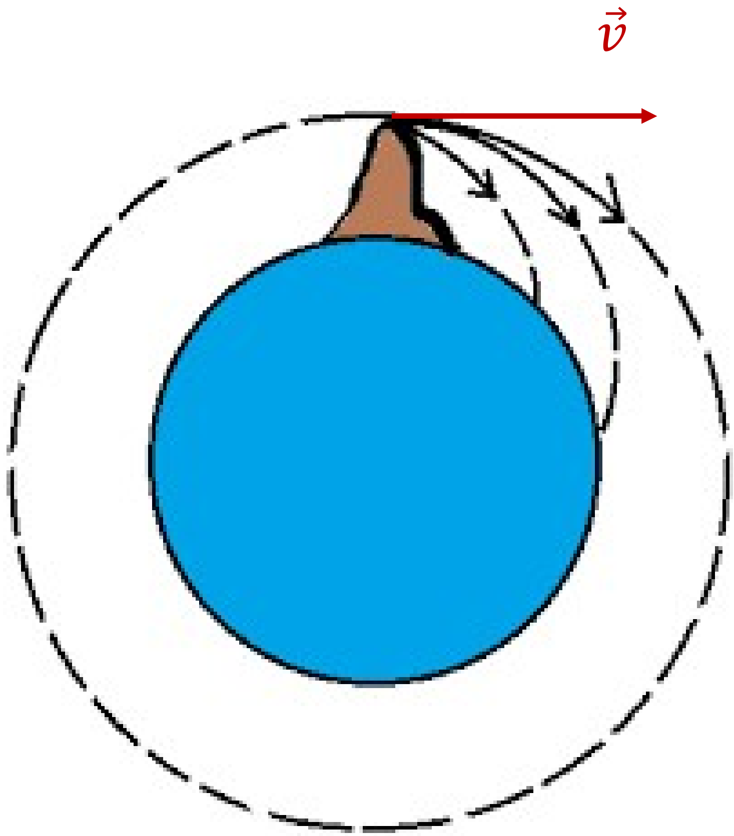
Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

Professor Caio

1. introdução

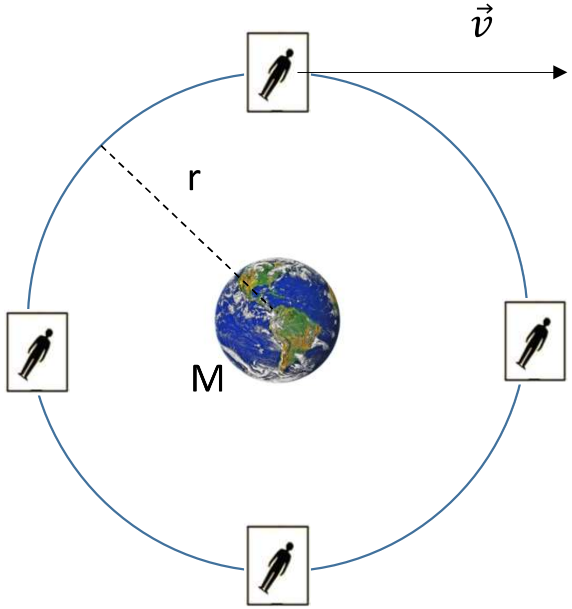
Isaac Newton (1673 - 1627)

Órbita: queda livre infinita



https://www.geogebra.org/m/gmg3ntrt

1. introdução



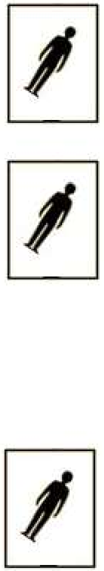
$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

- **Imponderabilidade**: aparente ausência de peso

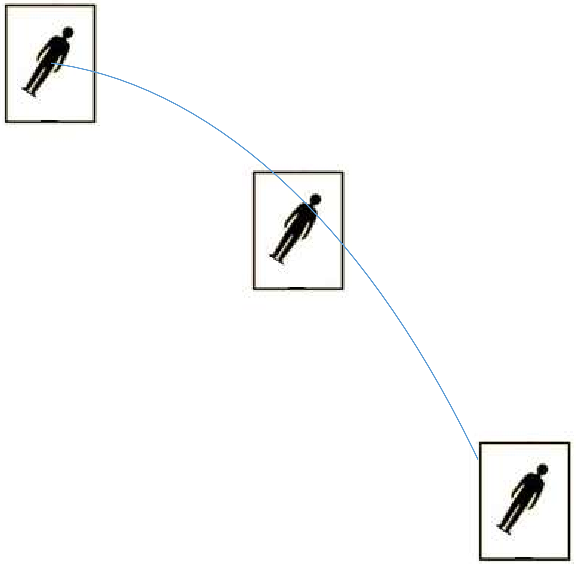
Tripulante e estação apresentam mesma velocidade (v)

