KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

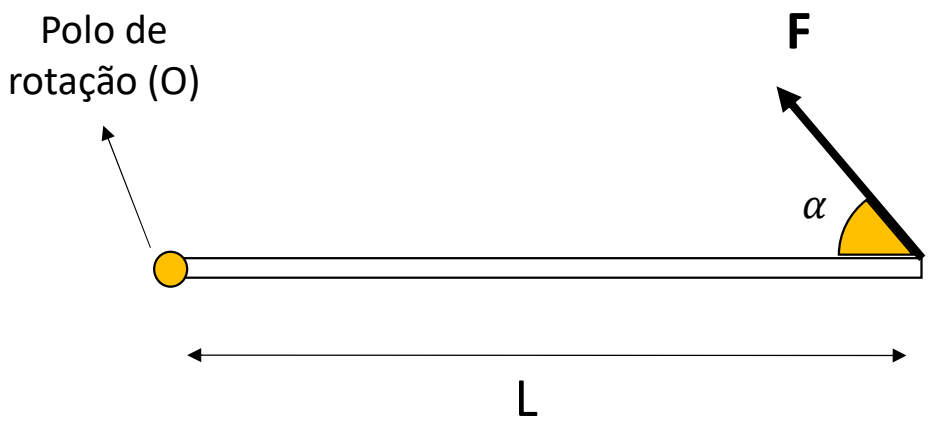
Estática: equilíbrio de um corpo extenso

- Caderno de estudos 4 / Estática / Capítulo 1

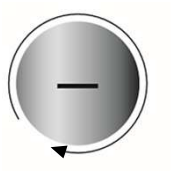
Apresentação e demais documentos: **fisicasp.com.br**

Professor Caio – Física A

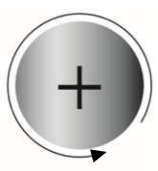
Revisão: Momento de uma força ou torque (M): modo 1



$$M = \pm F \,.\, L \,.\, \text{sen}\, \alpha$$



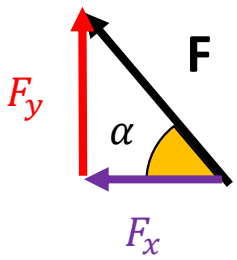
Tendência de rotação no sentido horário: M < 0



Tendência de rotação no sentido anti-horário: M > 0

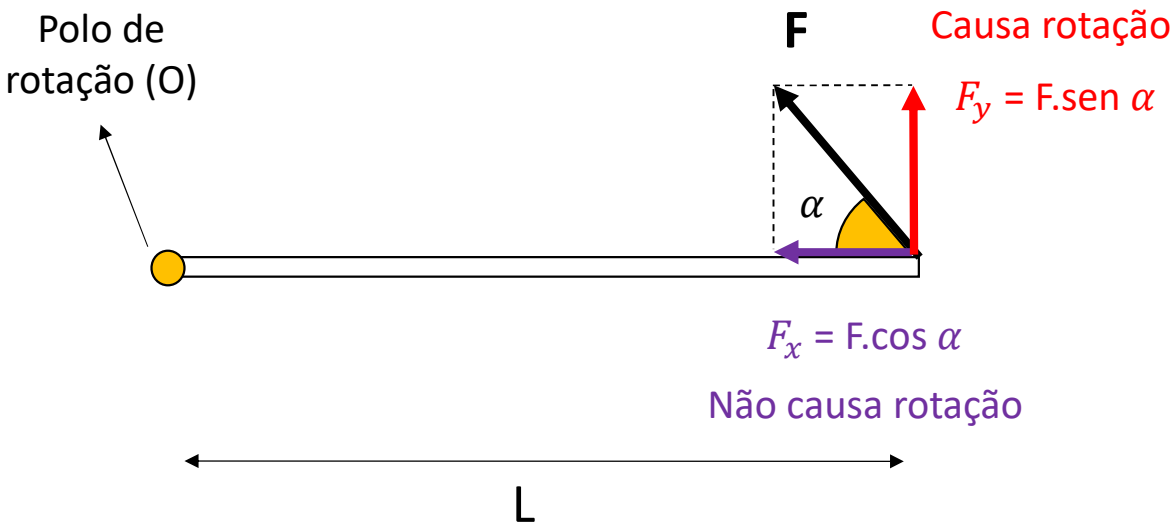
Momento de uma força ou torque (M): modo 1

Grandeza que causa rotação ou possibilidade de rotação



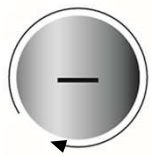
$$\text{sen}\,\alpha = \frac{F_y}{F} \rightarrow F_y = F \,.\, \text{sen}\,\alpha$$

F : força aplicada – SI: N (Newton)
O (polo): ponto arbitrariamente escolhido
M: momento ou torque – SI: N.m
L: distância do polo ao ponto de aplicação da força – SI: m

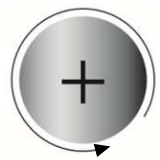


$$M = F \,.\, \text{sen}\,\alpha \,.\, L$$

$$\boxed{M = \pm F \,.\, L \,.\, \text{sen}\,\alpha}$$

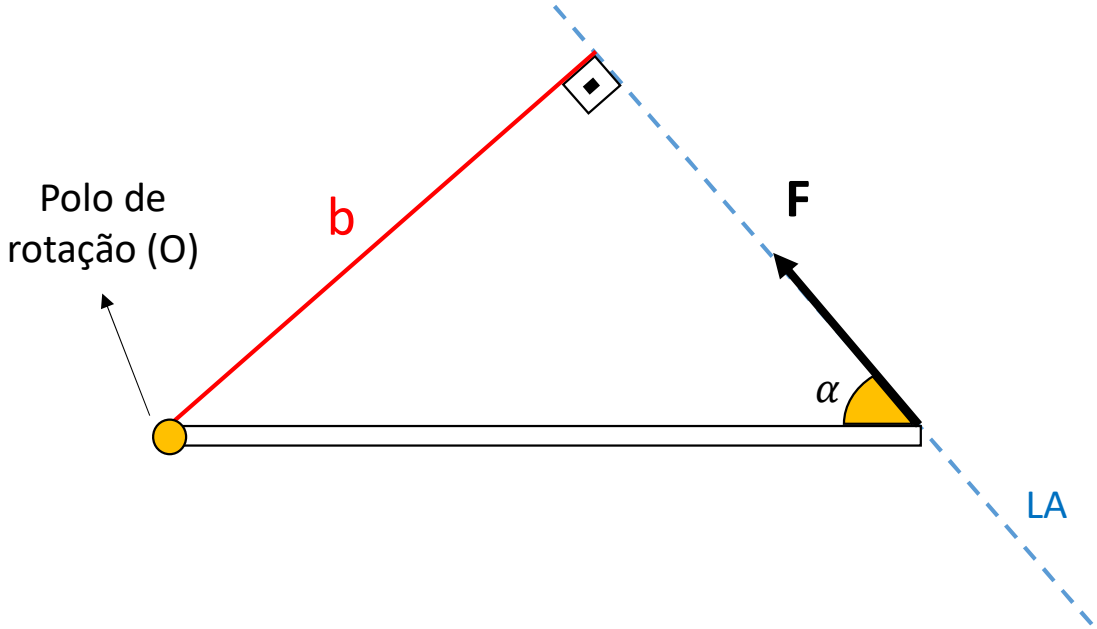


Tendência de rotação no sentido horário: M < 0

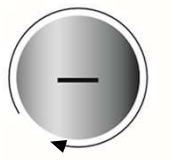


Tendência de rotação no sentido anti-horário: M > 0

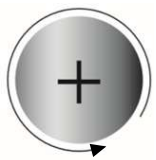
Revisão: momento de uma força ou torque (M): modo 2



$$M = \pm F \cdot b$$



Tendência de rotação no sentido horário: M < 0



Tendência de rotação no sentido anti-horário: M > 0

1. Equilíbrio de um corpo extenso

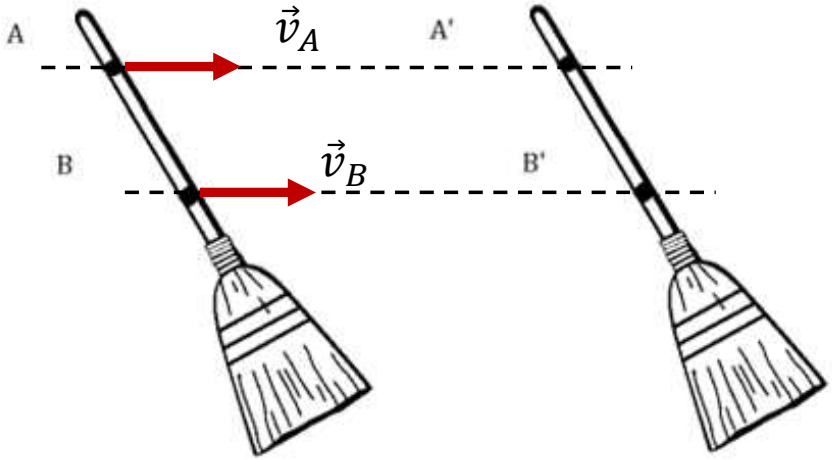
Não há translação: $R = 0$

$As\ forças\ de\ equilibram$

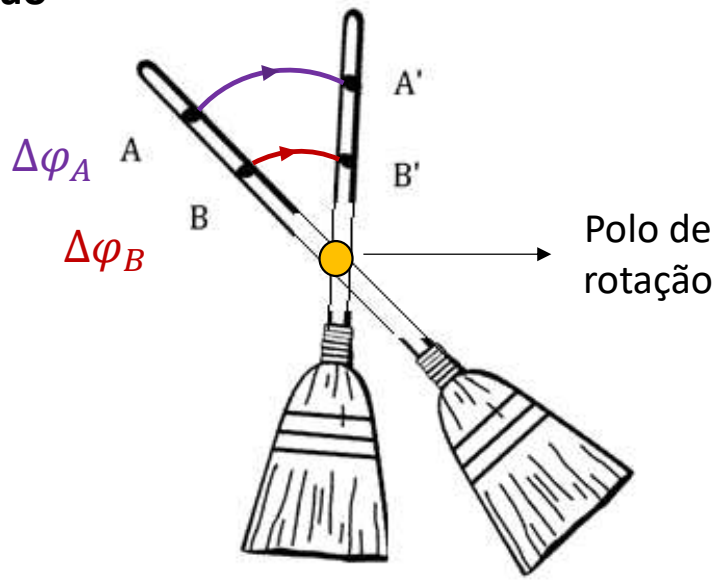
Não há rotação: $\sum M = 0$

$M_1 + M_2 + M_3 \ldots M_n = 0$

Translação

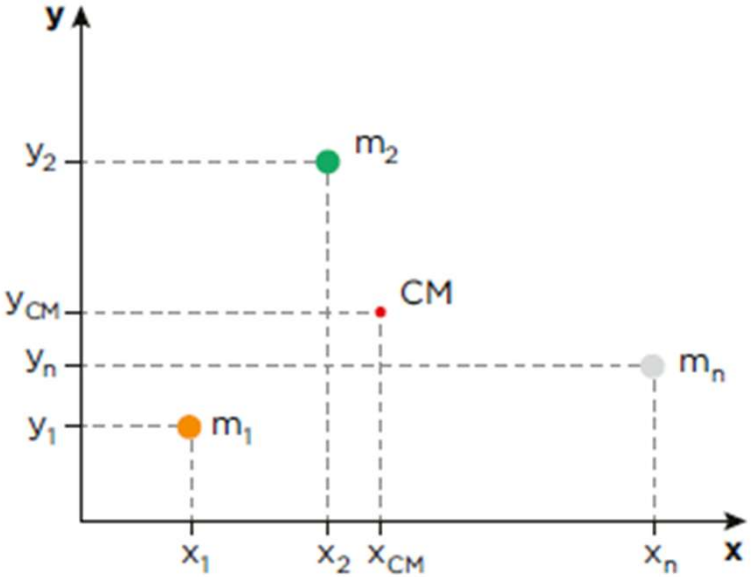


Rotação



2. Centro de massa de sistema de corpos (CM)

O centro de massa (CM) de um sistema de corpos é uma partícula que concentra toda a massa do sistema e que equivale mecanicamente a ele.



