4. Princípio da conservação da energia mecânica

Em um sistema conservativo, $\tau_{F_{\text{não conservativas}}} = 0$. Logo:

$$E'_{M_{Sist}} = E_{M_{Sist}}$$

Se o sistema for constituído por **n** corpos:

$$E'_{M_A} + E'_{M_B} + \ldots + E'_{M_n} = E_{M_A} + E_{M_B} + \ldots + E_{M_n}$$

Unidade de energia no SI: $[E] = J$.

EM CLASSE **DESENVOLVENDO HABILIDADES**

(Unesp-SP) Um madeireiro tem a infeliz ideia de praticar tiro ao alvo disparando seu revólver contra um tronco de árvore caído no solo. Os projéteis alojam-se no tronco, que logo fica novamente imóvel sobre o solo. Nessa situação, considerando um dos disparos, pode-se afirmar que a quantidade de movimento do sistema projétil-tronco

a) não se conserva, porque a energia cinética do projétil se transforma em calor.

b) se conserva e a velocidade final do tronco é nula, pois a sua massa é muito maior do que a massa do projétil.

c) não se conserva, porque a energia não se conserva, já que o choque é inelástico.

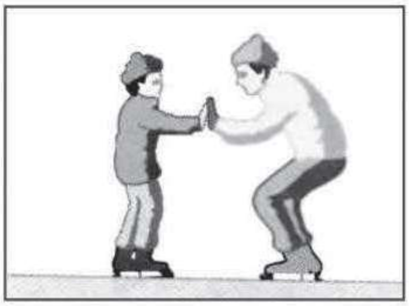
d) se conserva, pois a massa total do sistema projétil-tronco não foi alterada.

e) não se conserva, porque o sistema projétil-tronco não é isolado.

Logo após receber o tiro, o tronco apoiado sobre o solo fica submetido à força de atrito, que dificulta o seu escorregamento sobre o solo. Como essa força é a resultante das forças externas sobre o sistema tronco-projétil, o sistema não é mecanicamente isolado.

Indique a soma das alternativas corretas

(UFSC) Dois patinadores, um homem e um menino, de massas respectivamente iguais a 60 kg e 30 kg, estão em pé, de frente um para o outro, em repouso, sobre uma superfície de gelo, lisa, plana e horizontal. Quando um empurra o outro, o homem adquire uma velocidade de 0,3 m/s em relação ao gelo.



Reprodução/UFSC

Considerando desprezível o atrito entre os patins dos patinadores e o gelo, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) A distância entre os patinadores 2,0 s após eles se separarem é de 1,8 m.

(02) A energia mecânica do sistema homem-menino se conserva.

(04) As forças que o homem e o menino fazem um sobre o outro são conservativas.

(08) A força externa resultante sobre o sistema homem-menino é nula.

(16) Como a massa do homem é maior do que a do menino, a quantidade de movimento do sistema tem o mesmo sentido que a quantidade de movimento do homem.

(32) As forças internas que atuam no sistema homem-menino não alteram a quantidade de movimento total do sistema.

(01) Correta. Trata-se de um sistema mecanicamente isolado (a resultante das forças externas é nula). Orientando a trajetória para a direita:

$$(Q_H + Q_M) = (Q_H + Q_M)' \Rightarrow 0 = m_H \cdot v_H + m_M \cdot v_M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = 60 \cdot 0,3 + 30 \cdot v_M \therefore v_M = -0,6 \text{ m/s}$$

Logo, a velocidade relativa de afastamento entre eles é:

$$v_{rel} = 0,3 - (-0,6) = 0,9 \text{ m/s}$$

Portanto, 2 s após o empurrão, a distância entre eles é:

$$D = v_{rel} \cdot \Delta t = 0,9 \cdot 2 \therefore D = 1,8 \text{ m}$$

(02) Incorreta. O sistema não é conservativo, pois o homem e o menino transformam a energia química de seus organismos em energia cinética dos seus corpos, dissipando calor.

(04) Incorreta. A força que os patinadores aplicam um no outro não é uma força conservativa (seu trabalho não está associado à variação de energia potencial).

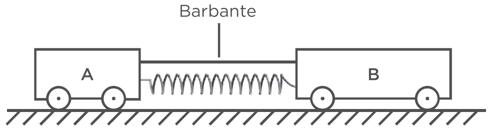
(08) Correta. Sabe-se que o plano é horizontal e liso. Logo, os atritos são desprezíveis e as normais, aplicadas em cada patinador, equilibram seus respectivos pesos.

(16) Incorreta. Já justificado em (01).

(32) Correta. Está de acordo com o teorema do impulso.

Resposta: 01 + 08 + 32 = 41

(Fuvest-SP) Um corpo A com massa M e um corpo B com massa 3M estão em repouso sobre um plano horizontal sem atrito como mostra a figura a seguir. Entre eles existe uma mola, de massa desprezível, que está comprimida por meio de um barbante tensionado que mantém ligados os dois corpos. Num dado instante, o barbante é cortado e a mola distende-se, empurrando as duas massas, que dela se separam e passam a se mover livremente. Designando-se por T a energia cinética, pode-se afirmar que:



a) $9T_A = T_B$

b) $3T_A = T_B$

c) $T_A = T_B$

d) $T_A = 3T_B$

e) $T_A = 9T_B$

O sistema é mecanicamente isolado.

$$m_A \cdot v'_A + m_B \cdot v'_B = m_A \cdot v_A + m_B \cdot v_B$$

Como ambos os corpos estão em repouso antes de o barbante ser cortado:

$$M \cdot v'_A + 3M \cdot v'_B = 0 \Rightarrow v'_A + 3 \cdot v'_B = 0 \Rightarrow v'_A = -3 \cdot v'_B$$