1. introdução

Queda livre



Lançamento horizontal



- **Imponderabilidade**: aparente ausência de peso

2. Revisão: dinâmica do movimento circular uniforme (MCU)

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Trajetória circular

$|\vec{v}|$ *é constante*

ω *é constante*

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$

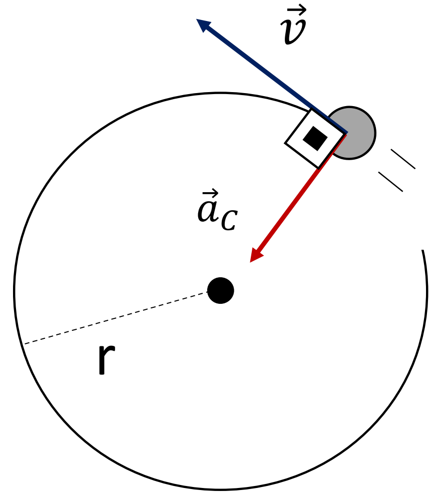
$$v = \omega \cdot r$$

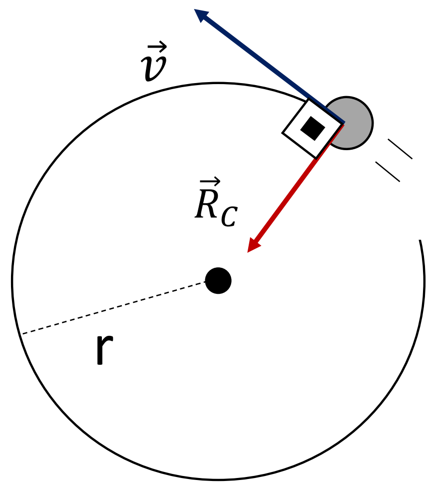
$\frac{m}{s}$ $\frac{rad}{s}$ m

$$\vec{\gamma} = \vec{a}_t + \vec{a}_c \Rightarrow \vec{\gamma} = \vec{a}_c \qquad (\vec{a}_t = 0)$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \text{ou} \quad a_c = \omega^2 . r$$

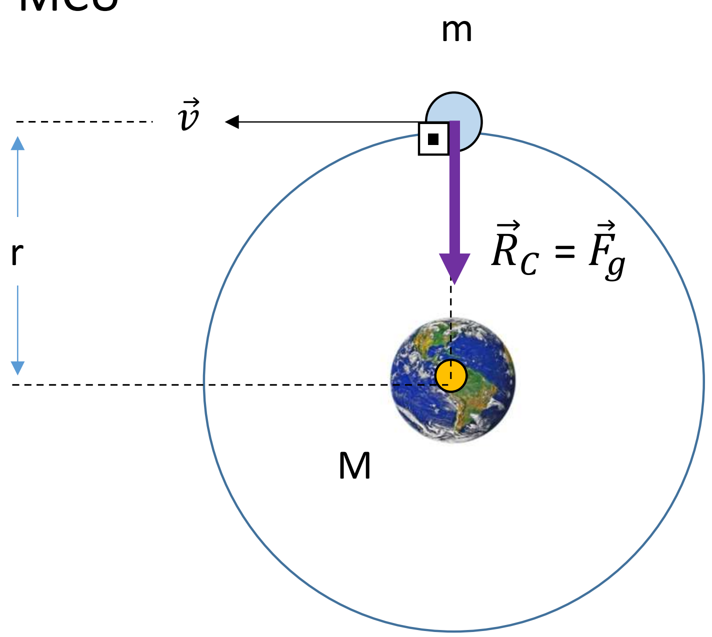
$$\vec{R} = m . \vec{\gamma} \Rightarrow \vec{R}_c = m . \vec{a}_c$$

