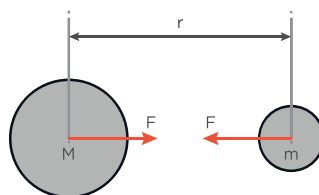


2. Lei da Gravitação Universal de Newton

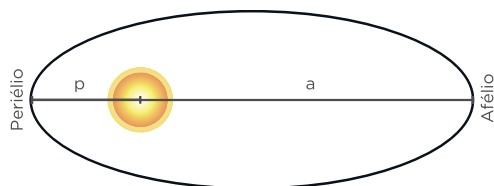


$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Em que: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$.

EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

- A terceira lei de Kepler relaciona o período e o raio médio (r) de órbita de corpo celestes que orbitam o mesmo corpo celeste central.



$$r = \frac{a + p}{2} \text{ e } \frac{r^3}{T^2} = k_p$$

Júpiter possui 79 satélites naturais conhecidos, sendo, Io, Europa, Ganimedes e Calisto os mais conhecidos. A tabela seguir representa os raios médios (r) de órbita de aproximados desses satélites em torno de Júpiter.

	r (km)
Io	450 000
Europa	700 000
Ganimedes	1 100 000
Calisto	1 800 000

Dados: <https://web.archive.org/web/20150318034833/http://home.dtm.ciw.edu/users/sheppard/satellites/jupsatdata.html>

Qual a razão entre os períodos de órbita de Calisto e Io?

$$\frac{T_{\text{Calisto}}^2}{r_{\text{Calisto}}^3} = \frac{T_{\text{Io}}^2}{r_{\text{Io}}^3} \Rightarrow \frac{T_{\text{Calisto}}^2}{T_{\text{Io}}^2} = \frac{r_{\text{Calisto}}^3}{r_{\text{Io}}^3}$$

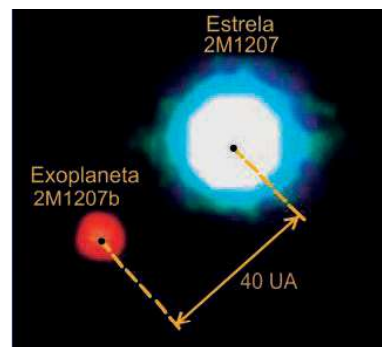
$$\left(\frac{T_{\text{Calisto}}}{T_{\text{Io}}} \right)^2 = \left(\frac{r_{\text{Calisto}}}{r_{\text{Io}}} \right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_{\text{Calisto}}}{T_{\text{Io}}} \right)^2 = \left(\frac{1800\,000}{450\,000} \right)^3$$

$$\left(\frac{T_{\text{Calisto}}}{T_{\text{Io}}} \right)^2 = \left(\frac{2^3}{1} \right)^3 \therefore \frac{T_{\text{Calisto}}}{T_{\text{Io}}} = 8$$

- (Unesp-SP) A imagem mostra o exoplaneta 2M1207b em órbita ao redor de sua estrela 2M1207 na constelação de Centauro, distantes 40 UA um do outro. Esse é o primeiro exoplaneta do qual se obteve uma imagem direta. Em comparação com objetos do sistema solar, sabe-se que esse exoplaneta tem uma massa correspondente a 5 vezes a massa do planeta Júpiter e que sua estrela tem massa igual a 0,025 vezes a massa do Sol.

Considere os seguintes dados:

- Massa do Sol: $2 \cdot 10^{30}$ kg
- Massa de Júpiter: $2 \cdot 10^{27}$ kg
- 1 UA = $1,5 \cdot 10^{11}$ m
- G = constante universal da gravitação = $6 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$



(<https://cdn.eso.org>. Adaptado.)

Reprodução/Unesp, 2022.

A intensidade da força de atração gravitacional entre o exoplaneta 2M1207b e sua estrela é de, aproximadamente,

- ▶ a) $8,3 \cdot 10^{20}$ N.
- b) $5,0 \cdot 10^{20}$ N.
- c) $2,5 \cdot 10^{21}$ N.
- d) $3,6 \cdot 10^{21}$ N.
- e) $4,4 \cdot 10^{21}$ N.