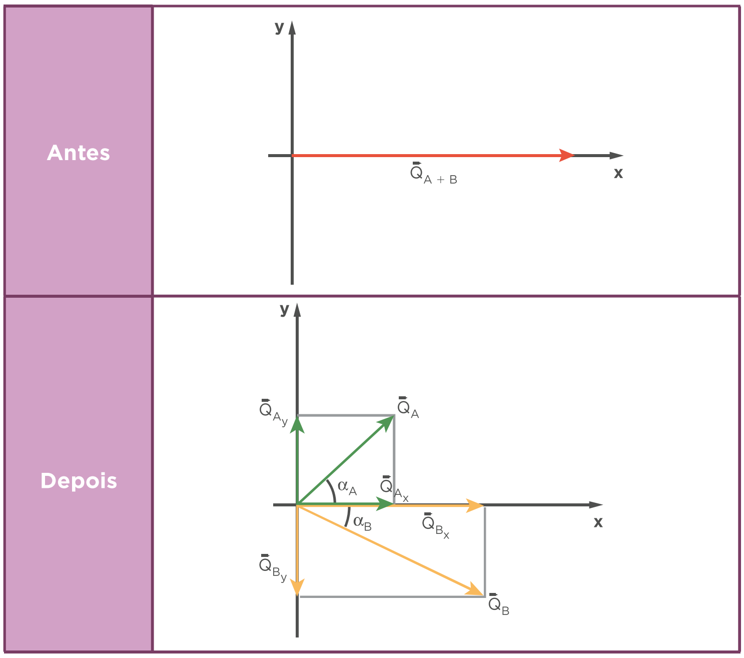
Utilizando a definição de energia cinética:

$$T_A = \frac{m_A \cdot (v'_A)^2}{2} \Rightarrow T_A = \frac{M \cdot (-3v'_B)^2}{2} \Rightarrow T_A = 4,5 \cdot M \cdot (v'_B)^2$$

$$T_B = \frac{m_B \cdot (v'_B)^2}{2} \Rightarrow T_A = \frac{3M \cdot (v'_B)^2}{2} \Rightarrow T_A = 1,5 \cdot M \cdot (v'_B)^2$$

Logo, $T_A = 3T_B$

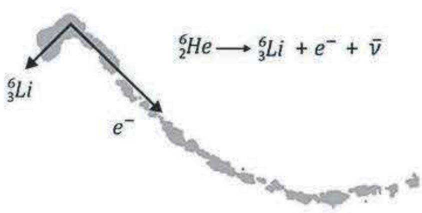
- Decompondo os vetores quantidade de movimento nas direções **x** e **y**.



Para esse exemplo:
Em **x**: $Q_{A+B} = Q_{A_x} + Q_{B_x}$
Em **y**: $0 = Q_{A_y} - Q_{B_y}$

EM CLASSE **DESENVOLVENDO HABILIDADES**

(Fuvest-SP) A figura foi obtida em uma câmara de nuvens, equipamento que registra trajetórias deixadas por partículas eletricamente carregadas. Na figura, são mostradas as trajetórias dos produtos do decaimento de um isótopo do hélio ($^{6}_{2}He$) em repouso: um elétron (e^-) e um isótopo de lítio ($^{6}_{3}Li$), bem como suas respectivas quantidades de movimento linear, no instante do decaimento, representadas, em escala, pelas setas. Uma terceira partícula, denominada antineutrino ($\bar{\nu}$ carga zero), é também produzida nesse processo.



O vetor que melhor representa a direção e o sentido da quantidade de movimento do antineutrino é

a) 

b) →

c) ←

d) 

e) 

A situação analisada é o decaimento radioativo de um isótopo de hélio. Por hipótese, esse sistema é isolado.

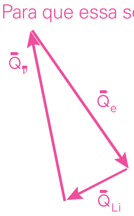
$\vec{Q}_{Sist} = \vec{Q}_{Sist}$

$\vec{Q}_{He} = \vec{Q}_e + \vec{Q}_{\bar{\nu}} + \vec{Q}_{Li}$

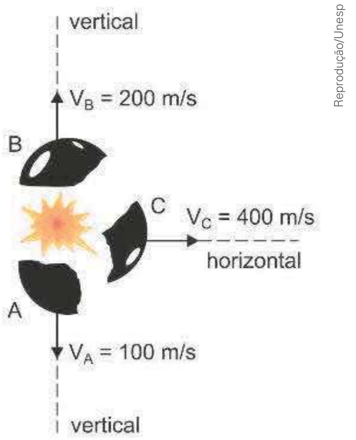
De acordo com o enunciado, o átomo de hélio estava inicialmente em repouso. Logo:

$\vec{Q}_e + \vec{Q}_{\bar{\nu}} + \vec{Q}_{Li} = \vec{0}$

Para que essa soma vetorial seja nula, a quantidade de movimento do antineutrino deve ser:



(Unesp-SP) Enquanto movia-se por uma trajetória parabólica depois de ter sido lançada obliquamente e livre de resistência do ar, uma bomba de 400 g explodiu em três partes, A, B e C, de massas $m_A = 200$ g e $m_B = m_C = 100$ g. A figura representa as três partes da bomba e suas respectivas velocidades em relação ao solo, imediatamente depois da explosão.



Analisando a figura, é correto afirmar que a bomba, imediatamente antes de explodir, tinha velocidade de módulo igual a

a) 100 m/s e explodiu antes de atingir a altura máxima de sua trajetória.

▶ b) 100 m/s e explodiu exatamente na altura máxima de sua trajetória.

c) 200 m/s e explodiu depois de atingir a altura máxima de sua trajetória.

d) 400 m/s e explodiu exatamente na altura máxima de sua trajetória.

e) 400 m/s e explodiu depois de atingir a altura máxima de sua trajetória.

Aplicando o princípio da conservação da quantidade de movimento nas duas direções:

Na vertical (**y**):

$Q_y = Q'_y \Rightarrow Q_y = m_B \cdot v_B - m_A \cdot v_A \Rightarrow$

$\Rightarrow Q_y = 100 \cdot 200 - 200 \cdot 100$

$\therefore Q_y = 0 \rightarrow$ a bomba explodiu no ponto mais alto de sua trajetória.