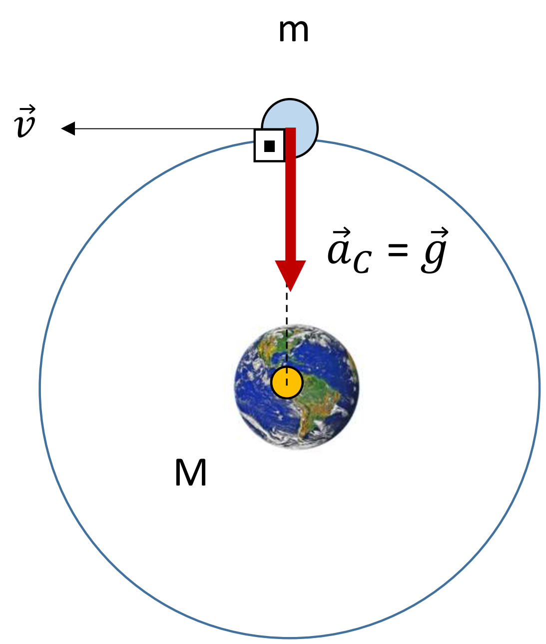




3. Órbita circular

MCU





$$R_c = F_g$$

$$\cancel{m}.a_c = \cancel{m}.g$$

$$a_c = g$$

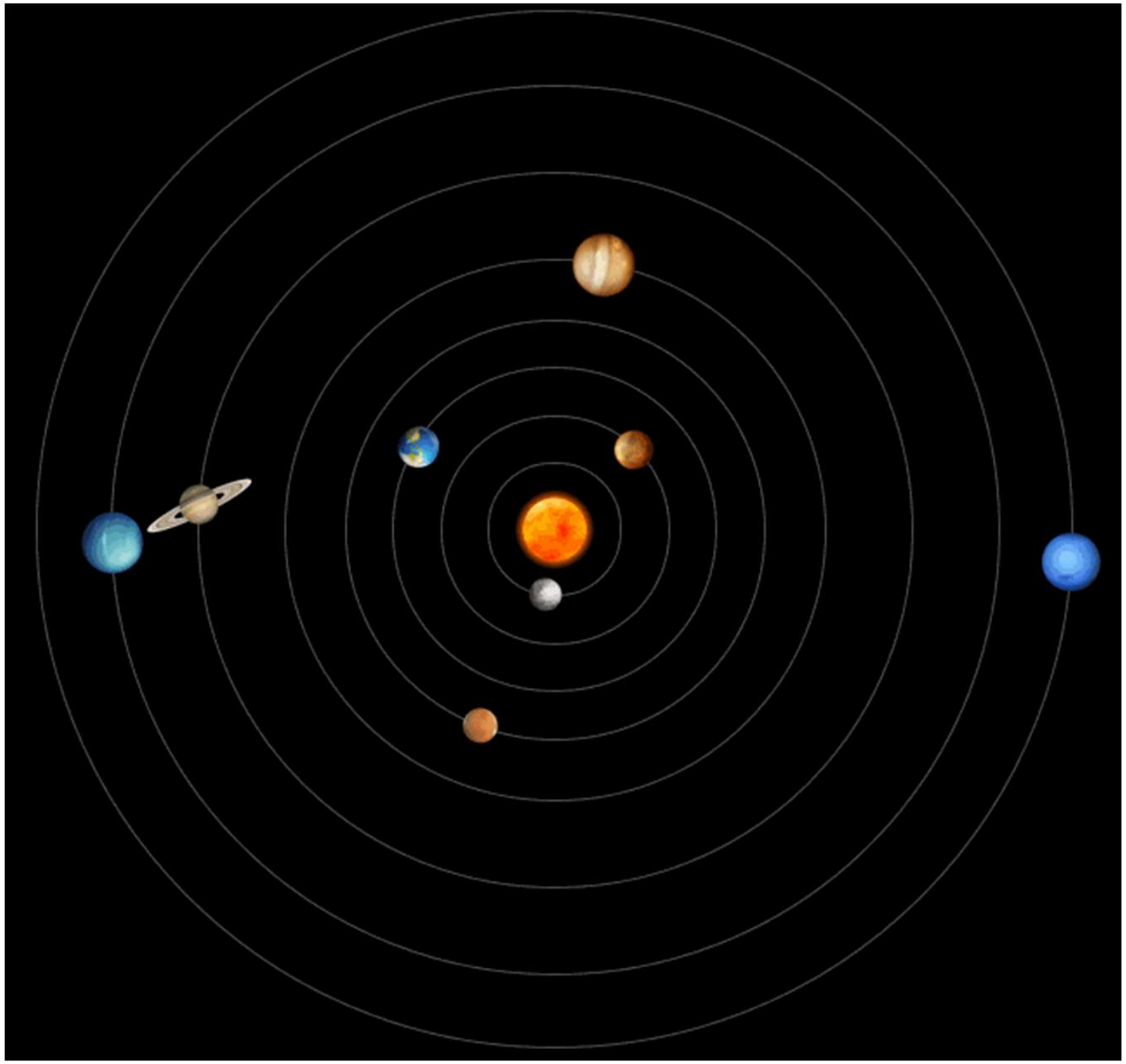
$$\frac{v^2}{r} = g \qquad\qquad \omega^2 . r = g$$

$$\boxed{v = \sqrt{g.r}} \qquad\qquad \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r^{\cancel{2}}} . \cancel{r}} \qquad\qquad \omega = \sqrt{\frac{1}{r} \cdot G . \frac{M}{r^2}}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{GM}{r}}} \qquad\qquad \boxed{\omega = \sqrt{G . \frac{M}{r^3}}}$$