A intensidade da força de atração gravitacional entre o exoplaneta 2M1207b e sua estrela pode ser obtida pela lei da Gravitação Universal de Newton, como segue:

$$F = G \cdot \frac{M_{\text{exoplaneta}} \cdot M_{\text{estrela}}}{d^2}$$

em que $M_{\text{exoplan}} = 5 \cdot M_{\text{Júpiter}}$, $M_{\text{estrela}} = 0,025 \cdot M_{\text{Sol}}$ e $d = 40$ uA.
Substituindo-se os valores numéricos fornecidos:

$$F = 6 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^{27} \cdot 0,025 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(40 \cdot 1,5 \cdot 10^{11})^2}$$

$$\therefore F \approx 8,3 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

ORIENTAÇÃO DE ESTUDO

Material de consulta: Caderno de Estudos 3 – Física – Mecânica newtoniana – Capítulo 23

Tarefa Mínima

- Leia a seção *Nesta aula*.
- Faça as questões 1 a 4.

Tarefa Complementar

- Leia os itens 1 e 2.

- Faça as questões 5 a 8.

Tarefa Desafio

- Faça as questões 9 e 10.

- (UFRGS-RS) Em 23 de julho de 2015, a NASA, agência espacial americana, divulgou informações sobre a existência de um exoplaneta (planeta que orbita uma estrela que não seja o Sol) com características semelhantes às da Terra. O planeta foi denominado Kepler 452-b. Sua massa foi estimada em cerca de 5 vezes a massa da Terra e seu raio em torno de 1,6 vez o raio da Terra.

Considerando g o módulo do campo gravitacional na superfície da Terra, o módulo do campo gravitacional na superfície do planeta Kepler 452-b deve ser aproximadamente igual a

- a) $\frac{g}{2}$.
b) g .
▶ c) $2g$.
d) $3g$.
e) $5g$.

Campo gravitacional na superfície da Terra:

$$g = \frac{G \cdot M}{R^2}$$

Campo gravitacional na superfície de Kepler 452-b:

$$g' = \frac{G \cdot 5M}{(1,6R)^2} \approx 2 \cdot \frac{G \cdot M}{R^2} \therefore g' = 2g$$

- (Fuvest-SP) A Estação Espacial Internacional orbita a Terra em uma altitude h . A aceleração da gravidade terrestre dentro dessa espaçonave é:

Note e adote:

- g_T é a aceleração da gravidade na superfície da Terra.
- R_T é o raio da Terra.

a) nula.

b) $g_T \left(\frac{h}{R_T} \right)^2$

c) $g_T \left(\frac{R_T - h}{R_T} \right)^2$

▶ d) $g_T \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2$

e) $g_T \left(\frac{R_T - h}{R_T + h} \right)^2$

Campo gravitacional na superfície da Terra:

$$g_T = \frac{G \cdot M}{R_T^2} \quad (I)$$

Campo gravitacional na altura h da Terra:

$$g' = \frac{G \cdot M}{(R_T + h)^2} \quad (II)$$

A razão entre as expressões I e II é:

$$\frac{g'}{g_T} = \frac{G \cdot M}{(R_T + h)^2} \cdot \frac{(R_T)^2}{G \cdot M} \Rightarrow g' = g_T \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2$$

ORIENTAÇÃO DE ESTUDO

Material de consulta: Caderno de Estudos 3 – Física – Mecânica newtoniana – Capítulo 23

Tarefa Mínima

- Leia a seção *Nesta aula*.
- Faça as questões 11 a 14.

- Faça as questões 15 a 18.

Tarefa Desafio

- Faça as questões 19 e 20.

Tarefa Complementar

- Leia o item 3.

- (Unicamp-SP) Plutão é considerado um planeta anão, com massa $M_p = 1 \cdot 10^{22}$ kg, bem menor que a massa da Terra. O módulo da força gravitacional entre duas massas m_1 e m_2 é dado por $F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, em que r é a distância entre as massas e G é a constante gravitacional. Em situações que envolvem distâncias astronômicas, a unidade de comprimento comumente utilizada é a Unidade Astronômica (UA).

