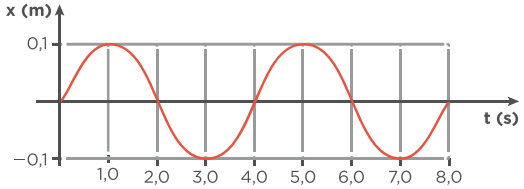
## EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

(UEM-PR) A função horária da posição de uma partícula que realiza um Movimento Harmônico Simples (MHS) é $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. Sabe-se que:

- **x** representa a posição assumida pela partícula em função do tempo **t**, a partir de $t_0 = 0$;
- A representa a amplitude do movimento;
- $\varphi$ representa a fase inicial do movimento;
- $\omega$ representa a frequência angular do movimento.

A figura a seguir apresenta o gráfico da função horária da posição de uma partícula que descreve um MHS segundo um certo referencial.




A função horária da posição dessa partícula com dados no SI é

a) $x = 0{,}10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ m.

b) $x = 0{,}20 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ m.

c) $x = 0{,}10 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right)$ m.

d) $x = 0{,}20 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$ m.

▶ e) $x = 0{,}10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right)$ m.

De acordo com o gráfico:

- $A = 0{,}1$ m
- $T = 4$ s

Logo, $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4} \therefore \omega = \frac{\pi}{2}$ rad/s.

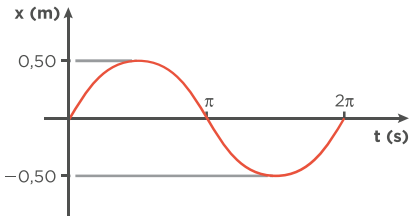
Para $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ e para $t_1 = 1$ s, $x_1 = +0{,}1$ m.

Logo, $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ rad.

Portanto, a função horária é:

$x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t) \Rightarrow x = 0{,}1 \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot t\right) \therefore x = 0{,}1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right)$

— — (UEG-GO) A posição de um ponto material em MHS varia com o tempo, conforme o gráfico a seguir.




Após a análise do gráfico, verifica-se que o valor de

a) π s é o período.

b) 0,50 m/s é a velocidade máxima.

c) 1,0 m é a amplitude.

d) 1,0 m/s$^2$ é a aceleração máxima.

e) π rad/s é a pulsação.

De acordo com o gráfico:

$A = 0{,}50$ m

$T = 2\pi$ s

Logo, a pulsação é $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2\pi} \therefore \omega = 1$ rad/s.

Portanto, a velocidade máxima é:

$v_{máx} = \omega \cdot A \Rightarrow v_{máx} = 1 \cdot 0{,}5 \therefore v_{máx} = 0{,}5$ m/s

## Indique a soma das alternativas corretas

— — (UEPG-PR) Quando um ponto material percorre, em movimento circular uniforme, uma circunferência, a projeção desse ponto material sobre um diâmetro da circunferência realiza um movimento harmônico simples (MHS). Sobre esse movimento, assinale o que for correto.

(01) Em determinado momento, a velocidade e a elongação do ponto material em MHS podem ser simultaneamente nulas.

(02) Nos pontos de inversão, a aceleração do MHS é máxima em módulo.

(04) Nos pontos de inversão do MHS, a velocidade do ponto material é máxima.

(08) Em determinado momento, a velocidade e a aceleração do ponto material em MHS podem ser simultaneamente nulas.

(16) Excluindo os pontos onde a elongação é máxima, os demais pontos da elongação apresentam velocidades iguais, porém opostas.

(01) Incorreto. No MHS, a velocidade é nula nos pontos onde a elongação é máxima, em módulo, e é máxima, em módulo, nos pontos onde a elongação é nula.

(02) Correto. O valor absoluto da aceleração ($|a| = \omega^2 \cdot x$) será máximo quando **o valor absoluto da elongação** for máximo ($|x| = A$). Isso ocorre nos pontos de inversão.

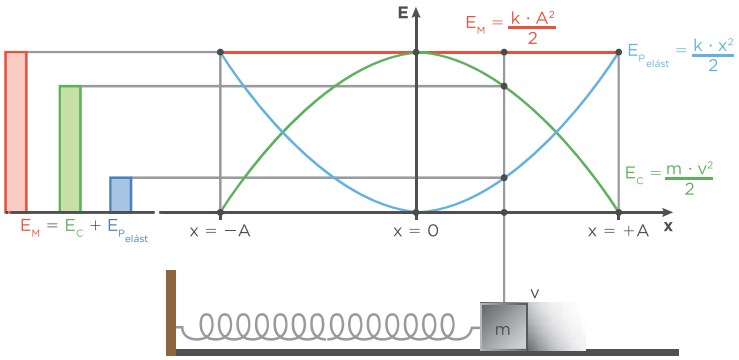
(04) Incorreto. A velocidade sempre é nula quando um corpo inverte o seu sentido de movimento.

(08) Incorreto. Conforme explicado na justificativa (1).

(16) Correto. Quando o ponto material oscila em MHS, a velocidade em um sentido é igual, exceto o sinal, em relação àquela que ele possui quando passa pela mesma posição, no sentido oposto.