…

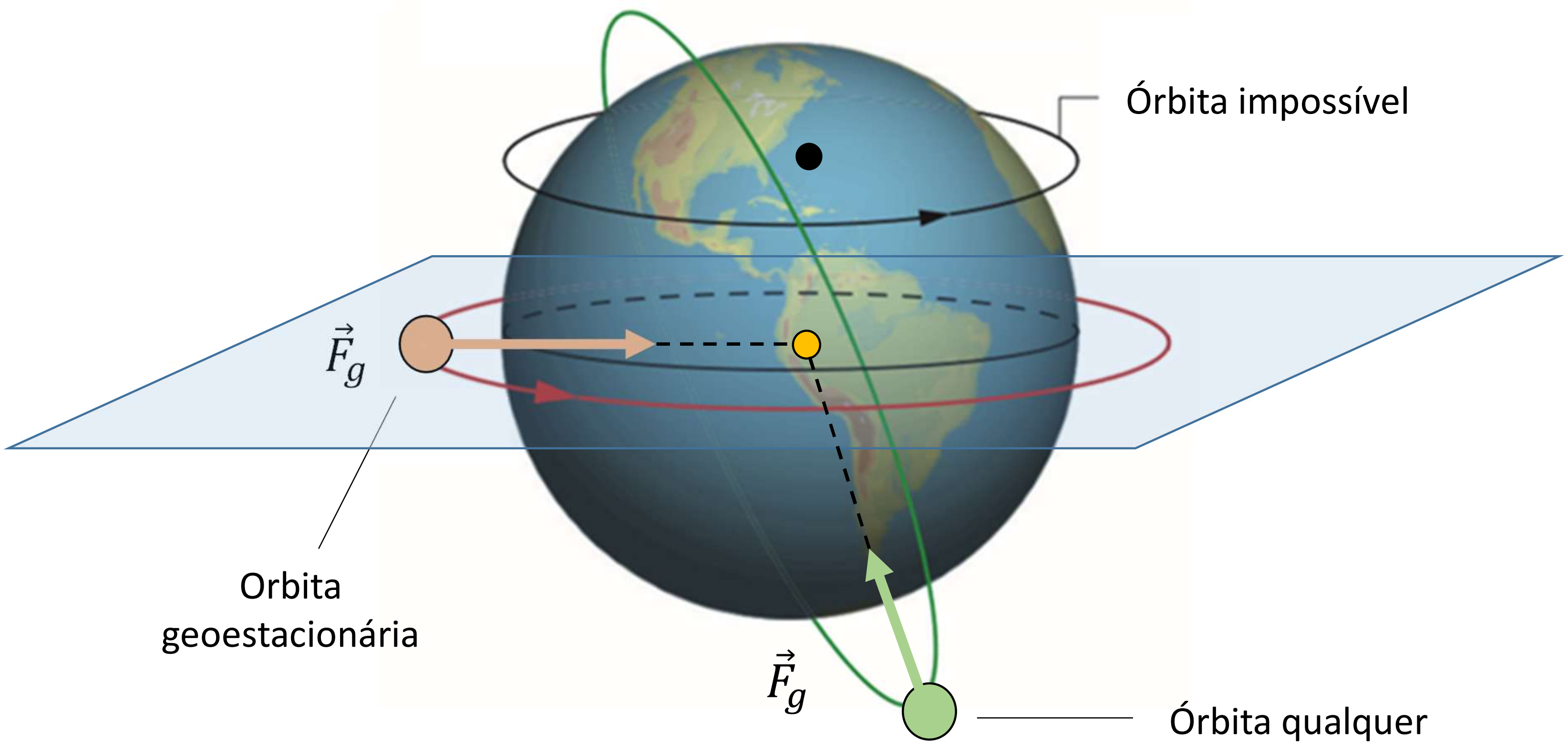


$$\downarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r\uparrow}}$$

Planetas mais distantes do Sol

menores velocidades escalares

4. Satélites


Órbita impossível
$\vec{F}_g$
Orbita geoestacionária
$\vec{F}_g$
Órbita qualquer

4. Satélites: satélite geoestacionário

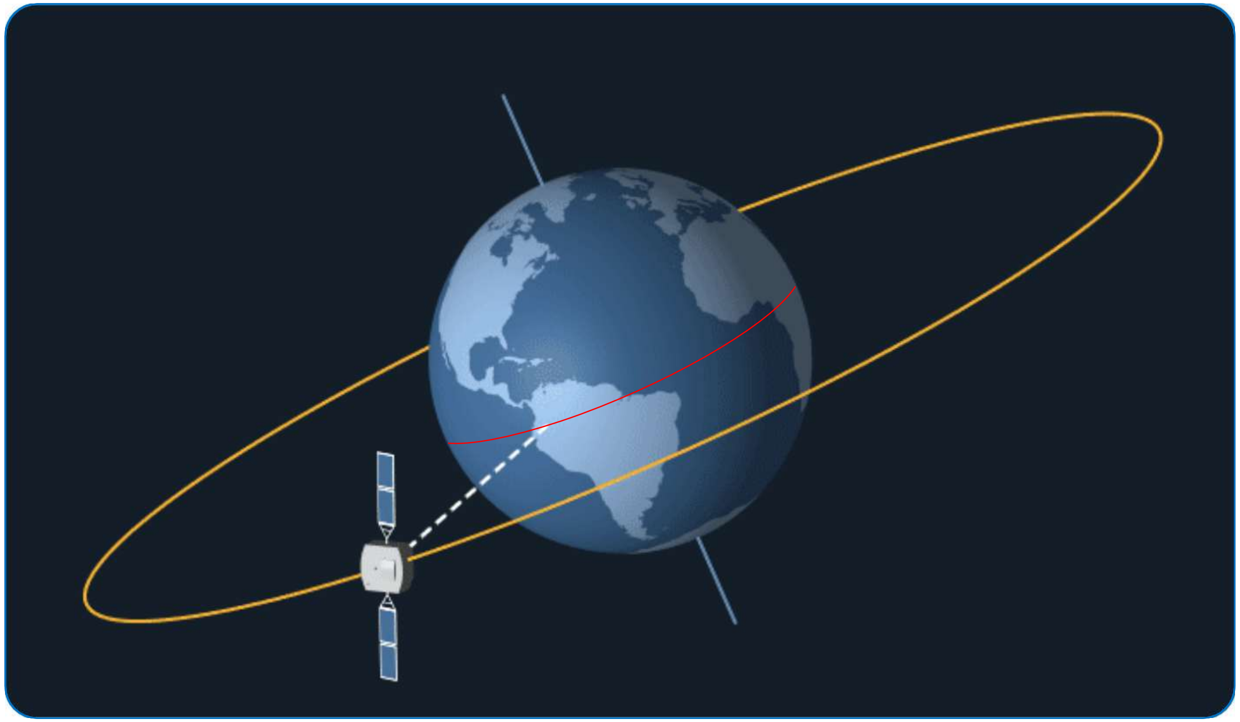
Para todo satélite geoestacionário

- $T_{satélite} = T_{Terra} = 24\text{h}$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