- a) Considere que, durante a sua aproximação a Plutão, a sonda se encontra em uma posição que está $d_p = 0,15$ UA distante do centro de Plutão e $d_T = 30$ UA distante do centro da Terra. Calcule a razão $\left(\frac{F_{gT}}{F_{gP}}\right)$

entre o módulo da força gravitacional com que a Terra atrai a sonda e o módulo da força gravitacional com que Plutão atrai a sonda. Caso necessário, use a massa da Terra $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

Sendo m a massa da sonda, a razão procurada pode ser calculada como segue:

$$\frac{F_{gT}}{F_{gP}} = \frac{\left(\frac{G \cdot m \cdot M_T}{d_T^2}\right)}{\left(\frac{G \cdot m \cdot M_p}{d_p^2}\right)} = \left(\frac{M_T}{M_p}\right) \cdot \left(\frac{d_p}{d_T}\right)^2$$

$$\frac{F_{gT}}{F_{gP}} = \left(\frac{6 \cdot 10^{24}}{1 \cdot 10^{22}}\right) \cdot \left(\frac{0,15}{30}\right)^2$$

$$\frac{F_{gT}}{F_{gP}} = 0,015$$

- b) Suponha que a sonda New Horizons estabeleça uma órbita circular com velocidade escalar orbital constante em torno de Plutão com um raio de $r_p = 1 \cdot 10^{-4}$ UA. Obtenha o módulo da velocidade orbital nesse caso. Se necessário, use a constante gravitacional $G = 6 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$. Caso necessário, use 1 UA (Unidade astronômica) = $1,5 \cdot 10^8$ km.

O movimento da sonda New Horizons é circular e uniforme. Logo, a velocidade orbital fica determinada:

$$a_c = g_p \Rightarrow \frac{(v_{\text{orbital}})^2}{r_p} = G \cdot \frac{M_p}{r_p^2}$$

$$v_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_p}{r_p}} \Rightarrow v_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1 \cdot 10^{22}}{1 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}}$$

$$\therefore v_{\text{orbital}} = 200 \text{ m/s}$$

2. Para qualquer satélite em órbita circular, temos:

$$R_c = P$$

$$m \cdot a_c = m \cdot g$$

$$\frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

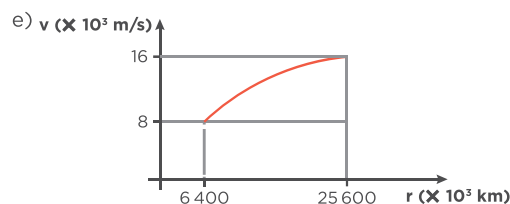
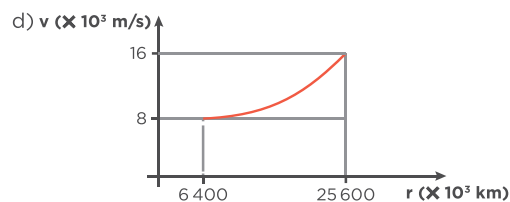
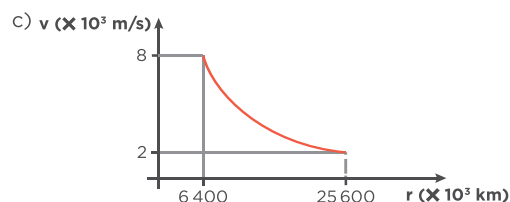
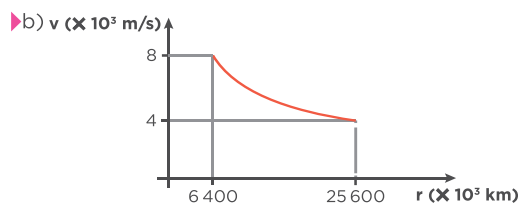
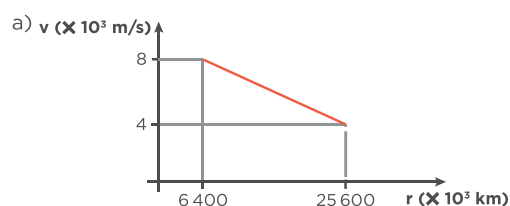
$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \quad (1)$$

Como $G \cdot M$ não varia, v em função de r é decrescente. Assim, descartamos as alternativas **d** e **e**.

Como a expressão que relaciona v e r não é de primeiro grau, seu gráfico não é uma reta; logo, podemos descartar a alternativa **a**.