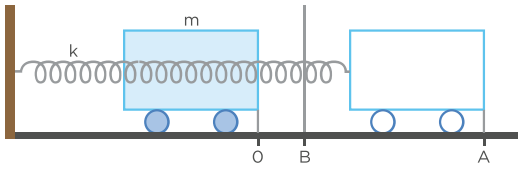
Resposta: 02 + 16 = 18

Graficamente:




## EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

(Unicamp-SP) Um corpo de massa **m** está preso em uma mola de constante elástica **k** e em repouso no ponto O. O corpo é então puxado até a posição A e depois solto. O atrito é desprezível. Sendo m = 10 kg, k = 40 N/m, $\pi = 3{,}14$, pede-se:




a) o período de oscilação do corpo;

Sendo m = 10 kg, k = 40 N/m e $\pi = 3{,}14$:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

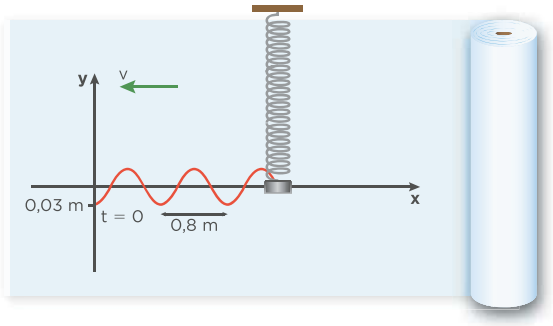
$T = 2 \cdot 3{,}14\sqrt{\frac{10}{40}}$

$T \approx 3{,}14$ s

b) o número de vezes que um observador, estacionário no ponto B, vê o corpo passar por ele, durante um intervalo de 15,7 segundos.

Como $\frac{15{,}7\text{ s}}{3{,}14\text{ s}} = 5$, conclui-se que o observador vê o corpo passar por ele 10 vezes (5 vezes em cada um dos sentidos).

(UEL-PR) Um corpo de massa 0,200 kg é pendurado numa mola de massa desprezível e constante elástica **k**. Em seguida, ele é puxado mais 0,03 m para baixo e é solto para oscilar livremente na vertical, ao longo do eixo **y**. Quando o corpo é solto, um cronômetro é acionado e, ao mesmo tempo, uma fita de papel, disposta no plano vertical, passa a se mover para a esquerda com velocidade constante v = 0,40 m/s. Uma grafite presa ao corpo registra, no papel, as posições **y** do referido corpo, em função do tempo **t**. O desenho registrado no papel é equivalente ao de uma onda transversal que se propaga para a direita com a velocidade v = 0,40 m/s. Considere $\pi = 3{,}14$. Utilize a unidade N/m para **k**, e a unidade metro para **y**. A constante elástica **k** da mola e a equação da onda são, respectivamente:




a) k = 1,972 e y = 0,03 cos (πt)

b) k = 1,972 e y = −0,03 cos (0,5t)

c) k = 19,72 e y = −0,03 cos (πt)

d) k = 1,972 e y = 0,03 cos [π(t + 1)]

e) k = 19,72 e y = 0,03 cos [π(2t + 0,5)]

• Obtenção do k:
Observando o gráfico, é possível concluir que o comprimento de onda é 0,8 m e a uma velocidade 0,40 m/s, ou seja, tal deslocamento é realizado em 2 s. Nesse mesmo intervalo de tempo, o corpo executa uma oscilação completa, ou seja, seu período de oscilação é T = 2 s. Sendo $\pi^2 \approx 10$ e m = 0,200 kg:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2}{k}} \Rightarrow 1 \approx 10\frac{0{,}2}{k} \therefore k \approx 2 \text{ N/m}$$

• Obtenção da equação da onda:
De acordo com o enunciado, A = 0,03 m.
Como T = 2 s, temos que $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2} \therefore \omega = \pi$ rad/s.
De acordo com o gráfico, $x_0 = -0{,}03$ m. Logo, $\varphi_0 = \pi$ rad.
Portanto,
$x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t) \Rightarrow x = 0{,}03 \cdot \cos(\pi + \pi \cdot t)$.

**Indique a soma das alternativas corretas**

(UEPG-PR) Um objeto de massa m = 0,1 kg está preso a uma mola de constante elástica $k = 0{,}4\pi^2$ N/m. A mola é esticada em 10 cm, pela aplicação de uma força externa, o conjunto é então solto e começa a oscilar, efetuando um movimento harmônico simples. Na ausência de forças dissipativas, assinale o que for correto.

(01) O período do movimento é 1 s.

(02) A amplitude de oscilação é 10 cm.

(04) A energia potencial elástica da mola quando ela está esticada em 10 cm é $4 \cdot 10^{-2} \cdot \pi^2$ J.

(08) O módulo da força elástica exercida pela mola para um alongamento de 10 cm é $2 \cdot 10^{-2} \cdot \pi^2$ N.

(16) A energia cinética do objeto no ponto de equilíbrio é $4 \cdot 10^{-2} \cdot \pi^2$ J.

(01) Correta.
Sendo m = 0,1 kg e $k = 0{,}4\pi^2$ N/m:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{0{,}4\pi^2}} \therefore T = 1 \text{ s}$$

(02) Correta.
De acordo com o enunciado, a amplitude de oscilação é 10 cm.

(04) Incorreta.
Sendo x = 0,10 m e $k = 0{,}4\pi^2$ N/m:

$$E_{P_{elást}} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow E_{P_{elást}} = \frac{0{,}4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}1^2}{2} \therefore E_{P_{elást}} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2 \text{ J}$$

(08) Incorreta.
Sendo x = 0,10 m e $k = 0{,}4\pi^2$ N/m:
$F = k \cdot x \Rightarrow F = 0{,}4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}1 \therefore F = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \pi^2$ N

(16) Incorreta.
Quando a mola está totalmente esticada, o sistema só possui energia potencial elástica, e seu valor é $2 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2$ J. Essa energia é totalmente convertida em energia cinética quando o corpo está passando pelo ponto de equilíbrio. Logo, a energia cinética no ponto de equilíbrio é igual a $2 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2$ J.