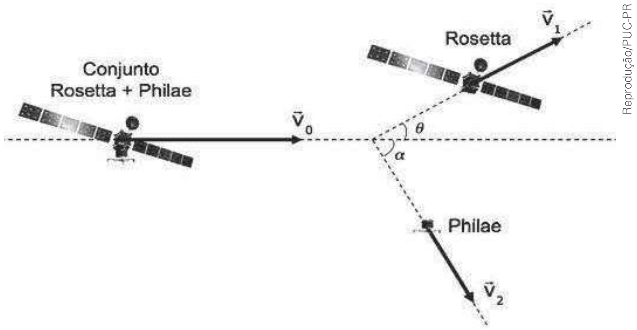
Na horizontal (**x**):

$Q_x = Q'_x \Rightarrow M \cdot v_0 = m_C \cdot v_C \Rightarrow$

$\Rightarrow 400 \cdot v_0 = 100 \cdot 400$

$\therefore v_0 = 100$ m/s

(PUC-PR) A sonda espacial Rosetta realizou um feito sem precedentes na história da exploração espacial. Em 2014, quando viajava com velocidade inicial v_0 de 64 800 km/h (18 000 m/s), lançou o robô Philae, de 100 kg, na direção da superfície de um cometa. A figura a seguir ilustra a situação.



Com efeito do lançamento do robô, as trajetórias foram alteradas de tal forma que sen $\alpha = 0{,}8$ e sen $\theta = 0{,}6$. Sendo a massa da sonda Rosetta de 3 000 kg, o módulo da razão entre a velocidade com que o robô foi lançado em direção ao cometa (v_2) e a velocidade final da sonda Rosetta (v_1) é:

▶ a) 22,5.

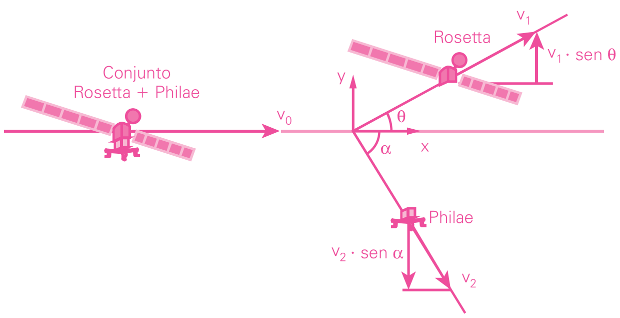
b) 30,0.

c) 37,5.

d) 45,0.

e) 52,5

Considerando a conservação da quantidade de movimento no eixo vertical **y** e as componentes das velocidades nesse eixo, temos:



$Q = Q'$

Como a velocidade inicial na vertical é igual a zero:

$0 = M \cdot v_1 \cdot \text{sen}\,\theta - m \cdot v_2 \cdot \text{sen}\,\alpha$

Sendo M a massa de Rosetta e **m** a massa de Philae.

Substituindo os valores dos senos e das massas:

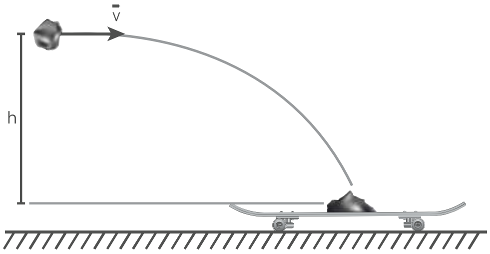
$0 = 3000 \cdot v_1 \cdot 0{,}6 - 100 \cdot v_2 \cdot 0{,}8$

E fazendo a razão solicitada:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{3000 \cdot 0{,}6}{100 \cdot 0{,}8} \therefore \frac{v_2}{v_1} = 22{,}5$$

EM CLASSE DESENVOLVENDO HABILIDADES

— — (Fuvest-SP) Uma quantidade de barro de massa 2,0 kg é atirada de uma altura h = 0,45 m, com uma velocidade horizontal v = 4 m/s, em direção a um carrinho parado, de massa igual a 6,0 kg, como mostra a figura adiante. Se todo o barro ficar grudado no carrinho no instante em que o atingir, o carrinho iniciará um movimento com velocidade, em m/s, igual a



a) $\frac{3}{4}$. ▶ b) 1. c) $\frac{5}{4}$. d) 2. e) 3.

O sistema é isolado apenas na direção horizontal. Logo:

$Q'_x = Q \Rightarrow (m_{barro} + m_{carrinho}) \cdot v_{conj} = m_{barro} \cdot v_{barro_x} \Rightarrow (2 + 6) \cdot v_{conj} = 2 \cdot 4$

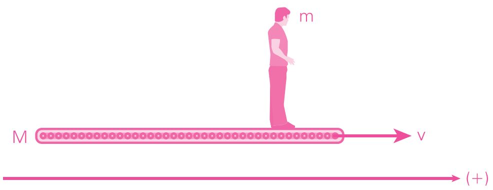
$\therefore v_{conj} = 1$ m/s

— — (Fuvest-SP) Um trabalhador de massa **m** está em pé, em repouso, sobre uma plataforma de massa M. O conjunto se move, sem atrito, sobre trilhos horizontais e retilíneos, com velocidade de módulo constante **v**. Num certo instante, o trabalhador começa a caminhar sobre a plataforma e permanece com velocidade de módulo **v**, em relação a ela, e com sentido oposto ao do movimento dela em relação aos trilhos. Nessa situação, o módulo da velocidade da plataforma em relação aos trilhos é

▶ a) $\frac{(2\,m + M)\,v}{(m + M)}$ c) $\frac{(2\,m + M)\,v}{m}$ e) $\frac{(m + M)\,v}{(M - m)}$

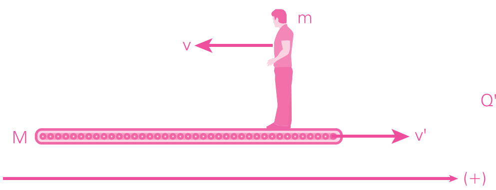
b) $\frac{(2\,m + M)\,v}{M}$ d) $\frac{(M - m)\,v}{M}$