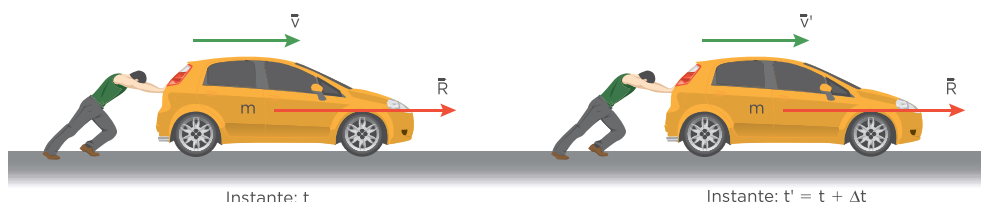
De acordo com a expressão (1), caso o raio de órbita multiplique por quatro, a velocidade de órbita divide por dois. Assim, assinalamos a alternativa **b**.

- Segundo a revista *Superinteressante* do dia 4 de julho de 2018, 2 783 satélites orbitam a Terra. Sabe-se que essas órbitas ocorrem em diferentes altitudes. Muitos desses satélites estão em órbita circular, ou seja, executam movimento circular e uniforme (MCU). O campo gravitacional na superfície da Terra é 10 N/kg e o raio da Terra (distância entre a superfície da Terra e seu centro admitindo que seu formato seja esférico) é 6400 km . Considerando a situação descrita, qual esboço gráfico representa a intensidade da velocidade v desenvolvida por satélites em órbita circular em relação aos seus raios r de órbita?



3. Teorema do impulso

A aplicação do teorema do impulso é especialmente útil para o estudo do movimento de corpos submetidos a forças cuja resultante é variável no tempo.



Se a direção de movimento do corpo não sofrer alteração, o tratamento algébrico é suficiente para resolver a análise dinâmica:

$$I_R = \Delta Q$$

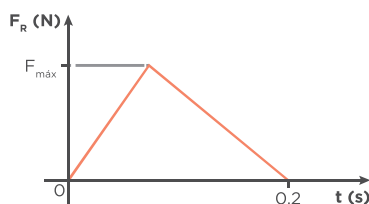
em que I_R pode ser obtido pelo produto $R \cdot \Delta t$, quando $\vec{R}$ é constante, ou pela área do gráfico $R \times t$, quando $\vec{R}$ é variável.

Note que $N \cdot s = kg \cdot \frac{m}{s}$.

EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

- (Unesp-SP) O gol da conquista do tetracampeonato pela Alemanha na Copa do Mundo de 2014 foi feito pelo jogador Götze. Nessa jogada, ele recebeu um cruzamento, matou a bola no peito, amortecendo-a, e chutou de esquerda para fazer o gol. Considere que, imediatamente antes de tocar o jogador, a bola tinha velocidade de módulo $v_1 = 8 \text{ m/s}$ em uma direção perpendicular ao seu peito e que, imediatamente depois de tocar o jogador, sua velocidade manteve-se perpendicular ao peito do jogador, porém com módulo $v_2 = 0,6 \text{ m/s}$ e em sentido contrário.

Admita que, nessa jogada, a bola ficou em contato com o peito do jogador por $0,2 \text{ s}$ e que, nesse intervalo de tempo, a intensidade da força resultante (F_R), que atuou sobre ela, variou em função do tempo, conforme o gráfico.



Considerando a massa da bola igual a $0,4 \text{ kg}$, é correto afirmar que, nessa jogada, o módulo da força resultante máxima que atuou sobre a bola, indicada no gráfico por $F_{máx}$, é igual, em newtons, a

- 68,8.
- 34,4.
- 59,2.
- 26,4.
- 88,8.