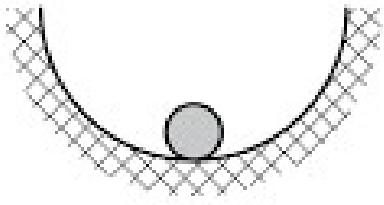
$$\Rightarrow \begin{cases} x_{CM} = \dfrac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \ldots + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} \\[2ex] y_{CM} = \dfrac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + \ldots + m_n \cdot y_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} \end{cases}$$

Observação: se o sistema de corpos estiver submetido a um campo gravitacional uniforme, o centro de gravidade do sistema (ponto onde está aplicada a força peso desse sistema) coincide com o seu centro de massa.

3. Tipos de equilíbrio

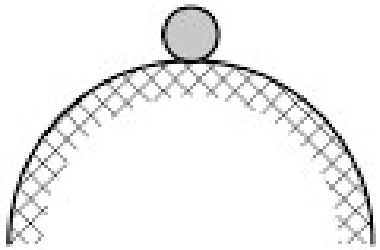
Equilíbrio estável

qualquer perturbação
resulta em uma tendência
de retorno à posição inicial.



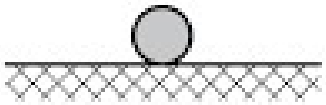
Equilíbrio instável

qualquer perturbação resulta
em uma tendência de
afastamento da posição inicial.

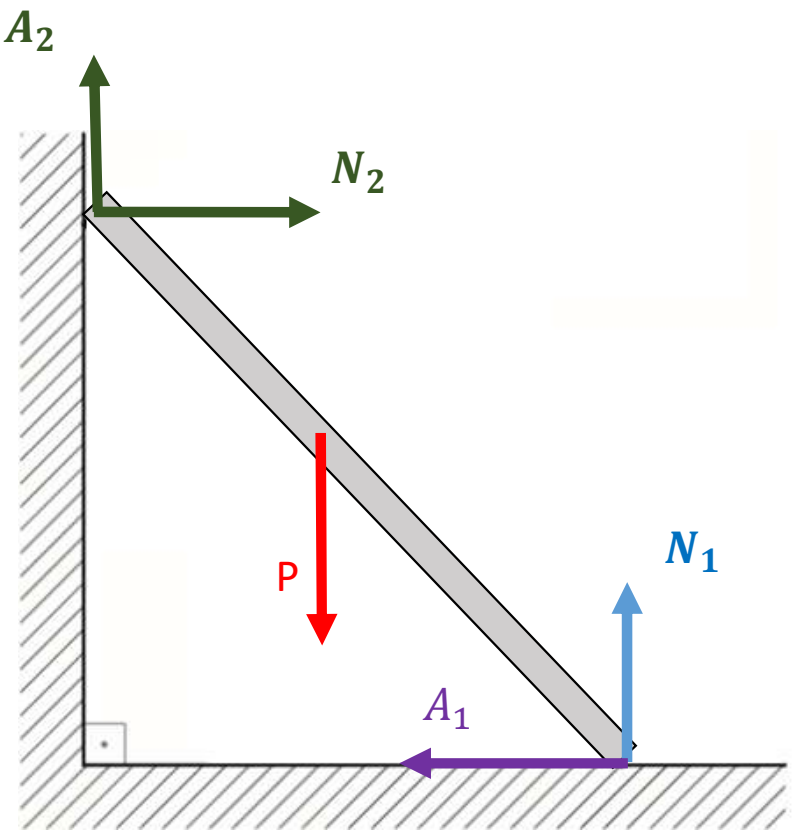


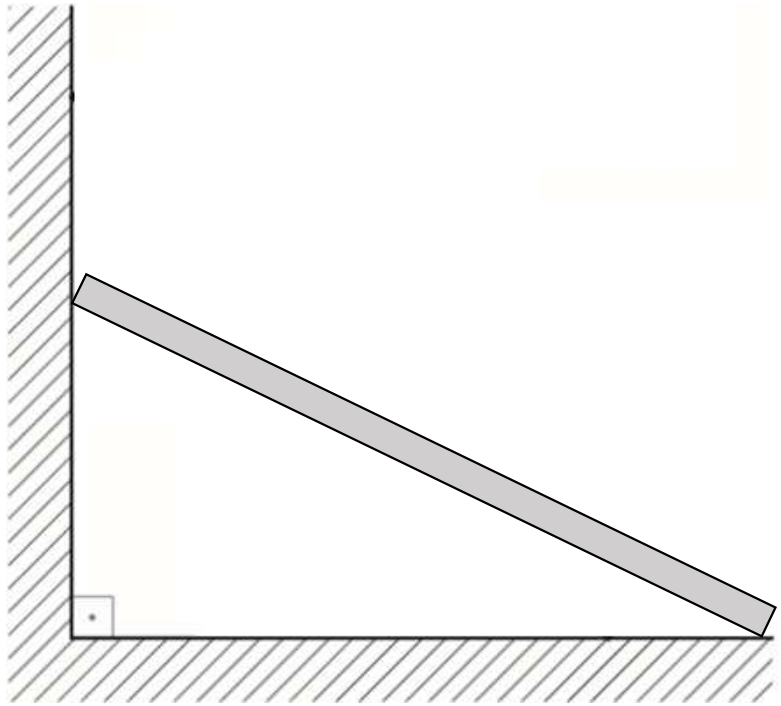
Equilíbrio indiferente

qualquer perturbação
resulta em uma nova
situação de equilíbrio.



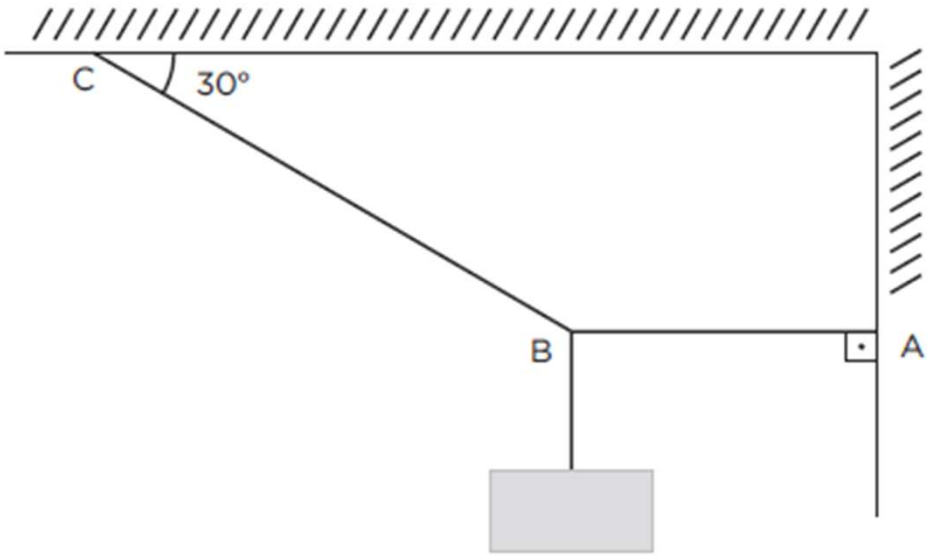
. Escada apoiada na parede





Exercícios

1. (Uerj) No esquema, está representado um bloco de massa igual a 100 kg em equilíbrio estático.



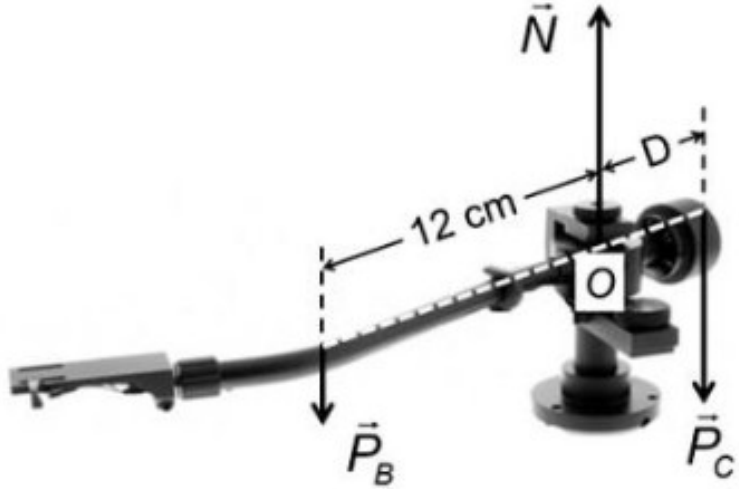
Determine, em newtons, a tração no fio ideal AB.