Situação inicial: o trabalhador move-se com a plataforma, pois está em repouso em relação a ela. Assim, pode-se escrever, em relação aos trilhos:



$Q = (m + M) \cdot v$

Situação final: o trabalhador move-se com a velocidade do módulo **v** em relação à plataforma e em sentido oposto ao movimento dela. Nesse caso, a velocidade da plataforma passa a ser v'. Ainda no referencial do trilho:



$Q' = Mv' - m\underbrace{(v - v')}_{\text{Velocidade do trabalhador em relação aos trilhos}}$

Por tratar-se de um sistema isolado, tem-se, em relação aos trilhos:

$Q = Q'$

$(m + M) \cdot v = M \cdot v' - m \cdot (v - v')$

$(m + M) \cdot v = (M + m) \cdot v' - m \cdot v$

$(2m + M) \cdot v = (M + m) \cdot v'$

$v' = \frac{(2m + M) \cdot v}{M + m}$

(Unesp-SP) Um vagão cuja massa é 1 000 kg está carregado com 500 kg de areia e se desloca com velocidade constante de 6 m/s numa superfície horizontal. Num determinado momento, deixa-se cair verticalmente sobre ele, de uma altura de 1 m, três sacas de areia de 100 kg cada uma. A sua velocidade em m/s, imediatamente após receber a inesperada carga, é:

a) 5
b) $\sqrt{30}$
c) 6
d) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$
e) $\frac{5+\sqrt{5}}{3}$

O sistema é isolado apenas na direção horizontal. Logo:

$Q'_x = Q \Rightarrow (m_{vagão} + m'_{areia}) \cdot v'_{conj} = (m_{vagão} + m_{areia}) \cdot v_{conj} \Rightarrow$

$\Rightarrow (1000 + 800) \cdot v'_{conj} = (1000 + 500) \cdot 6$

$\therefore v'_{conj} = 5$ m/s

ORIENTAÇÃO DE ESTUDO

Tarefa Mínima

- Leia a seção *Nesta aula*.
- Faça as questões 46 a 49 do capítulo 2 de *Dinâmica impulsiva* no *Caderno de Estudos*.

Tarefa Complementar

- Leia o item 5 do capítulo 2 de *Dinâmica impulsiva* no *Caderno de Estudos*.
- Faça as questões 50 a 53 do capítulo 2 de *Dinâmica impulsiva* no *Caderno de Estudos*.

Tarefa Desafio

- Faça as questões 54 e 55 do capítulo 2 de *Dinâmica impulsiva* no *Caderno de Estudos*.

RETOMAR E PROSSEGUIR

Nas próximas aulas, vamos estudar colisões frontais e, para isso, é importante retomar os conceitos relacionados à conservação de energia mecânica. Acesse nosso vídeo para relembrar o assunto.

EXTRA!

(Fuvest-SP) Uma das hipóteses para explicar a extinção dos dinossauros, ocorrida há cerca de 60 milhões de anos, foi a colisão de um grande meteoro com a Terra. Estimativas indicam que o meteoro tinha massa igual a 10^{16} kg e velocidade de 30 km/s, imediatamente antes da colisão. Supondo que esse meteoro estivesse se aproximando da Terra, numa direção radial em relação à orbita desse planeta em torno do Sol, para uma colisão frontal, determine

a) a quantidade de movimento P_i do meteoro imediatamente antes da colisão;
b) a energia cinética E_C do meteoro imediatamente antes da colisão;
c) a componente radial da velocidade da Terra, v_r, pouco depois da colisão;
d) a energia E_d, em megatons, dissipada na colisão.

Note e adote:
- A órbita da Terra é circular;
- Massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg;
- 1 megaton = $4 \cdot 10^{15}$ J é a energia liberada pela explosão de um milhão de toneladas de trinitrotolueno.

3. Coeficiente de restituição (e)

O coeficiente de restituição de uma colisão é definido pela seguinte expressão:

$$e = \frac{v_{afastamento}}{v_{aproximação}}\text{, ou seja, } e = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B}$$

Note que o coeficiente de restituição é um número adimensional e não pode ser negativo.

4. Conservação da energia mecânica

Fundamentalmente, sob o ponto de vista da conservação da energia mecânica (cinética) do sistema, as colisões são classificadas da seguinte maneira:

- **Perfeitamente elásticas**

  São aquelas em que a energia cinética se conserva. A restituição é total, ou seja, $e = 1$.

  Caso especial: se $m_A = m_B$, então $v'_B = v_A$ e $v'_A = v_B$ (permuta de velocidades).

- **Parcialmente elásticas**

  São aquelas em que parte da energia cinética é dissipada durante a colisão. A restituição é parcial, ou seja, $0 < e < 1$.

- **Inelásticas (ou plásticas)**

  São aquelas em que toda a energia cinética consumida na deformação dos corpos é dissipada. Não há restituição, ou seja, $e = 0$ (os corpos permanecem unidos após a colisão).

EM CLASSE **DESENVOLVENDO HABILIDADES**

— (Unesp-SP) Um corpo A de massa m, movendo-se com velocidade constante, colide frontalmente com um corpo B, de massa M, inicialmente em repouso. Após a colisão, unidimensional e inelástica, o corpo A permanece em repouso e B adquire uma velocidade desconhecida. Pode-se afirmar que a razão entre a energia cinética final de B e a inicial de A é:

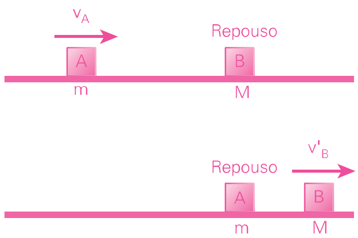
a) $\frac{M^2}{m^2}$

b) $\frac{2m}{M}$

c) $\frac{m}{2M}$

d) $\frac{M}{m}$

e) $\frac{m}{M}$



A colisão é um sistema isolado. Logo:

$$Q'_A + Q'_B = Q_A + \cancel{Q_B} \Rightarrow m_A \cdot \cancel{v'_A} + m_B \cdot v'_B = m_A \cdot v_A + m_B \cdot \cancel{v_B} \Rightarrow 0 + M \cdot v'_B = m \cdot v_A + 0$$

$$\Rightarrow \frac{v'_B}{v_A} = \frac{m}{M}$$

Desse modo, a relação entre as energias cinéticas final de A e inicial de B é:

$$\frac{E'_{C_B}}{E_{C_A}} = \frac{\frac{m_B \cdot v'^2_B}{2}}{\frac{m_A \cdot v_A^2}{2}} \Rightarrow \frac{E'_{C_B}}{E_{C_A}} = \frac{m_B}{m_A} \cdot \left(\frac{v'_B}{v_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{E'_{C_B}}{E_{C_A}} = \frac{M}{m} \cdot \left(\frac{m}{M}\right)^2$$

$$\therefore \frac{E'_{C_B}}{E_{C_A}} = \frac{m}{M}$$

(UFRJ) A esfera A, com velocidade 6,0 m/s, colide com a esfera B, em repouso, como mostra a figura.

Após a colisão as esferas se movimentam com a mesma direção e sentido, passando a ser a velocidade da esfera A, 4,0 m/s e a da esfera B, 6,0 m/s. Considerando m_A a massa da esfera A e m_B a massa da esfera B, assinale a razão $\frac{m_A}{m_B}$ e o coeficiente de restituição do choque:

a) 1 e 0,5

b) 2 e $\frac{4}{5}$

c) 3 e $\frac{1}{3}$

d) 4 e $\frac{2}{3}$

e) 5 e $\frac{4}{3}$

O coeficiente de restituição é:

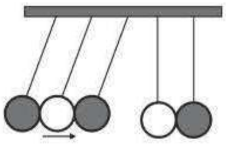
$$e = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - \cancel{v_B}} \Rightarrow e = \frac{6 - 4}{6} \therefore e = \frac{1}{3}$$

Como a colisão é um sistema isolado:

$$Q'_A + Q'_B = Q_A + \cancel{Q_B} \Rightarrow m_A \cdot v'_A + m_B \cdot v'_B = m_A \cdot v_A \Rightarrow m_A \cdot 4 + m_B \cdot 6 = m_A \cdot 6$$

$$\Rightarrow 6m_B = 2m_A \therefore \frac{m_A}{m_B} = 3$$

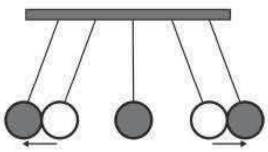
(Enem) O pêndulo de Newton pode ser constituído por cinco pêndulos idênticos suspensos em um mesmo suporte. Em um dado instante, as esferas de três pêndulos são deslocadas para a esquerda e liberadas, deslocando-se para a direita e colidindo elasticamente com as outras duas esferas, que inicialmente estavam paradas.



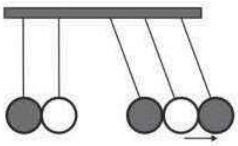
Imagens: Reprodução/Enem

O movimento dos pêndulos após a primeira colisão está representado em:

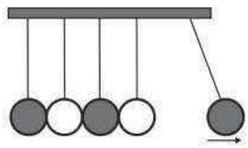
a)



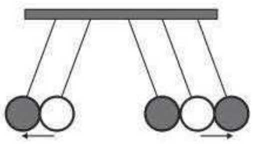
c)



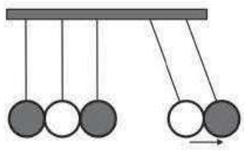
e)



b)



d)



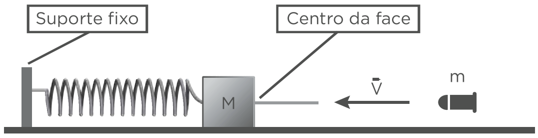
Como se trata de sistema mecanicamente isolado, ocorre conservação da quantidade de movimento.

$Q' = Q \Rightarrow Q' = 3 \cdot m \cdot v$

Portanto, após as colisões, devemos ter três esferas com velocidade **v** como mostra a alternativa **c**.
Podemos também pensar da seguinte maneira: as esferas têm massas iguais e os choques são frontais e praticamente elásticos. Assim, a cada choque, uma esfera para, passando sua velocidade para a seguinte.
Enumerando as esferas da esquerda para a direita de 1 a 5, temos:

- A esfera 3 choca-se com a 4, que se choca com a 5. As esferas 3 e 4 param e a 5 sai com velocidade **v**;
- A esfera 2 choca-se com a 3, que se choca com a 4. As esferas 2 e 3 param e a 4 sai com velocidade **v**;
- A esfera 1 choca-se com a 2, que se choca com a 3. As esferas 1 e 2 param e a 3 sai com velocidade **v**.

(EsPCEx-SP) Um bloco de massa M = 180 g está sobre uma superfície horizontal sem atrito, e prende-se à extremidade de uma mola ideal de massa desprezível e constante elástica igual a $2 \cdot 10^3$ N/m. A outra extremidade da mola está presa a um suporte fixo, conforme mostra o desenho. Inicialmente o bloco se encontra em repouso e a mola no seu comprimento natural, isto é, sem deformação.