Orientando a trajetória no sentido de $\vec{v}_1$, temos $v_1 = 8 \text{ m/s}$ e $v_2 = -0,6 \text{ m/s}$. Aplicando o teorema do impulso:

$$|I_{F_R}| = |\Delta Q| \Rightarrow |I_{F_R}| = |m \cdot v' - m \cdot v|$$

Como o impulso da resultante pode ser obtido pela área do gráfico $F \times t$:

$$|I_R| = |m' \cdot v' - m \cdot v| \Rightarrow \frac{0,2 \cdot F_{máx}}{2} = |0,4 \cdot (-0,6) - 0,4 \cdot 8| \therefore F_{máx} = 34,4 \text{ N}$$

- (Udesc) Um jogador de futebol, ao cobrar uma falta, chuta a bola de forma que ela deixa seu pé com uma velocidade de 25 m/s. Sabendo que a massa da bola é igual a 400 g e que o tempo de contato entre o pé do jogador e a bola, durante o chute, foi de 0,01 s, a força média exercida pelo pé sobre a bola é igual a:

- a) 100 N
- b) 6 250 N
- c) 2 500 N
- ▶ d) 1 000 N
- e) 10 000 N

Considerando que a resultante seja aproximadamente igual à força que o jogador aplica na bola, temos, de acordo com o teorema do impulso:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$$

$$F \cdot 0,01 = 0,4 \cdot (25 - 0)$$

$$\therefore F = 1\,000\text{ N}$$

- (Udesc) O *airbag* e o cinto de segurança são itens de segurança presentes em todos os carros novos fabricados no Brasil. Utilizando os conceitos da Primeira Lei de Newton, de impulso de uma força e variação da quantidade de movimento, analise as proposições.

- I. O *airbag* aumenta o impulso da força média atuante sobre o ocupante do carro na colisão com o painel, aumentando a quantidade de movimento do ocupante.
- II. O *airbag* aumenta o tempo da colisão do ocupante do carro com o painel, diminuindo assim a força média atuante sobre ele mesmo na colisão.
- III. O cinto de segurança impede que o ocupante do carro, em uma colisão, continue se deslocando com um movimento retilíneo uniforme.
- IV. O cinto de segurança desacelera o ocupante do carro em uma colisão, aumentando a quantidade de movimento do ocupante.

Assinale a alternativa **correta**.

- a) Somente as afirmativas I e IV são verdadeiras.
- ▶ b) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
- e) Todas as afirmativas são verdadeiras.

I. Incorreta. Sabe-se que, para uma dada colisão, a massa e a variação de velocidade do ocupante do carro são constantes, ou seja, a variação da quantidade de movimento do ocupante é constante. Logo, como o *airbag* aumenta o intervalo de tempo de interação entre o ocupante e o carro, a força média que o carro aplica sobre o ocupante do carro (resultante das forças no ocupante) é reduzida.

II. Correta. Já justificado em (I).

III. Correta. De acordo com o princípio da inércia, quando o carro freia, o ocupante tende a continuar em MRU em relação à Terra. O cinto de segurança impede esse movimento.

IV. Incorreta. Já justificado em (III).

ORIENTAÇÃO DE ESTUDO

Material de consulta: Caderno de Estudos 3 – Física – Mecânica newtoniana – Capítulo 24

Tarefa Mínima

- Leia a seção *Nesta aula*.
- Faça as questões 1 a 4.

Tarefa Complementar

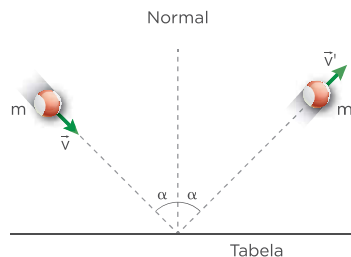
- Leia os itens 1 a 2.1.

- Faça as questões 5 a 8.

Tarefa Desafio

- Faça as questões 9 e 10.

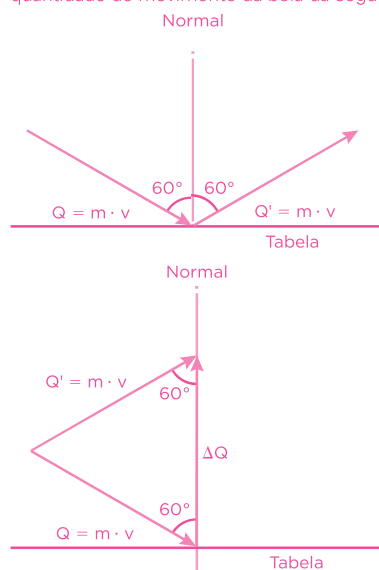
- (PUC-PR) A figura a seguir ilustra uma visão superior de uma mesa de sinuca, onde uma bola de massa 400 g atinge a tabela com um ângulo de 60° com a normal e ricocheteia formando o mesmo ângulo com a normal. A velocidade da bola, de 9 m/s, altera apenas a direção do movimento durante o choque, que tem uma duração de 10 ms.