Resposta: 01 + 02 = 03

AULA

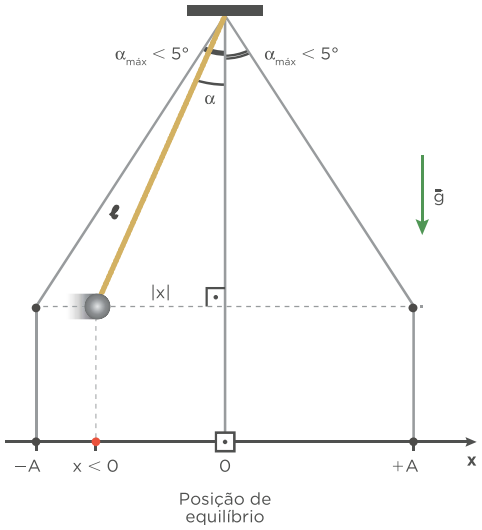
# 37 Aplicação do MHS: pêndulo simples

HABILIDADES TRABALHADAS H17 H20

## NESTA AULA

### 1. Pêndulo simples em MHS

Quando um corpo pendurado em um fio ideal oscila no plano vertical, livre de resistência do ar, e a medida do ângulo de oscilação for pequena, seu movimento é um MHS.




### 2. Período de oscilação

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Em que:

- T é o período de oscilação, em segundos.
- $\ell$ é a medida do comprimento do fio, em metros.
- **g** é a intensidade do campo gravitacional, em [N/kg] = [m/s$^2$].

## EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

(UFRGS-RS) Um determinado pêndulo simples oscila com pequena amplitude em um dado local da superfície terrestre, e seu período de oscilação é de 8 s. Reduzindo-se o comprimento desse pêndulo para $\frac{1}{4}$ do comprimento original, sem alterar sua localização, é correto afirmar que sua frequência, em Hz, será de

a) 2. b) 1/2. ▶c) 1/4. d) 1/8. e) 1/16.

Sendo $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$, temos, para as duas situações propostas, que:

$$\left.\begin{array}{l} 8 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{\ell}{4}}{g}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T'}{8} = \sqrt{\frac{\ell}{4\,g}\cdot\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \frac{T'}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow T' = 4\text{ s} \therefore f' = \frac{1}{4}\text{ Hz}$$

(ITA-SP) Um relógio tem um pêndulo de 35 cm de comprimento. Para regular seu funcionamento, ele possui uma porca de ajuste que encurta o comprimento do pêndulo de 1 mm a cada rotação completa à direita e alonga este comprimento de 1 mm a cada rotação completa à esquerda.

Se o relógio atrasa um minuto por dia, indique o número aproximado de rotações da porca e sua direção necessários para que ele funcione corretamente.

a) 1 rotação à esquerda

b) 1/2 rotação à esquerda

c) 1/2 rotação à direita

d) 1 rotação à direita

e) 1 e 1/2 rotações à direita

O relógio está atrasando 1 min por dia, ou seja, 1 min a cada 1 440 min. Sendo assim, a cada dia, o relógio registra um intervalo de tempo de 1 439 min.
Sendo T o período de um relógio correto e $T_A$ o período de um relógio atrasado:

$\Delta t_{1\ dia} = 1\,440 \cdot T = 1\,439 \cdot T_A$

Logo:

$$1\,440\left(2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\right) = 1\,439\left(2\pi\sqrt{\frac{L_A}{g}}\right) \Rightarrow \sqrt{\frac{L}{L_A}} = \frac{1\,439}{1\,440} \Rightarrow \frac{L}{35} = \left(\frac{1\,439}{1\,440}\right)^2 \therefore L = 34{,}95\ cm$$

Sendo assim, o comprimento do pêndulo deve ser encurtado de 35 cm para 34,95 cm, ou seja, 0,5 mm.
Como cada rotação provoca variação de 1 mm, para que o relógio funcione corretamente, deve ser feita meia rotação à direita.

(Fuvest-SP) Um pêndulo simples, constituído por um fio de comprimento L e uma pequena esfera, é colocado em oscilação. Uma haste horizontal rígida é inserida perpendicularmente ao plano de oscilação desse pêndulo, interceptando o movimento do fio na metade do seu comprimento, quando ele está na direção vertical.

Note e adote:
- A aceleração da gravidade é **g**.
- Ignore a massa do fio.
- O movimento oscilatório ocorre com ângulos pequenos.
- O fio não adere à haste horizontal.

A partir desse momento, o período do movimento da esfera é dado por

a) $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

b) $2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$

c) $\pi\sqrt{\frac{L}{g}+\frac{L}{2g}}$

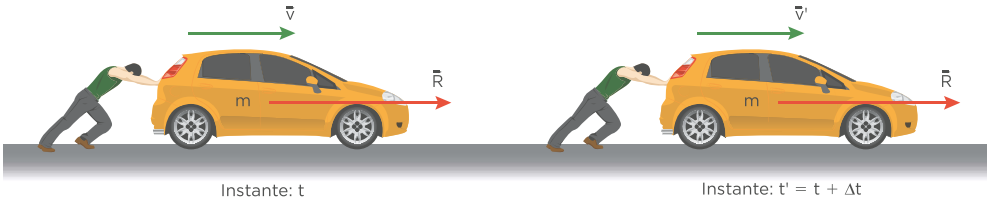
d) $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}+\frac{L}{2g}}$

e) $\pi\left(\sqrt{\frac{L}{g}}+\sqrt{\frac{L}{2g}}\right)$

O período do pêndulo descrito pelo enunciado é dado pela soma do intervalo de tempo de meia oscilação de um pêndulo com comprimento L com o intervalo de tempo de meia oscilação de um outro pêndulo com comprimento $\frac{L}{2}$:

$$T = \frac{2\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}} + \frac{2\pi}{2}\sqrt{\frac{\frac{L}{2}}{g}} \therefore T = \pi\left(\sqrt{\frac{L}{g}}+\sqrt{\frac{L}{2g}}\right)$$

## 3. Teorema do impulso – forma algébrica




$$R \cdot \Delta t = m \cdot v' - m \cdot v \therefore$$

$$I_R = \Delta Q$$

onde $I_R$ pode ser obtido pelo produto $R \cdot \Delta t$, quando $\vec{R}$ é constante, ou pela área do gráfico R × t, quanto $\vec{R}$ é variável.