Desenho ilustrativo - fora de escala

Um projétil de massa m = 20 g é disparado horizontalmente contra o bloco, que é de fácil penetração. Ele atinge o bloco no centro de sua face, com velocidade de v = 200 m/s. Devido ao choque, o projétil aloja-se no interior do bloco. Desprezando a resistência do ar, a compressão máxima da mola é de:

a) 10,0 cm

b) 12,0 cm

c) 15,0 cm

d) 20,0 cm

e) 30,0 cm

Pela conservação da quantidade de movimento calculamos a velocidade do sistema (v_s) depois da colisão:

$Q'_{Sist} = Q_{Sist} \Rightarrow (M + m)v_s = m\,v \Rightarrow$

$\Rightarrow 200\,v_s = 20 \cdot 200 \Rightarrow v_s = 20$ m/s

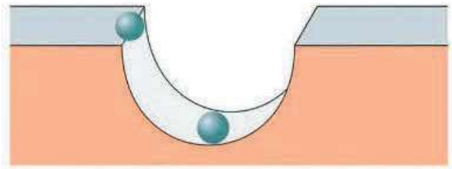
Depois da colisão, o sistema é conservativo. Pela conservação da energia mecânica calculamos a máxima deformação (**x**) sofrida pela mola.

$$E_M = E'_M \Rightarrow \frac{(M+m)v_s^2}{\cancel{2}} = \frac{k\,x^2}{\cancel{2}} \Rightarrow x = v_s\sqrt{\frac{M+m}{k}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 20 \cdot \sqrt{\frac{(18+2)\cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^3}} = 20 \cdot \sqrt{\frac{20 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}}} =$$

$$= 20 \cdot \sqrt{10^{-4}} \therefore x = 20 \cdot 10^{-2} \text{ m ou } x = 20 \text{ cm.}$$

(Unifesp) Um corpo esférico, pequeno e de massa 0,1 kg, sujeito a aceleração gravitacional de 10 m/s^2, é solto na borda de uma pista que tem a forma de uma depressão hemisférica, de atrito desprezível e de raio 20 cm, conforme apresentado na figura. Na parte mais baixa da pista, o corpo sofre uma colisão frontal com outro corpo, idêntico e em repouso.



Considerando que a colisão relatada seja totalmente inelástica, determine:

a) O módulo da velocidade dos corpos, em m/s, imediatamente após a colisão.

b) A intensidade da força de reação, em newtons, que a pista exerce sobre os corpos unidos no instante em que, após a colisão, atingem a altura máxima.

a) Pela conservação da energia mecânica, calculamos a velocidade (**v**), antes da colisão, do corpo esférico que é abandonado.
Dados: $v_0 = 0$; H = R = 20 cm = 0,2 m; g = 10 m/s^2.

$$E_M = E'_M \Rightarrow mgR = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gR} = \sqrt{2(10)(0,2)} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

b) Como o choque é inelástico, pelo teorema do sistema isolado, calculamos a velocidade (v') do conjunto após a colisão.

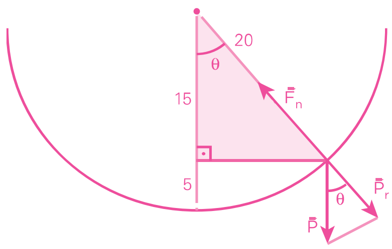
$$Q_{Sist} = Q'_{Sist} \Rightarrow mv = 2mv' \Rightarrow v' = \frac{v}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow v' = 1 \text{ m/s}$$

Usando novamente a conservação da energia mecânica, calculamos a altura (h) atingida pelo conjunto formado pelos dois corpos esféricos.

$$E_M = E'_M \Rightarrow \frac{mv'^2}{2} = mgh \Rightarrow h = \frac{v'^2}{2g} = \frac{1^2}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = 0,05 \text{ m}$$

Nessa altura, a velocidade se anula. Então a intensidade da força normal (F_n) aplicada pela pista tem a mesma intensidade da componente radial (P_r) da força peso do conjunto.



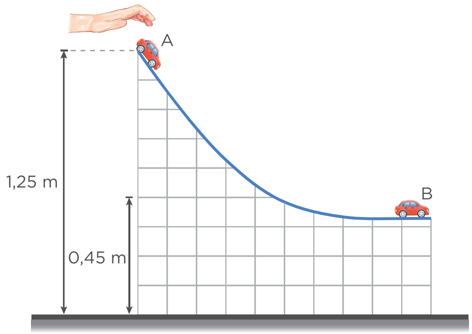
Na figura, as medidas estão expressas em cm.

No triângulo destacado:

$$\cos\theta = \frac{15}{20} = 0,75.$$

$$F_n = P_r = 2mg\cos\theta = 2(0,1)(10)(0,75) \therefore F_n = 1,5 \text{ N}$$

Atualmente, apesar do grande apelo dos eletrônicos, as crianças continuam se divertindo com os brinquedos mais tradicionais, como os carros em miniatura. Suponha que uma menina abandone um carrinho A do topo de uma pista em forma de rampa, a partir do repouso, como ilustrado a seguir.



Depois de abandonado, o carrinho A desliza sem atrito e resistência do ar até colidir com o carrinho B, que está em repouso, no trecho final da pista, que é horizontal. Considere que ambos os carrinhos tenham dimensões desprezíveis e que a massa do carrinho B seja o dobro da massa do carrinho A. Supondo que o coeficiente de restituição da colisão entre os dois carrinhos seja e = 0,8, calcule:

a) A altura máxima atingida pelo carrinho A, ao retornar pela pista, após a sua colisão com o carrinho B.

De acordo com o enunciado, o sistema é conservativo. Logo, a velocidade de A, imediatamente antes da colisão, pode ser calculada como segue:

$$E'_{M_A} = E_{M_A} \Rightarrow E'_{C_A} + E'_{P_A} = E_{C_A} + E_{P_A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{m_A} \cdot v_{f_A}^2}{2} + \cancel{m_A} \cdot g \cdot h_{f_A} = \frac{\cancel{m_A} \cdot v_{i_A}^2}{2} +$$

$$+ \cancel{m_A} \cdot g \cdot h_{i_A} \Rightarrow \frac{v_{f_A}^2}{2} + g \cdot h_{f_A} = \frac{v_{i_A}^2}{2} + g \cdot h_{i_A}$$

Sendo $v_{i_A} = 0$, $h_{f_A} = 0$ e

$h_{i_A} = 1{,}25 - 0{,}45 = 0{,}8$ m:

$$\frac{v_{f_A}^2}{2} + 0 = 0 + g \cdot h_{i_A} \Rightarrow \frac{v_{f_A}^2}{2} - 10 \cdot 0{,}8$$