A partir da situação descrita acima, a bola exerce uma força média na tabela da mesa de:

- a) 360 N. c) 3 600 N. e) 600 N.
b) 5 400 N. d) 4 000 N.

A colisão da bola contra a tabela da mesa é perfeitamente elástica. O esquema seguinte mostra os vetores quantidade de movimento da bola antes e depois da sua colisão com a tabela da mesa. Com base nesse esquema, é possível obter a variação da quantidade de movimento da bola da seguinte maneira:



Como o triângulo destacado é equilátero:

$$\Delta Q = Q = Q' = m \cdot v$$

Sendo $m = 0,4 \text{ kg}$ e $v = 9 \text{ m/s}$:

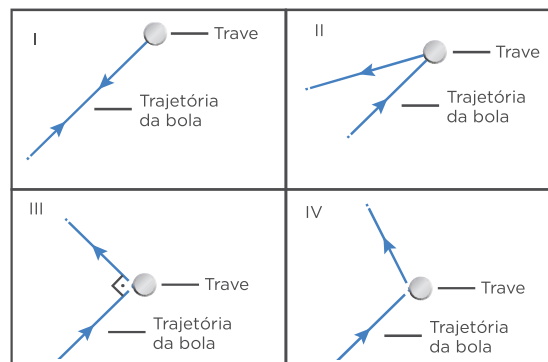
$$\Delta Q = m \cdot v \Rightarrow \Delta Q = 0,4 \cdot 9 \therefore \Delta Q = 3,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Como o intervalo de tempo de colisão é $\Delta t = 10 \cdot 10^{-3} \text{ s}$, tem-se, de acordo com o teorema do impulso:

$$I_R = \Delta Q \Rightarrow F_m \cdot \Delta t = \Delta Q \Rightarrow F_m \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 3,6 \therefore F_m = 360 \text{ N}$$

Pela terceira lei de Newton, temos que a intensidade da força que a bola exerce sobre a mesa é igual à intensidade da força que a mesa exerce sobre a bola, ou seja, 360 N.

- (Unesp-SP) Num jogo de futebol, a bola bate na trave superior do gol. Suponha que isso ocorra numa das quatro situações representadas esquematicamente a seguir, I, II, III e IV. A trajetória da bola está contida no plano das figuras, que é o plano vertical perpendicular à trave superior do gol.



Sabendo que o módulo da velocidade com que a bola atinge e é rebatida pela trave é o mesmo em todas as situações, pode-se afirmar que o impulso exercido pela trave sobre a bola é

- a) maior em I.
b) maior em II.
c) maior em III.
d) maior em IV.
e) igual nas quatro situações.

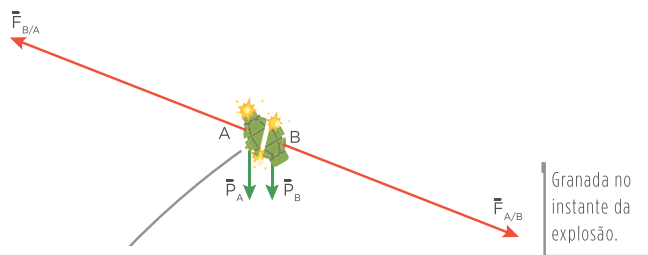
De acordo com o teorema do impulso, quanto maior for a variação da quantidade de movimento, maior será o impulso da resultante. Considerando que o peso da bola seja desprezível em relação à força de impacto, concluiremos que o impulso será máximo quando o ângulo entre os vetores quantidade de movimento inicial e final for 180° , como ilustrado a seguir.



Sendo $v' = v$:

$$|\vec{I}_R| = |m \cdot \vec{v}' - m \cdot \vec{v}| \Rightarrow |\vec{I}_R| = 2m \cdot v$$

- Quando, em interações muito rápidas, as forças externas são desprezíveis em relação às forças internas.