Note que $\left[N \cdot s\right] = \left[kg \cdot \frac{m}{s}\right]$.

### EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

– – (Udesc) Um jogador de futebol, ao cobrar uma falta, chuta a bola de forma que ela deixa seu pé com uma velocidade de 25 m/s. Sabendo que a massa da bola é igual a 400 g e que o tempo de contato entre o pé do jogador e a bola, durante o chute, foi de 0,01 s, a força média exercida pelo pé sobre a bola é igual a:

a) 100 N b) 6 250 N c) 2 500 N ▶d) 1 000 N e) 10 000 N

Considerando que a resultante seja aproximadamente igual à força que o jogador aplica na bola, temos, de acordo com o teorema do impulso:
$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$
$F \cdot 0{,}01 = 0{,}4 \cdot (25 - 0)$
$\therefore F = 1\,000$ N

– – (Udesc) O *airbag* e o cinto de segurança são itens de segurança presentes em todos os carros novos fabricados no Brasil. Utilizando os conceitos da Primeira Lei de Newton, de impulso de uma força e variação da quantidade de movimento, analise as proposições.

I. O *airbag* aumenta o impulso da força média atuante sobre o ocupante do carro na colisão com o painel, aumentando a quantidade de movimento do ocupante.

II. O *airbag* aumenta o tempo da colisão do ocupante do carro com o painel, diminuindo assim a força média atuante sobre ele mesmo na colisão.

III. O cinto de segurança impede que o ocupante do carro, em uma colisão, continue se deslocando com um movimento retilíneo uniforme.

IV. O cinto de segurança desacelera o ocupante do carro em uma colisão, aumentando a quantidade de movimento do ocupante.

Assinale a alternativa **correta**.

a) Somente as afirmativas I e IV são verdadeiras.
▶b) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
d) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
e) Todas as afirmativas são verdadeiras.

I. Incorreta. Sabe-se que, para uma dada colisão, a massa e a variação de velocidade do ocupante do carro são constantes, ou seja, a variação da quantidade de movimento do ocupante é constante. Logo, como o *airbag* aumenta o intervalo de tempo de interação entre o ocupante e o carro, a força média que o carro aplica sobre o ocupante do carro (resultante das forças no ocupante) é reduzida.

II. Correta. Já justificado em (I).

III. Correta. De acordo com o princípio da inércia, quando o carro freia, o ocupante tende a continuar em MRU em relação à Terra. O cinto de segurança impede esse movimento.

IV. Incorreta. Já justificado em (III).

(Fuvest-SP) Compare as colisões de uma bola de vôlei e de uma bola de golfe com o tórax de uma pessoa, parada e em pé. A bola de vôlei, com massa de 270 g, tem velocidade de 30 m/s quando atinge a pessoa, e a de golfe, com 45 g, tem velocidade de 60 m/s ao atingir a mesma pessoa, nas mesmas condições. Considere ambas as colisões totalmente inelásticas. É correto apenas o que se afirma em:

Note e adote:
- a massa da pessoa é muito maior que a massa das bolas;
- as colisões são frontais;
- o tempo de interação da bola de vôlei com o tórax da pessoa é o dobro do tempo de interação da bola de golfe;
- a área média de contato da bola de vôlei com o tórax é 10 vezes maior que a área média de contato da bola de golfe.

a) Antes das colisões, a quantidade de movimento da bola de golfe é maior que a da bola de vôlei.

b) Antes das colisões, a energia cinética da bola de golfe é maior que a da bola de vôlei.

c) Após as colisões, a velocidade da bola de golfe é maior que a da bola de vôlei.

d) Durante as colisões, a força média exercida pela bola de golfe sobre o tórax da pessoa é maior que a exercida pela bola de vôlei.

▶ e) Durante as colisões, a pressão média exercida pela bola de golfe sobre o tórax da pessoa é maior que a exercida pela bola de vôlei.

a) Incorreta.

$Q_v = m_v \cdot v_v \Rightarrow Q_v = 270 \cdot 30 \therefore Q_v = 8\,100\ g \cdot m/s$

$Q_g = m_g \cdot v_g \Rightarrow Q_g = 45 \cdot 60 \therefore Q_v = 2\,700\ g \cdot m/s$

Logo, $Q_v > Q_g$.

b) Incorreta.

$$E_{c,v} = \frac{m_v \cdot v_v^2}{2} \Rightarrow E_{c,v} = \frac{0{,}270 \cdot 30^2}{2}$$

$$\therefore E_{c,v} = 121{,}5\ J$$

$$E_{c,g} = \frac{m_g \cdot v_g^2}{2} \Rightarrow E_{c,g} = \frac{0{,}045 \cdot 60^2}{2}$$

$$\therefore E_{c,g} = 81\ J$$

Logo, $E_{c,v} > E_{c,g}$.

c) Incorreta.