Resposta: $1000\sqrt{3}$ N

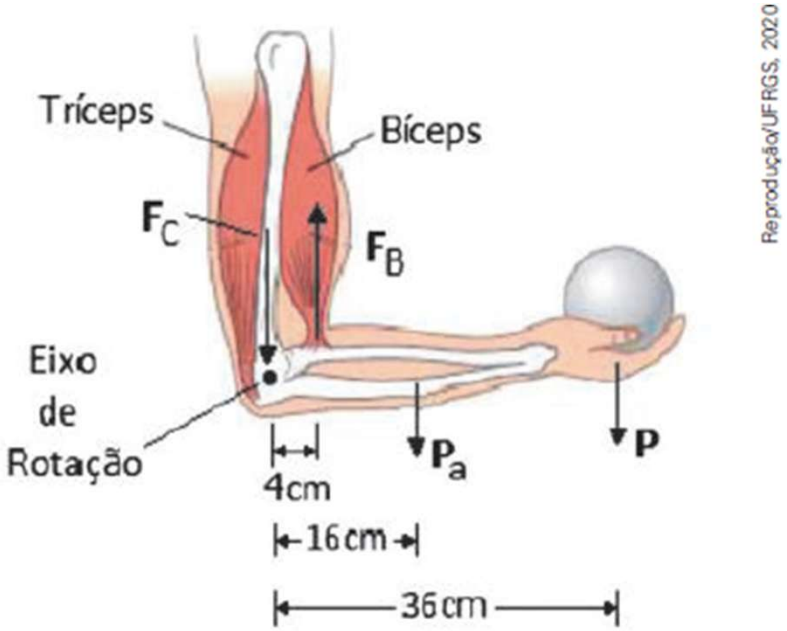
2. (Unicamp-SP) A figura ao lado mostra o braço de um toca-discos de vinil. Nela são indicadas, nos seus respectivos pontos de atuação, as seguintes forças: peso do braço ($\vec{P}_B$) peso do contrapeso ($\vec{P}_C$) e força normal aplicada pelo suporte do braço ($\vec{N}$). Para que o braço fique em equilíbrio, é necessário que a soma dos torques seja igual a zero. No caso do braço da figura, o módulo do torque de cada força em relação ao ponto O (suporte do braço) é igual ao produto do módulo da força pela distância do ponto de aplicação da força até O. Adote torque positivo para forças que tendem a acelerar o braço no sentido horário e torque negativo para o sentido anti-horário.

Sendo $|\vec{P}_C|$= 1,5N, $|\vec{P}_B|$= 0,3N e $|\vec{N}|$= 1,8N qual deve ser a distância D do contrapeso ao ponto O para que o braço fique em equilíbrio?

a) 2,0 cm.
b) 2,4 cm.
c) 3,6 cm.
d) 6,0 cm.



3. (UFRGS-RS) A figura abaixo representa esquematicamente o braço e o antebraço de uma pessoa que está sustentando um peso P. O antebraço forma um ângulo de 90° com o braço. F_B é a força exercida pelo bíceps sobre o antebraço, e F_C é a força na articulação do cotovelo.



Sendo o módulo do peso P = 50 N e o módulo do peso do antebraço Pa = 20 N, qual é o módulo da força F_B ?

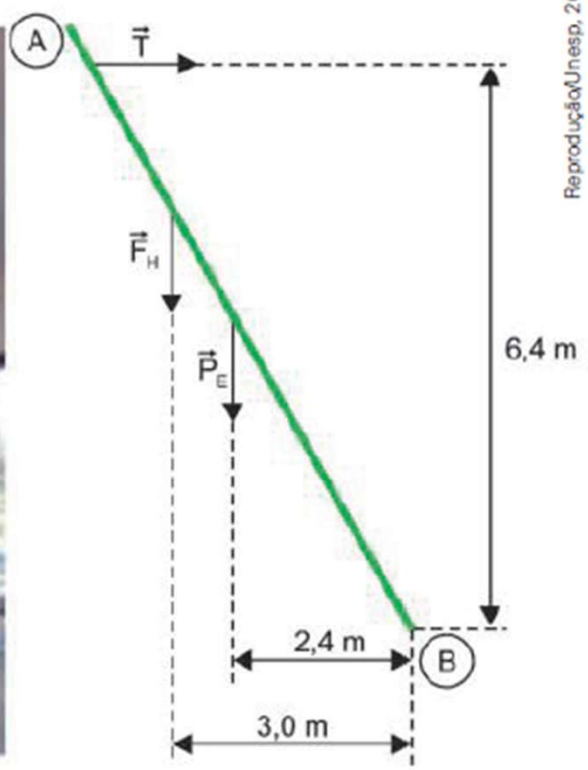
a) 70 N.
b) 370 N.
c) 450 N.
d) 460 N.
e) 530 N.

4. (Unesp-SP) Para alcançar o teto de uma garagem, uma pessoa sobe em uma escada AB e fica parada na posição indicada na figura 1. A escada é mantida em repouso, presa por cordas horizontais, e apoiada no chão. Na figura 2 estão indicadas algumas distâncias e desenhadas algumas forças que atuam sobre a escada nessa situação: seu peso P_E = 300 N, a força aplicada pelo homem sobre a escada F_H = 560 N e a tração aplicada pelas cordas, T. A força de contato com o solo, aplicada no ponto B, não está indicada nessa figura.

FIGURA 1

(www.google.com.br. Adaptado.)

FIGURA 2

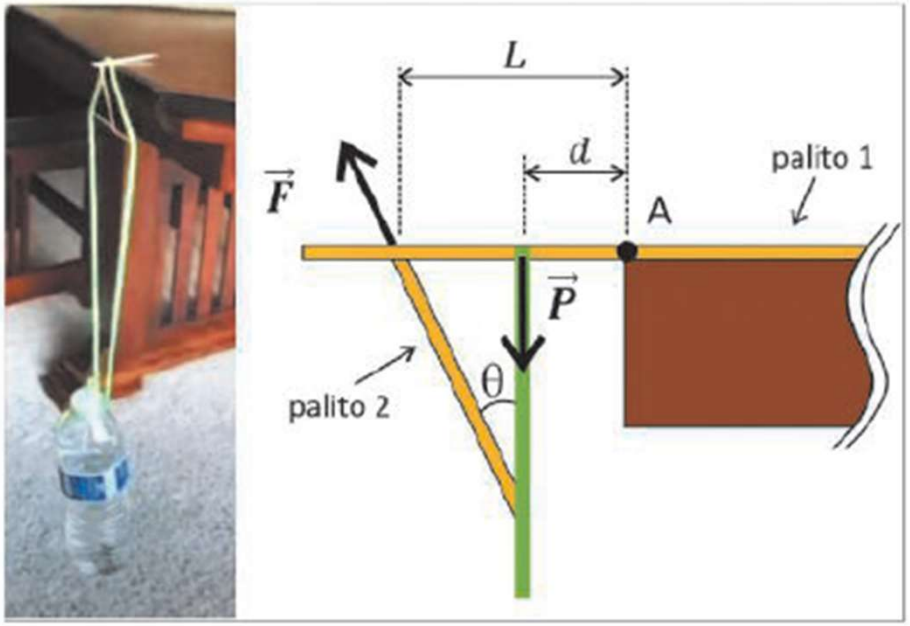


Reprodução/Unesp, 2021.

Considerando um eixo passando pelo ponto B, perpendicular ao plano que contém a figura 2, para o cálculo dos momentos aplicados pelas forças sobre a escada, a intensidade da força de tração é

a) 375 N.
b) 280 N.
c) 430 N.
d) 525 N.
e) 640 N.

5. (Fuvest-SP) Um vídeo bastante popular na internet mostra um curioso experimento em que uma garrafa de água pendurada por uma corda é mantida suspensa por um palito de dente apoiado em uma mesa.



Reprodução/Fuvest, 2021.

O "truque" só é possível pelo uso de outros palitos, formando um tipo de treliça. A figura à direita da foto mostra uma visão lateral do conjunto, destacando duas das forças que atuam sobre o palito 1. Nesta figura, F é a força que o palito 2 exerce sobre o palito 1 (aplicada a uma distância L do ponto A na borda da mesa), $\vec{P}$ é a componente vertical da força que a corda exerce sobre o palito 1 (aplicada a uma distância d do ponto A) e θ é o ângulo entre a direção da força $\vec{F}$ e a vertical. Para que o conjunto se mantenha estático, porém na iminência de rotacionar, a relação entre os módulos de $\vec{F}$ e $\vec{P}$ deve ser:

a) $|\vec{F}| = \dfrac{|\vec{P}|d}{L \cos \theta}$.

b) $|\vec{F}| = \dfrac{|\vec{P}|d}{L \operatorname{sen} \theta}$.

c) $|\vec{F}| = |\vec{P}| \cos \theta$.

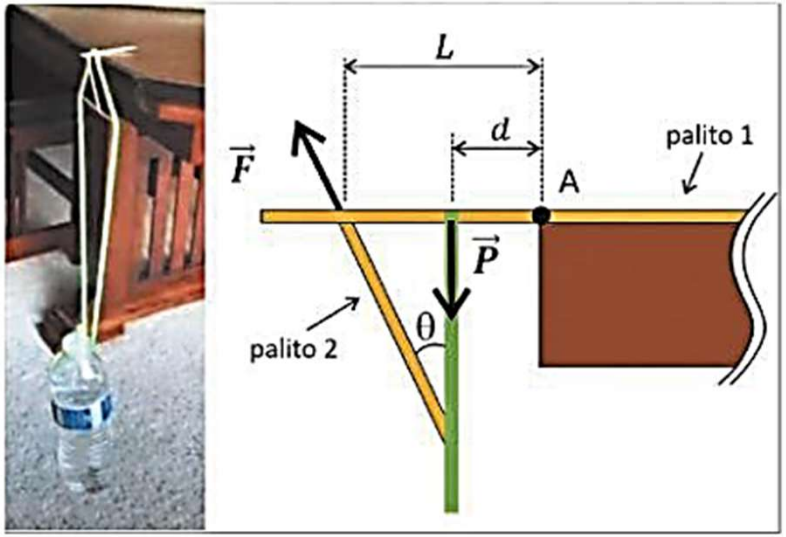
d) $|\vec{F}| = \dfrac{|\vec{P}|L \cos \theta}{d}$.

e) $|\vec{F}| = \dfrac{|\vec{P}|L \operatorname{sen} \theta}{d}$.

Note e adote:

- Despreze o peso dos palitos em relação aos módulos das forças $\vec{F}$ e $\vec{P}$.

4 (Fuvest-SP) Um vídeo bastante popular na internet mostra um curioso experimento em que uma garrafa de água pendurada por uma corda é mantida suspensa por um palito de dente apoiado em uma mesa.



Reprodução/Fuvest, 2021.

O "truque" só é possível pelo uso de outros palitos, formando um tipo de treliça. A figura à direita da foto mostra uma visão lateral do conjunto, destacando duas das forças que atuam sobre o palito 1.

Nesta figura, $\vec{F}$ é a força que o palito 2 exerce sobre o palito 1 (aplicada a uma distância L do ponto A na borda da mesa), $\vec{P}$ é a componente vertical da força que a corda exerce sobre o palito 1 (aplicada a uma distância **d** do ponto A) e θ é o ângulo entre a direção da força $\vec{F}$ e a vertical. Para que o conjunto se mantenha estático, porém na iminência de rotacionar, a relação entre os módulos de $\vec{F}$ e $\vec{P}$ deve ser:

Note e adote:

- Despreze o peso dos palitos em relação aos módulos das forças $\vec{F}$ e $\vec{P}$.

a) $|\vec{F}| = \dfrac{|\vec{P}|d}{L \cos \theta}$.

b) $|\vec{F}| = \dfrac{|\vec{P}|d}{L \operatorname{sen} \theta}$.

