

O teorema da energia mecânica

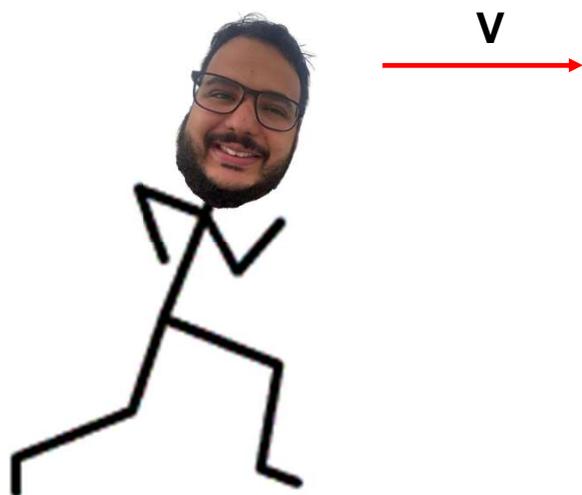
- Aulas 28 e 29 / Pg. 379 / Caderno do aluno 4

Apresentação, orientação e tarefa: fisicasp.com.br

Professor Caio

Modalidades de energia

Energia cinética: associada ao movimento do corpo



Como calcular?

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

SI:

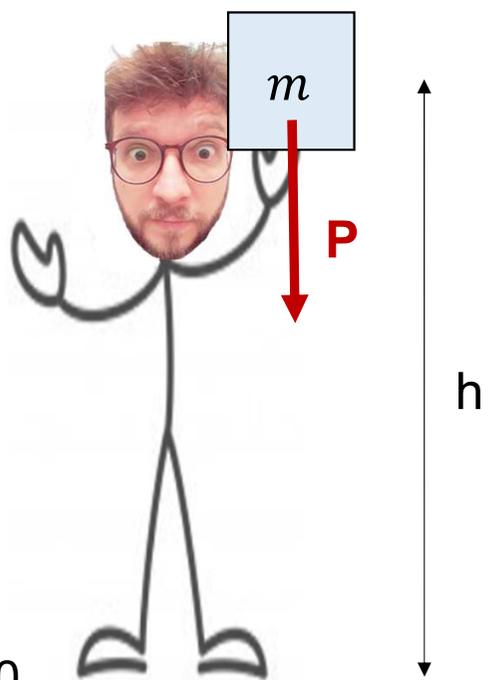
J

kg

m/s

Modalidades de energia

Energia potencial gravitacional: associada à posição do corpo. Energia armazenada.



plano horizontal de referência - PHR

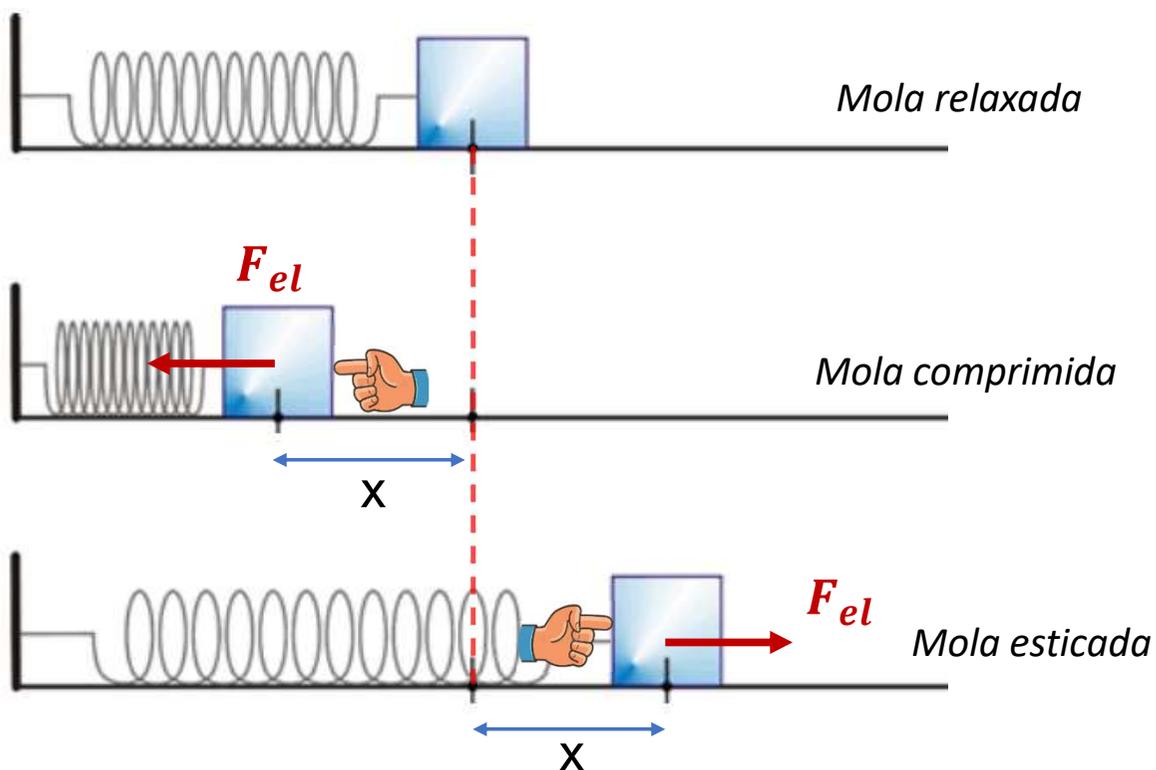
Como calcular?