- $\omega_{satélites} = \omega_{Terra}$

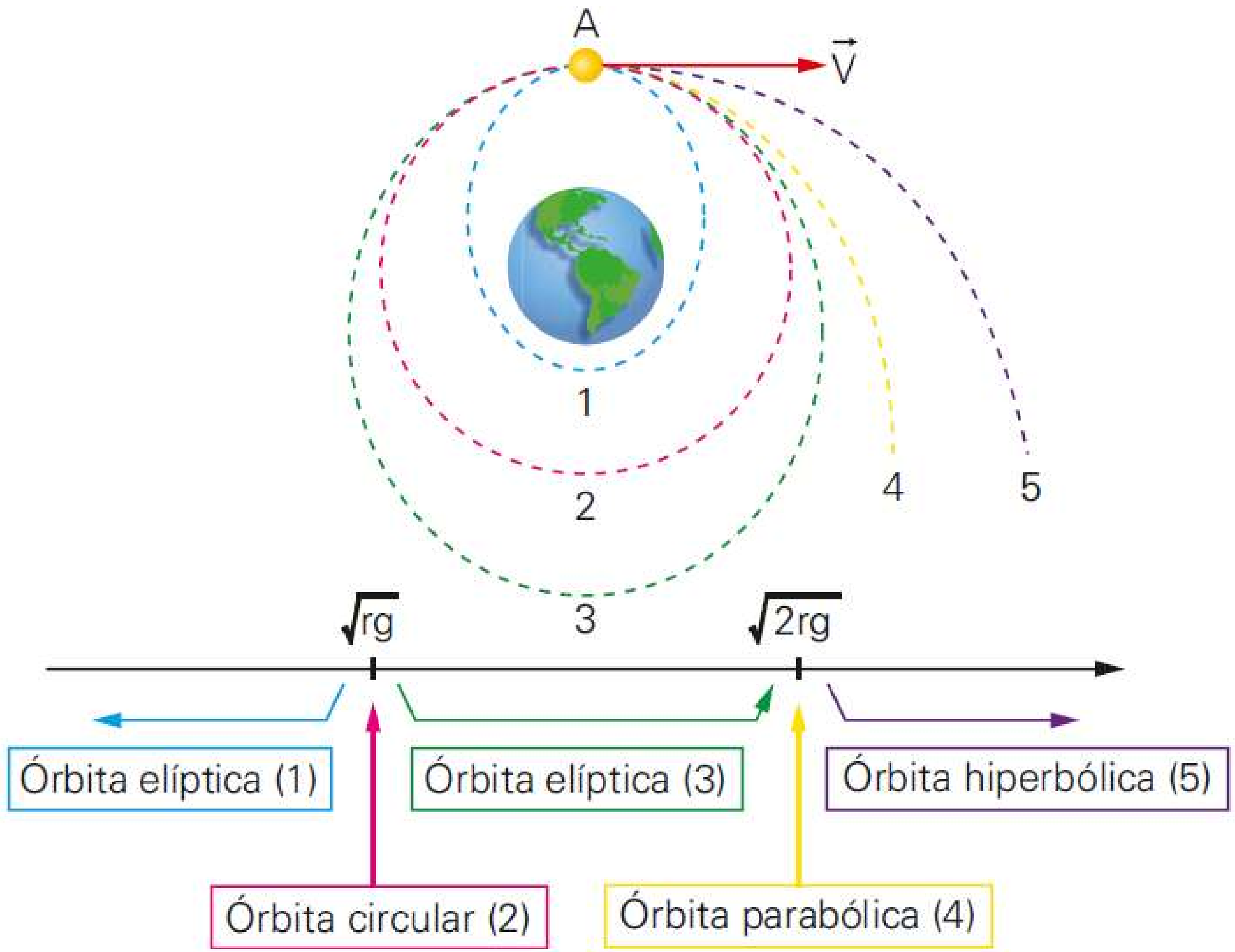
- $r \cong 42\ 000$ km



- O plano de sua órbita coincide com o plano que contém a linha do equador

- Está sempre sobre o mesmo ponto da linha do equador

5. Outras órbitas



KEEP
CALM
AND
STUDY
PHYSICS

6. Energia potencial gravitacional

$$E_{p\,grav} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r}$$

Exercícios da apostila

1 (Unicamp-SP) Plutão é considerado um planeta anão, com massa $M_p = 1 \cdot 10^{22}$ kg, bem menor que a massa da Terra. O módulo da força gravitacional entre duas massas m_1 e m_2 é dado por $F_g = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$, em que **r** é a distância entre as massas e G é a constante gravitacional. Em situações que envolvem distâncias astronômicas, a unidade de comprimento comumente utilizada é a Unidade Astronômica (UA).

a) Considere que, durante a sua aproximação a Plutão, a sonda se encontra em uma posição que está $d_p = 0{,}15$ UA distante do centro de Plutão e $d_T = 30$ UA distante do centro da Terra. Calcule a razão $\left(\dfrac{F_{gT}}{F_{gP}}\right)$ entre o módulo da força gravitacional com que a Terra atrai a sonda e o módulo da força gravitacional com que Plutão atrai a sonda. Caso necessário, use a massa da Terra $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

a) Considere que, durante a sua aproximação a Plutão, a sonda se encontra em uma posição que está $d_p = 0{,}15$ UA distante do centro de Plutão e $d_T = 30$ UA distante do centro da Terra. Calcule a razão $\left(\dfrac{F_{gT}}{F_{gP}}\right)$ entre o módulo da força gravitacional com que a Terra atrai a sonda e o módulo da força gravitacional com que Plutão atrai a sonda. Caso necessário, use a massa da Terra $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

b) Suponha que a sonda New Horizons estabeleça uma órbita circular com velocidade escalar orbital constante em torno de Plutão com um raio de $r_p = 1 \cdot 10^{-4}$ UA. Obtenha o módulo da velocidade orbital nesse caso. Se necessário, use a constante gravitacional $G = 6 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$. Caso necessário, use 1 UA (Unidade astronômica) $= 1{,}5 \cdot 10^8$ km.

3. O texto a seguir refere-se à questão 3.

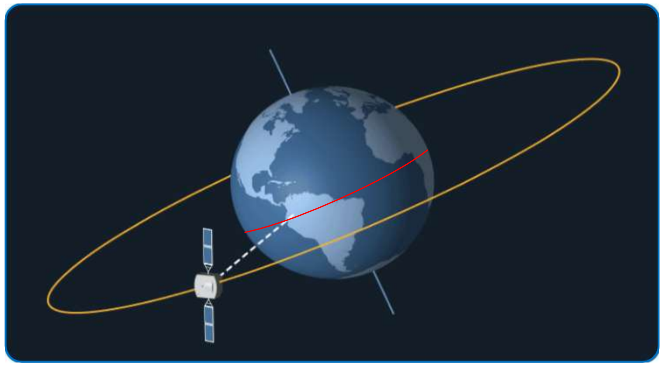
Primeiro satélite geoestacionário brasileiro chega ao espaço

O primeiro satélite geoestacionário brasileiro foi lançado ao espaço com sucesso por volta das 19:00 desta quinta-feira, 4 de maio, do Centro Espacial de Kourou, na Guiana Francesa. Segundo a assessoria do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC), a janela de lançamento começava às 17:15 (horário de Brasília) e ia até às 20:20. [...]