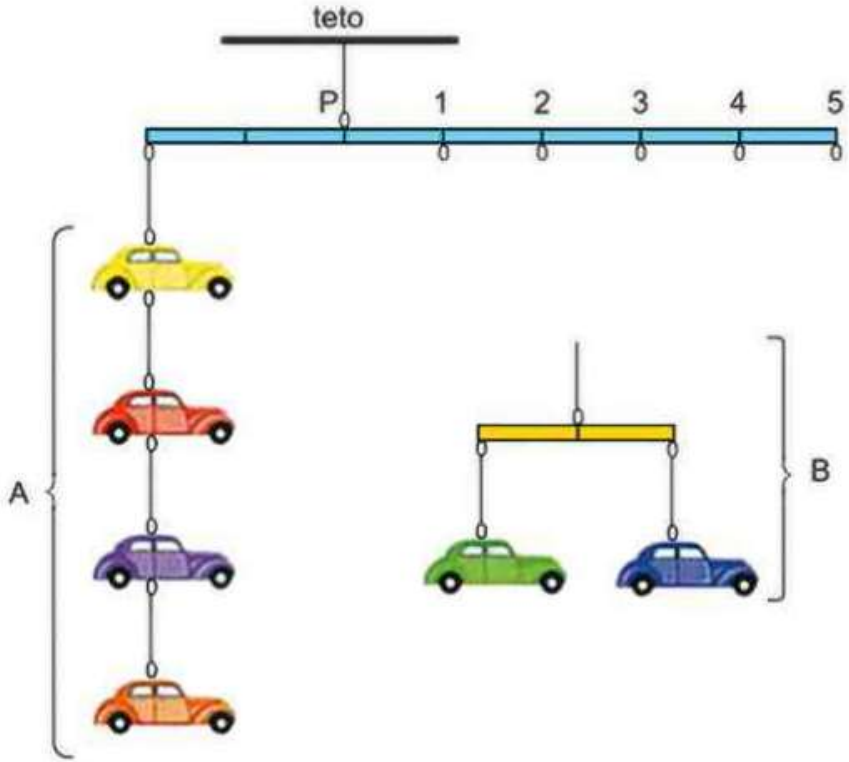
c) $|\vec{F}| = |\vec{P}| \cos \theta$.

d) $|\vec{F}| = \dfrac{|\vec{P}|L \cos \theta}{d}$.

e) $|\vec{F}| = \dfrac{|\vec{P}|L \operatorname{sen} \theta}{d}$.

Exercícios da apostila

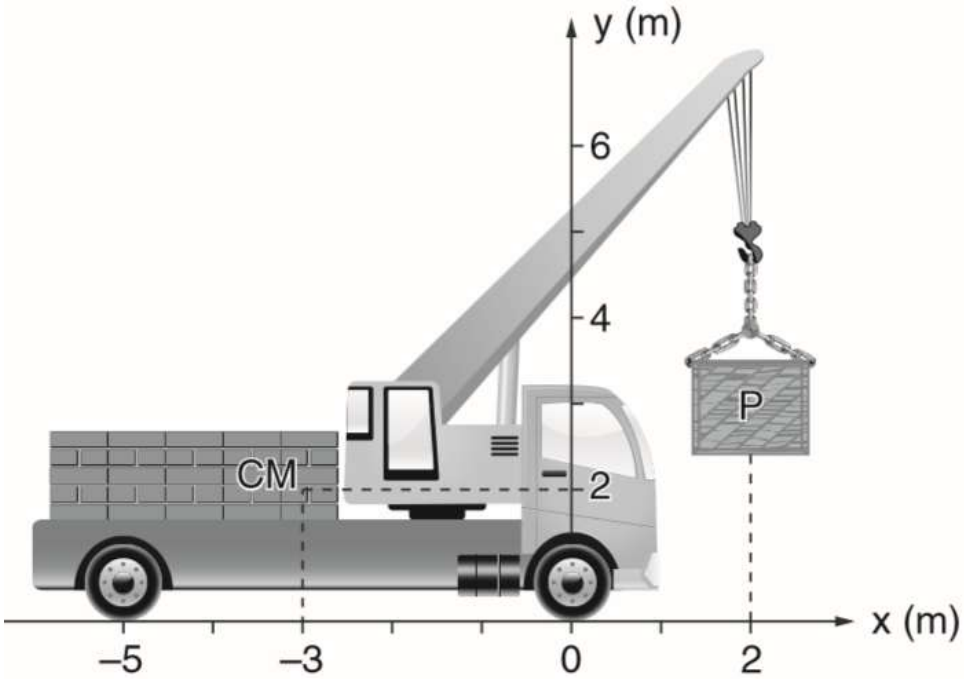
1. (Famerp-SP) O pai de uma criança pretende pendurar, no teto do quarto de seu filho, um móbile constituído por: seis carrinhos de massas iguais, distribuídos em dois conjuntos, A e B; duas hastes rígidas de massas desprezíveis, com marcas igualmente espaçadas; e fios ideais. O conjunto A já está preso a uma das extremidades da haste principal do móbile.



Sabendo que o móbile será pendurado ao teto pelo ponto P, para manter o móbile em equilíbrio, com as hastes na horizontal, o pai da criança deverá pendurar o conjunto B, na haste principal, no ponto

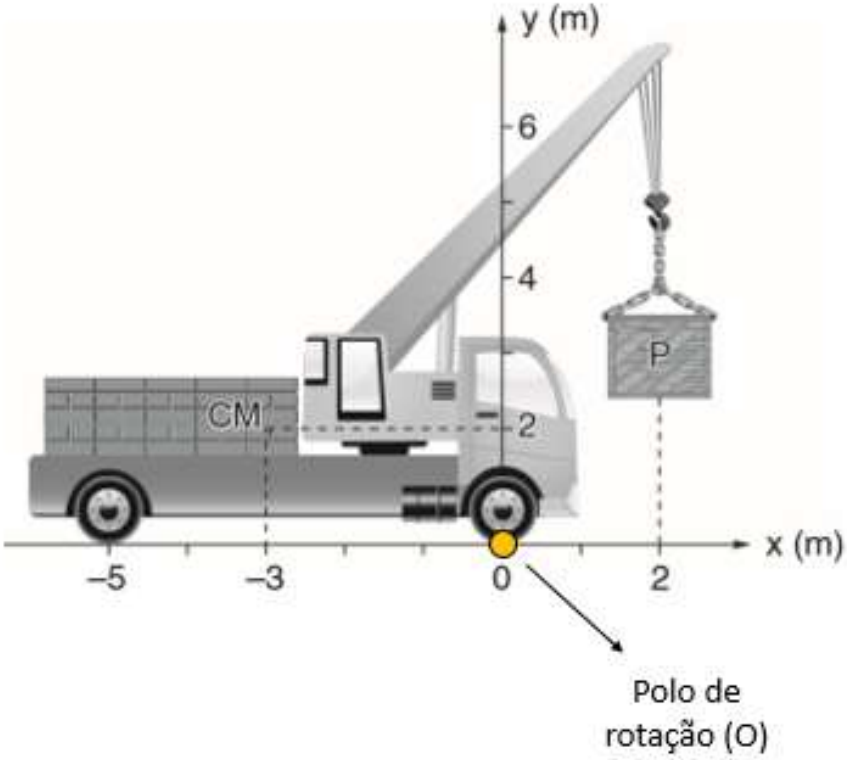
a) 5. b) 1. c) 4. d) 3. e) 2.

2. (Fuvest-SP)



O guindaste da figura acima pesa 50 000 N sem carga e os pontos de apoio de suas rodas no solo horizontal estão em x = 0 e x = - 5 m. O centro de massa (CM) do guindaste sem carga está localizado na posição (x = - 3 m, y = 2 m). Na situação mostrada na figura, a maior carga P que esse guindaste pode levantar pesa

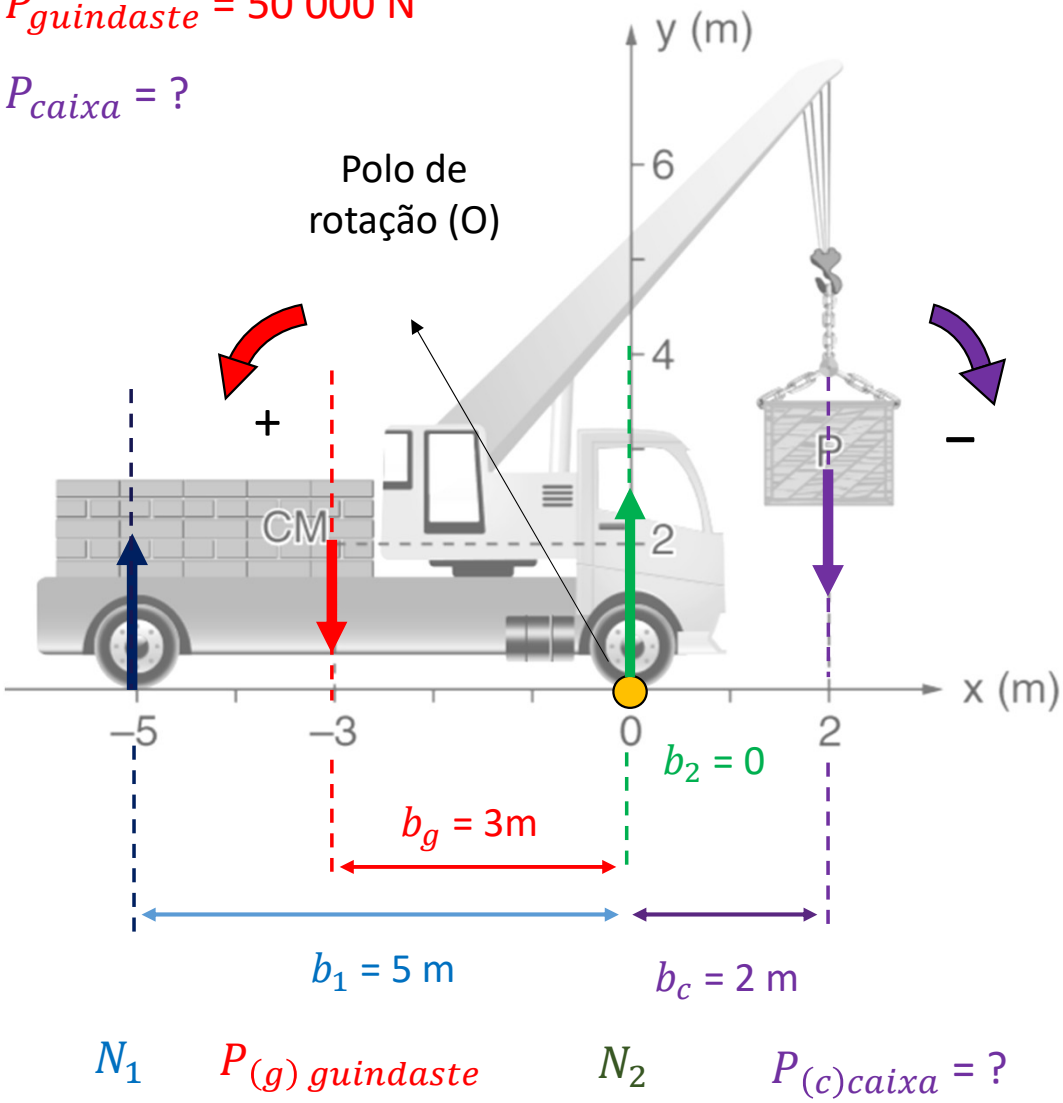
a) 7 000 N b) 50 000 N c) 75 000 N d) 100 000 N e) 150 000 N


y (m)
6
4
2
CM
P
x (m)
–5
–3
0
2
Polo de
rotação (O)

CM
P

$P_{guindaste}$ = 50 000 N

P_{caixa} = ?