Colisão perfeitamente inelástica $\Rightarrow v = 0$ após a colisão. Logo, $v'_v = v'_g = 0$.

d) Incorreta.

Desprezando-se o peso das bolas e a resistência do ar, podemos considerar que a resultante (média) das forças aplicadas na bola, durante a colisão, é a força (média) de impacto. Aplicando o teorema do impulso:

$$|I_R| = |\Delta Q| \Rightarrow F \cdot \Delta t = |m \cdot \cancel{y} - m \cdot v|$$

$$\therefore F \cdot \Delta t = m \cdot |v|$$

Portanto:

$$F_v \cdot \Delta t_v = m_v \cdot |v_v| \Rightarrow F_v \cdot \Delta t_v = 0{,}270 \cdot 30$$

$$F_g \cdot \Delta t_g = m_g \cdot |v_g| \Rightarrow F_g \cdot \Delta t_g = 0{,}045 \cdot 60$$

Logo:

$$\frac{F_v \cdot \Delta t_v}{F_g \cdot \Delta t_g} = \frac{0{,}270 \cdot 30}{0{,}045 \cdot 60} \therefore \frac{F_v \cdot \Delta t_v}{F_g \cdot \Delta t_g} = 8$$

Sendo $\Delta t_v = 2\Delta t_g$:

$$\frac{F_v \cdot \Delta t_v}{F_g \cdot \Delta t_g} = 8 \Rightarrow \frac{F_v \cdot 2\Delta t_g}{F_g \cdot \Delta t_g} = 8 \therefore \frac{F_v}{F_g} = 4$$

Logo, $F_v > F_g$.

e) Correta.

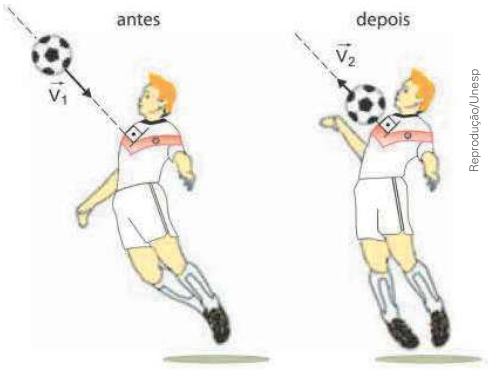
$$\frac{p_{m,v}}{p_{m,g}} = \frac{\frac{F_{m,v}}{A_v}}{\frac{F_{m,g}}{A_g}} \Rightarrow \frac{p_{m,v}}{p_{m,g}} = \frac{F_{m,v}}{A_v} \cdot \frac{A_g}{F_{m,g}}$$

Sendo $F_{m,v} = 4F_{m,g}$ e $A_v = 10A_g$:

$$\frac{p_{m,v}}{p_{m,g}} = \frac{4F_{m,g}}{10A_g} \cdot \frac{A_g}{F_g} \therefore \frac{p_{m,v}}{p_{m,g}} = 0{,}4$$

Logo, $p_{m,v} < p_{m,g}$.

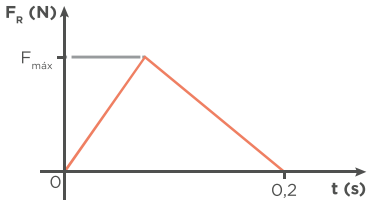
(Unesp-SP) O gol da conquista do tetracampeonato pela Alemanha na Copa do Mundo de 2014 foi feito pelo jogador Götze. Nessa jogada, ele recebeu um cruzamento, matou a bola no peito, amortecendo-a, e chutou de esquerda para fazer o gol. Considere que, imediatamente antes de tocar o jogador, a bola tinha velocidade de módulo $v_1 = 8$ m/s em uma direção perpendicular ao seu peito e que, imediatamente depois de tocar o jogador, sua velocidade manteve-se perpendicular ao peito do jogador, porém com módulo $v_2 = 0{,}6$ m/s e em sentido contrário.



Reprodução/Unesp

(www.colorir-e-pintar.com. Adaptado.)

Admita que, nessa jogada, a bola ficou em contato com o peito do jogador por 0,2 s e que, nesse intervalo de tempo, a intensidade da força resultante ($F_R$), que atuou sobre ela, variou em função do tempo, conforme o gráfico.




Considerando a massa da bola igual a 0,4 kg, é correto afirmar que, nessa jogada, o módulo da força resultante máxima que atuou sobre a bola, indicada no gráfico por $F_{máx}$, é igual, em newtons, a

a) 68,8. ▶b) 34,4. c) 59,2. d) 26,4. e) 88,8.

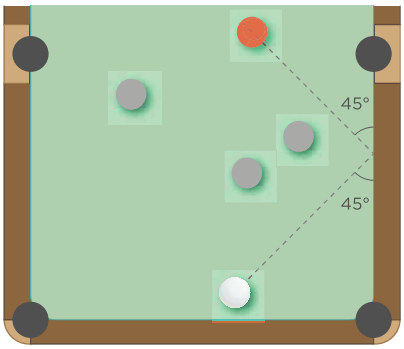
Orientando a trajetória no sentido de $\vec{v}_1$, temos $v_1 = 8$ m/s e $v_2 = -0{,}6$ m/s. Aplicando o teorema do impulso:

$$|I_{F_R}| = |\Delta Q| \Rightarrow |I_{F_R}| = |m \cdot v' - m \cdot v|$$

Como o impulso da resultante pode ser obtido pela área do gráfico F × t:

$$|I_R| = |m' \cdot v' - m \cdot v| \Rightarrow \frac{0{,}2 \cdot F_{máx}}{2} = |0{,}4 \cdot (-0{,}6) - 0{,}4 \cdot 8| \therefore F_{máx} = 34{,}4 \text{ N}$$