Pago por dois ministérios, o Satélite Geoestacionário de Defesa e Comunicações (SGDC) dará autonomia às Forças Armadas, fornecendo um canal de comunicação autônomo e totalmente operado no Brasil. Atualmente, os militares precisam alugar o serviço de satélites de outros países.
O SGDC também é parte essencial do Plano Nacional de Banda Larga (PNBL), criado em 2010 pelo governo federal com a missão de universalizar o acesso à internet de alta velocidade no Brasil. Grande parte do sinal do satélite geoestacionário servirá a este fim, levando internet banda larga a comunidades desconectadas nos cantos mais remotos do país. [...]

Órbita geoestacionária

É uma espécie de cinturão com mais de 400 satélites cujas órbitas acompanham a rotação da Terra. Por isso, o SGDC estará sempre no mesmo ponto do céu para observadores na superfície, fornecendo comunicação ininterrupta com o território brasileiro e o Oceano Atlântico.



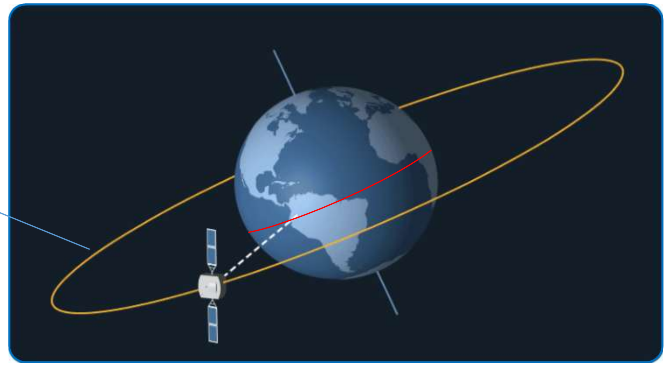
3. O cinturão ao qual o texto se refere é chamado de anel de Clarke e tem formato de uma circunferência de raio r e se encontra em um plano cuja latitude é θ. Quais são os valores de r e θ?

	r (km)	θ (graus)
a)	42000	90
b)	35600	60
c)	35600	60
d)	42000	0
e)	35600	0

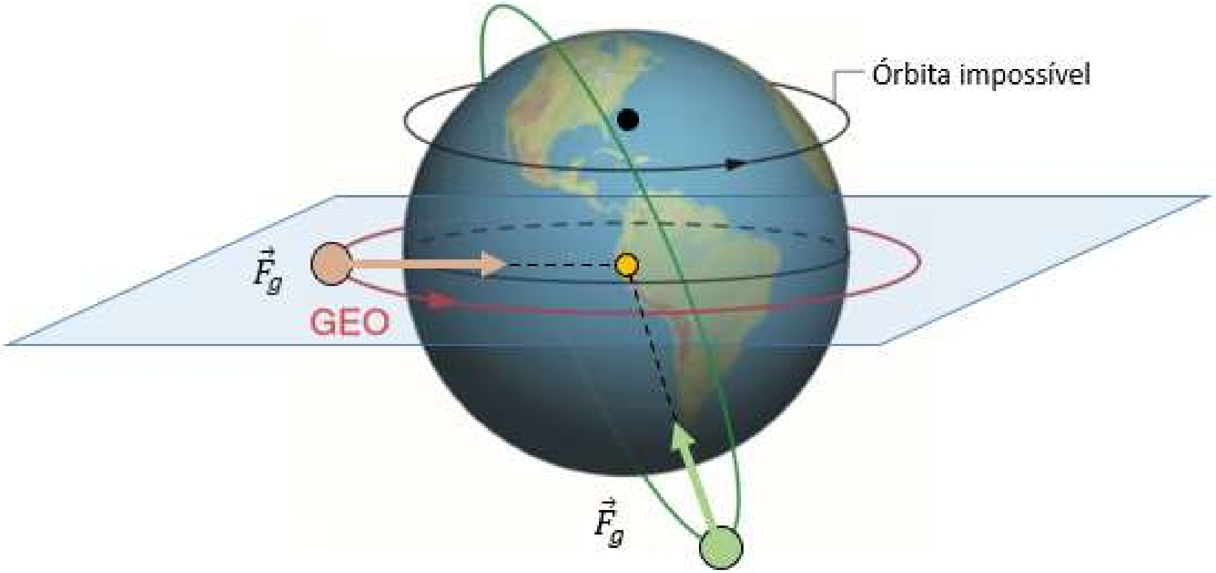
Note e adote:

- 24 h = 86400 s
- Massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg
- $G = 6 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$
- $\pi^2 = 10$