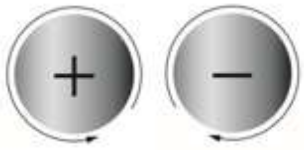
$$\sum M = 0$$

$$M_{N_1} + M_{P\ g} + M_{N_2} + M_{p\ c} = 0$$

Na iminência de tombamento $N_1 \cong 0$

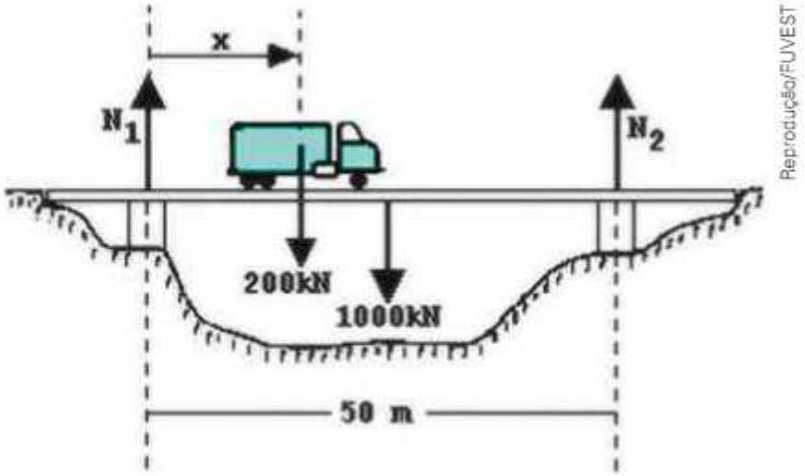
$$0\ (+50000\ .\ 3)\ +\ 0\ -\ (P_c.\ 2) = 0$$

$$150000\ = 2P_c \Rightarrow \boxed{P_c = 75\ 000\ \text{N}}$$

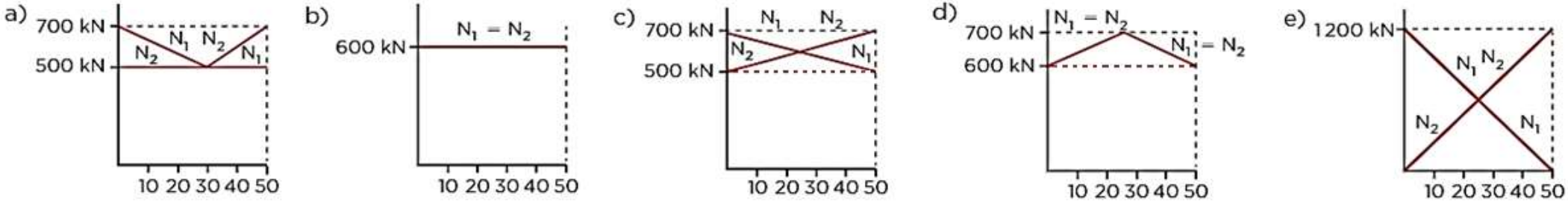


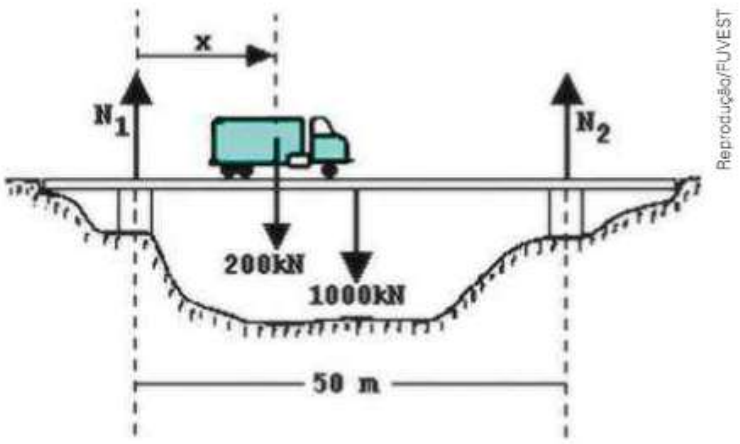
$M = \pm$ F . b

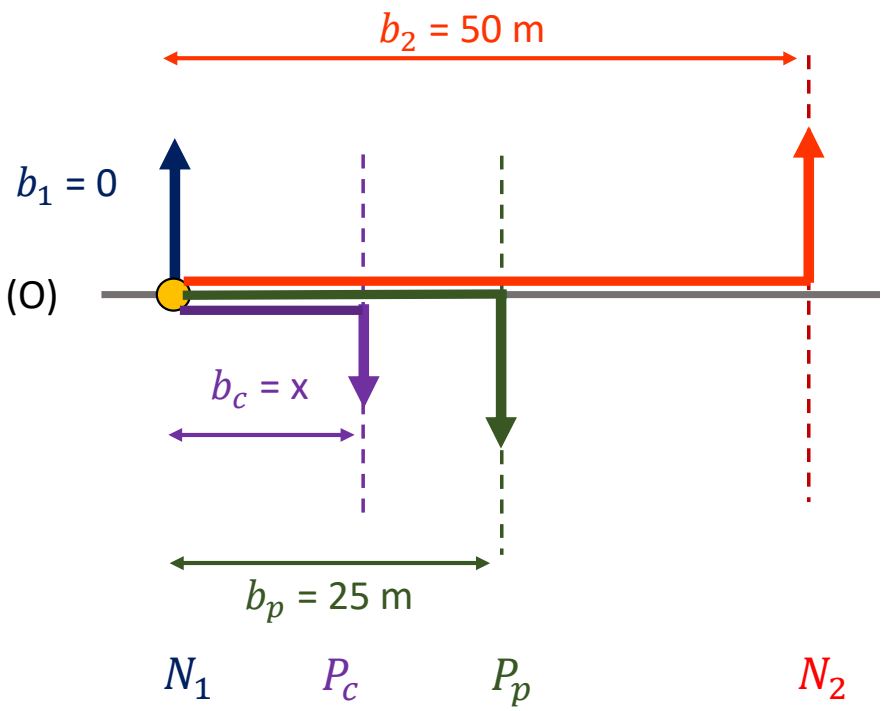
3. (Fuvest-SP) Um caminhão, pesando 200 kN, atravessa com velocidade constante uma ponte que pesa 1 000 kN e é suportada por dois pilares distantes 50 m entre si.



O gráfico que melhor representa as forças de reação N_1 e N_2 nos dois pilares, em função da distância x do centro de massa do caminhão ao centro do primeiro pilar, é:







Equilíbrio translacional

$N_1 + N_2 = P_c + P_p$

Equilíbrio rotacional

$M_1 + M_2 + M_c + M_p = 0$

$0 + N_2.50 - 200.x - 1000.25 = 0$

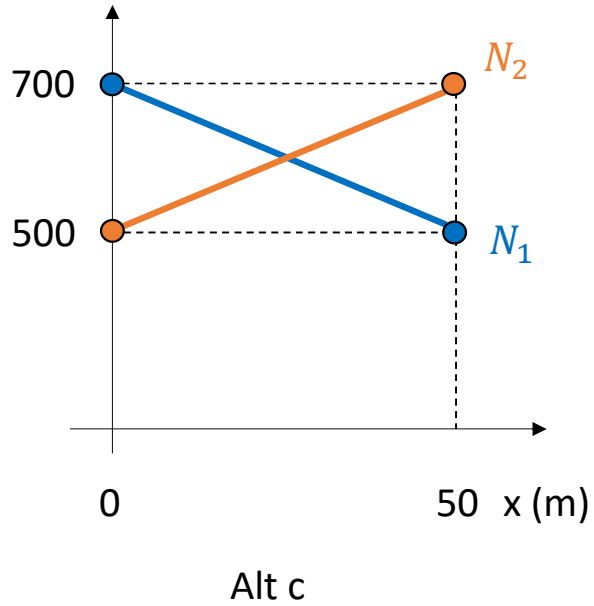
$N_2.50 = + 200.x + 25000$

$\boxed{N_2 = 4.x + 500}$

$N_1 + N_2 = P_c + P_p$

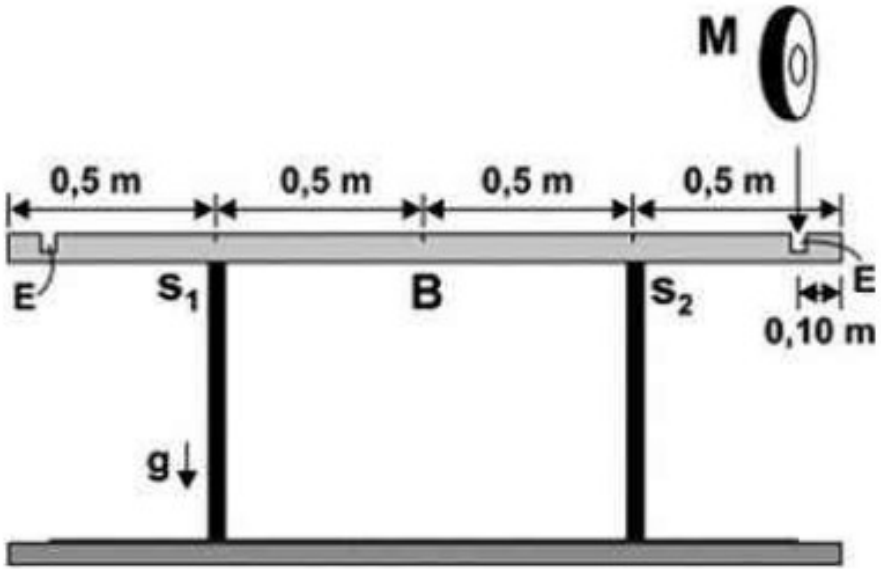
$N_1 + (4x + 500) = 1200$

$\boxed{N_1 = - 4x + 700}$



$M = \pm F . b$

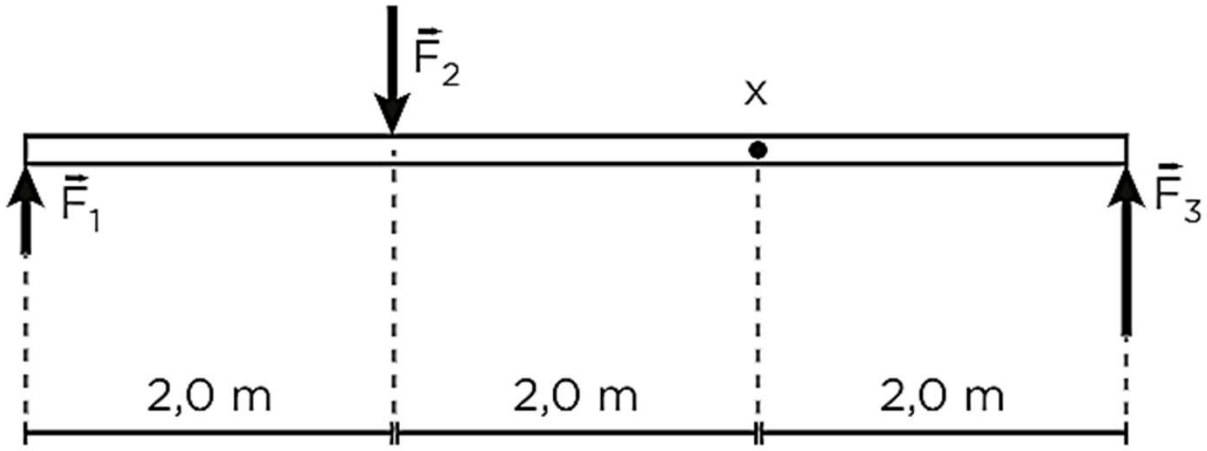
4. (Fuvest-SP) Em uma academia de musculação, uma barra B, com 2,0 m de comprimento e massa de 10 kg, está apoiada de forma simétrica em dois suportes, S_1 e S_2, separados por uma distância de 1,0 m, como indicado na figura. Para a realização de exercícios, vários discos, de diferentes massas M, podem ser colocados em encaixes, E, com seus centros a 0,10 m de cada extremidade da barra. O primeiro disco deve ser escolhido com cuidado, para não desequilibrar a barra.



Dentre os discos disponíveis, cujas massas estão indicadas a seguir, aquele de maior massa e que pode ser colocado em um dos encaixes, sem desequilibrar a barra, é o disco de:

a) 5 kg b) 10 kg c) 15 kg d) 20 kg e) 25 kg

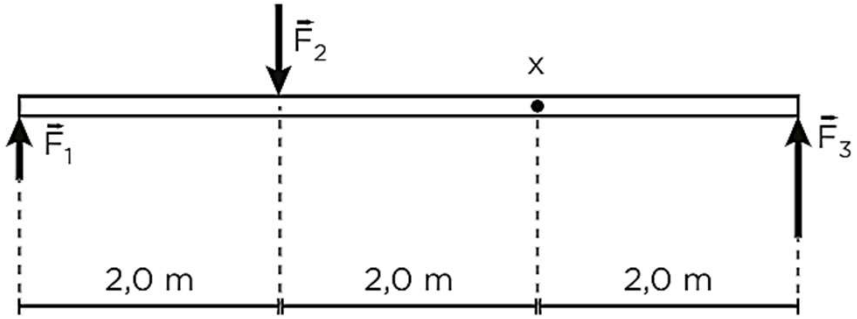
5. (Mack-SP) A barra homogênea, de peso desprezível, está sob a ação de três forças de intensidades F_1 = 20 N, F_2 = 40 N e F_3 =60 N.



A rotação produzida na barra em torno do ponto x é

a) no sentido anti-horário com um momento resultante de 1,2 . 10^2 N . m.
b) no sentido horário com um momento resultante de 1,2 . 10^2 N . m.
c) no sentido anti-horário com um momento resultante de 1,6 . 10^2 N . m.
d) no sentido horário com um momento resultante de 1,6 . 10^2 N . m.
e) inexistente.

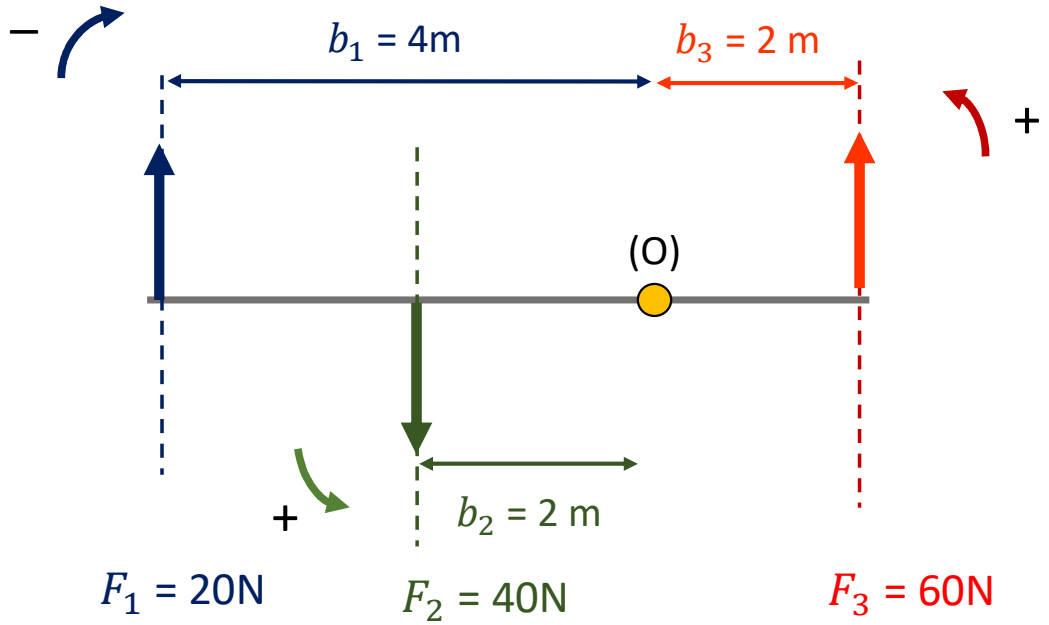
F_1 = 20 N, F_2 = 40 N e F_3 =60 N.



A rotação produzida na barra em torno do ponto x é?

$M = \pm F \cdot b$

a) no sentido anti-horário com um momento resultante de 1,2 . 10^2 N.m



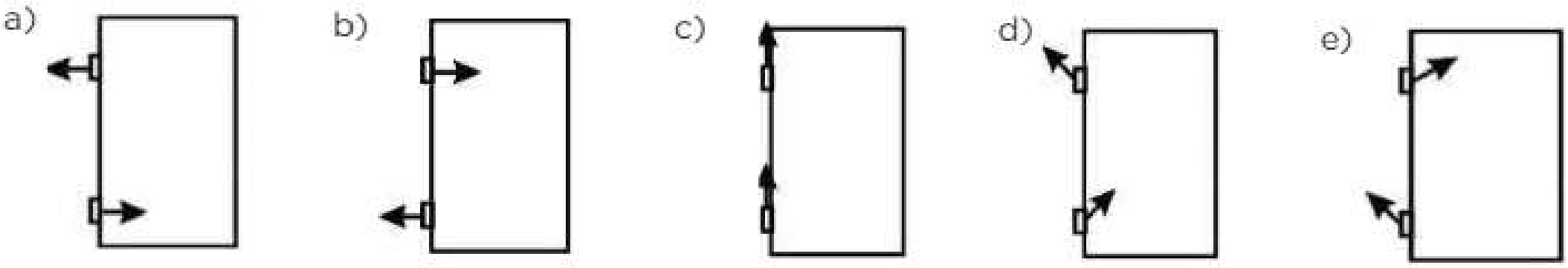
$\sum M = M_1 + M_2 + M_3$

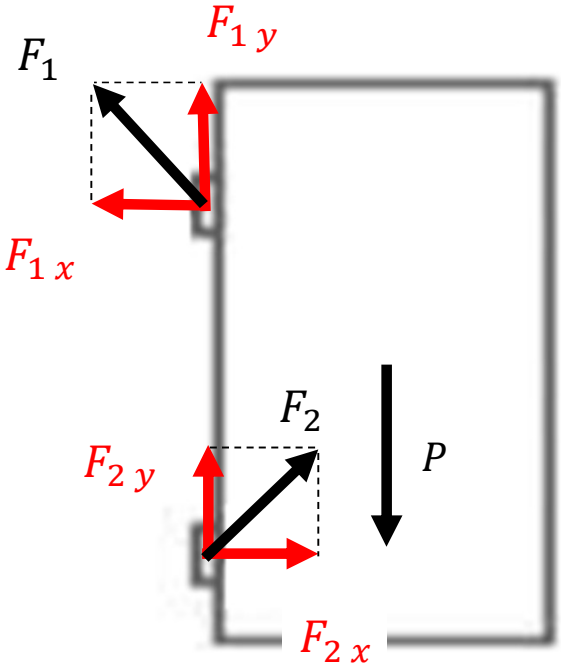
$\sum M = -20.4 + 40.2 + 60.2$

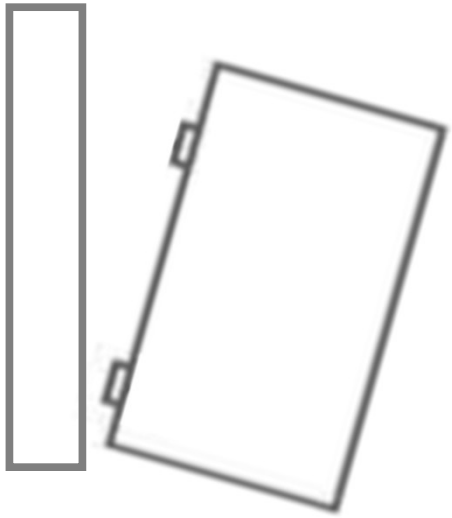
$\sum M = -80 + 80 + 120$

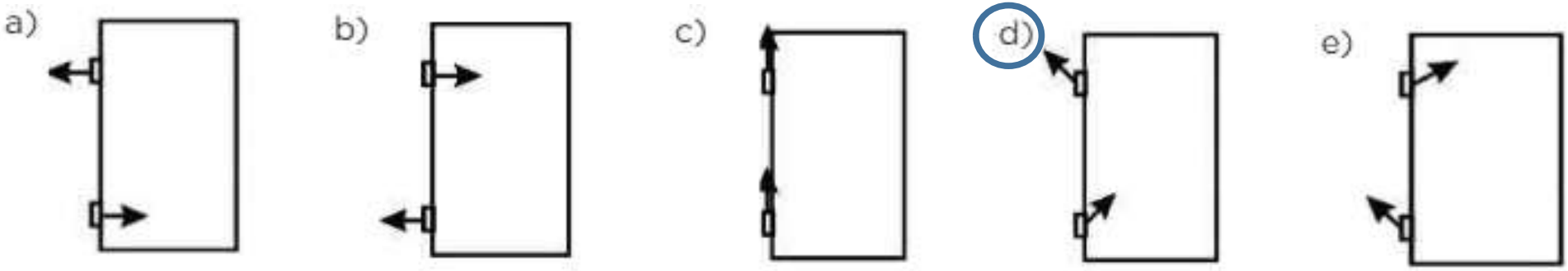
$\sum M = +120$ N.m

6. (Enem) O mecanismo que permite articular uma porta (de um móvel ou de acesso) é a dobradiça. Normalmente, são necessárias duas ou mais dobradiças para que a porta seja fixada no móvel ou no portal, permanecendo em equilíbrio e podendo ser articulada com facilidade. No plano, o diagrama vetorial das forças que as dobradiças exercem na porta está representado em