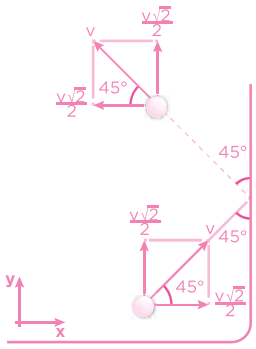
(Famerp-SP) Durante uma partida de sinuca, um jogador, impossibilitado de atingir diretamente a bola vermelha com a bola branca, decide utilizar a tabela da mesa. Ele dá uma tacada na bola branca, que, seguindo a trajetória tracejada indicada na figura, com velocidade escalar constante de módulo **v**, acerta a bola vermelha.




Sendo **m** a massa da bola branca, o módulo da variação da quantidade de movimento sofrida por essa bola na colisão contra a tabela da mesa foi igual a

a) $mv\sqrt{2}$
b) zero
c) mv
d) 2mv
e) $mv\sqrt{3}$

A colisão da bola contra a tabela é perfeitamente elástica. Decomponde-se as velocidades em **x** e **y**:



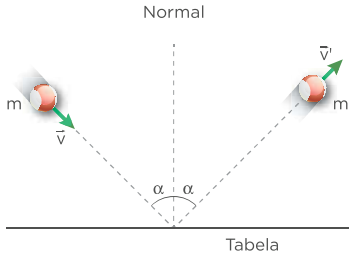

De acordo com esse esquema:
$\Delta Q_x = 0$

$$\Delta Q_y = Q'_y - Q_y \Rightarrow \Delta Q_y = m\left(+\frac{v\sqrt{2}}{2}\right) - m\left(-\frac{v\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\therefore \Delta Q_y = m \cdot v\sqrt{2}$$

Logo, a variação da quantidade de movimento da bola é $\Delta Q = m \cdot v\sqrt{2}$.

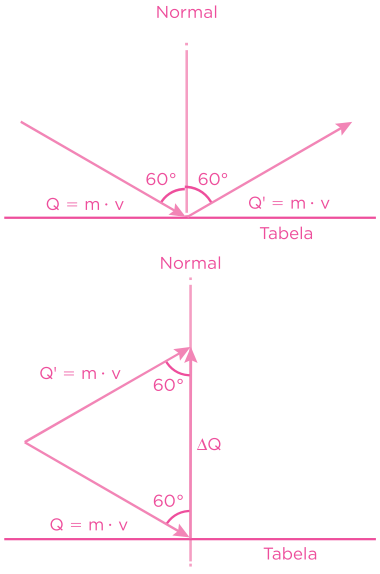
(PUC-PR) A figura a seguir ilustra uma visão superior de uma mesa de sinuca, onde uma bola de massa 400 g atinge a tabela com um ângulo de 60° com a normal e ricocheteia formando o mesmo ângulo com a normal. A velocidade da bola, de 9 m/s, altera apenas a direção do movimento durante o choque, que tem uma duração de 10 ms.




A partir da situação descrita acima, a bola exerce uma força média na tabela da mesa de:

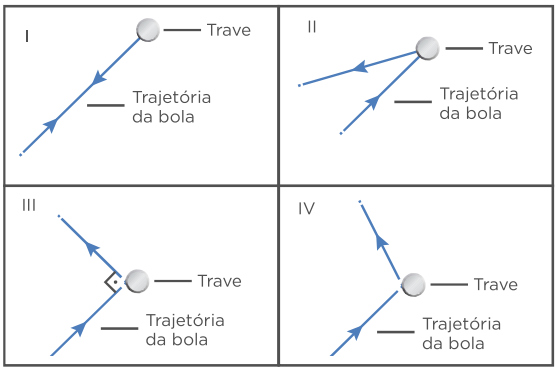
a) 360 N.
b) 5 400 N.
c) 3 600 N.
d) 4 000 N.
e) 600 N.

A colisão da bola contra a tabela da mesa é perfeitamente elástica. O esquema seguinte mostra os vetores quantidade de movimento da bola antes e depois da sua colisão com a tabela da mesa. Com base nesse esquema, é possível obter a variação da quantidade de movimento da bola da seguinte maneira:




Como o triângulo destacado é equilátero:
$\Delta Q = Q = Q' = m \cdot v$
Sendo m = 0,4 kg e v = 9 m/s:
$\Delta Q = m \cdot v \Rightarrow \Delta Q = 0{,}4 \cdot 9 \therefore \Delta Q = 3{,}6$ kg · m/s
Como o intervalo de tempo de colisão é $\Delta t = 10 \cdot 10^{-3}$ s, tem-se, de acordo com o teorema do impulso:
$I_R = \Delta Q \Rightarrow F_m \cdot \Delta t = \Delta Q \Rightarrow F_m \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 3{,}6 \therefore F_m = 360$ N
Pela terceira lei de Newton, temos que a intensidade da força que a bola exerce sobre a mesa é igual à intensidade da força que a mesa exerce sobre a bola, ou seja, 360 N.

(Unesp-SP) Num jogo de futebol, a bola bate na trave superior do gol. Suponha que isso ocorra numa das quatro situações representadas esquematicamente a seguir, I, II, III e IV. A trajetória da bola está contida no plano das figuras, que é o plano vertical perpendicular à trave superior do gol.




Sabendo que o módulo da velocidade com que a bola atinge e é rebatida pela trave é o mesmo em todas situações, pode-se se afirmar que o impulso exercido pela trave sobre a bola é

a) maior em I.

b) maior em II.

c) maior em III.

d) maior em IV.

e) igual nas quatro situações.