2. Princípio da conservação da quantidade de movimento

Em um sistema mecanicamente isolado, $I_{R_{\text{sist}}} = 0$. Logo:

$$\vec{Q}'_{\text{sist}} = \vec{Q}_{\text{sist}}$$

Se o sistema for constituído por n corpos:

$$\vec{Q}'_A + \vec{Q}'_B + \dots + \vec{Q}'_n = \vec{Q}_A + \vec{Q}_B + \dots + \vec{Q}_n$$

Algebricamente:

$$Q'_A + Q'_B + \dots + Q'_n = Q_A + Q_B + \dots + Q_n$$

EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

- (PUC-RS) Um jovem de massa 60 kg patina sobre uma superfície horizontal de gelo segurando uma pedra de 2,0 kg. Desloca-se em linha reta, mantendo uma velocidade com módulo de 3,0 m/s. Em certo momento, atira a pedra para frente, na mesma direção e sentido do seu deslocamento, com módulo de velocidade de 9,0 m/s em relação ao solo.

Desprezando-se a influência da resistência do ar sobre o sistema patinador-pedra, é correto concluir que a velocidade do patinador em relação ao solo, logo após o lançamento, é de:

- 3,0 m/s, para trás.
- 3,0 m/s, para frente.
- 0,30 m/s, para trás.
- 0,30 m/s, para frente.
- 2,8 m/s, para frente.

A quantidade de movimento do sistema antes do arremesso é igual a:

$$Q = m \cdot v = 62 \cdot 3 \therefore Q = 186 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Considerando o sistema jovem-pedra mecanicamente isolado:

$$Q' = Q$$

$$Q_{\text{jovem}} + Q_{\text{pedra}} = 186$$

$$60 \cdot v + 2 \cdot 9 = 186 \therefore v = 2,8 \text{ m/s}$$

- (Fuvest-SP) Uma caminhonete, de massa 2 000 kg, bateu na traseira de um sedã, de massa 1 000 kg, que estava parado no semáforo, em uma rua horizontal. Após o impacto, os dois veículos deslizaram como um único bloco. Para a perícia, o motorista da caminhonete alegou que estava a menos de 20 km/h quando o acidente ocorreu. A perícia constatou, analisando as marcas de frenagem, que a caminhonete arrastou o sedã, em linha reta, por uma distância de 10 m. Com este dado e estimando que o coeficiente de atrito cinético entre os pneus dos veículos e o asfalto, no local do acidente, era 0,5, a perícia concluiu que a velocidade real da caminhonete, em km/h, no momento da colisão era, aproximadamente,

- a) 10.
b) 15.
c) 36.
d) 48.

Note e adote:

- Aceleração da gravidade: 10 m/s^2 .
- Desconsidere a massa dos motoristas e a resistência do ar.

- e) 54.

Depois da colisão, a força de atrito, admitida constante, é a resultante das forças aplicadas sobre o conjunto (caminhonete + sedã). Logo, aplicando-se o teorema da energia cinética entre o instante imediatamente posterior à colisão e o instante em que o conjunto para:

$$\tau_R = \Delta E_c \Rightarrow \tau_A = E_c^f - E_c^i \Rightarrow \tau_A = 0 - E_c^i \Rightarrow A \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -\frac{M \cdot v_i^2}{2} \Rightarrow -\mu \cdot M \cdot g \cdot d = \frac{-M \cdot v_i^2}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_i = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 10} \therefore v_i = 10 \text{ m/s}$$

Considerando o sistema mecanicamente isolado durante a colisão:

$$Q_{\text{sist}} = Q'_{\text{sist}}$$

$$m_c \cdot v_c = (m_c + m_s) \cdot v_i$$

$$2\,000 \cdot v_c = 3\,000 \cdot 10$$

$$\therefore v_c = 15 \text{ m/s} = 54 \text{ km/h}$$

ORIENTAÇÃO DE ESTUDO

Material de consulta: Caderno de Estudos 3 – Física – *Mecânica newtoniana* – Capítulo 25

Tarefa Mínima

- Leia a seção *Nesta aula*.
- Faça as questões 1 a 4.

Tarefa Complementar

- Leia os itens 1 e 2.
- Faça as questões 5 a 8.

Tarefa Desafio

- Faça as questões 9 e 10.