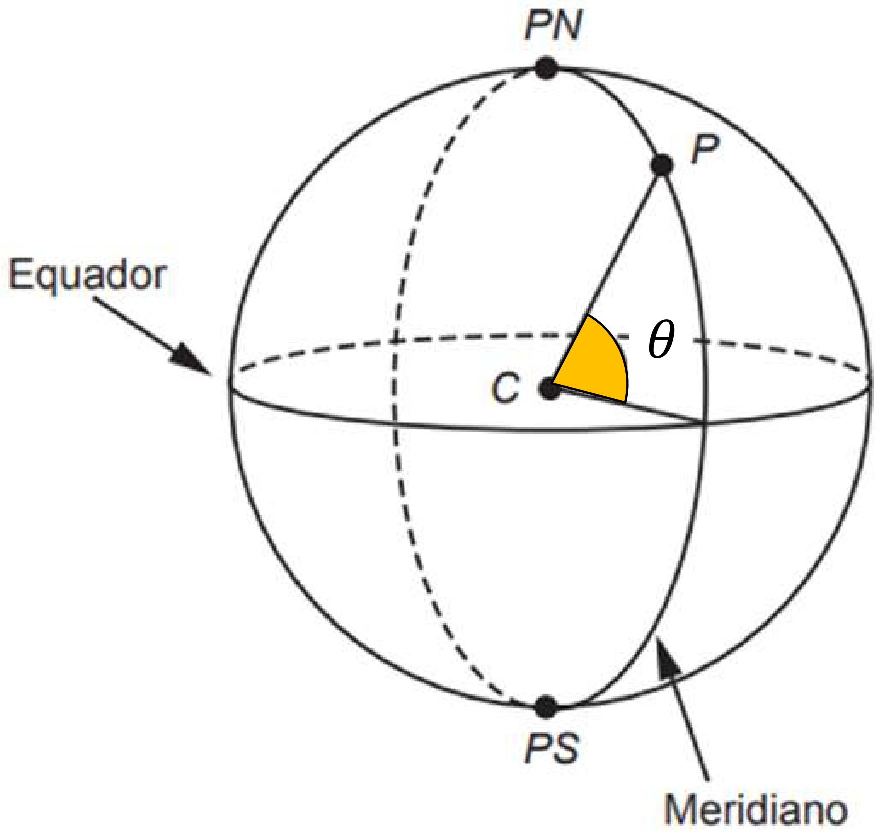
Anel de Clarke



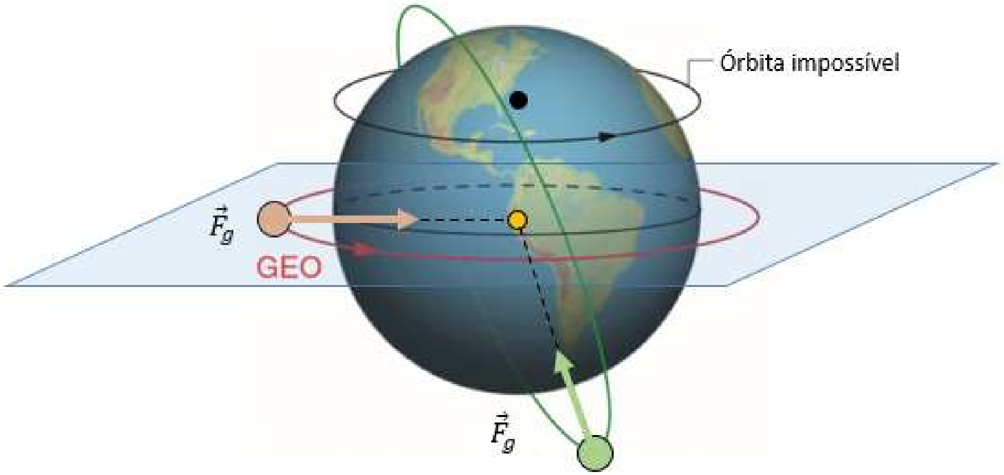
3. O cinturão ao qual o texto se refere é chamado de anel de Clarke e tem formato de uma circunferência de raio r e se encontra em um plano cuja latitude é θ. Quais são os valores de r e θ?



$Latitude\ (\theta) = 0°$



3. O cinturão ao qual o texto se refere é chamado de anel de Clarke e tem formato de uma circunferência de raio r e se encontra em um plano cuja latitude é θ. Quais são os valores de r e θ?



$$R_c = F_g$$

$$\cancel{m}.a_c = \cancel{m}.g$$

$$a_c = g$$

$$\omega^2.r = g$$

$$\omega^2.r = G.\frac{M}{r^2}$$

$$(\frac{2\pi}{T})^2.r = G.\frac{M}{r^2}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2}.r = G.\frac{M}{r^2}$$

$$r^3 = G.\frac{T^2 M}{4\pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{G.\frac{T^2 M}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{6{,}67.10^{-11}.\frac{86400^2.6.10^{24}}{4.3^2}}$$

$$\boxed{r \cong 42\,000\,000 \text{ m} = 42\,000 \text{ km}}$$

Note e adote:

- 24 h = 86 400 s
- Massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg
- G = $6 \cdot 10^{-11}$ N $\cdot$ m²/kg²
- $\pi^2 = 10$

3. O cinturão ao qual o texto se refere é chamado de anel de Clarke e tem formato de uma circunferência de raio r e se encontra em um plano cuja latitude é θ. Quais são os valores de r e θ?

	r (km)	θ (graus)
a)	42000	90
b)	35600	60
c)	35600	60
d)	42000	0
e)	35600	0

Note e adote:

- 24 h = 86400 s
- Massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg
- $G = 6 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$
- $\pi^2 = 10$

4. (Fuvest-SP) Alienígenas desejam observar o nosso planeta. Para tanto, enviam à Terra uma nave N, inicialmente ligada a uma nave auxiliar A, ambas de mesma massa. Quando o conjunto de naves se encontra muito distante da Terra, sua energia cinética e sua energia potencial gravitacional são muito pequenas, de forma que a energia mecânica total do conjunto pode ser considerada nula. Enquanto o conjunto é acelerado pelo campo gravitacional da Terra, sua energia cinética aumenta e sua energia potencial fica cada vez mais negativa, conservando a energia total nula. Quando o conjunto N-A atinge, com velocidade v_0 (a ser determinada), o ponto P de máxima aproximação da Terra, a uma distância r_0 de seu centro, um explosivo é acionado, separando N de A. A nave N passa a percorrer, em torno da Terra, uma órbita circular de raio R_0, com velocidade v_N (a ser determinada). Suponha que a Terra esteja isolada no espaço e em repouso.