$$E_{p\ grav} = m \cdot g \cdot h$$

SI: J kg m/s² m

Modalidades de energia

Energia potencial elástica: associada à posição do corpo. Energia armazenada.



Como calcular?

$$E_{p \text{ elástica}} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

SI:

J

N/m

m

(constante elástica)

(deformação)

1. Forças conservativa e não conservativas

Forças conservativas

- Força peso
- Força elástica
- Força elétrica

O trabalho não depende da trajetória

Forças não conservativas

- Contato (atrito e normal)
- Tração
- Resistência do ar

O trabalho depende da trajetória

2. Energia mecânica

$$E_m = E_c + E_p$$

- Energia cinética $\left\{ \begin{array}{l} \bullet E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \end{array} \right.$

- Energia potencial $\left\{ \begin{array}{l} \bullet E_{p \text{ grav}} = m \cdot g \cdot h \\ \bullet E_{p \text{ elástica}} = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \\ \bullet E_{p \text{ elétrica}} = \frac{k \cdot Q \cdot q}{r} \end{array} \right.$

3. Teorema da energia mecânica

$$\tau = E_{m(f)} - E_{m(i)} = \Delta E_m$$

Forças não
conservativas

Sistema não conservativo

$$\tau \neq 0$$

Forças não
conservativas

$$E_{m(f)} \neq E_{m(i)}$$

Sistema conservativo

$$\tau = 0$$

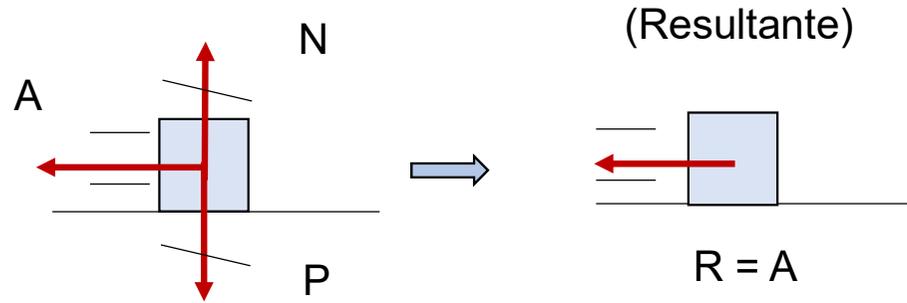
Forças não
conservativas

$$E_{m(f)} = E_{m(i)} = \text{cte}$$

Teorema da energia mecânica: verificação

$$\tau_R = \tau_P + \tau_A + \tau_N$$

$$\tau_R = \tau_{FC} + \tau_{FNC}$$



$$\tau_R = E_c(f) - E_c(i)$$

$$\tau_{FC} = E_p(i) - E_p(f) \quad \tau_{FC} + \tau_{FNC} = E_c(f) - E_c(i)$$

$$E_p(i) - E_p(f) + \tau_{FNC} = E_c(f) - E_c(i)$$

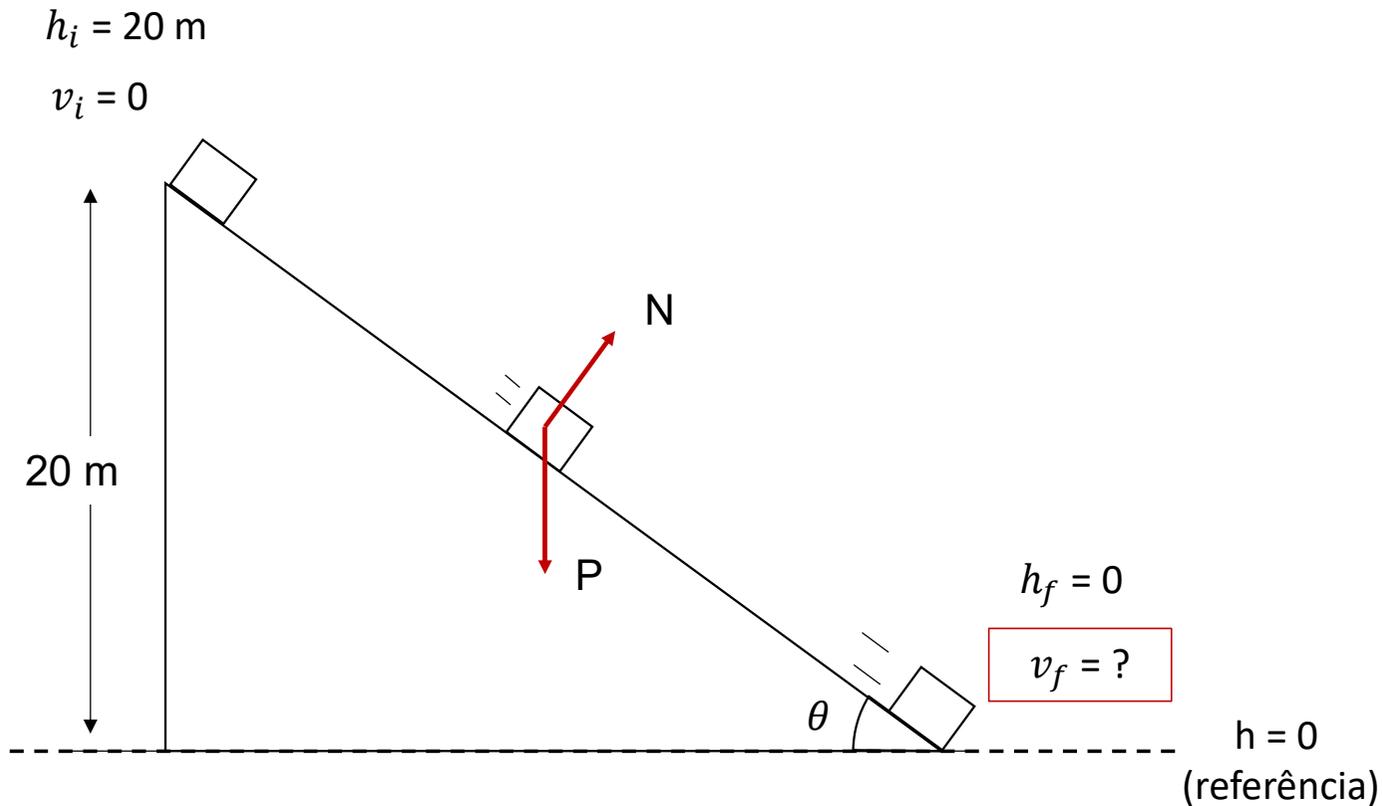
$$\tau_{FNC} = E_c(f) - E_c(i) - E_p(i) + E_p(f)$$

$$\tau_{FNC} = E_c(f) + E_p(f) - E_c(i) - E_p(i)$$

$$\tau_{FNC} = E_m(f) - E_m(i)$$

Exemplo 1

Um corpo desliza em um plano inclinado a partir do repouso. Calcule sua velocidade no ponto mais baixo da trajetória. Despreze os atritos e considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.



$$\tau_N = 0 \rightarrow \tau_{FNC} = 0$$

$$E_{m(f)} = E_{m(i)}$$

$$E_{c(f)} = E_{p\text{ grav}(i)}$$

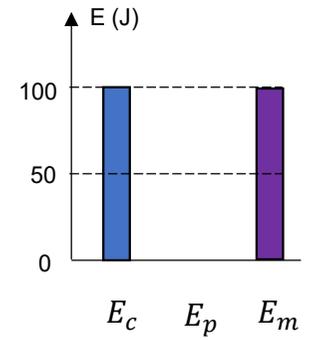
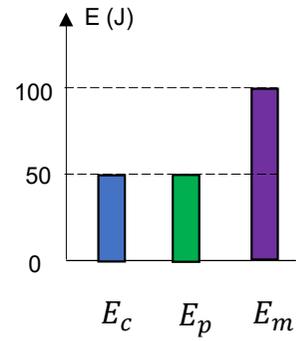
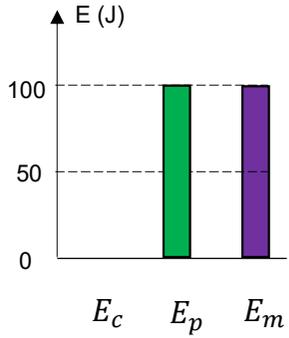
$$\frac{m \cdot v_f^2}{2} = mgh_i$$