F_1
$F_{1\,y}$
$F_{1\,x}$
F_2
$F_{2\,y}$
P
$F_{2\,x}$




a)
b)
c)
d)
e)

7. (Enem) As bicicletas possuem uma corrente que liga uma coroa dentada dianteira, movimentada pelos pedais, a uma coroa localizada no eixo da roda traseira, como mostra a figura. O número de voltas dadas pela roda traseira a cada pedalada depende do tamanho relativo destas coroas.

Com relação ao funcionamento de uma bicicleta de marchas, onde cada marcha é uma combinação de uma das coroas dianteiras com uma das coroas traseiras, são formuladas as seguintes afirmativas:

I. Numa bicicleta que tenha duas coroas dianteiras e cinco traseiras, temos um total de dez marchas possíveis onde cada marcha representa a associação de uma das coroas dianteiras com uma das traseiras.

II. Em alta velocidade, convém acionar a coroa dianteira de maior raio com a coroa traseira de maior raio também.

III. Em uma subida íngreme, convém acionar a coroa dianteira de menor raio e a coroa traseira de maior raio.

Entre as afirmações anteriores, estão corretas:

a) I e III apenas. b) I, II e III apenas. c) I e II apenas. d) II apenas.

7.

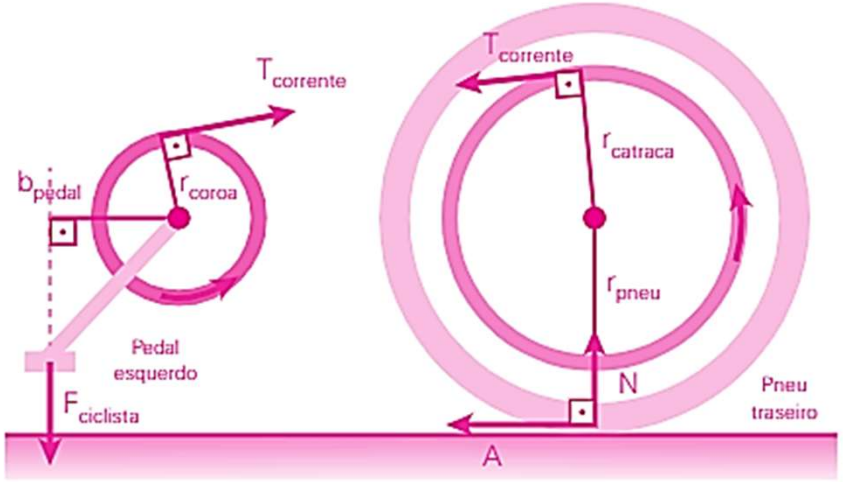
I. Correta. O número de marchas de uma bicicleta é dado pelo número de acoplamentos possíveis entre as coroas dianteiras e as traseiras, ou seja, pelo produto entre o número de coroas dianteiras e traseiras. Dessa maneira, temos: $2 \cdot 5 = 10$ marchas.

II. Incorreta. Para que a bicicleta tenha velocidade máxima, o pneu traseiro deve girar com a maior velocidade possível, ou seja, a velocidade angular da coroa traseira (catraca) deve ser máxima. Por outro lado, como o ciclista já está pedalando no seu limite, ou seja, o mais rapidamente possível, a velocidade angular da coroa dianteira é constante. Dessa maneira:

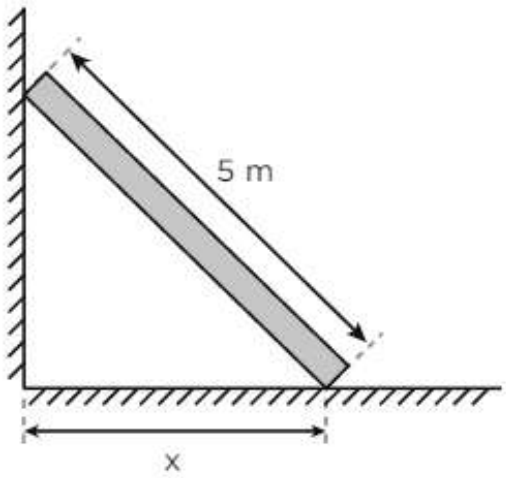
$$\omega_{catraca} \cdot r_{catraca} = \omega_{coroa} \cdot r_{coroa} \Rightarrow \underbrace{\omega_{catraca}}_{máximo} = \underbrace{\omega_{coroa}}_{constante} \cdot \frac{\overbrace{r_{coroa}}^{máximo}}{\underbrace{r_{catraca}}_{mínimo}}$$

Conclusão: para pedalar com a maior velocidade possível, deve-se escolher a coroa de maior raio e a catraca de menor raio.

III. Correta. A combinação que permite pedalar com menor esforço físico, ou seja, aplicando a menor força possível, seja em uma subida íngreme, seja em uma arrancada a partir do repouso, é a mesma. Sendo assim, por simplicidade, analisaremos a situação em que a bicicleta se movimenta em um plano horizontal. O esquema seguinte mostra as forças que atuam apenas nos conjuntos (coroa + pedal) e (catraca + pneu), ou seja, suprimindo a corrente da análise de forças:



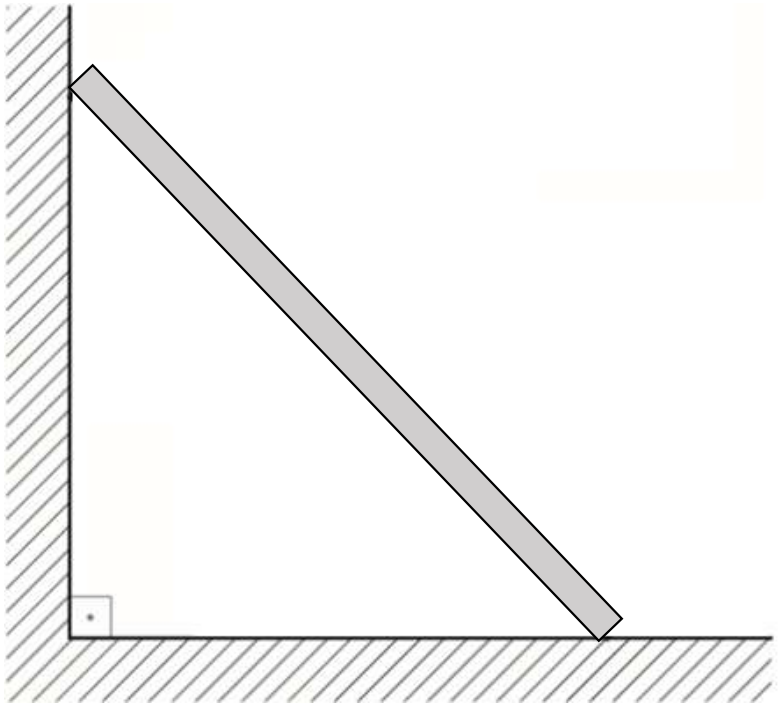
8. (Uece) Uma escada está apoiada entre uma parede vertical sem atrito e o chão (horizontal), conforme mostra a figura a seguir.

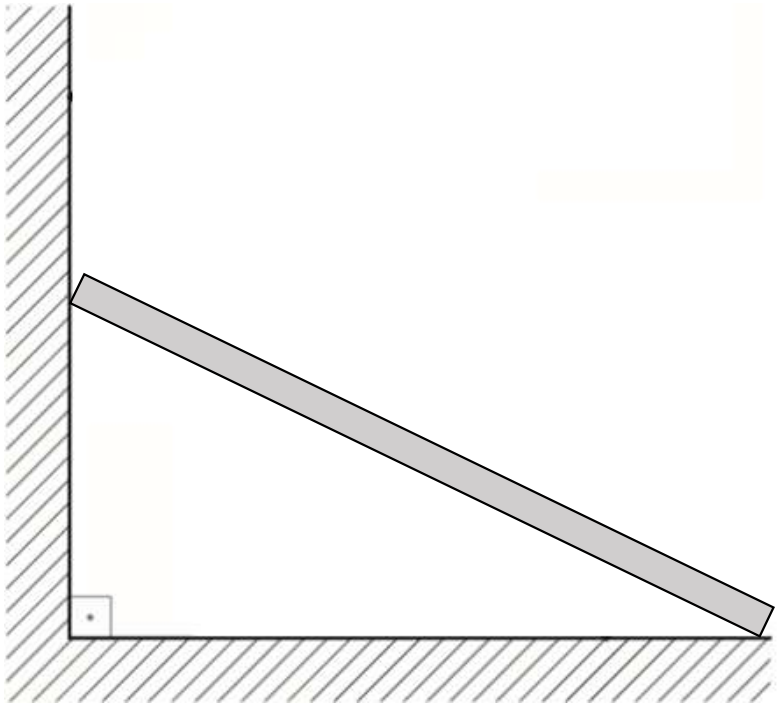


Considerando que a escada se comporta como uma barra homogênea de 5 m e peso 100 N, e sabendo que o coeficiente de atrito estático entre a escada e o chão é 0,5, a distância máxima x que a base da escada pode estar da parede, sem deslizar, é, aproximadamente, igual a

a) 1,5 m.
b) 2,5 m.
c) 3,5 m.
d) 4,5 m.