$\therefore v_{f_A} = 4$ m/s

Como a colisão entre A e B é um sistema isolado, tem-se:

$$Q'_A + Q'_B = Q_A + Q_B \Rightarrow m_A \cdot v'_A + m_B \cdot v'_B =$$

$$= m_A \cdot v_A + m_B \cdot v_B$$

Sendo $m_B = 2\ m_A$, $v_A = 4$ m/s e $v_B = 0$:

$$m_A \cdot v'_A + m_B \cdot v'_B = m_A \cdot v_A + m_B \cdot v_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{m_A} \cdot v'_A + 2\cancel{m_A} \cdot v'_B = \cancel{m_A} \cdot 4 + 0 \Rightarrow$$

$\therefore v'_A + 2v'_B = 4 \quad$ (I)

Por outro lado, segundo o enunciado, o coeficiente de restituição da colisão é e = 0,8. Logo:

$$e = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} \Rightarrow 0{,}8 = \frac{v'_B - v'_A}{4 - 0}$$

$\therefore v'_B - v'_A = 3{,}2 \quad$ (II)

De (I) e (II):

$$\begin{cases} v'_A + 2v'_B = 4 \\ v'_B - v'_A = 3{,}2 \end{cases}$$

$\therefore v'_A = -0{,}8$ m/s e $v'_B = 2{,}4$ m/s

Como o sistema é conservativo, a altura máxima atingida por A depois da colisão pode ser calculada como segue:

$$E'_{M_A} = E_{M_A} \Rightarrow E'_{C_A} + E'_{P_A} = E_{C_A} + E_{P_A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{m_A} \cdot v_{f_A}^2}{2} + \cancel{m_A} \cdot g \cdot h_{f_A} = \frac{\cancel{m_A} \cdot v_{i_A}^2}{2} +$$

$$+ \cancel{m_A} \cdot g \cdot h_{i_A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_{f_A}^2}{2} + g \cdot h_{f_A} = \frac{v_{i_A}^2}{2} + g \cdot h_{i_A}$$

Sendo $|v_{i_A}| = 0{,}8$ m/s, $v_{f_A} = 0$ e $h_{i_A} = 0$:

$$0 + 10 \cdot h_{f_A} = \frac{0{,}8^2}{2} + 0$$

$\therefore h_{f_A} = 0{,}032$ m

Logo, a altura final do carrinho A será 0,45 m + 0,032 m = 0,482 m

b) Os alcances dos dois carrinhos, após serem lançados ao final da pista rumo ao chão, suposto horizontal.

Adote: $g = 10\ m/s^2$

Ao final da pista, ambos os carrinhos são lançados horizontalmente. Seu tempo de queda não depende das suas massas e pode ser calculado como segue:

$$y = \frac{g \cdot t_q^2}{2}$$

Sendo y = 0,45:

$$y = \frac{g \cdot t_q^2}{2} \Rightarrow 0{,}45 = \frac{10 \cdot t_q^2}{2}$$

$\therefore t_q = 0{,}3$ s

Os alcances dos carrinhos podem ser obtidos da seguinte maneira:

$D = v_{0_x} \cdot t_q$

Como a energia mecânica do carrinho A se conserva após a colisão, sua velocidade ao retornar no final da pista será igual a 0,8 m/s. Logo, seu alcance será igual a:

$D_A = 0{,}8 \cdot 0{,}3 \therefore D_A = 0{,}24$ m

Já o alcance do carrinho B, lançado com velocidade 2,4 m/s, será igual a:

$D_B = 2{,}4 \cdot 0{,}3 \therefore D_B = 0{,}72$ m

3. Conservação da energia mecânica

Fundamentalmente, sob o ponto de vista da conservação da energia mecânica (cinética) do sistema, as colisões são classificadas da seguinte maneira:

- **Perfeitamente elásticas**

  São aquelas em que a energia cinética se conserva.

  Caso especial: se $m_A = m_B$, então $\alpha_A + \beta_B = 90°$.
- **Parcialmente elásticas**

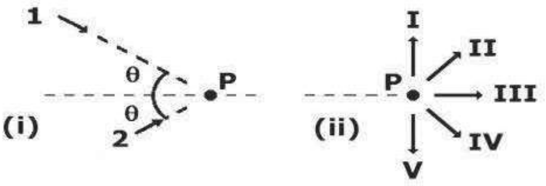
  São aquelas em que parte da energia cinética é dissipada durante a colisão.
- **Inelásticas (ou plásticas)**

  São aquelas em que toda a energia cinética consumida na deformação dos corpos é dissipada. Não há restituição, ou seja, os corpos permanecem unidos após a colisão.

EM CLASSE **DESENVOLVENDO HABILIDADES**

O enunciado abaixo refere-se às questões 1 e 2

A figura (i) esquematiza a trajetória de duas partículas, 1 e 2, em rota de colisão inelástica, a ocorrer no ponto P; a figura (ii) representa cinco possibilidades de trajetória do centro de massa do sistema após a colisão



As massas e módulos das velocidades das partículas 1 e 2 são, respectivamente, **m** e $2v_0$, e 2m e v_0.

– – (UFRGS-RS) Na figura (ii), a trajetória que melhor descreve o movimento final é a de número

a) I. b) II. ▶ c) III. d) IV. e) V.

A colisão inelástica entre as duas partículas pode ser representada da seguinte maneira:

Portanto, a trajetória que melhor descreve o movimento final é a de número III.

– – (UFRGS-RS) Sendo a colisão perfeitamente inelástica, o módulo da velocidade final das partículas é

a) $4v_0 \text{sen}\ \theta$.

b) $4v_0 \cos\theta$.

c) $v_0 \tan\theta$.

d) $\left(\frac{4}{3}\right) v_0 \text{sen}\ \theta$.