$$v = \sqrt{2gh_i}$$

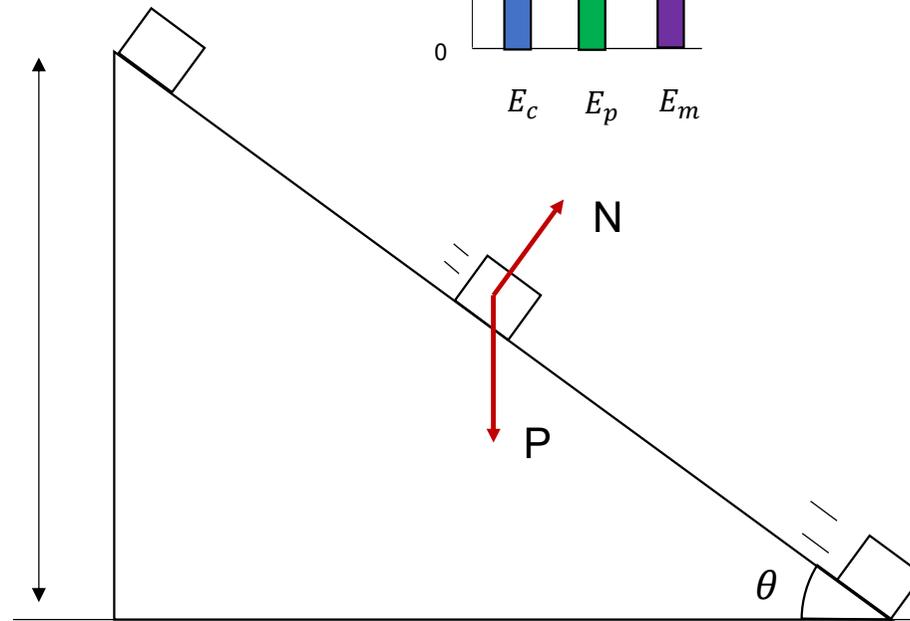
$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20}$$

$$\therefore v_f = 20 \text{ m/s}$$

Exemplo 1



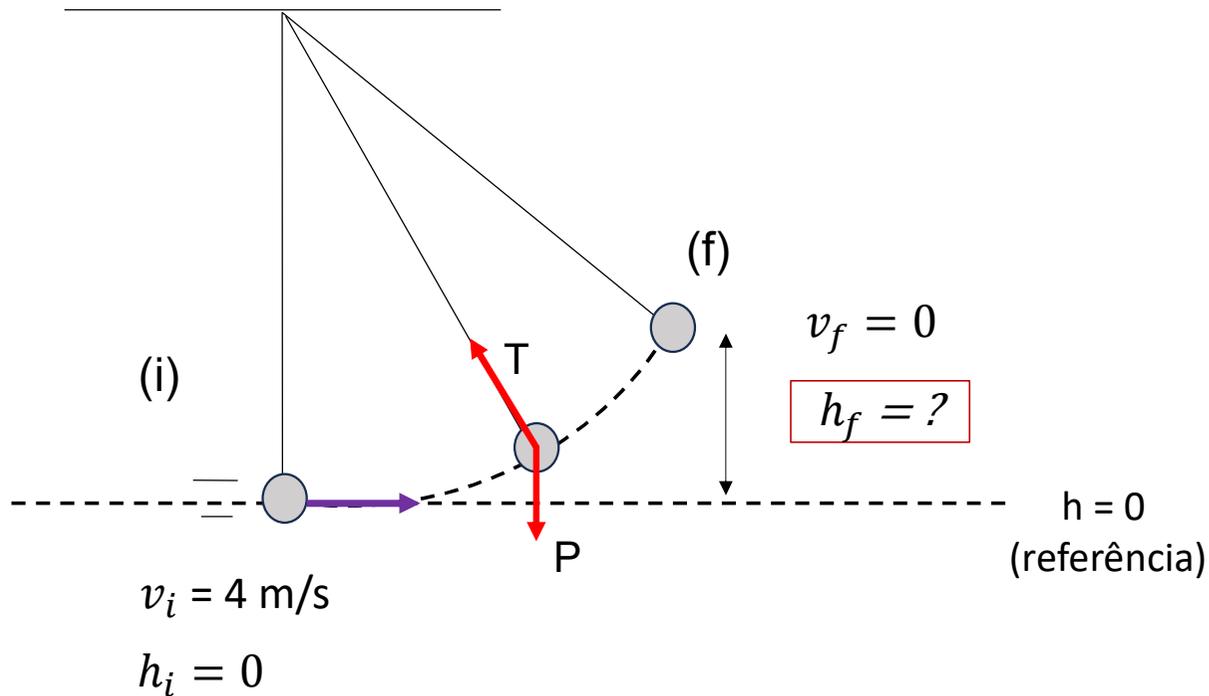
$$E_{m(f)} = E_{m(i)} = \text{cte}$$



Exemplo 2

Calcule a altura máxima atingida pelo corpo. Despreze os atritos.

- $g = 10 \text{ m/s}^2$



$$\tau_T = 0 \rightarrow \tau_{FNC} = 0$$

$$E_m(f) = E_m(i)$$

$$\cancel{mgh_f} = \frac{\cancel{m \cdot v_i^2}}{2}$$

$$h_f = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{4^2}{2 \cdot 10} = \frac{16}{20}$$

$$\therefore h_{\text{máx}} = 0,8 \text{ m}$$

Exemplo 3

Um corpo desliza em uma pista sem atrito a partir do repouso. Calcule a deformação máxima da mola.