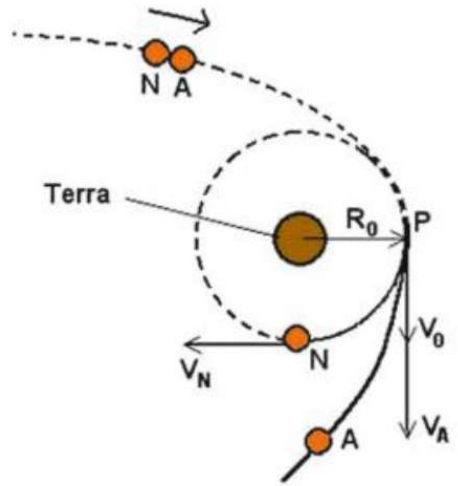
Determine, em função de M, G e R_0,

a) a velocidade v_0 com que o conjunto atinge o ponto P.

b) a velocidade v_N, de N, em sua órbita circular.

Note e adote

- A força de atração gravitacional F, entre um corpo de massa **m** e o planeta Terra, de massa M, é dada por $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot g \cdot \cancel{R}$
- A energia potencial gravitacional E_P do sistema formado pelo corpo e pelo planeta Terra, com referencial de potencial zero no infinito, é dada por: $E_P = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- G: constante universal da gravitação.
- R: distância do corpo ao centro da Terra.
- g_R: aceleração da gravidade à distância R do centro da Terra.



Quando o conjunto de naves se encontra muito distante da Terra, sua energia cinética e sua energia potencial gravitacional são muito pequenas, de forma que a energia mecânica total do conjunto pode ser considerada nula.

Enquanto o conjunto é acelerado pelo campo gravitacional da Terra, sua energia cinética aumenta e sua energia potencial fica cada vez mais negativa, conservando a energia total nula. Quando o conjunto N-A atinge, com velocidade v_0 (a ser determinada), o ponto P de máxima aproximação da Terra, a uma distância r_0 de seu centro, um explosivo é acionado

Note e adote

- A força de atração gravitacional F, entre um corpo de massa **m** e o planeta Terra, de massa M, é dada por $F = \dfrac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot g \cdot \cancel{R}$
- A energia potencial gravitacional E_P do sistema formado pelo corpo e pelo planeta Terra, com referencial de potencial zero no infinito, é dada por: $E_P = -\dfrac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- G: constante universal da gravitação.
- R: distância do corpo ao centro da Terra.
- g_R: aceleração da gravidade à distância R do centro da Terra.

Determine, em função de M, G e R_0,

a) a velocidade v_0 com que o conjunto atinge o ponto P.

$$E_{m\,(i)} = E_{m\,(f)}$$

$$0 = E_{c\,(f)} + E_{p\,(f)}$$

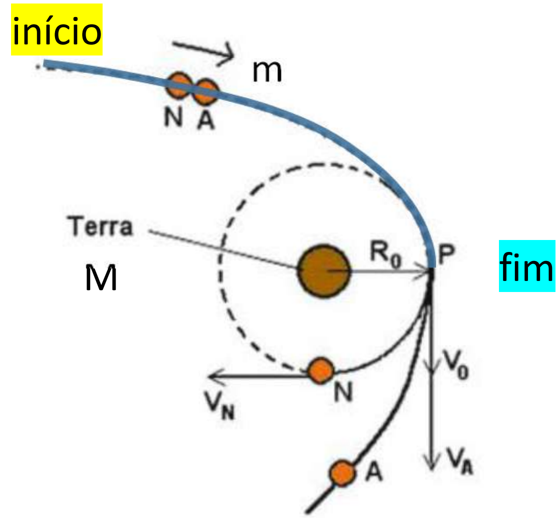
$$0 = \frac{m.v_f{}^2}{2} - \frac{GMm}{r_f}$$

$$0 = \frac{m.v_f{}^2}{2} - \frac{GMm}{r_f}$$

$$\frac{\cancel{m}.v_f{}^2}{2} = \frac{GM\cancel{m}}{r_f}$$

$$v_f{}^2 = \frac{2GM}{r_f}$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R_0}}}$$



A nave N passa a percorrer, em torno da Terra, uma órbita circular de raio R_0, com velocidade v_N (a ser determinada). Suponha que a Terra esteja isolada no espaço e em repouso.

Determine, em função de M, G e R_0,

b) a velocidade v_N, de N, em sua órbita circular.

$$R_c = F_g$$

$$\cancel{m}'.a_c = \cancel{m}'.g$$

$$a_c = g$$

$$\frac{v^2}{r} = g$$

$$\frac{v^2}{\cancel{r}} = G.\frac{M}{r^{\cancel{2}}}$$

$$v^2 = G.\frac{M}{r}$$

$$v = \sqrt{G.\frac{M}{r}}$$

$$\boxed{v_N = \sqrt{G.\frac{M}{R_0}}}$$

Note e adote

- A força de atração gravitacional F, entre um corpo de massa **m** e o planeta Terra, de massa M, é dada por $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot g \cdot \cancel{R}$
- A energia potencial gravitacional E_P do sistema formado pelo corpo e pelo planeta Terra, com referencial de potencial zero no infinito, é dada por: $E_P = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- G: constante universal da gravitação.
- R: distância do corpo ao centro da Terra.
- g_R: aceleração da gravidade à distância R do centro da Terra.