De acordo com o teorema do impulso, quanto maior for a variação da quantidade de movimento, maior será o impulso da resultante. Considerando que o peso da bola seja desprezível em relação à força de impacto, concluiremos que o impulso será máximo quando o ângulo entre os vetores quantidade de movimento inicial e final for 180°, como ilustrado a seguir.

Sendo $v' = v$:

$$|\vec{I}_R| = |m \cdot \vec{v}' - m \cdot \vec{v}| \Rightarrow |\vec{I}_R| = 2m \cdot v$$

## ORIENTAÇÃO DE ESTUDO

### Tarefa Mínima

- Leia a seção *Nesta aula*.
- Faça as questões 16 a 19 do capítulo 1 de *Dinâmica impulsiva* do *Caderno de Estudos*.

### Tarefa Complementar

- Leia o item 2.2 do capítulo 1 de *Dinâmica impulsiva* do *Caderno de Estudos*.
- Faça as questões 20 a 23 do capítulo 1 de *Dinâmica impulsiva* do *Caderno de Estudos*.

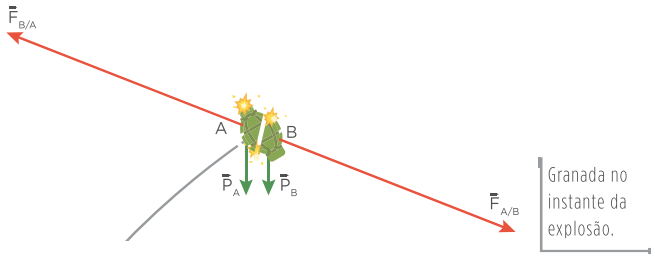
### Tarefa Desafio

- Faça as questões 24 e 25 do capítulo 1 de *Dinâmica impulsiva* do *Caderno de Estudos*.

## RETOMAR E PROSSEGUIR

Na próxima aula, vamos estudar os sistemas mecanicamente isolados. Para melhorar o aprendizado, é importante retomar alguns conceitos relacionados à velocidade relativa entre dois corpos. Acesse nosso vídeo para relembrar o assunto.

- **Quando, em interações muito rápidas, as forças externas são desprezíveis em relação às forças internas.**




## 2. Princípio da conservação da quantidade de movimento

Em um sistema mecanicamente isolado, $I_{R_{sist}} = 0$. Logo:

$$\vec{Q}'_{sist} = \vec{Q}_{sist}$$

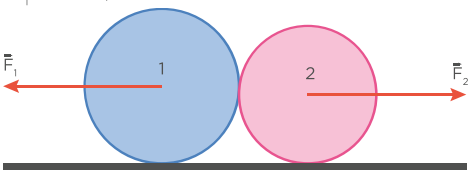
Se o sistema for constituído por **n** corpos:

$$\vec{Q}'_A + \vec{Q}'_B + ... + \vec{Q}'_n = \vec{Q}_A + \vec{Q}_B + ... + \vec{Q}_n$$

## EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

**Indique a soma das alternativas corretas**

(UFSC) Um corpo de massa $m_1$ e velocidade de módulo $v_1$ (corpo 1) choca-se com outro de massa $m_2$ e velocidade de módulo $v_2$ (corpo 2). Durante o choque, o corpo 1 exerce uma força $\vec{F}_2$ no corpo 2 e o corpo 2 exerce uma força $\vec{F}_1$ no corpo 1.




(01) No sistema internacional, a unidade da quantidade de movimento dos corpos é kg · m/s.

(02) A variação da quantidade de movimento de cada um dos dois corpos é uma grandeza vetorial que tem sempre a direção e o sentido da sua velocidade.

(04) O impulso produzido pela força $\vec{F}_1$ tem a mesma direção e sentido de $\vec{F}_1$.

(08) Se a resultante das forças externas que atuam sobre o sistema constituído pelos dois corpos for nula, a quantidade de movimento deste sistema também será nula.

(16) Se a resultante das forças externas que atuam sobre o sistema constituído pelos dois corpos for nula, o impulso que age em cada um dos corpos deste sistema também será nulo.

(01) Correta.
A quantidade de movimento de um corpo é definida como o produto entre a sua massa e a sua velocidade. Logo, sua unidade é kg · m/s.

(02) Incorreta.
A variação da quantidade de movimento em um corpo tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido da força aplicada nesse corpo. Como os corpos trocam forças internas (pares ação-reação), as suas variações de quantidade de movimento têm sentidos opostos.

(04) Correta.
O impulso em um corpo tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido da força aplicada nesse corpo. Como os corpos trocam forças internas (pares ação-reação), seus impulsos têm sentidos opostos.

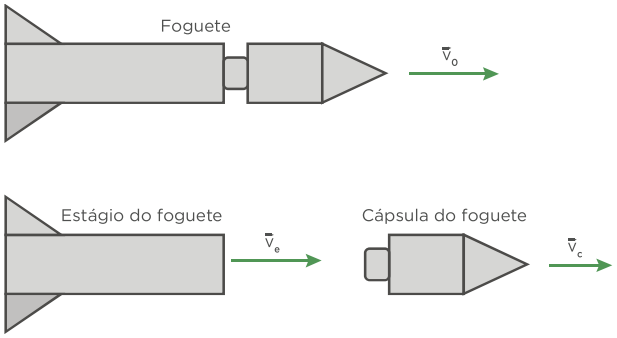
(08) Incorreta.
Se a resultante das forças externas sobre o sistema é nula, de acordo com o teorema do impulso, a variação da quantidade de movimento desse sistema também é nula.