- $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $m = 2 \text{ kg}$
- Constante elástica da mola $k = 100 \text{ N/m}$

$$\tau_N = 0 \rightarrow \tau_{FNC} = 0$$

$$E_{m(f)} = E_{m(i)}$$

$$E_{p\text{el}(f)} = E_{p\text{grav}(i)}$$

$$\frac{k \cdot x^2}{2} = mgh_i$$

$$\frac{100 \cdot x^2}{2} = 2 \cdot 10 \cdot 2,5$$

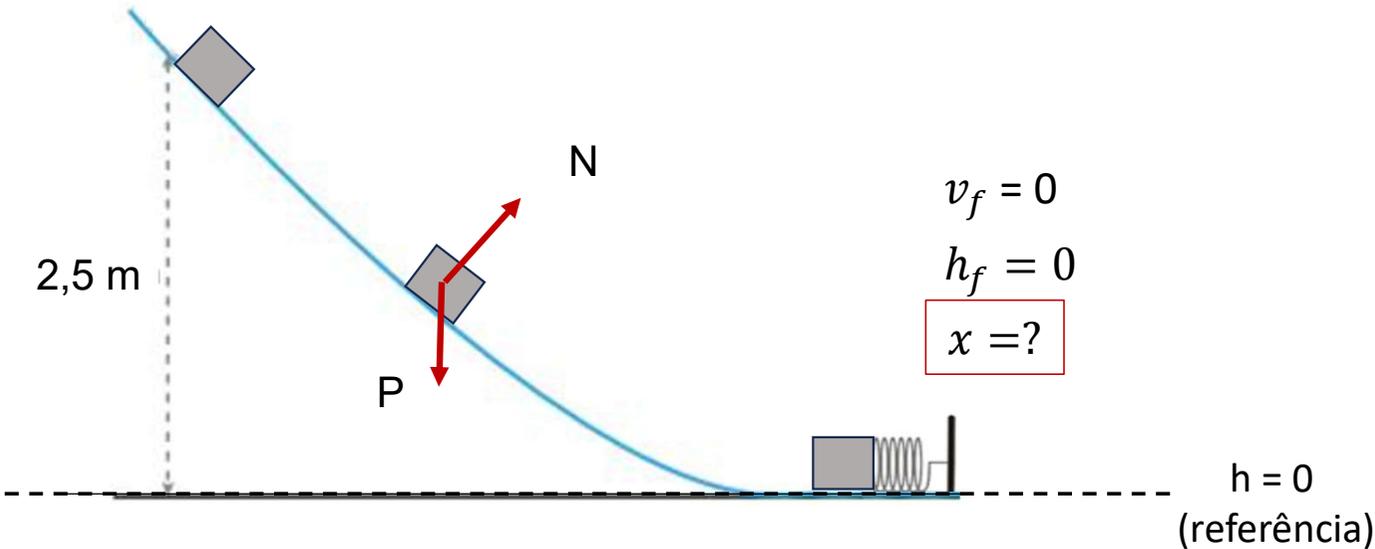
$$50 \cdot x^2 = 50$$

$$x^2 = 1$$

$$\therefore x_{\text{máx}} = 1 \text{ m}$$

$$v_i = 0$$

$$h_i = 2,5 \text{ m}$$



Exemplo 4

A partir do repouso, um corpo desliza sobre uma pista com atrito e atinge o ponto mais baixo da trajetória com velocidade de 5 m/s. Calcule a quantidade de energia mecânica dissipada.