▶ e) $\left(\frac{4}{3}\right) v_0 \cos\theta$

Do esquema anterior:

$Q_{sist} = 2\,Q_1 \cdot \cos\theta$

Logo:

$Q_{sist} = 2 \cdot 2 \cdot m \cdot v_0 \cdot \cos\theta \Rightarrow Q_{sist} = 4 \cdot m \cdot v_0 \cdot \cos\theta$

Como o sistema é isolado:

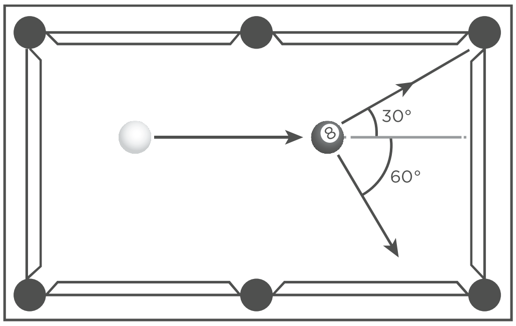
$Q'_{sist} = Q_{sist}$

$3 \cdot m \cdot v = 4 \cdot m \cdot v_0 \cdot \cos\theta$

$\therefore v = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot v_0 \cdot \cos\theta$

Indique a soma das alternativas corretas

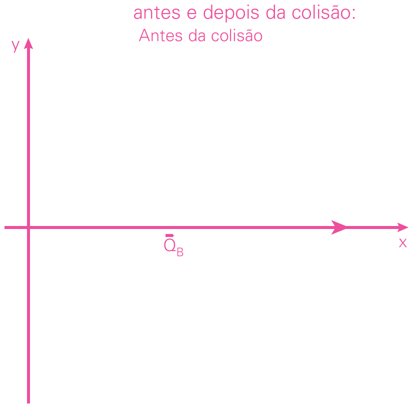
(UFSC) Em uma partida de sinuca, resta apenas a bola oito a ser colocada na caçapa. O jogador da vez percebe que, com a disposição em que estão as bolas na mesa, para ganhar a partida ele deve desviar a bola oito de 30 graus, e a bola branca de pelo menos 60 graus, para que a mesma não entre na caçapa oposta, invalidando sua jogada. Então, ele impulsiona a bola branca, que colide elasticamente com a bola oito, com uma velocidade de 5 m/s, conseguindo realizar a jogada com sucesso, como previra, vencendo a partida. A situação está esquematizada na figura ao lado. Considere as massas das bolas como sendo iguais e despreze qualquer atrito.

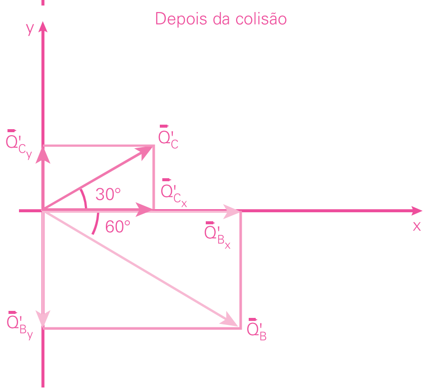


Considerando o sistema constituído pelas duas bolas, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) Devido à colisão entre a bola branca e a bola oito, a quantidade de movimento do sistema de bolas não é conservada.
(02) A velocidade da bola branca, após a colisão, é de 2,5 m/s.
(04) A energia cinética da bola oito, após a colisão, é maior do que a energia cinética da bola branca, antes da colisão.
(08) Após a colisão, a quantidade de movimento total, na direção perpendicular à direção de incidência da bola branca, é nula.
(16) A energia cinética da bola branca, após a colisão, é três vezes menor que a energia cinética da bola oito.
(32) Como a colisão é elástica, a energia cinética da bola branca, antes da colisão, é maior do que a soma das energias cinéticas das bolas branca e oito, após a colisão.
(64) Desde que não existam forças externas atuando sobre o sistema constituído pelas bolas, a quantidade de movimento total é conservada no processo de colisão.

(01) Incorreta. Toda colisão é um sistema isolado. Logo, a quantidade de movimento do sistema é conservada.
(02) Correta. O esquema seguinte mostra os vetores quantidade de movimento das bolas branca (B) e colorida (C) antes e depois da colisão:





De acordo com o princípio da conservação da quantidade de movimento em **x**:

$Q_B = Q'_{Cx} + Q'_{Bx}$

$m \cdot 5 = m \cdot v'_C \cdot \cos 30° + m \cdot v'_B \cdot \cos 60°$

$\therefore 10 = v'_C \cdot \sqrt{3} + v'_B$ (I)

De acordo com o princípio da conservação da quantidade de movimento em **x**:

$Q_B = Q'_{Cx} + Q'_{Bx}$

$0 = m \cdot v'_C \cdot \text{sen } 30° - m \cdot v'_B \cdot \text{sen } 60°$

$\therefore v'_C = v'_B \cdot \sqrt{3}$ (II)

De (I) e (II):

$v'_B = 2,5$ m/s e $v'_c = 2,5 \cdot \sqrt{3}$ m/s

(04) Incorreta. Como a energia mecânica se conserva, a energia cinética da bola oito após a colisão não pode ser maior que a energia mecânica total do sistema, que é igual à energia cinética da bola branca antes da colisão.

(08) Correta. A quantidade de movimento do sistema na direção perpendicular à direção de incidência da bola branca é nula antes da colisão. Logo, de acordo com o princípio da conservação da quantidade de movimento, ela também será nula após a colisão.

(16) Correta.

$E'_{C_B} = \dfrac{m \cdot v'^2_B}{2} \Rightarrow E'_{C_B} = \dfrac{m \cdot 2,5^2}{2} \therefore E'_{C_B} = 3,125\ m$

$E'_{C_C} = \dfrac{m \cdot v'^2_C}{2} \Rightarrow E'_{C_C} = \dfrac{m \cdot (2,5\sqrt{3})^2}{2} \therefore E'_{C_C} = 9,375\ m$

Logo, $E'_{C_C} = 3E'_{C_B}$

(32) Incorreta. Em colisões perfeitamente elásticas, a energia do sistema se conserva.

(64) Incorreta. Quando as bolas de bilhar se movimentam, a resultante das forças externas é nula, pois a normal em cada bola equilibra o seu peso. Nesse caso, podemos afirmar que a quantidade de movimento se conserva, apesar de existirem forças externas.

Resposta: 02 + 08 + 16 = 26