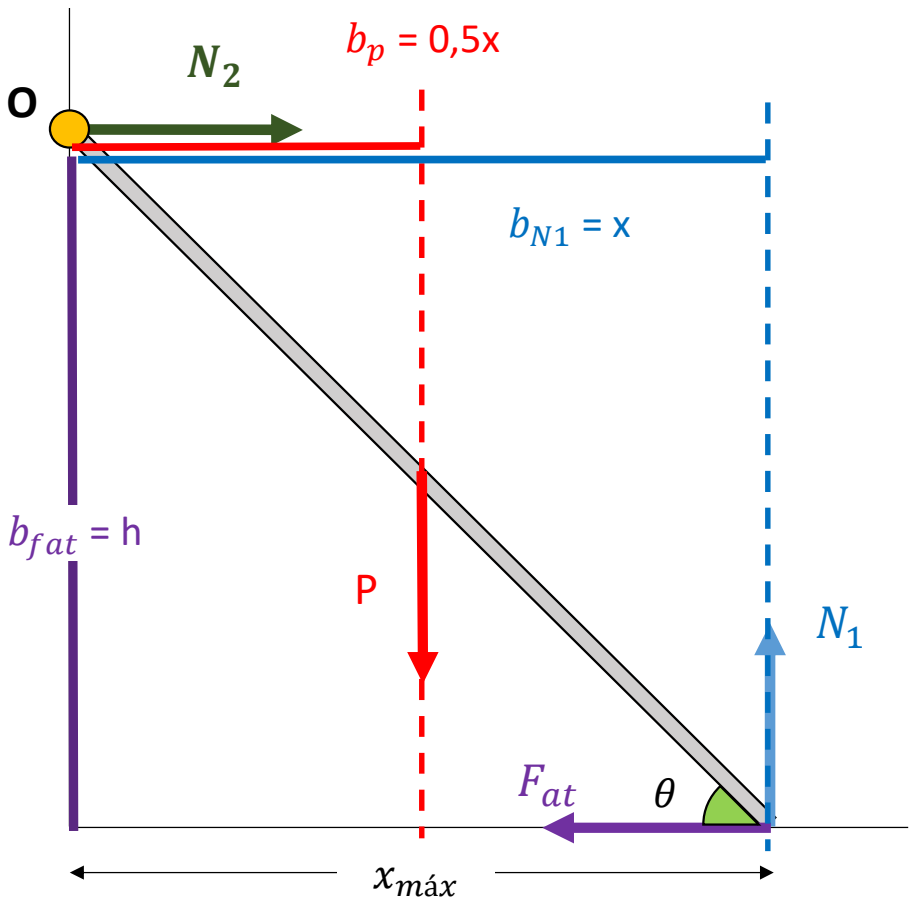
Como a escada escorregaria?





P = 100 N

L = 5 m



Equilíbrio translacional

Vertical

N_1 = P

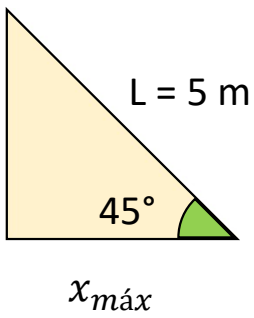
Horizontal

$N_2 = F_{at}$

$\boxed{N_1 = P = 100N}$

$F_{at\ máx} = \mu \,.\, N_1$

$F_{at} = 0{,}5 \,.\, 100 = 50$ N



Equilíbrio rotacional

$M_{N_2} + M_P + M_{N_1} + M_{fat} = 0$

$0 - P.b_P + N_1.b_1 - F_{at}.b = 0$

$-100.0{,}5x + 100.x - 50.h = 0$

$50\,x = 50\,h$

$x = h \quad \therefore \theta = 45°$

$\cos 45° = \frac{x}{5}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{5}$

$0{,}7 = \frac{x}{5}$

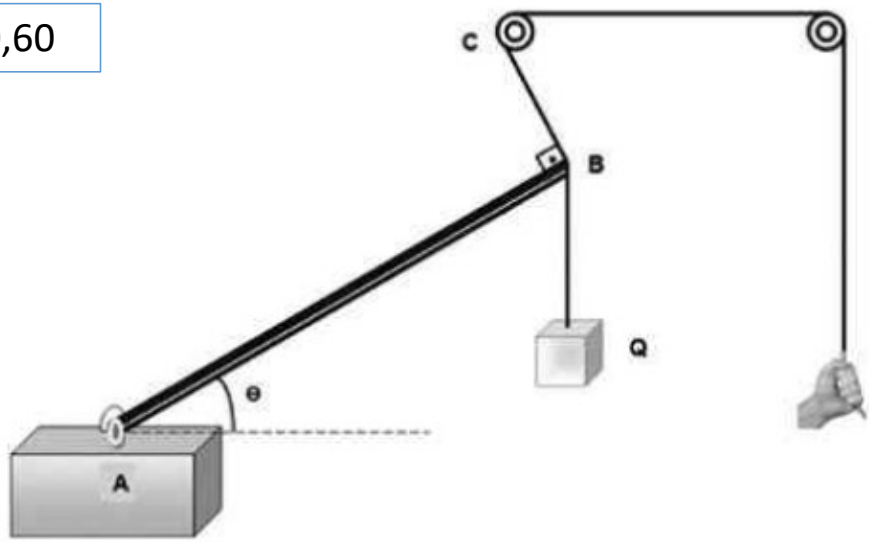
$\boxed{x = 3{,}5\ m}$

Alt c

$M = \pm F \,.\, b$

9. (Mack-SP) Com o intuito de facilitar seu trabalho, um operário construiu um artifício com cordas e polias fixas ideais e ainda uma barra homogênea de comprimento L = 20 m, articulada no ponto A. A massa da barra vale m_B = 60 kg e o peso do bloco levantado tem módulo Q = 500 N.

Dados: sen 53° = 0,80; cos 53° = 0,60



Considerando-se que o sistema está em equilíbrio no instante em que é retratado, que o módulo da aceleração gravitacional local seja g = 10 m/s², que o trecho BC da corda esteja perpendicular à barra e que o valor do ângulo é θ = 53°, afirma-se corretamente que o módulo da reação horizontal da força na barra no ponto A vale, em N (newton),

a) 650
b) 534
c) 400
d) 384
e) 250

$\cos\theta = \frac{ca}{L}$

$0{,}6 = \frac{ca}{20}$

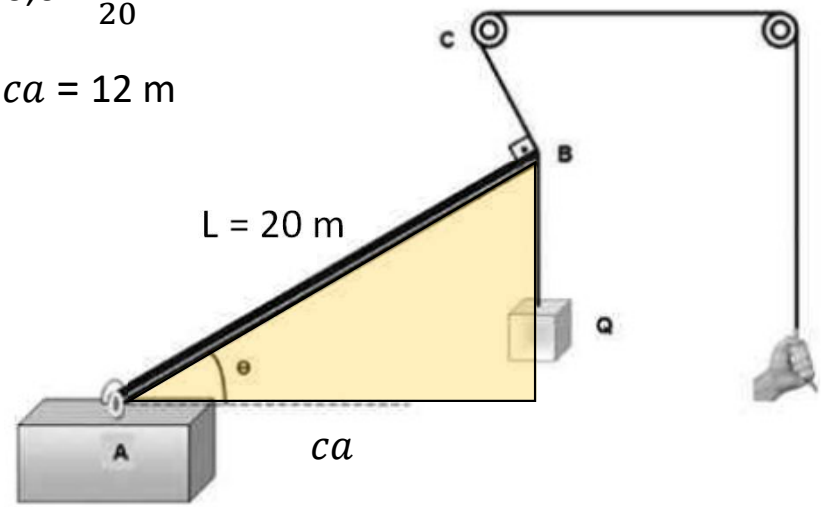
ca = 12 m

Q = 500 N

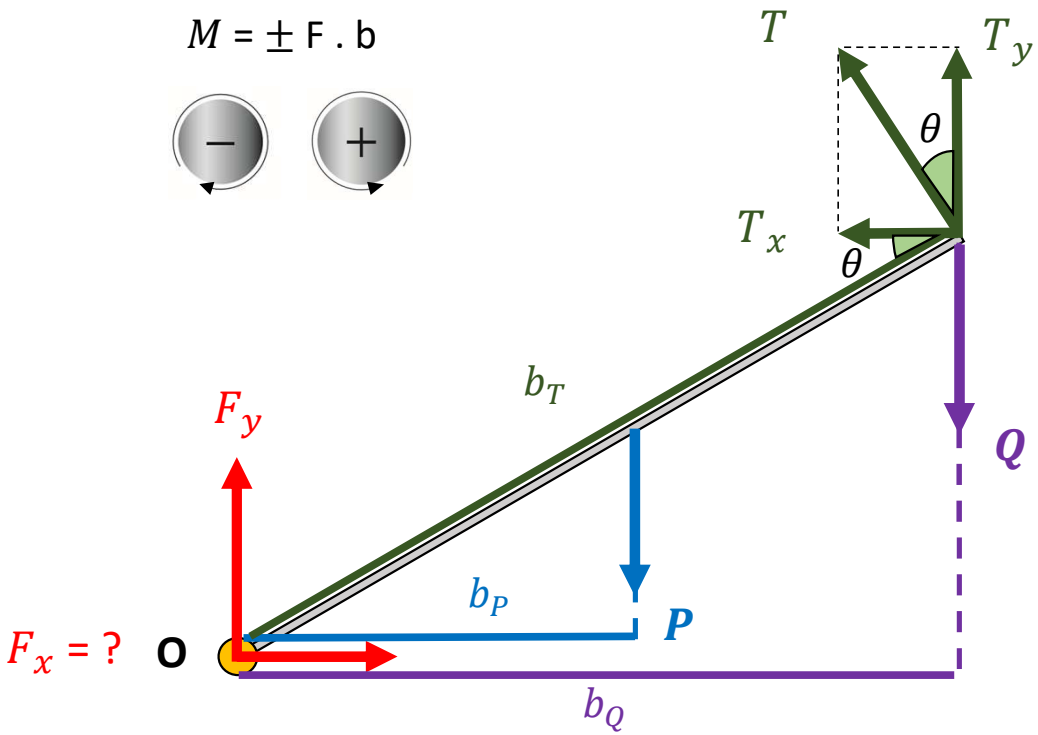
P_B = 600 N

sen 53° = 0,80

cos 53° = 0,60



$M = \pm$ F . b



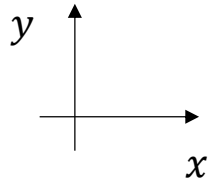
reação horizontal da força na barra no ponto A?

Equilíbrio translacional

Para exercícios com articulação

R_x = 0

R_y = 0



$F_y + T_y$ = P + Q

$F_x = T_x$

$F_x = T.\text{sen}\,\theta$

F_x = 480 . 0,8 $\boxed{\therefore F_x = 384 \text{ N}}$

Equilíbrio rotacional

$M_F + M_P + M_Q + M_T = 0$

$0 - 600.6 - 500.12 + T.20 = 0$

$-3600 - 6000 + T.20 = 0$

$-9600 + T.20 = 0$ $\therefore T = 480$ N