(16) Incorreta.
O impulso em cada corpo é o produto da força recebida no choque pelo tempo do choque.

Resposta: 01 + 04 = 05

(PUC-PR) Um foguete, de massa M, encontra-se no espaço e na ausência de gravidade com uma velocidade ($\vec{v}_0$) de 3 000 km/h em relação a um observador na Terra, conforme ilustra a figura a seguir. Num dado momento da viagem, o estágio, cuja massa representa 75% da massa do foguete, é desacoplado da cápsula. Devido a essa separação, a cápsula do foguete passa a viajar 800 km/h mais rápido que o estágio.

Qual a velocidade da cápsula do foguete, em relação a um observador na Terra, após a separação do estágio?




OBS.: as velocidades informadas são em relação a um observador na Terra.

a) 3 000 km/h.
b) 3 200 km/h.
c) 3 400 km/h.
d) 3 600 km/h.
e) 3 800 km/h.

O sistema é mecanicamente isolado. Logo:

$\vec{Q}_{sist} = \vec{Q}'_{sist}$

$\vec{Q}_{foguete} = \vec{Q}_{estágio} + \vec{Q}_{cápsula}$

$M \cdot \vec{v}_{foguete} = m_{estágio} \cdot \vec{v}_{estágio} + m_{cápsula} \cdot \vec{v}_{cápsula}$

Orientando a trajetória para a direita:

$3000 \cdot M = (0{,}75 \cdot M) \cdot (v - 800) + (0{,}25 \cdot M) \cdot v$

$3000 = 0{,}75 \cdot v - 600 + 0{,}25 \cdot v$

$\therefore v = 3600$ km/h

(PUC-RS) Um jovem de massa 60 kg patina sobre uma superfície horizontal de gelo segurando uma pedra de 2,0 kg. Desloca-se em linha reta, mantendo uma velocidade com módulo de 3,0 m/s. Em certo momento, atira a pedra para frente, na mesma direção e sentido do seu deslocamento, com módulo de velocidade de 9,0 m/s em relação ao solo.

Desprezando-se a influência da resistência do ar sobre o sistema patinador-pedra, é correto concluir que a velocidade do patinador em relação ao solo, logo após o lançamento, é de:

a) 3,0 m/s, para trás.
b) 3,0 m/s, para frente.
c) 0,30 m/s, para trás.
d) 0,30 m/s, para frente.
e) 2,8 m/s, para frente.

A quantidade de movimento do sistema antes do arremesso é igual a:

$Q = m \cdot v = 62 \cdot 3 \therefore Q = 186$ kg · m/s

Considerando o sistema jovem-pedra mecanicamente isolado:

$Q' = Q$

$Q_{jovem} + Q_{pedra} = 186$

$60 \cdot v + 2 \cdot 9 = 186 \therefore v = 2{,}8$ m/s

(Fuvest-SP) Uma caminhonete, de massa 2 000 kg, bateu na traseira de um sedã, de massa 1 000 kg, que estava parado no semáforo, em uma rua horizontal. Após o impacto, os dois veículos deslizaram como um único bloco. Para a perícia, o motorista da caminhonete alegou que estava a menos de 20 km/h quando o acidente ocorreu. A perícia constatou, analisando as marcas de frenagem, que a caminhonete arrastou o sedã, em linha reta, por uma distância de 10 m. Com este dado e estimando que o coeficiente de atrito cinético entre os pneus dos veículos e o asfalto, no local do acidente, era 0,5, a perícia concluiu que a velocidade real da caminhonete, em km/h, no momento da colisão era, aproximadamente,

a) 10.
b) 15.
c) 36.
d) 48.
e) 54.

Note e adote:
- Aceleração da gravidade: 10 m/s$^2$.
- Desconsidere a massa dos motoristas e a resistência do ar.

Depois da colisão, a força de atrito, admitida constante, é a resultante das forças aplicadas sobre o conjunto (caminhonete + sedã). Logo, aplicando-se o teorema da energia cinética entre o instante imediatamente posterior à colisão e o instante em que o conjunto para:

$$\tau_R = \Delta E_c \Rightarrow \tau_A = E_c^f - E_c^i \Rightarrow \tau_A = 0 - E_c^i \Rightarrow A \cdot d \cdot \cos 180° = -\frac{M \cdot v_i^2}{2} \Rightarrow -\mu \cdot M \cdot g \cdot d = \frac{-M \cdot v_i^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_i = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10 \cdot 10} \therefore v_i = 10 \text{ m/s}$$

Considerando o sistema mecanicamente isolado durante a colisão:

$$Q_{sist} = Q'_{sist}$$

$$m_C \cdot v_C = (m_C + m_S) \cdot v_i$$

$$2\,000 \cdot v_C = 3\,000 \cdot 10$$

$$\therefore v_C = 15 \text{ m/s} = 54 \text{ km/h}.$$

## ORIENTAÇÃO DE ESTUDO

### Tarefa Mínima

- Leia a seção *Nesta aula*.
- Faça as questões 1 a 4 do capítulo 2 de *Dinâmica impulsiva* do *Caderno de Estudos*.

### Tarefa Complementar

- Leia os itens 1 e 2 do capítulo 2 de *Dinâmica impulsiva* do *Caderno de Estudos*.
- Faça as questões 5 a 8 do capítulo 2 de *Dinâmica impulsiva* do *Caderno de Estudos*.

### Tarefa Desafio

- Faça as questões 9 e 10 do capítulo 2 de *Dinâmica impulsiva* do *Caderno de Estudos*.