- $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $m = 2 \text{ kg}$

$$E_m(diss) = ? = |\tau| \quad (\text{Atrito})$$

$$\therefore E_m(diss) = 55 \text{ J}$$

$$\tau_A \neq 0$$

$$\tau_N = 0$$

$$\tau_{FNC} = \tau_A \neq 0$$

$$\tau = E_m(f) - E_m(i)$$

FNC

$$\tau = E_c(f) - E_p(i)$$

FNC

$$\tau = \frac{m \cdot v_f^2}{2} - m \cdot g \cdot h_i$$

FNC

$$\tau = \frac{2 \cdot 5^2}{2} - 2 \cdot 10 \cdot 4$$

FNC

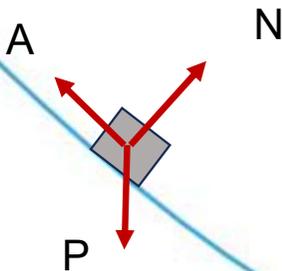
$$\tau = 25 - 80 = -55 \text{ J}$$

FNC

$$v_i = 0$$

$$h_i = 4 \text{ m}$$

$$4 \text{ m}$$



$$v_f = 5 \text{ m/s}$$

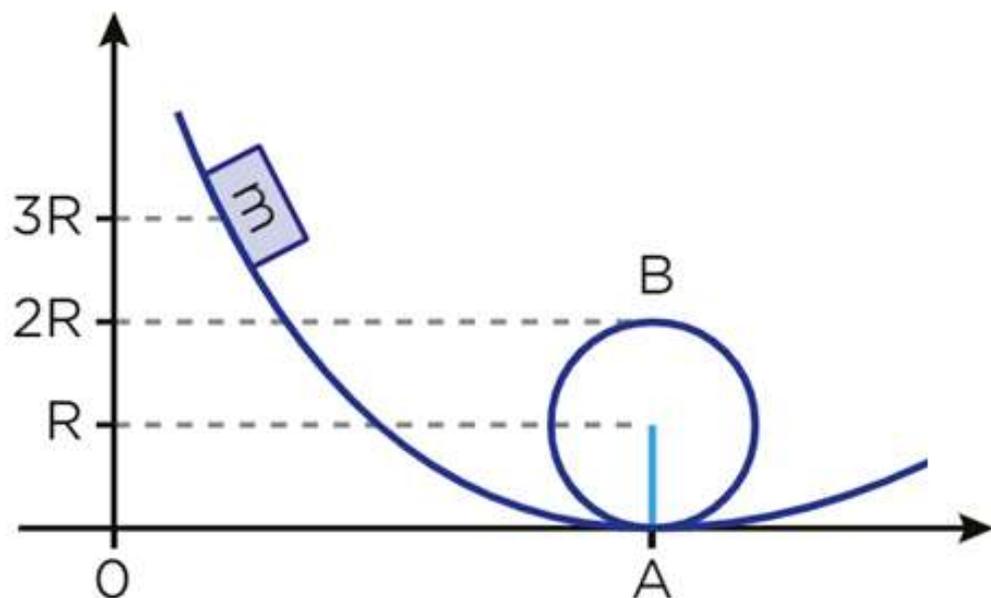
$$h_f = 0$$

$$h = 0$$

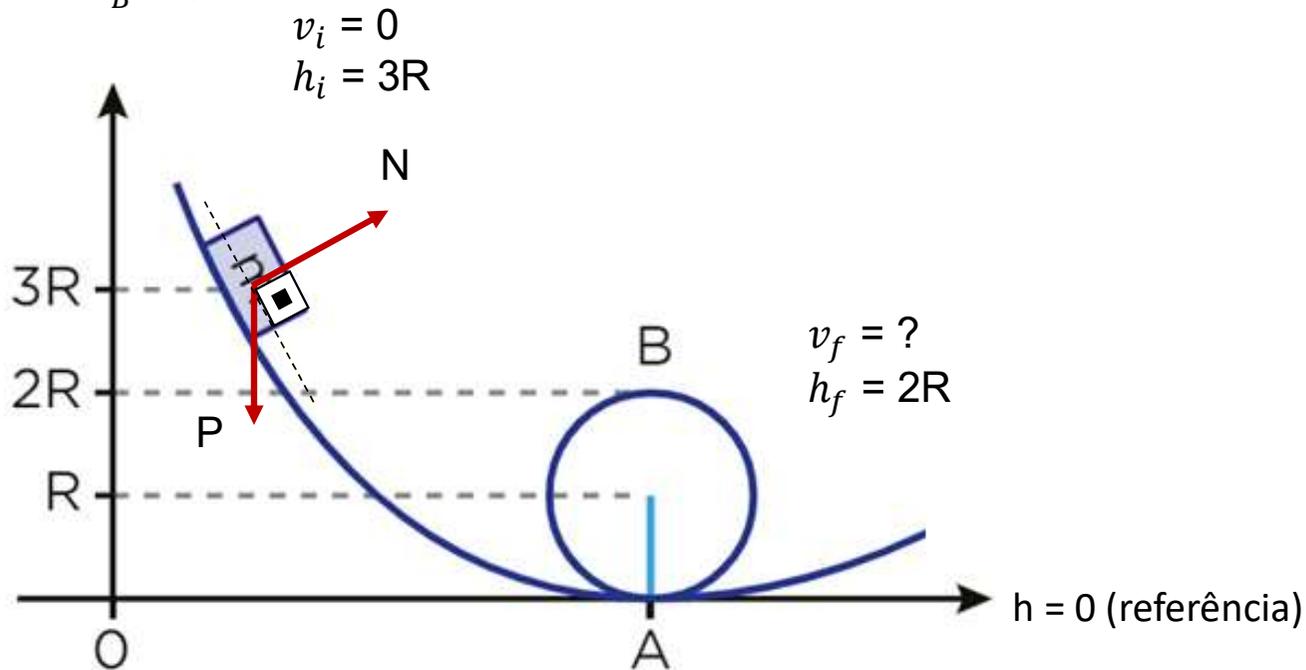
(referência)

Exercícios da apostila

1. (UFPR) Uma pista de lançamento foi montada contendo uma parte circular, de raio R conforme mostra a figura abaixo. A pista está apoiada sobre a superfície da Terra, considerada como sendo um referencial inercial. A aceleração gravitacional no local é assumida como constante e tem módulo g . O ponto A está na parte mais baixa do trajeto circular, junto ao chão, e o ponto B está na parte mais alta do trajeto circular, numa altura $2R$ em relação ao chão. Um objeto de massa m está colocado no início da pista, num ponto que fica a uma altura $3R$ do chão, e está inicialmente em repouso. Para esse problema, todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados. O objeto inicia o movimento a partir do repouso, desce a rampa, passa pelo ponto A, executa loop no sentido anti-horário passando pelo ponto B, volta ao ponto A e sai pela extremidade direita da pista. Com base nesses dados, obtenha uma expressão algébrica para o módulo da velocidade v_B do objeto quando ele passa pelo ponto B após ser liberado a partir do repouso. Na expressão, somente devem aparecer dados fornecidos no problema.



- g
- todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados (sem atrito)
- $v_B = ?$



$$E_{m(f)} = E_{m(i)}$$

$$\frac{m \cdot v_f^2}{2} + m \cdot g \cdot h_f = m \cdot g \cdot h_i$$

$$\frac{v_f^2}{2} + g \cdot (2R) = g \cdot (3R)$$

$$\frac{v_f^2}{2} = 3gR - 2gR$$

$$\frac{v_f^2}{2} = gR$$

$$v_f^2 = 2gR$$

$$v_f = \sqrt{2gR}$$

• $\tau_N = 0$ } $\tau = 0$ $\Rightarrow E_{m(f)} = E_{m(i)}$
 F não conservativas

2. (Fuvest-SP) Helena, cuja massa é 50 kg, pratica o esporte radical bungee jumping. Em um treino, ela se solta da beirada de um viaduto, com velocidade inicial nula, presa a uma faixa elástica de comprimento natural $L_0 = 15$ m e constante elástica $k = 250$ N/m. Quando a faixa está esticada 10 m além de seu comprimento natural, o módulo da velocidade de Helena é

- a) 0 m/s
- b) 5 m/s
- c) 10 m/s
- d) 15 m/s
- e) 20 m/s

Note e adote:

. Aceleração da gravidade: 10 m/s².

. A faixa é perfeitamente elástica; sua massa e efeitos dissipativos devem ser ignorados.

2. (Fuvest-SP) Helena, cuja massa é 50 kg, pratica o esporte radical bungee jumping. Em um treino, ela se solta da beirada de um viaduto, com velocidade inicial nula, presa a uma faixa elástica de comprimento natural $L_0 = 15\text{ m}$ e constante elástica $k = 250\text{ N/m}$. Quando a faixa está esticada 10 m além de seu comprimento natural, o módulo da velocidade de Helena é

Início Durante Final

$v_i = 0$

$L_0 = 15\text{ m}$

$x = 10\text{ m}$

$h = 0$ (referência)

$v_f = ?$

$\tau = 0 \Rightarrow E_m(f) = E_m(i)$
F não conservativas

$E_m(f) = E_m(i)$

$E_{p\text{el}}(f) + E_c(f) = E_{p\text{g}}(i)$

$\frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v_f^2}{2} = mgh(i)$

$\frac{250 \cdot 10^2}{2} + \frac{50 \cdot v_f^2}{2} = 50 \cdot 10 \cdot 25$

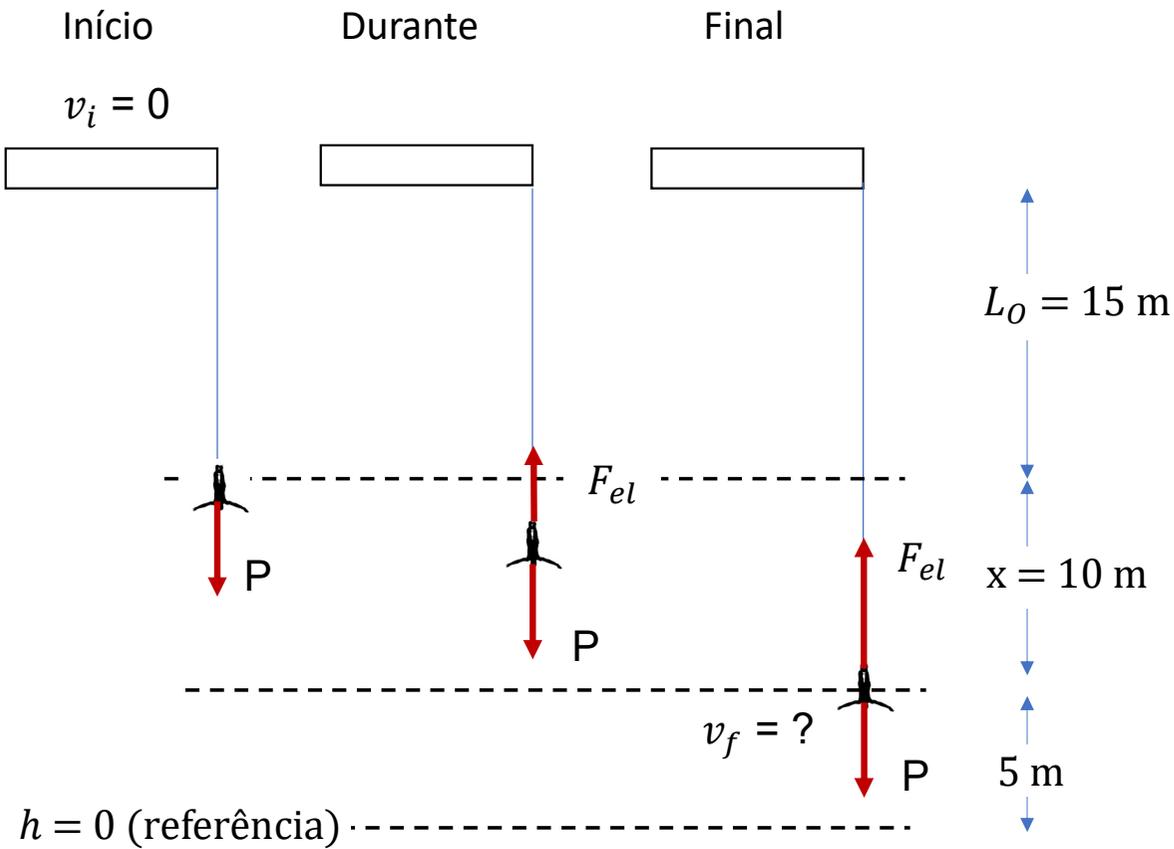
$12500 + \frac{50 \cdot v_f^2}{2} = 12500$

$\frac{50 \cdot v_f^2}{2} = 0$

$v_f = 0$



E se a altura de referência for colocada 5 m abaixo da posição final de Helena?
Salvo alguma especificidade do enunciado, a mudança na referência não altera o resultado!



$$E_{p\text{el}(f)} + E_{p\text{g}(f)} + E_{c(f)} = E_{p\text{g}(i)}$$

$$\frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v_f^2}{2} + mgh_{(f)} = mgh_{(i)}$$

$$\frac{250 \cdot 10^2}{2} + \frac{50 \cdot v_f^2}{2} + 50 \cdot 10 \cdot 5 = 50 \cdot 10 \cdot 30$$

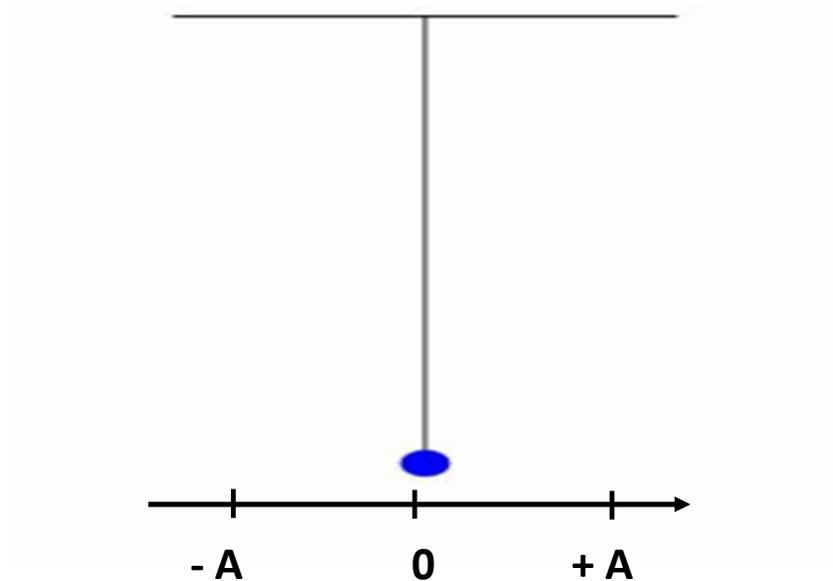
$$12500 + \frac{50 \cdot v_f^2}{2} + 2500 = 15000$$

$$15000 + \frac{50 \cdot v_f^2}{2} = 15000$$

$$\frac{50 \cdot v_f^2}{2} = 0 \quad \boxed{v_f = 0}$$

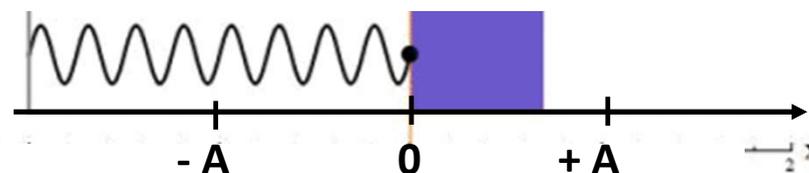
Pendulo simples e sistema massa mola

Pêndulo Simples



Velocidade: mín (0) máx mín (0)

Sistema massa-mola



Velocidade: mín (0) máx mín (0)

Deformação: máx mín (0) máx

Período (T): intervalo de tempo para um oscilação completa